Introduzione al Machine Learning: Tipologie di apprendimento

Vincenzo Bonifaci

Piano delle lezioni

1. Tipologie di apprendimento; demo
2. Rischio atteso ed empirico; libreria NumPy
3. Metodi di ottimizzazione; es. NumPy
4. Regressione lineare e varianti; es. NumPy/SciKit-Learn
5. Classificazione Nearest Neighbor; es. NumPy
6. Regressione logistica; es. NumPy
7. Modelli generativi; es. NumPy
8. Validazione e test

Assignment caricati su Teams dopo ogni lezione
(scadenza ultima: 18 settembre 2022)

Definizione di Machine Learning

Arthur Samuel, 1959

L'*apprendimento automatico* (o *machine learning*) è il campo di studi volto a fornire ai calcolatori l'abilità di apprendere [un compito] senza essere stati esplicitamente programmati [per quel compito].

Tom Mitchell, 1997

Un algoritmo *apprende* dall'esperienza E rispetto ad una classe di compiti T ed una misura di performance P se la sua performance sui compiti in T, così come misurata da P, migliora con l'esperienza E.

Machine learning vs. problemi computazionali classici

Esempio di problema computazionale "classico"

Input: un numero intero n
Output: la sua scomposizione in fattori primi

Relazione di input-output specificata in modo formale, matematico

Esempio di problema di machine learning

Input: foto di un animale
Output: nome dell'animale

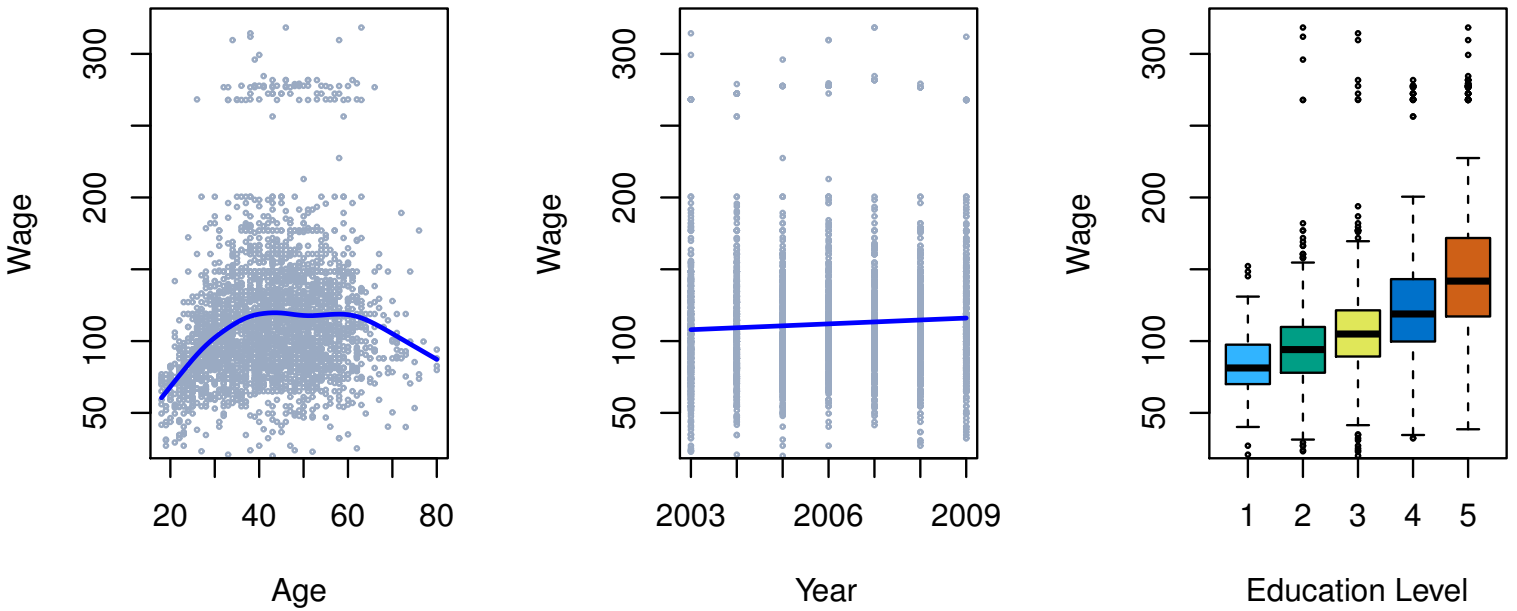
Relazione di input-output specificata tramite esempi
(ingresso, uscita)

Problemi di apprendimento automatico: esempi

- Determinare la relazione tra salario e titolo di studio
- Identificare messaggi email indesiderati (*spam*)
- Identificare le cifre di un codice di avviamento postale scritto a mano
- Identificare transazioni bancarie fraudolente
- Raggruppare articoli di giornale in base all'argomento
- Raggruppare colture cellulari in base alla tipologia di cancro

Predizione del salario

Input: età, anno di calendario, e titolo di studio di un lavoratore
Output: salario del lavoratore



Sondaggio della popolazione maschile della regione centroatlantica degli USA

Identificazione di email spam

Input: testo di un messaggio email
Output: `spam` o `email`

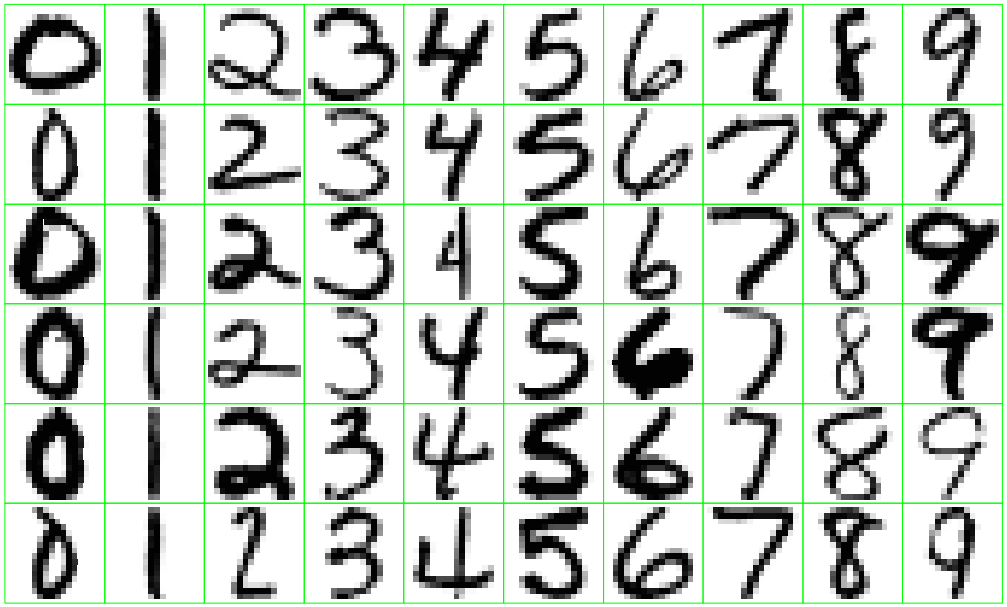
Variabili di input: frequenze relative delle parole e segni di interpunzione più comuni in questi messaggi email

	george	you	hp	free	!	edu	remove
spam	0.00	2.26	0.02	0.52	0.51	0.01	0.28
email	1.27	1.27	0.90	0.07	0.11	0.29	0.01

Percentuale di occorrenze di ciascuna parola nella classe `spam` e nella classe `email`

Riconoscimento di cifre scritte a mano: dataset MNIST

Input: immagine 28×28 pixel a scala di grigi
Output: una cifra da 0 a 9



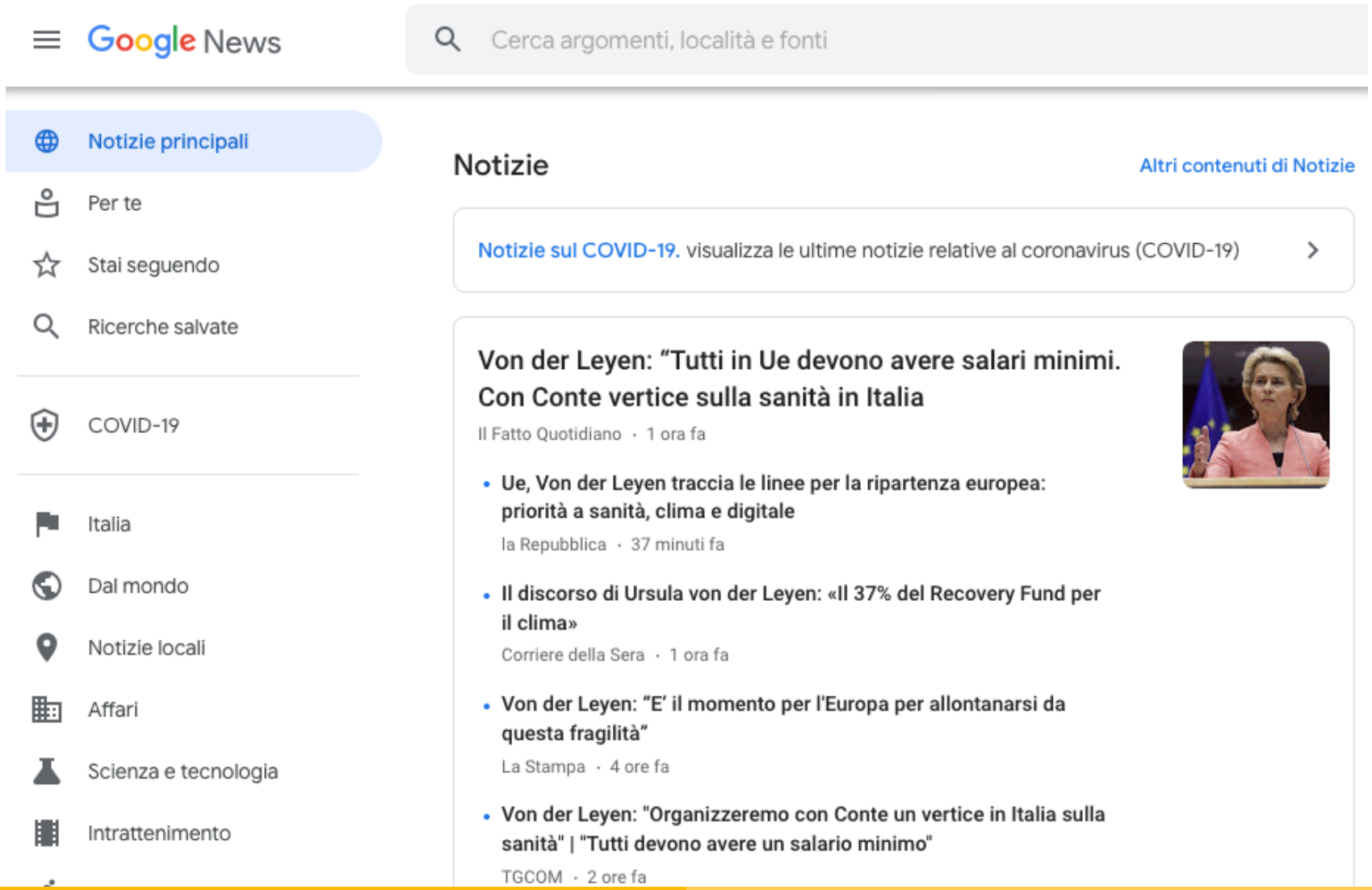
Variabili di input: $28 \times 28 = 784$ interi tra 0 (nero) e 255 (bianco):
i primi 28 interi descrivono la luminosità dei pixel della prima riga,
i secondi 28 quella dei pixel della seconda riga, ecc.

Identificazione di transazioni bancarie fraudolente

Input: dettagli di una transazione su carta di credito (luogo, tipo di beneficiario, importo, POS/ATM, PIN/chip/striscia, ...)
Output: probabilità che la transazione sia fraudolenta

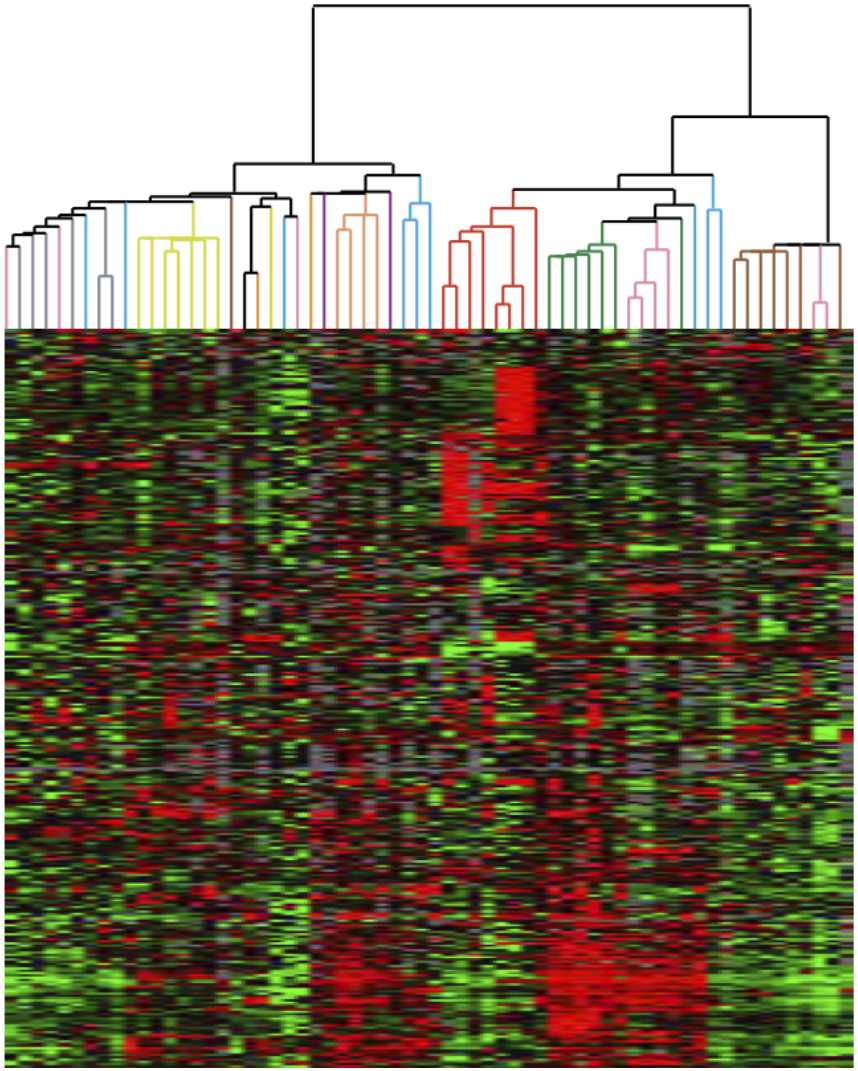
Raggruppamento di articoli di giornale

Input: testi di articoli di giornale
Output: raggruppamento degli articoli per argomento



Raggruppamento di tipologie di cancro

Input: misure di espressione genica di colture cellulari
Output: raggruppamento delle colture per tipologia di cancro



Tipologie di problemi di apprendimento

- Apprendimento supervisionato
  (problemi di predizione)
  - Classificazione
  - Regressione
  - Stima di probabilità
- Apprendimento non supervisionato
  (apprendimento della rappresentazione)
  - Clustering
  - Riduzione della dimensionalità
- Altri tipi di apprendimento
  (es. apprendimento per rinforzo)

Problemi di predizione: input e output

- Spazio degli input $\mathcal{X}$
  Es.: immagini RGB 64 $\times$ 64 rappresentanti animali
- Spazio degli output $\mathcal{Y}$
  Es.: i nomi di 100 specie animali

Osservati un certo numero di esempi $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, cerchiamo una *regola di predizione* (o *ipotesi*, o *modello*)

$$h : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$

Diverse categorie di problemi a seconda del tipo di valori di output: qualitativi (*categorici*), quantitativi (*numerici*), probabilità, ecc.

Output categorico: classificazione

Classificazione binaria

Es.: Identificazione dello spam
$\mathcal{X} = \{$ messaggi email $\}$
$\mathcal{Y} = \{$ `spam`, `email` $\}$

Classificazione multiclasse

Es.: Riconoscimento di cifre scritte a mano
$\mathcal{X} = \{$ immagini 28×28 a scala di grigi $\}$
$\mathcal{Y} = \{$ 0, 1, 2, ..., 9 $\}$

Output numerico: regressione

Regressione

Es.: Predizione del salario in base ad età, anno di interesse, titolo di studio
$\mathcal{X} = [0, 120] \times [1900, 2100] \times$
$\{\textit{elementari}, \textit{medie}, \textit{diploma}, \textit{laurea}, \textit{dottorato}\}$
$\mathcal{Y} = [0, \infty)$

Es.: Stime di una compagnia assicurativa
Qual è l'aspettativa di vita di questa persona?
$\mathcal{Y} = [0, 120]$

Quali variabili predittrici (spazio $\mathcal{X}$) potremmo usare nel secondo caso?

Output numerico: regressione

Regressione

Es.: Predizione del salario in base ad età, anno di interesse, titolo di studio
$\mathcal{X} = [0, 120] \times [1900, 2100] \times$
$\{\textit{elementari}, \textit{medie}, \textit{diploma}, \textit{laurea}, \textit{dottorato}\}$
$\mathcal{Y} = [0, \infty)$

Es.: Stime di una compagnia assicurativa
Qual è l'aspettativa di vita di questa persona?
$\mathcal{Y} = [0, 120]$

Quali variabili predittrici (spazio $\mathcal{X}$) potremmo usare nel secondo caso?

età, sesso, fumatore/non fumatore, pressione sanguigna, livello di colesterolo...

Output probabilità: stima di probabilità

Stima di probabilità

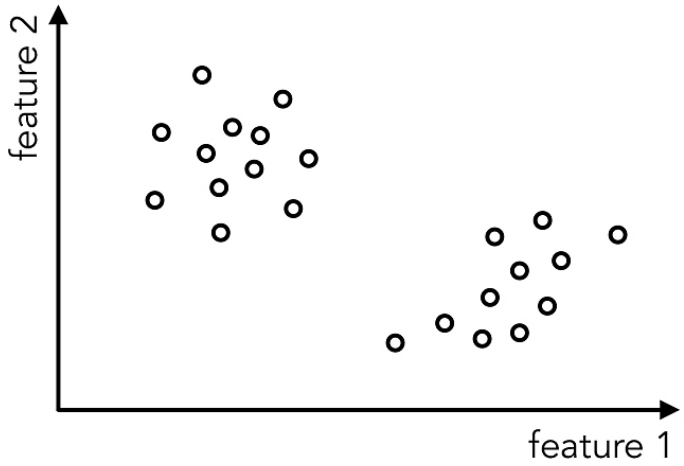
$\mathcal{Y} = [0, 1]$ rappresenta possibili valori di probabilità

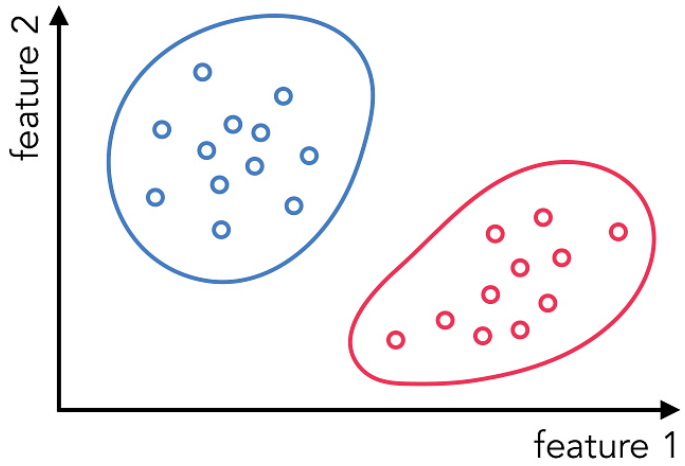
Es.: Transazioni via carta di credito

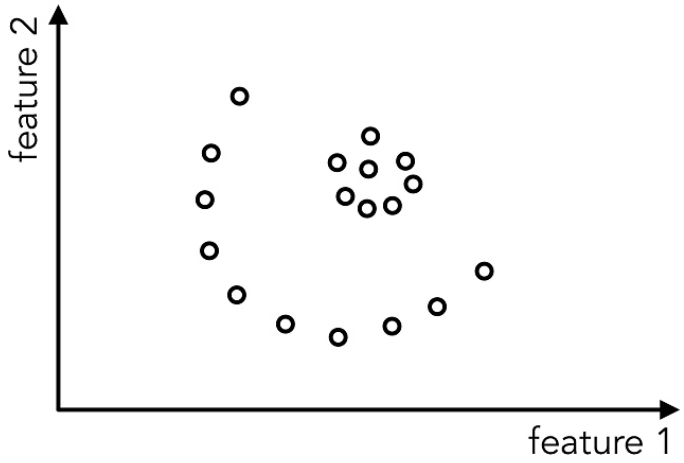
- $x =$ dettagli della transazione
- $y =$ probabilità che la transazione sia fraudolenta

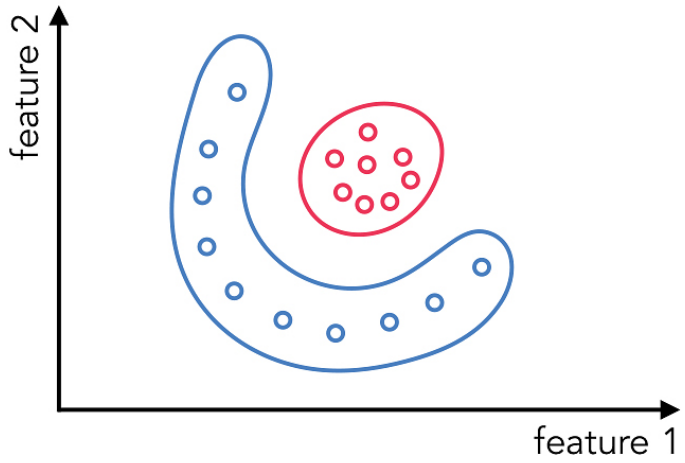
Apprendimento non supervisionato: Clustering

Clustering (raggruppamento): nessuna variabile di uscita!

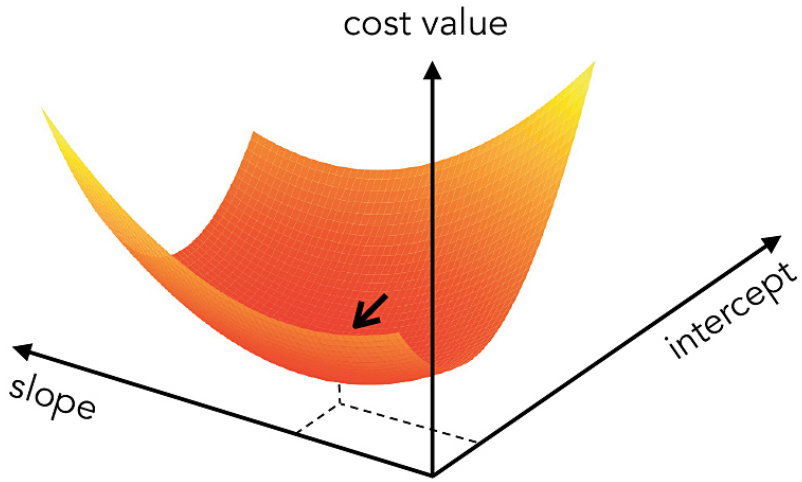


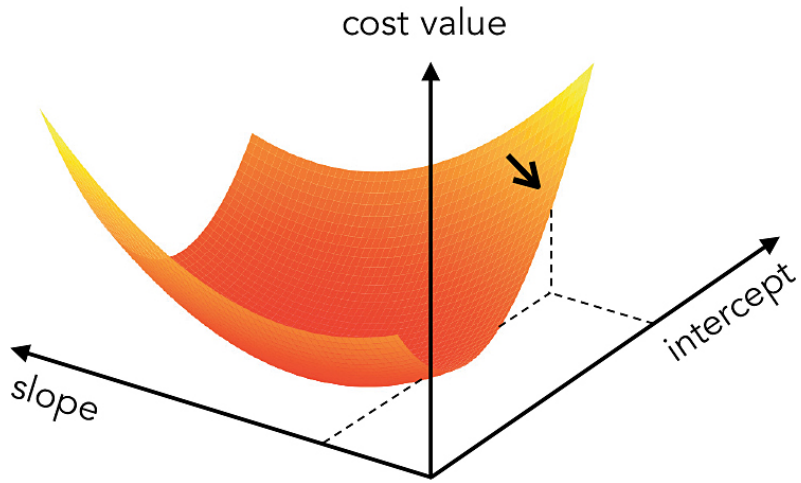


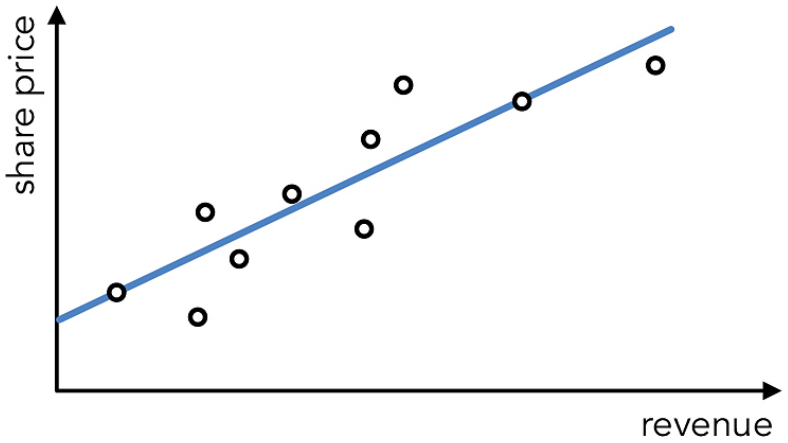


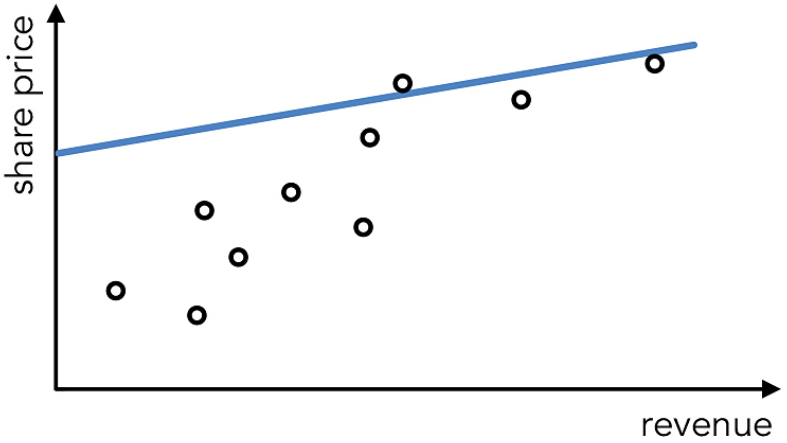


Il ruolo dell'ottimizzazione matematica

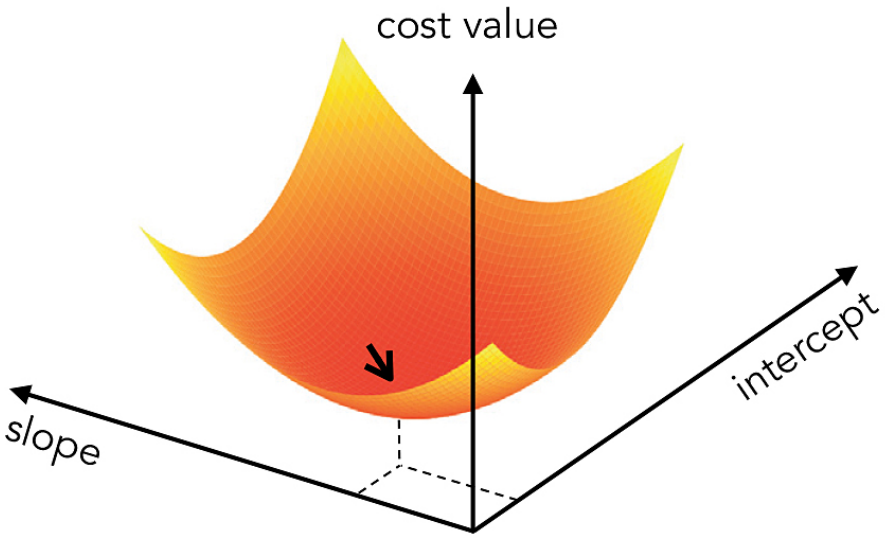


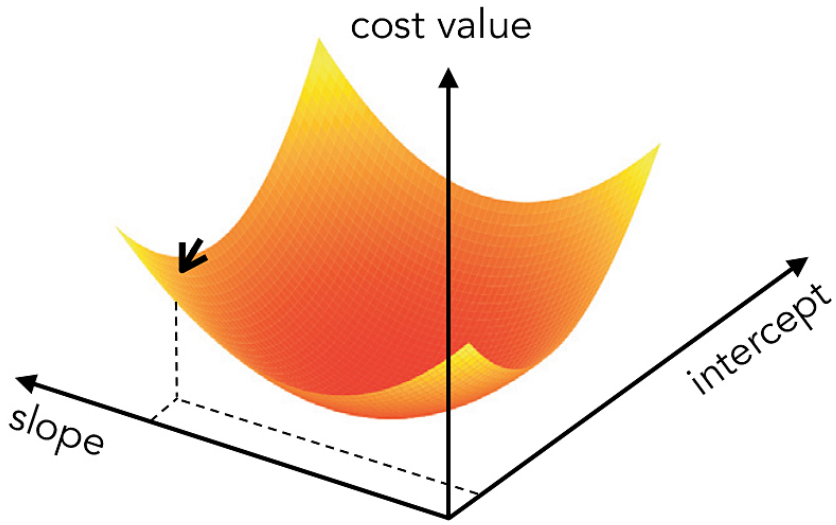


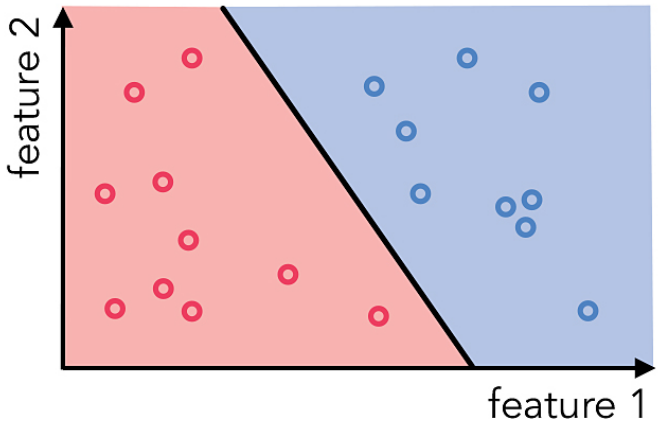


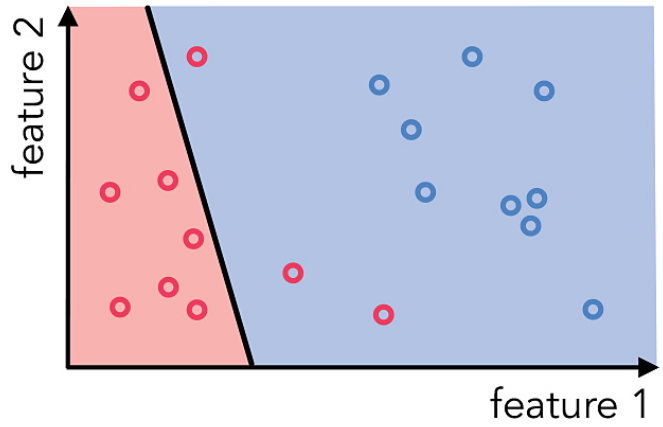


Il ruolo dell'ottimizzazione matematica









Terminologia e notazione

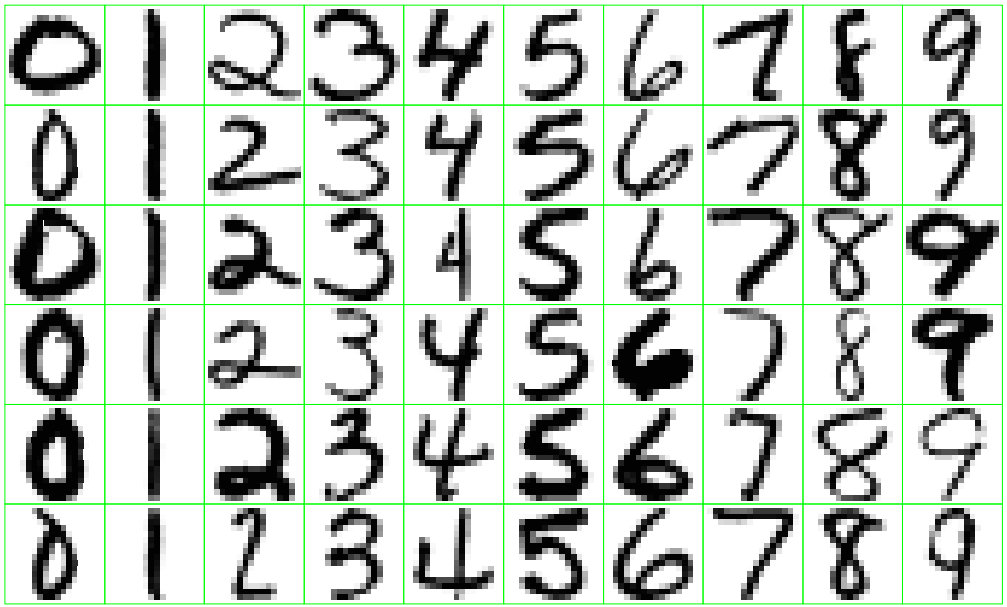
Termine	**Sinonimi**	**Notazione**
esempio	osservazione, punto dati	$(x, y), (x^{(i)}, y^{(i)})$
variabile di input	ingresso, predittore, feature, variabile indipendente	x_k
variabile di output	uscita, responso, etichetta, variabile dipendente	y
dati di apprendimento	campione statistico	S
modello	ipotesi, regola di predizione	h

matrice dei dati: $\left[\begin{array}{ccc|c} x_1^{(1)} & \dots & x_d^{(1)} & y^{(1)} \\ x_1^{(2)} & \dots & x_d^{(2)} & y^{(2)} \\ & \dots & & \\ x_1^{(m)} & \dots & x_d^{(m)} & y^{(m)} \end{array}\right] = [X\ y]$

Esempio: il dataset MNIST

60,000 immagini di esempio ($m = 60000$)

Ogni immagine è un vettore di 784 interi ($d = 784$)



Variabili di input: $28 \times 28 = 784$ interi tra 0 (nero) e 255 (bianco): i primi 28 interi descrivono la luminosità dei pixel della prima riga, i secondi 28 quella dei pixel della seconda riga, ecc.

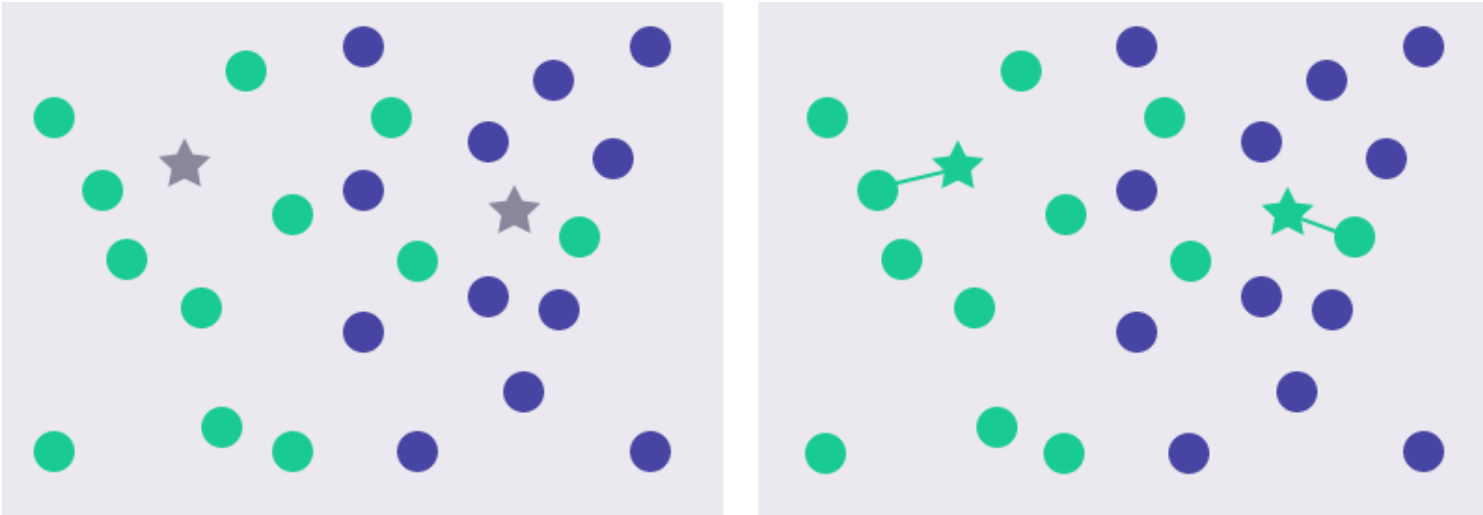
Esempio: il dataset MNIST

$$
\begin{aligned}
x^{(1)} &= [0, 0, 34, 31, 69, \ldots, 0, 0] \\
y^{(1)} &= 9 \\
&\ldots \\
x^{(60000)} &= [97, 25, 120, 101, 97, \ldots, 255, 200] \\
y^{(60000)} &= 5
\end{aligned}
$$

La *distanza euclidea* tra il vettore x e il vettore x' è

$$\|x - x'\| = \sqrt{\sum_{j=1}^{d} (x_j - x'_j)^2}.$$

Un semplice algoritmo di predizione: Nearest Neighbor



Per classificare un nuovo vettore x, cerca il vettore nel dataset più vicino ad x e restituiscine l'etichetta:

- Trova l'indice $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ che minimizza $\|x - x^{(i)}\|$
- Restituisci $y^{(i)}$