

6.3 几类一元非线性回归

一、一元非线性回归模型

二、几类特殊非线性回归模型的转化

一、一元非线性回归模型

变量与变量之间不仅只存在线性关系，而且存在非线性关系。

对于自变量 x 的一组确定值, Y 具有一定的分布,若 Y 的数学期望存在,则它是 x 的函数.

$$\mu_{Y|x} = \mu(x)$$

Y 关于 x 的回归函数

若 $\mu(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 是 x_1, x_2, \dots, x_m 的非线性函数, 即

$$Y = g(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k, x_1, \dots, x_m) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2).$$

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k, \sigma^2$ 是与 x_1, \dots, x_m 无关的未知参数.

称其为非线性回归模型

其中 x_1, x_2, \dots, x_m 称为回归变量.

二、几类特殊非线性回归模型的转化

1. 非线性回归模型的特例

当随机变量 y 与变量 x 之间的关系可以表示为

$$h(y) = \alpha_0 + \beta g(x) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

令 $y^* = h(y)$, $x^* = g(x)$, 则上述模型可以转化为

$$y^* = \alpha_0 + \beta x^* + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

由此可以看出：部分特殊非线性模型可以转化为线性模型。

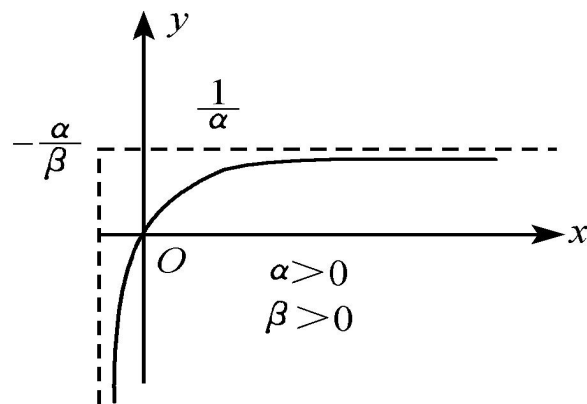
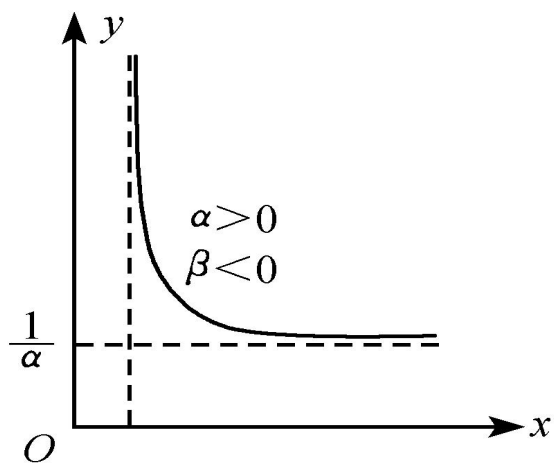
2. 几类非线性回归模型转化为线性回归模型

(1) 双曲线 $\frac{1}{y} = \alpha + \frac{\beta}{x}$ 型

此式可以转化为线性回归模型，令

$$u = \frac{1}{y}, v = \frac{1}{x}$$

则双曲线可以转化为 $u = \alpha + \beta v$

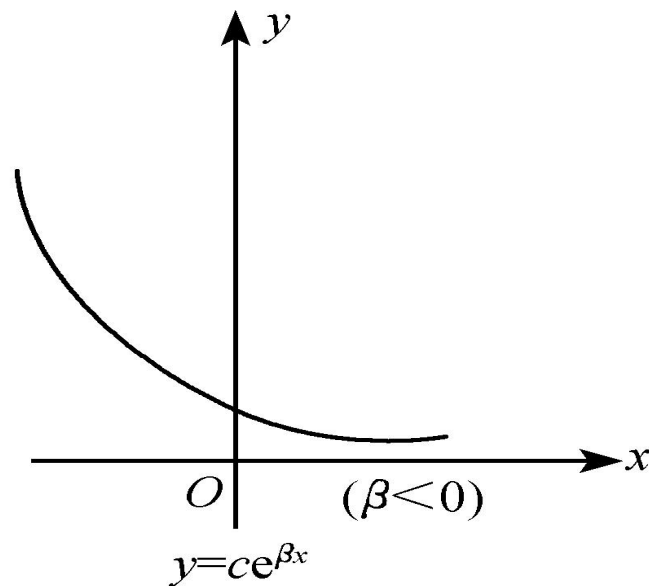
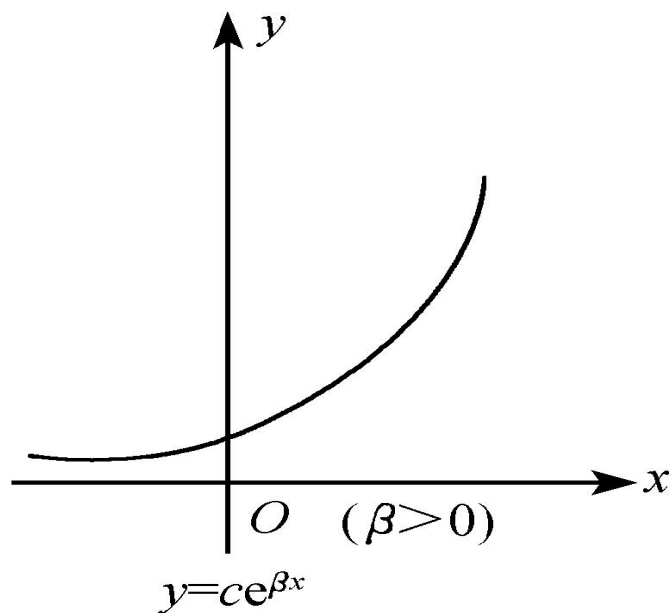


(2) 指数曲线 $y = ce^{\beta x}$ 型

此式可以转化为线性回归模型，令

$$u = \ln y, \quad v = x, \quad \alpha = \ln c$$

则指数曲线可以转化为 $u = \alpha + \beta v$

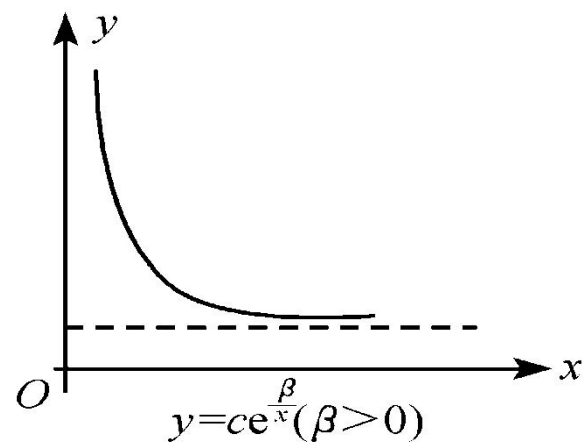
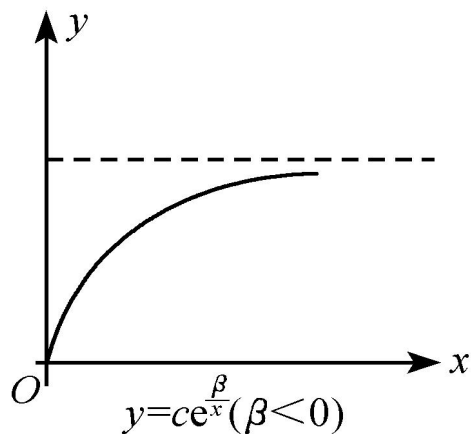


(3) 指数曲线 $y = ce^{\frac{\beta}{x}}$ 型

此式可以转化为线性回归模型，令

$$u = \ln y, \quad v = \frac{1}{x}, \quad \alpha = \ln c$$

则指数曲线可以转化为 $u = \alpha + \beta v$

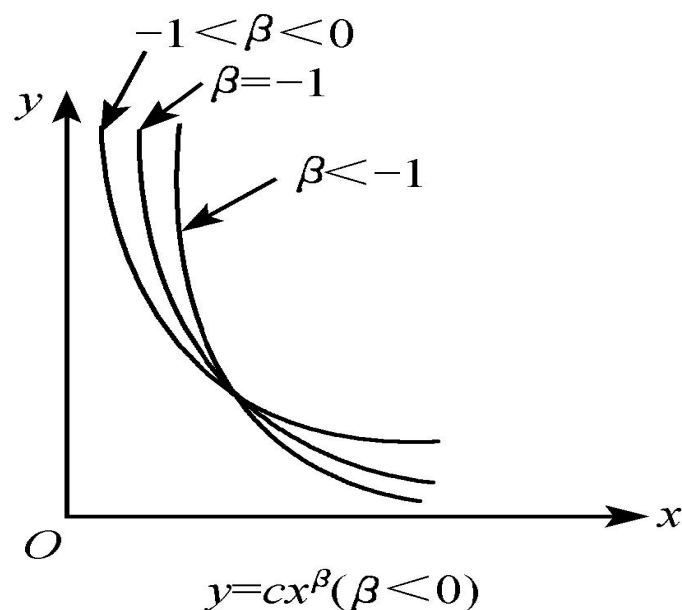
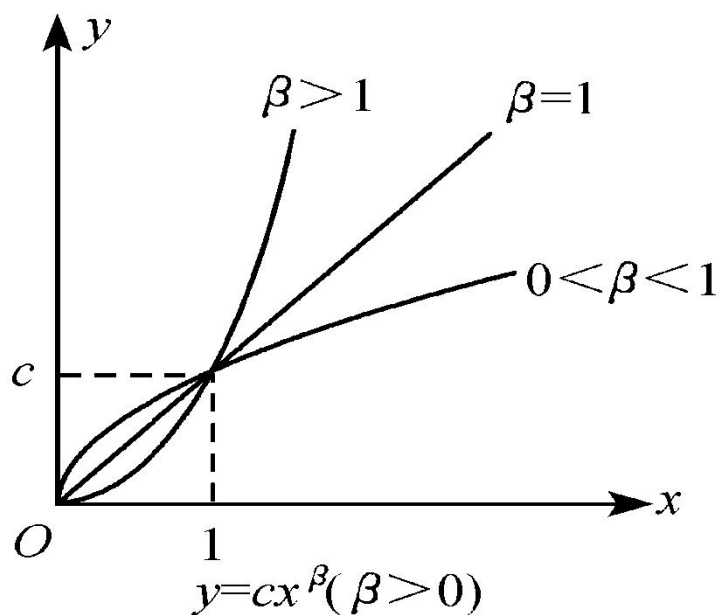


(4) 幂函数 $y = cx^\beta$ 型

此式可以转化为线性回归模型，令

$$u = \ln y, \quad v = \ln x, \quad \alpha = \ln c$$

则幂函数曲线可以转化为 $u = \alpha + \beta v$

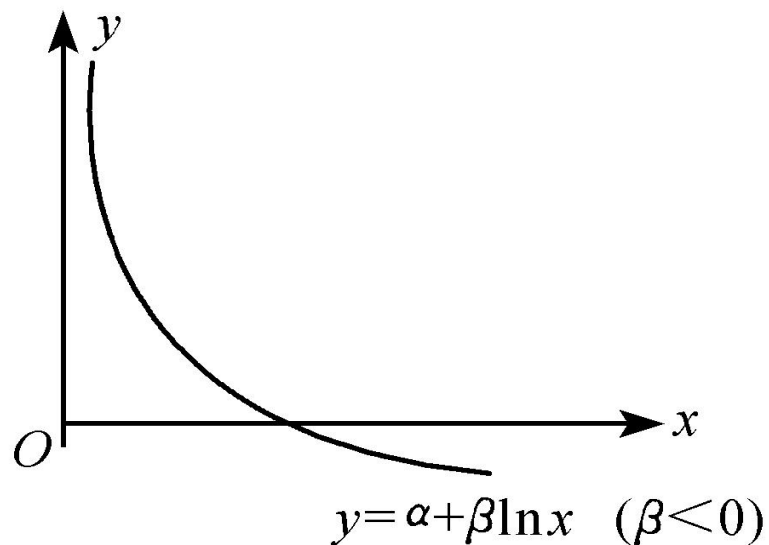
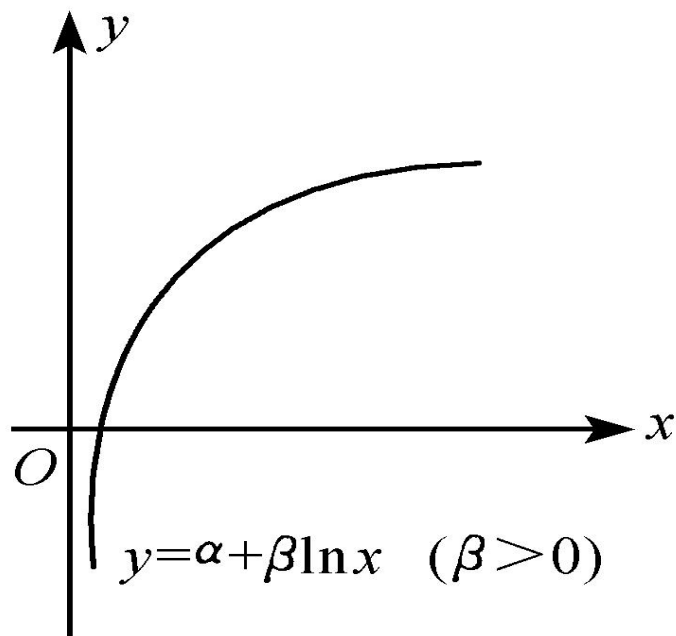


(5) 对数曲线 $y = \alpha + \beta \ln x$ 型

此式可以转化为线性回归模型，令

$$u = y, \quad v = \ln x,$$

则对数曲线可以转化为 $u = \alpha + \beta v$



A decorative border featuring green leaves and red flowers is visible around the edges of the slide.

Thank you