第四章　假设检验

4.1 假设检验的基本概念

4.2 正态总体均值与方差的假设检验

4.3 非参数假设检验方法

4.4 似然比检验

4.1 假设检验的基本概念

一、零假设与备选假设

二、检验规则

三、两类错误的概率和检验水平

四、势函数与无偏检验

0、假设检验的基本原理

在总体的分布函数完全未知或只知其形式、但不知其参数的情况下，为了推断总体的某些性质，提出某些关于总体的假设.

例如，提出总体服从泊松分布的假设；

又如，对于正态总体提出数学 期望等于 μ_0 的假设等.

假设检验的大体思路是：首先对总体提出某种假设，然后抽取样本获得数据，再根据样本提供的信息对假设作出判断：是接受，还是拒绝.

1. 基本原理

小概率推断原理： $0 < \alpha \leq 0.05$ 小概率事件(概率接近0的事件),在一次试验中,实际上可认为不会发生(这是人们长期积累起的普遍经验).

- 著名的英国统计学家Ronald Fisher 把20分之1作为标准，也就是0.05，从此0.05或比0.05小的概率都被认为是小概率。
- Fisher没有任何深奥的理由解释他为什么选择0.05，只是说他忽然想起来的，没有什么道理好讲。

2. 基本思想方法

采用概率性质的反证法： 先提出假设H_0, 再根据一次抽样所得到的样本值进行计算. 若导致小概率事件发生, 就认为出现了不合理现象，则否认假设H_0 ;否则, 接受假设H_0 .

下面结合实例来说明假设检验的基本思想.

例1　某厂有一批产品，共有200件，需检验合格才能出厂．按国家标准，次品率不得超过3%．今在其中随机地抽取10件，发现其中有2件次品，问：这批产品能否出厂?

分析：从直观上分析，这批产品不能出厂．

因为抽样得到的次品率：$\frac{2}{10} > 3\%$

然而，由于样本的随机性，如何才能根据抽样结果判断总体(所有产品)的次品率是否≤3%?

解 用假设检验法，**步骤：**

1° 提出假设 H_0: $p \le 0.03$

其中 p为总体的次品率.

2° 设 $X_i = \begin{cases} 1, & 第i次抽取的产品是次品 \\ 0, & 否则 \end{cases}$

则 $X_i \sim B(1, p) \qquad (i = 1, 2, \cdots, 10)$

令 $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_{10}$

$= \{$ 抽取的10件产品中的次品数 $\}$

则 $Y \sim B(10, p)$

3° 在假设 H_0成立的条件下，计算

$$\mathrm{H_0}: \ p \le 0.03$$

$$Y \sim B(10,\ p)$$

$$f(p) = P\{Y \ge 2;\ p\} = 1 - P\{Y < 2;\ p\}$$

$$= 1 - [(1-p)^{10} + 10p(1-p)^{9}]$$

$$\because \quad \frac{\mathrm{d}\, f(p)}{\mathrm{d}\, p} = 90p(1-p)^{8} > 0$$

$\therefore$ 当 $p \le 0.03$ 时，$f(p)$单调增加

$$f(p) = P\{Y \ge 2;\ p\} = 1 - [(1-p)^{10} + 10p(1-p)^{9}]$$

$$\le f(0.03) \approx 0.035 < \alpha = 0.05$$

从而 $P\{Y = 2;\ p\} < P\{Y \ge 2;\ p\} \angle \alpha < 0.05$

故 $\{\,Y = 2\,\}$ 是小概率事件.

4^{o} 作判断

由于在假设 H_0成立的条件下， $\{Y=2\}$是小概率事件， 不应该发生。而实际情况是：

小概率事件竟然在一次试验中发生了，这违背了小概率原理，是不合理的，故应该否定原假设H_0，认为产品的次品率 $p>3\%$.

所以，这批产品不能出厂.

例 2 某车间用一台包装机包装葡萄糖, 包得的袋装糖重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(公斤):

0.497　0.506　0.518　0.524　0.498　0.511
0.520　0.515　0.512,　问机器是否正常?

分析: 用 μ 和 σ 分别表示这一天袋装糖重总体 X 的均值和标准差,

由长期实践可知, 标准差较稳定, 设 $\sigma = 0.015$,

则 $X \sim N(\mu,\ 0.015^2)$, 其中 μ 未知.

问题：根据样本值判断 $\mu = 0.5$ 还是 $\mu \neq 0.5$.

提出两个对立假设 $H_0: \mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1: \mu \neq \mu_0$.

再利用已知样本作出判断是接受假设 H_0(拒绝假设 H_1), 还是拒绝假设 H_0(接受假设 H_1).

如果作出的判断是接受 H_0, 则 $\mu = \mu_0$,

即认为机器工作是正常的, 否则, 认为是不正常的.

由于要检验的假设是总体均值, 故可借助于样本均值来判断.

因为 $\overline{X}$ 是 μ 的无偏估计量,

所以若 H_0 为真, $|\bar{x}-\mu_0|$ 不应太大, ⇒

$|\bar{x}-\mu_0|$ 很大就是一个小概率事件。

又因为当 H_0 为真时, $\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$,

而衡量 $|\bar{x}-\mu_0|$ 的大小 ⇔ 衡量 $\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}$ 的大小.

不应太大　　　　不应太大

于是可以选定一个适当的正数 k,

当$\bar{x}$满足$\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \geq k$时，就认为$\bar{x}$与$\mu_0$差值很大，

说明小概率事件发生了，那就拒绝H_0.

反之，当$\bar{x}$满足$\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} < k$时，就认为$\bar{x}$与$\mu_0$差值不是很大

说明小概率事件没有发生，那就接受H_0.

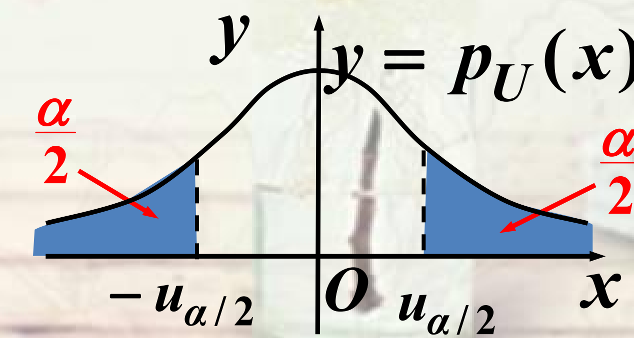
问题：如何选择k?

由于当H_0为真时 $U=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$,

$$P\left\{\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}\geq k\right\}=\alpha\left(\alpha\text{是小概率值}\right)$$

由于通常 α总是取得很小,一般取 $\alpha=0.01,\alpha=0.05$,

由标准正态分布分位点的定义得



$$k=u_{\alpha/2},$$

即$$P\left\{\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}\geq u_{\alpha/2}\right\}=\alpha\left(\alpha\text{是小概率值}\right)$$

当H_0为真, 即$\mu=\mu_0$时, $\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq u_{\alpha/2}\right\}$是一个小概率事件, 根据小概率推断原理, 就可以认为如果H_0为真, 由一次试验得到满足不等式$\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq u_{\alpha/2}$的观察值$\bar{x}$, 几乎是不会发生的.

若在一次试验中, 得到了满足不等式 $\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| \geq u_{\alpha/2}$ 的观察值 $\bar{x}$,则我们有理由怀疑原来的假设H_0的正确性, 因而拒绝H_0.

若出现观察值 $\bar{x}$ 满足不等式 $\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < u_{\alpha/2}$, 则没有理由拒绝假设$H_0$，因而只能接受$H_0$.

结论：当$\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \geq u_{\alpha/2}$时,拒绝$H_0$，$\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} < u_{\alpha/2}$时，接受$H_0$.

总结假设检验过程如下:

在实例中若取定 $\alpha = 0.05$,

则 $k = u_{\alpha/2} = u_{0.025} = 1.96$,

又已知 $n = 9$, $\sigma = 0.015$,

由样本算得 $\bar{x} = 0.511$, 即有 $\dfrac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma / \sqrt{n}} = 2.2 > 1.96$,

于是拒绝假设H_0, 认为包装机工作不正常.

以上所采取的检验法是符合小概率推断原理的.

一、零假设与备选假设

1. 显著性水平

由$P\left\{\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \geq k = u_{\alpha/2}\right\} = \alpha$（$\alpha$是小概率值）可看到

当样本容量固定时，选定α后，数 k 就可以确定，然后按照统计量 $U = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ 的观察值的绝对值大于等于 k 还是小于 k 来作决定.

如果$|u|=\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq k$, 则称$\bar{x}$与$\mu_0$的差异是显著的,

则我们拒绝 H_0,

反之, 如果$|u|=\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|< k$, 则称$\bar{x}$与$\mu_0$的差异是

不显著的, 则我们接受 H_0,

数 α 称为显著性水平.

上述关于 $\bar{x}$ 与 μ_0 有无显著差异的判断是 在显著性水平 α 之下作出的.

2. 检验统计量

统计量 $U=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ 称为检验统计量.

3. 零假设与备选假设

假设检验问题通常叙述为: 在显著性水平α下,

检验假设 $H_0: \theta\in\Theta_0 \leftrightarrow H_1: \theta\in\Theta_1$.

或称为"在显著性水平 α下,针对 H_1检验 H_0".

H_0称为原假设或零假设, H_1 称为备选假设.

注 一般以保护原假设为基础,提出原假设.

二、检验规则

1. 检验规则

在对问题作出假设以后,需要利用样本的观测值,根据一定的规则作出一种决策,是接受原假设还是拒绝原假设?这种规则就称为检验规则。

例如 例2 中的检验规则为

当 $|u| \geq u_{\frac{\alpha}{2}}$ 时, 则拒绝原假设,接受备选假设;

当 $|u| < u_{\frac{\alpha}{2}}$ 时, 则接受原假设.

2. 拒绝域与临界点

当检验统计量取某个区域C中的值时, 我们拒绝原假设H_0, 则称区域C为**拒绝域**, 拒绝域的边界点称为**临界点**. 拒绝域一般用W来表示,即

$$W=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T\mid(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T\text{ 使}H_0\text{否定}\}$$

$$\bar{W}=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T\mid(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T\text{ 使}H_0\text{接受}\}$$

如在前面实例中,

$$W=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T\mid\ |u(x_1,x_2,\cdots,x_n)|\geq u_{\alpha/2}\}$$

临界点为$u=-u_{\alpha/2}$, $u=u_{\alpha/2}$.

三、两类错误的概率和检验水平

1. 检验函数

由上述检验规则以及拒绝域,我们可以定义如下检验函数,

$$\delta(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \begin{cases} 1, & (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T \in W \\ 0, & (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T \notin W \end{cases}$$

$\delta(x_1, x_2, \cdots, x_n)$其实就是一个示性函数.

2. 两类错误及记号

假设检验的依据是: 小概率事件在一次试验中很难发生, 但很难发生不等于不发生, 因而假设检验所作出的结论有可能是错误的. 这种错误有两类:

(1) 当原假设H_0为真, 观察值却落入拒绝域, 而作出了拒绝H_0的判断, 称做**第一类错误**, 又叫**弃真错误**, 这类错误是“以真为假”. 犯第一类错误的概率是

$$E_\theta(\delta(X)) = P_\theta\{X \in W\} \quad \theta \in \Theta_0$$

(2) 当原假设H_0不真, 而观察值却落入接受域, 而作出了接受H_0的判断, 称做**第二类错误**, 又叫**取伪错误**, 这类错误是“以假为真”.

犯第二类错误的概率记为

$$E_\theta(1-\delta(X)) = P_\theta\{X \notin W\} \quad \theta \in \Theta_1$$

当样本容量 n 一定时, 若减少犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率往往增大.

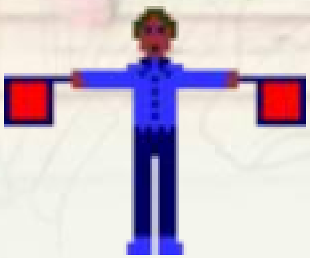
若要使犯两类错误的概率都减小, 除非增加样本容量.

3. 显著性检验

只对犯第一类错误的概率加以控制, 而不考虑犯第二类错误的概率的检验, 称为**显著性检验**.

4. 双侧备选假设与双侧假设检验

在例2中,采用 $H_0: \mu = \mu_0$ 和 $H_1: \mu \neq \mu_0$, 备选假设 H_1表示 μ可能大于μ_0, 也可能小于 μ_0, 称为双边备选假设, 形如 $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0$ 的假设检验称为双边假设检验.

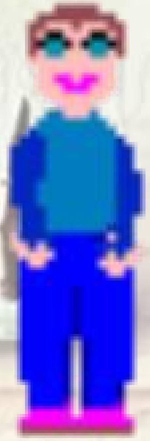


5. 右边检验与左边检验

形如 $H_0: \mu \le \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$ 的假设检验称为右边检验.

形如 $H_0: \mu \ge \mu_0$, $H_1: \mu < \mu_0$ 的假设检验称为左边检验.

右边检验与左边检验统称为单侧检验.



例3(p122例4.3) 某厂有一批产品，共有10000件，需检验合格才能出厂. 按国家标准，次品率不得超过1%. 今在其中随机地抽取100件，发现其中有4件次品，若选择

$$H_0: p \le 0.01, \leftrightarrow H_1: p > 0.01$$

采用检验

$$\delta_1(x)=\begin{cases}1, & x\in W_1\\ 0, & x\notin W_1\end{cases},\quad \delta_2(x)=\begin{cases}1, & x\in W_2\\ 0, & x\notin W_2\end{cases},$$

其中$W_1=\{x:T(x)>1\}, W_2=\{x:T(x)>2\}, T(x)$表示100个样本中次品的个数, 试求这些检验的两类错误.

解 $E_p(\delta_1(X)) = P_p\{X \in W_1\} = P_p\{T(X) > 1\}$

$$= 1-(1-p)^{100} - 100p(1-p)^{99},\ p \le 0.01$$

$$E_p(1-\delta_1(X)) = P_p\{X \notin W_1\} = P_p\{T(X) \le 1\}$$

$$= (1-p)^{100} + 100p(1-p)^{99},\ p > 0.01$$

$$\frac{d}{dp}E_p(\delta_1(X)) = \frac{d}{dp}\left(1-(1-p)^{100} - 100p(1-p)^{99}\right)$$

$$= 100\times 99p(1-p)^{98} > 0$$

$$\frac{d}{dp}E_p(1-\delta_1(X)) = -100\times 99p(1-p)^{98} < 0$$

$$\max E_p(\delta_1(X)) = E_{p=0.01}(\delta_1(X)) = \mathbf{0.264}$$

$$\max E_p(1-\delta_1(X)) = E_{p=0.01}(1-\delta_1(X)) = \mathbf{1-0.264} = 0.736.$$

$$E_p(\delta_2(X)) = P_p\{X \in W_2\} = P_p\{T(X) > 2\}$$

$$= 1 - (1-p)^{100} - 100p(1-p)^{99} - \frac{100 \cdot 99}{2} p^2 (1-p)^{98}, p \le 0.01$$

$$E_p(1-\delta_2(X)) = P_p\{X \notin W_2\} = P_p\{T(X) \le 2\}$$

$$= (1-p)^{100} - 100p(1-p)^{99} - \frac{100 \cdot 99}{2} p^2 (1-p)^{98}, p > 0.01$$

$$\max E_p(\delta_2(X)) = E_{p=0.01}(\delta_2(X)) = \mathbf{0.079}$$

$$\max E_p(1-\delta_2(X)) = E_{p=0.01}(1-\delta_2(X)) = \mathbf{1-0.079} = 0.921.$$

例3中检验的错误最值

检验	第一类错误最大值	第二类错误最大值
δ1	0.264	0.736
δ2	0.079	0.921

注 当样本容量 n 一定时, 若减少犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率往往增大.在保护零假设的条件下,**Neyman-Pearson**提出如下规则:对于给定的一个小正数α,

$$\sup_{\theta\in\Theta_0} E(\delta(X)) = \sup_{\theta\in\Theta_0} P\{X\in W\} \le \alpha$$

若一个检验满足此条件,称此检验为显著性水平为α的检验.

定义4. 1 若$\delta_1(x)$和$\delta_2(x)$是检验问题

$$H_0:\ \theta\in\Theta_0 \leftrightarrow H_1:\ \theta\in\Theta_1.$$

的显著性水平为α的两个检验,若

$$E_\theta(\delta_1(X))\ge E_\theta(\delta_2(x)),\quad \theta\in\Theta_1$$

$$\Rightarrow\quad E_\theta(1-\delta_1(X))\le E_\theta(1-\delta_2(x)),\quad \theta\in\Theta_1$$

对一切$\theta\in\Theta_1$成立,则称检验$\delta_1(x)$一致的优于$\delta_2(x)$.

此定义表明在限制第一类错误的基础上,第二类错误越小检验越优.此定义可以推广至多个检验比较.

四、势函数与无偏检验

1. 势函数的定义

定义4.2 对于检验$\delta(x)$,可以定义一个函数

$$\beta(\theta) = E_\theta(\delta(X)) = P\{X \in W\}$$

称$\beta(\theta)$为这个检验的势函数(*power function*).又称为功率函数.

注 当$\theta \in \Theta_0$时,$\beta(\theta)$为犯第一类错误的概率,此时$\beta(\theta)$越小越好.

当$\theta \in \Theta_1$时,$1-\beta(\theta)$为犯第二类错误的概率,$\beta(\theta)$越大越好.

2. 无偏检验

定义 对于检验$\delta(\boldsymbol{x})$,如果弃真错误概率$\beta(\theta_0)(\theta_0\in\Theta_0)$与正确决策概率$\beta(\theta_1)(\theta_1\in\Theta_1)$之间满足

$$\beta(\theta_1)\geq\beta(\theta_0)$$

则称水平为α的检验为无偏检验.

上述条件的假设是势函数β为连续函数,

此时，$\boldsymbol{\beta(\theta)}$在$\boldsymbol{\Theta_0}$上越小越好，在$\boldsymbol{\Theta_1}$上越大越好。

3. 一致最优势检验

定义4. 3 如果存在检验$\delta_0(x)$,对于任何水平小于等于α的检验δ,均有

$$E_\theta(\delta_0(X)) \geq E_\theta(\delta(X)), \quad \theta \in \Theta_1$$

成立, 则称检验δ_0是水平为α的一致最优势检验.

例4(p124例4.4) 设总体X服从$N(\mu,\sigma_0^2)$分布,σ_0^2已知, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自X的样本,试求检验问题$H_0: \mu=\mu_0 \leftrightarrow H_1: \mu\neq\mu_0$的势函数.

解 由例2可知,该检验的拒绝域为

$$W=\left\{x:\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma_0/\sqrt{n}}\geq u_{\alpha/2}\right\}$$

则其势函数为

$$\beta(\mu)=P_{\mu}\left\{\frac{|\bar{X}-\mu_0|}{\sigma_0/\sqrt{n}}\geq u_{\alpha/2}\right\}$$

$$=P_{\mu}\left\{\bar{X}\geq\mu_0+u_{\alpha/2}\sigma_0/\sqrt{n}\right\}+P_{\mu}\left\{\bar{X}\leq\mu_0-u_{\alpha/2}\sigma_0/\sqrt{n}\right\}$$

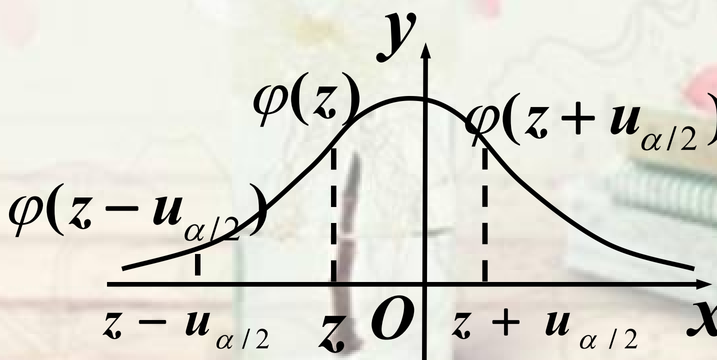
$$=P_{\mu}\left\{\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}\geq\frac{\mu_0-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}+u_{\alpha/2}\right\}+P_{\mu}\left\{\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}\leq\frac{\mu_0-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}-u_{\alpha/2}\right\}$$

$$=1-\Phi\left(\frac{\mu_0-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}+u_{\alpha/2}\right)+\Phi\left(\frac{\mu_0-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}-u_{\alpha/2}\right)$$

$$\beta'(\mu)=\frac{1}{\sigma_0/\sqrt{n}}\left[\varphi\left(\frac{\mu_0-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}+u_{\alpha/2}\right)-\varphi\left(\frac{\mu_0-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}-u_{\alpha/2}\right)\right]$$

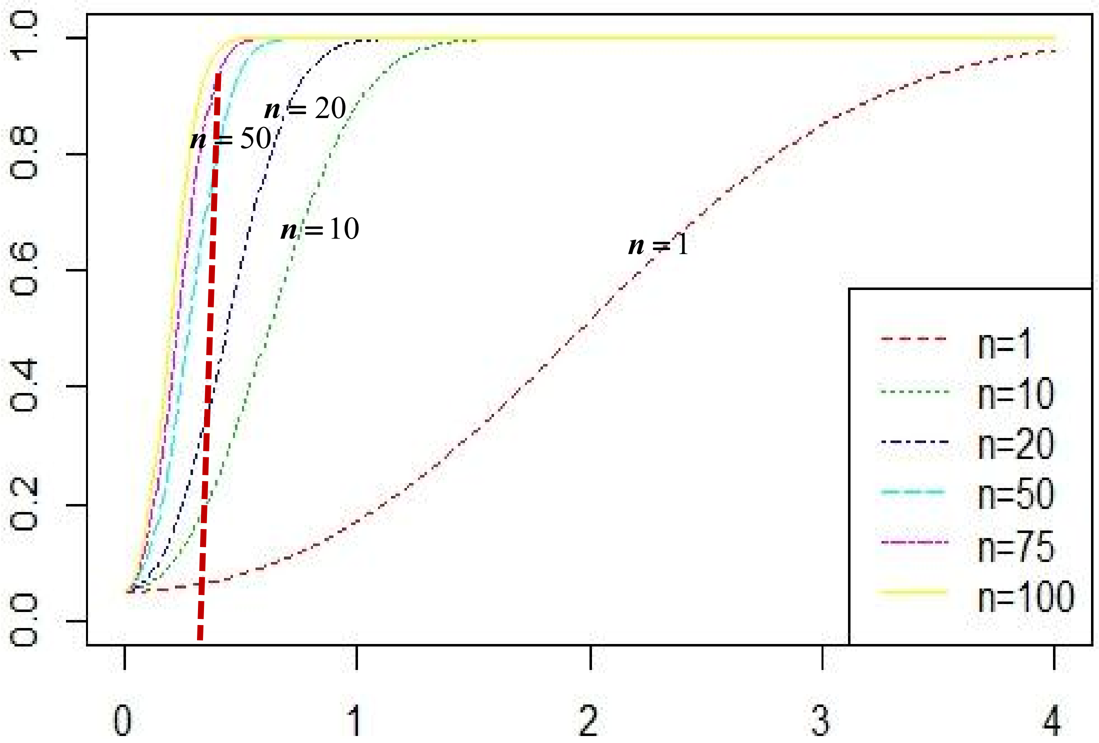
令$\frac{\mu_0-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}$中$\mu_0=0$,考虑$\mu>0$的情形。

此时再令$z=\frac{-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}$，则 $z<0$,



$$\varphi(z+u_{\alpha/2})>\varphi(z-u_{\alpha/2})$$

显然,势函数$\beta(\mu)$当$\mu>0$时关于μ连续、单调增函数.



p124图4.1

随着n的增加，$\beta(\mu)$变化率更大，因而样本容量越大，势函数越陡，对应的检验越好.

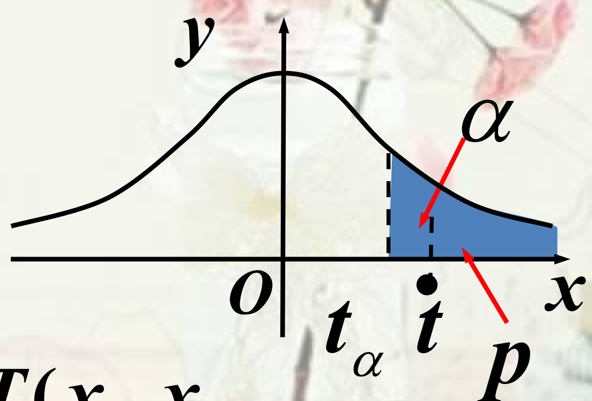
4. 尾概率

定义 对于一个真实水平为α的检验$\delta(\boldsymbol{x})$,

假设检验问题为$H_0: \theta \in \Theta_0 \leftrightarrow H_1: \theta \in \Theta_1$.

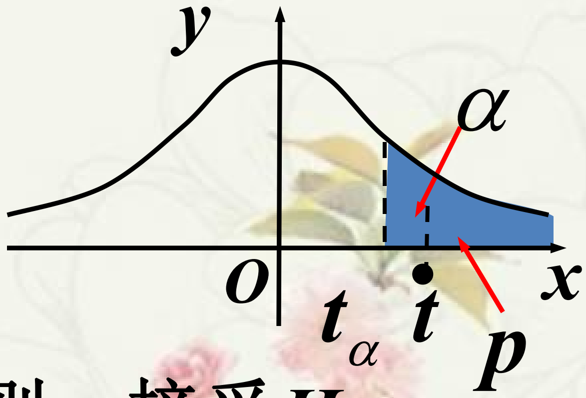
W=$\{T \geq t_\alpha\}$, $\Theta_0 = \{\theta_0\}$,则

$$P_{\theta_0}\{T \geq t_\alpha\} = \alpha$$



假定在得到样本观测值后，得到$T(x_1, x_2, \cdots, x_n) = t$,计算$p = P_{\theta_0}\{T \geq t\}$,则称此概率为尾概率或p值.

$$p = P_{\theta_0}\{T \ge t\} \qquad P_{\theta_0}\{T \ge t_\alpha\} = \alpha$$



注　(1) 当 $p < \alpha$ 时，拒绝原假设，否则，接受 H_0.

(2) p 是关于数据的概率，它是当原假设正确时，是利用目前得到的样本值算出来的犯第一类错误的真实概率。p 值越小，拒绝原假设的理由就越充分。

(3) 通常的统计软件中都是利用 p 值来检验的，一般默认 $p < 0.05$，即默认显著性水平是 $\alpha = 0.05$.

例5　一种灌装饮料采用自动生产线生产，每罐的容量是255毫升，标准差是5毫升。为检验每罐容量是否符合要求，质检人员在某天生产的饮料中随机抽取40罐进行检验，测得每罐平均容量为255.8毫升。取显著性水平α=0.05，检验该天生产的饮料容量是否符合标准要求。

解　根据题意，原假设和备择假设为

$$H_0: \mu = 255; \quad H_1: \mu \neq 255$$

利用统计量进行检验，

$$u = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{255.5 - 255}{5/\sqrt{40}} = 1.01.$$

对α=0.05, 查表得$u_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$, $|u|=1.01<1.96$

接受H_0.

利用p值进行检验,

$$P\{|U|>1.01\}=2-2\Phi(1.01)=2-2\times0.8438=0.3124.$$

利用Excel中的[NORMSDIST]函数，得到p值p=0.3124.

由于p=0.3124>α=0.05，故接受H_0.

一般检验方法和p值检验区别

$$P\left\{\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \geq u_{\alpha/2} = 1.96\right\} = 0.05$$

$$P\{|U| > 1.01\} = 2 - 2\Phi(1.01) = 2 - 2\times 0.8438 = 0.3124.$$

p值检验不需要知道$u_{\alpha/2} = 1.65.$

注：在 p- 值检验法中 ， p-值本质上是在拒绝 H 0 时犯弃真错误的概率. 事实上 ， 在利用 p- 值法时, 对于任何大于等于 p 的显著性水平 α, 均可以拒绝 H0 . 在临界值法中， 若拒绝了 H0 , 则只知道犯弃真错误的概率不超过 α, 但确切的犯弃真错误概率并不知道 . 因此， p- 值法的结论更加准确。

五、小结

假设检验的一般步骤：

1. 根据实际问题的要求，提出原假设 H_0 及备择假设 H_1；

2. 选择适当的检验统计量，在H_0成立的条件下，确定它的概率分布；

3. 给定显著性水平 α，确定拒绝域W；

4. 根据样本观察值计算统计量的值；

5. 根据统计量值是否落入拒绝域W_1中，作出拒绝或者接受H_0的判断.

Thank You!