UNIVERSIDAD LA SALLE

PROYECTO DE

MÉTODO DE EULER Y EULER MEJORADO

Proyecto realizado por Grupo 5

INTRODUCCIÓN

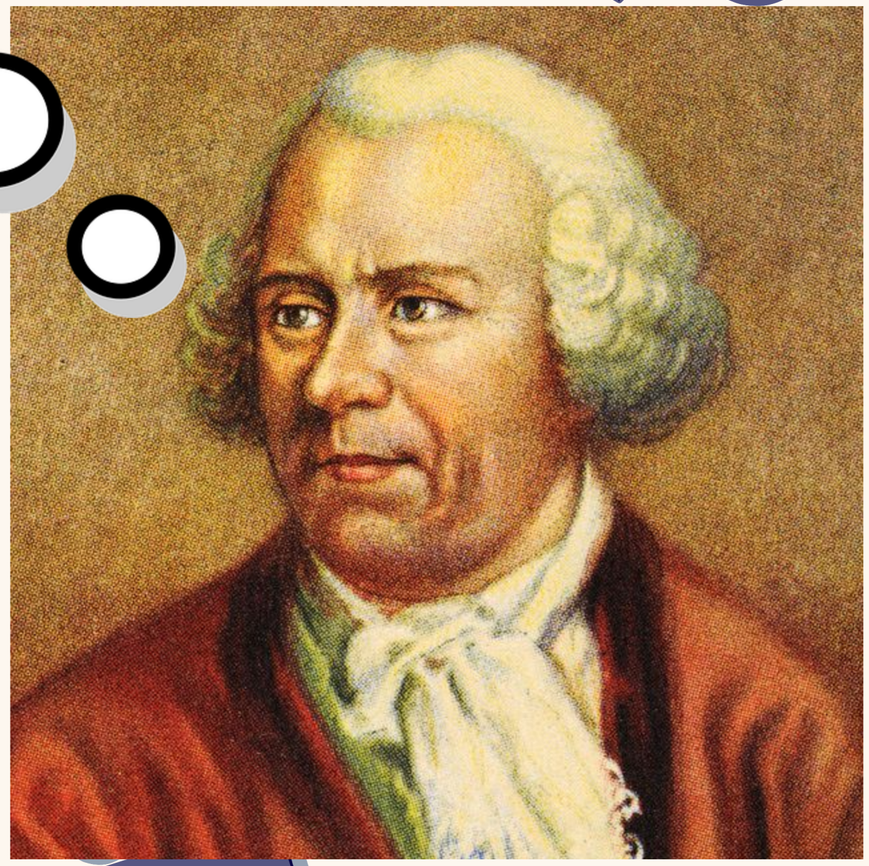
Euler

Resuelve ecuaciones diferenciales ordinarias. Aproximación lineal para predecir cambios mediante pequeños pasos.

Euler Mejorado

Versión refinada del método de Euler. Utiliza el promedio de pendientes para predicciones más precisas. Conocido también como Euler-Cauchy o Heun

Una forma práctica de resolver ecuaciones diferenciales numéricamente, es decir, de forma aproximada en lugar de buscar soluciones analíticas exactas.



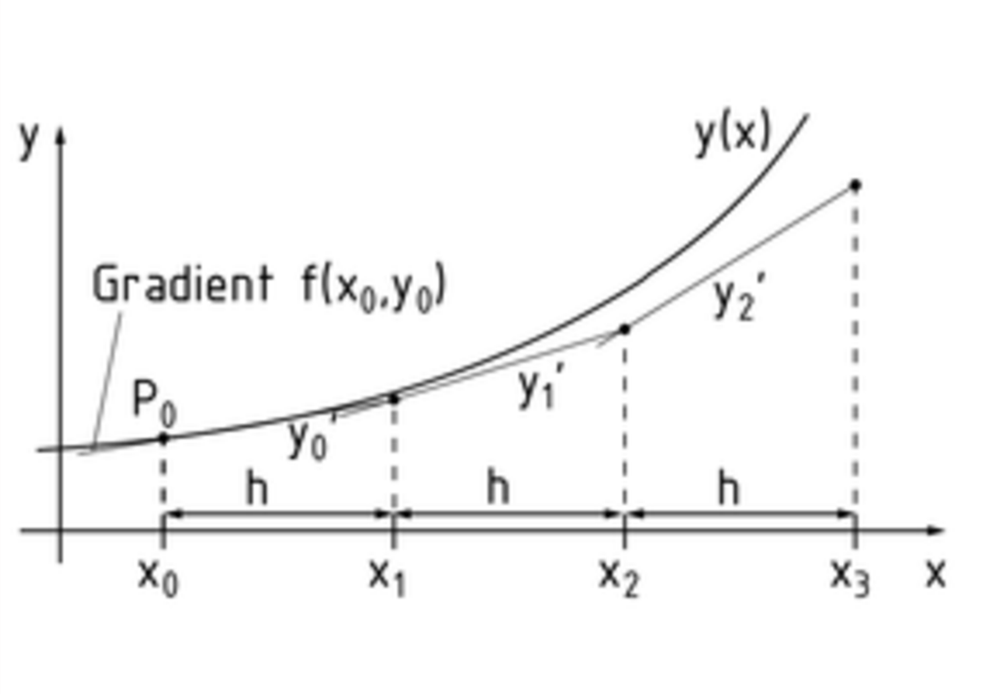
Leonhard Euler, siglo XVIII

EULER MEJORADO

Este método hace una estimación inicial del siguiente punto usando el método de Euler, y luego calcula la pendiente tanto en el punto inicial como en el punto estimado.

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}\left(f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y^*_{n+1})\right)$$

FUNCIONAMIENTO

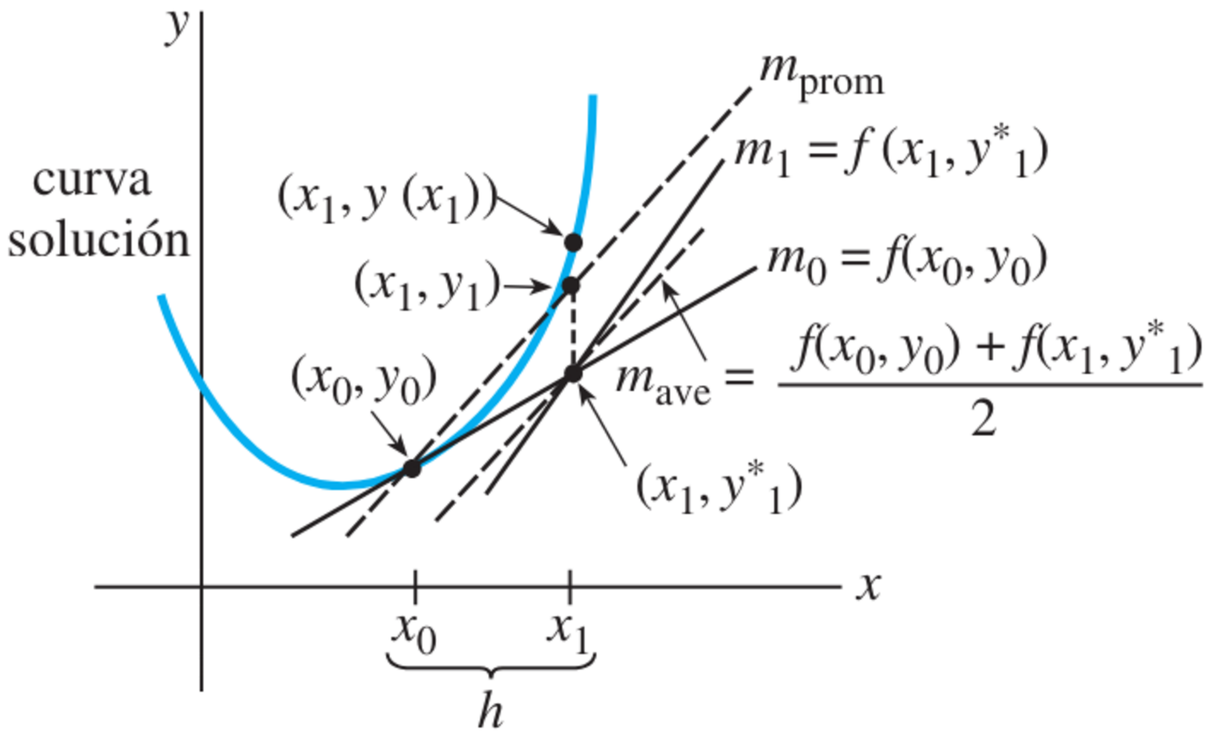


Empieza desde un punto inicial conocido y progresa paso a paso a lo largo de la curva solución, utilizando la derivada (pendiente) de la función en el punto actual para estimar el siguiente valor. Esto se hace mediante la fórmula:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

Donde h es el tamaño del paso y f(xn,yn) es la función derivada evaluada en el punto actual.

FÓRMULAS EULER MEJORADO



1. **Predicción:**

   $y^*_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$

   donde y^*_{n+1} es el valor estimado inicial para y_{n+1}.

2. **Corrección:**

   $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}\left(f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y^*_{n+1})\right)$

   donde $f(t_{n+1}, y^*_{n+1})$ es la derivada evaluada en el punto estimado (t_{n+1}, y^*_{n+1}).

La estimación inicial del siguiente punto usando el método de Euler, y luego calcula la pendiente tanto en el punto inicial como en el punto estimado. La pendiente final que se usa para calcular el siguiente valor es el promedio de estas dos pendientes, lo que da una mejor aproximación

EJEMPLO

PASO 1

LA EDO ES:

$$Y' = 2X - 3Y + 1$$

LA CONDICIÓN INICIAL ES:

$$Y(1) = 5$$

PASO 2

SUPONGAMOS QUE ELEGIMOS UN TAMAÑO DE PASO $H = 0.1$.

EJEMPLO

PASO 3 A CALCULAR !!!!

CODE

HTTPS://REPLIT.COM/JOIN/CVAZVJMXXJ-ALDO-RAYRAY1

COMPARANDO AMBOS MÉTODOS

EULER NORMAL

- La fórmula como se ha visto es mucho más compacta.
- La precisión resultante es menor.
- Realizar la solución a mano es mucho más fácil.
- Implementar el algoritmo es sencilla.
- Debe iterar más para llegar un error mínimo esperado.

EULER MEJORADO

- La fórmula que se emplea es un poco más extensa, debido a que se implementa en sí mismo el método de Euler Normal
- La precisión resultante es mayor.
- Realizar la solución a mano es un poco más tedioso.
- La implementación del algoritmo es sencilla.

EJERCICIO BÁSICO

Se tiene una taza de café caliente que inicialmente está a 90°C. La temperatura ambiente es de 20°C. De acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton, la tasa de cambio de la temperatura del café "T" es proporcional a la diferencia entre la temperatura del café y la temperatura ambiente. Esto se puede expresar con la siguiente ecuación diferencial:

$$dT/dt = -k(T - Ta)$$

donde:

- T es la temperatura del café en el tiempo t.
- Ta es la temperatura ambiente (20°C).
- k es una constante de proporcionalidad (suponiendo que k = 0.1).

Usando el método de Euler, estimar la temperatura del café después de 10 minutos, utilizando un paso de tiempo de 1 minuto.

EJERCICIO INTERMEDIO

Supongamos que estás estudiando la población de una especie de animales en una reserva natural. La población "P" crece según el modelo logístico, el cual está dado por la siguiente ecuación diferencial:

$$dP/dt = r\,P\,(1 - P/K)$$

donde:

- P es la población en el tiempo t.
- r es la tasa de crecimiento intrínseca (supongamos que r = 0.2 por año).
- K es la capacidad de carga del medio ambiente (suponiendo que K = 1000).

Inicialmente, la población es de 100 individuos. Utilizar el método de Euler para estimar la población después de 5 años, utilizando un paso de tiempo de 0.5 años.

PREGUNTA BÁSICA

¿Cuál es una limitación importante del método de Euler en comparación con métodos más avanzados para la solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias?

PREGUNTA APLICADA

¿Cómo se podría optimizar la implementación del método de Euler en un software de simulación para asegurar tanto precisión como eficiencia computacional en el contexto de problemas de dinámica de sistemas?

CONCLUSIONES

1

Simplicidad y facilidad de implementación.

- Es uno de los métodos más sencillos para resolver EDO.
- Fácil de Implementar.

2

Método de primer orden

- El error es proporcional al tamaño de paso h.
- Si se reduce el h, el error también se reduce aproximadamente a la mitad.

3

Sensibilidad al tamaño del paso

- La precisión del resultado depende del tamaño de paso h.
- Un resultado muy preciso, puede aumentar el costo computacional.

4

Limitaciones en problemas rígidos

- Ineficiente y poco preciso para problemas rígidos (variaciones rápidas en la solución).
- Un h pequeño mantiene la estabilidad.

5

Aproximación de la solución

- Puede ser suficiente para muchos propósitos prácticos.
- Nos brinda una solución rápida y aproximada.

6

Base para métodos más avanzados

- El método de Euler es la base de método de Euler Mejorado y el método de Runge-Kutta.

¡GRACIAS!

Repositorio GIT