Alessandro Michele Berardi 308444

Progetto controllore

$F(s)$: funzione del sistema
$C(s) = \frac{K_C}{s^h} C'(s)$: controllore
h: numero poli nell'origine ($s = 0$) di C da determinare
$K_G = \lim_{s \to 0} \{s^h G(s)\}$: guadagno stazionario di una generica funzione G con h poli nell'origine ($s = 0$) (diverso da h riferito al controllore)
K_C: guadagno stazionario controllore
K_{G_a}: guadagno stazionario d'anello (G_a)
K_F: guadagno stazionario del sistema F
K_r: fattore di scala
$y_{\text{des}} = K_r r(t)$: uscita desiderata

K_C statico errore inseguimento

$W_e(s) = \frac{e(s)}{r(s)} = K_r \frac{1}{1+G_a}$: fdt
$e = y_{\text{des}} - y$: errore di inseguimento
$e_{r,\infty} = \lim_{s \to 0} \{se(s)\}$: errore di inseguimento in regime permanente
NB: in caso di fattore di scalamento $\boxed{\frac{1}{K_r}}$ sul ramo di retroazione bisogna considerare

- $G_a \to G_a/K_r = \frac{C(s)F(s)}{K_r}$
- $K_F \to \frac{K_F}{K_r}$
- $K_{Ga} \to \frac{K_{Ga}}{K_r} = K_C K_F$ con K_F già modificato

Sistema	$\varepsilon(t)$	t	$\frac{t^2}{2}$	K_C
tipo 0	$\frac{K_r}{1+K_{G_a}}$	∞	∞	$\frac{K_r - e_{\max}}{K_F e_{\max}}$
tipo 1	0	$\frac{K_r}{K_{G_a}}$	∞	$\frac{K_r}{K_F e_{\max}}$
tipo 2	0	0	$\frac{K_r}{K_{G_a}}$	$\frac{K_r}{K_F e_{\max}}$

NB: se $|e_{\max}| \leq x$ si calcolino i valori delle tabelle usando il modulo ($|e_{r,\infty}| = |...|$) e si ottiene $|Kc| \geq$ |formula tabella|
NB: il tipo di sistema è dettato dal numero di poli nell'origine della funzione $F(s)$
Nel caso ci siano dei disturbi, allora l'errore totale in inseguimento a r.p. vale $e_\infty = e_{r,\infty} - \sum_i y_{d_i,\infty}$

Errore inseguimento sinusoide

Dato un riferimento sinousidale $r(t) = \sin(w_0 t)$, l'errore di inseguimento sarà
$e_{\text{ref}} = |S(jw_0)|_{\text{unità nat.}}$
con $S(jw) = \frac{1}{1+G_a(jw)}$ la *funzione di sensibilità*

K_C statico disturbi polinomiali

Si consideri per ogni i-esimo disturbo d_i di valutare il suo effetto a regime permanente ponendo $y_{\text{des}} = 0$
$W_{di} = \frac{y(s)}{d_i(s)}$: fdt
$y_{d,\infty} = \lim_{s \to 0} \{sW_{di} d_i\}$: effetto del disturbo d_i in regime permanente

- **disturbo sull'uscita**
  $W_{di} = \frac{1}{1+G_a}$
- **disturbo sulla retroazione**
  $W_{di} = -\frac{1}{1+G_a}$
- **disturbo sul ramo diretto**
  $W_{di} = \frac{G_2}{1+G_1 G_2} = \frac{G_2}{1+G_a}$
  In caso di fattore di scalamento $\boxed{\frac{1}{K_r}}$ sul ramo di retroazione, porre
  - $G_1 \to \frac{G_1}{Kr}$
  - $K_{G_1} \to \frac{K_{G_1}}{Kr}$

NB: se $|y_{d_i,\max}| \leq x$ si calcolino i valori delle tabelle usando il modulo ($|e_{r,\infty}| = |...|$) e si ottiene $|Kc| \geq$ |formula tabella|
NB: G_1 tutto ciò che **precede** il disturbo, G_2 tutto ciò che **succede** al disturbo

G_a	D_{dy}	$\alpha_{dy} t$	$\frac{t^2}{2}$	K_C
tipo 0	$\frac{D_y}{1+K_{G_a}}$	∞	–	$\frac{D_y - y_{d,\max}}{K_F y_{d,\max}}$
tipo 1	0	$\frac{\alpha_{dy}}{K_{G_a}}$	–	$\frac{\alpha_{dy}}{y_{d,\max} K_F}$
tipo 2	0	0	–	–

G_1	G_2	$D = D_u$	K_c
tipo 0	tipo 0	$\frac{K_{G_2} D_u}{1+K_{G_1} K_{G_2}}$	$\frac{K_{G_1} K_{G_2} D_u - y_{d,\max}}{K_{G_1} K_{G_2} y_{d,\max}}$
tipo 0	tipo ≥ 1	$\frac{D_u}{K_{G_1}}$	$\frac{D_u}{y_{di,\max} K_{G_1}}$
tipo ≥ 1	$\forall$tipo	0	–

G_1	G_2	$D = \alpha_u t$	K_c
tipo 0	tipo 0	∞	–
tipo 1	$\forall$tipo	$\frac{\alpha_u}{K_{G_1}}$	$\frac{\alpha_u}{y_{d,\max} K_{G_1}}$
tipo ≥ 2	$\forall$tipo	0	–

Segno K_C

- sia data la funzione ad anello aperto $G_a = K_C G_{a,f}$
- si valuta il *diagramma di Nyquist* di $G_{a,f}$
- si consideri il punto critico come il punto nel piano complesso $(-\frac{1}{K_C}, 0)$
- si valutano le regioni lungo l'asse reale tale per cui è verificata l'asintotica stabilità

asintotica stabilità $\Leftrightarrow N = -n_{i,a}$ con

- N = somma delle rotazioni orarie (+) e antiorarie (-) attorno al punto critico
- $n_{i,a}$ = numero di poli instabili ad anello aperto

NB: la rotazione di raggio infinito è SEMPRE oraria (+)
Stabilità regolare e quindi $K_C > 0$ se $G_{a,f}(s)$ soddisfa:

- guadagno positivo
- tutti i zeri e poli sono stabili
- una sola pulsazione w_c per cui il modulo è unitario (0 dB)
- una sola pulsazione per cui la fase è -180°

Specifiche dinamiche

$\boxed{w_{c_{\text{des}}}}$	$\boxed{m_{\phi,\min}}$
$0.63 \cdot w_B$	$60 - 5M_{r,\max}\|_{dB}$
$\frac{0.63 \cdot 3}{t_s}$	$60 - 5(\overbrace{20\log_{10}(\frac{1+\hat{s}}{0.9})}^{M_r\|_{dB}})$
$1.5 \cdot w_m$	–

La funzione d'anello che contiene il controllore $C(s) = \frac{K_r}{s^h} C'(s)$ deve soddisfare le specifiche $\boxed{\text{boxed}}$
Fasi della 'tecnica per tentativi':

- rispettare le specifiche dinamiche in un primo momento per *anello aperto*
- rispettare le specifiche dinamiche in un secondo momento per *naello chiuso*

Prima di implementare le reti:

- phaseRec = $|\arg(G_a(jw_{c_{\text{des}}}))| - 180 + m_{\phi_{\min}}$: fase da recuperare
- gainRec = $20\log_{10}(|G_a(jw_{c_{\text{des}}})|$

Le reti compensative devono:

- porre massimo $\pm|1dB|$ il modulo nel punto $w_{c_{\text{des}}}$ della funzione d'anello prima di chiuderlo
- recuperare la fase richiesta

Rete derivativa/anticipatrice

$R_d(s) = \frac{1+\tau_d s}{1+\frac{\tau_d}{m_d} s} \quad \tau_d > 0, m_d > 1$

introduce un aumento di fase tra lo zero e il polo
NB: M_d non più di 16, piuttosto uso più reti se devo recuperare tanta fase
Se voglio che in $w_{c_{\text{des}}}$ si abbia m_d devo impostare una τ_d tale che $w_{c_{\text{des}}} \cdot \tau_d = x_d$ scegliendo la coppia di valori $\{m_d, x_d\}$ NB: se ho fase da recupare molto alta ($> 60°$) allora dovrò implementare una n-tupla ($n \geq 2$) di reti tale che *minimizzi* il prodotto $m_{d_1} \cdot m_{d_2} \cdot \ldots \cdot m_{d_n}$
Infine si calcola

Rete integrativa/attenuatrice

$R_i(s) = \frac{1+\frac{\tau_i}{m_i} s}{1+\tau_i s} \quad \tau_i > 0, m_i > 1$

Devo attenuare modulo dopo l'uso di reti derivatrici. Si sceglie una coppia $\{m_i, x_i\}$ per cui

- m_i = modulo in unità naturali della fase guadagnata con le reti derivatrici
- si costruisce il bode della rete naturalizzata ($\tau_i = 1$)
- x_i il più piccolo possibile dopo la stabilizzazione della curva del modulo
- calcolo $\tau_i = \frac{x_i}{w_{c_{\text{des}}}}$

Zero reale negativo

Nel caso di un C che ha dovuto introdurre un polo in zero ($h = 1$) posso recuperare fase usando uno zero piuttosto che reti derivative
$R_z = 1 + \tau_z s$
Attraverso il bode di $1 + s$ è possibile vedere il diagramma su cui scegliere x_z.
$\tau_z = \frac{x_z}{w_{c_{\text{des}}}}$

Chiusura anello

Si chiude l'anello con la seguente fdt
$W = \frac{C(s) \cdot F(s)}{1 + C(s)F(s) \cdot \text{blocco retr.}}$
In seguito la lista di come si verificano le effettive specifiche:

- **banda passante**: bode di W e si vede dove cadono i -3dB
- **picco di risonanza**: massimo valore del bode di W
- **tempo di salita massimo**: step response di W e si vede la prima volta che raggiunge il valore di r.p.
- **sovraelongazione massima**: peak response nel grafico step response di W
- **modulo della funzione di sensibilità**:
  $|S(jw)| < 1 \quad \forall w < w_m$ per cui bisogna fare il bode
- **valore massimo di comando dato un riferimento (catena chiusa)**:
  - se $C(s)$ **non ha** poli in 0: *teorema del valore iniziale*
    $u(0) = Kc \cdot \frac{\prod_j m_{d_j}}{\prod_k m_{i_k}}$
  - se $C(s)$ **ha** poli in 0: si studia la risposta di
    $W_u = \frac{u(s)}{r(s)} = \frac{C}{1 + G_a}$
    accorciando il più possibile il grafico della risposta (che dipende da $r(s)$) (si inserisce un tempo 'limite' come 2° argomento)
- **valore massimo di comando (catena aperta)**: si studia la risposta di C
- **incremento comando con disturbo sinousidale**: dato $d = A\sin(w_0 t)$ allora
  $u_{d,\infty} = A \cdot |W_{u,d}(jw_0)|$ con
  - $W_{u,d} = \frac{u(s)}{d(s)}|_{r(s)=0}$ (ovvero ponendo nullo il riferimento)
  - $d(s)$ il disturbo sinousidale

Accorgimenti

Tips

1. se si inserisce un polo nell'origine aggiungere uno zero al posto di una attenuatrice *aiuta*
2. picco risonanza eccessivo $\Rightarrow$ recuperare più fase, aumentare K_c, ridurre attuenuazione
3. banda passante errata $\Rightarrow$ provare a spostare w_b sull'estremo di tolleranza. Se ciò non basta, in aggiunta cambiare il fattore k
4. sovraelongazione alta $\Rightarrow$ aumentare recupero di fase
5. tempo salita errato $\Rightarrow$
   - aumentare w_c significa aumentare la velocità di salita
   - diminuire w_c significa diminuire la velocità di salita
6. attività sul comando alta $\Rightarrow$ inserire una rete attenuatrice o ridurre laddove possibile m_d

Discretizzazione

Calcolo del valore $T = \frac{2\pi}{\alpha w_B}$:

- banda passante w_B con bode di W fino ad ora
- si pone $\alpha = 20$ se T non viene troppo piccolo

Calcolo $G_{a,\text{zoh}} = \frac{G_a}{1 + \frac{T}{2}s}$ e poi si studiano i margini
Se m_ϕ è insufficente:

- riduco T laddove è possibile
- se ancora insuff., devo recuperare altra fase in $C(s)$

Controllo prestazioni in tempo discreto:

- $W(z) = \frac{C(z)F(z)}{1 + C(z)F(z)}$
- step response di $W(z)$
- bode di $W(z)$ da cui si può guardare picco di risonanza e banda passante

Controllore PID

- se il sistema ha **margine di guadagno finito** è possibile utilizzare un *metodo ad anello chiuso*
- se il sistema è:
  - stabile
  - presenta una risposta al gradino simile a quella di un **sistema 1° ordine**

  è possibile utilizzare un *metodo ad anello aperto*

Fine progetto PID

Dopo aver calcolato i parametri K_p, T_I, T_D, il controllore sarà della forma
$R_{\text{PID}} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s}\right)$
I valori normali di N sono $N \in [5, 20]$
Il polo $\boxed{p_d = -\frac{N}{T_D}}$ del derivatore deve essere centrato in modo tale che si *molto più grande* di $w_{c_{\text{des}}}$. Quindi
$\boxed{w_{c_{\text{des}}} << -\frac{N}{T_D} + 1}$ [decade]

Metodi ad anello chiuso

Si calcolano i parametri $\overline{K_p}, \overline{T}$ facendo margine della funzione del sistema $G(s)$:

- $\overline{K_p}$: margine di guadagno in unità nat.
- $\overline{T} = \frac{2\pi}{w_{\text{gain}}}$ con w_{gain} la fase $[\frac{\text{rad}}{s}]$ in cui si ottiene $\overline{K_p}$

L'obiettivo è ottenere i parametri seguenti K_p, T_I, T_D:
metodo di Ziegler-Nichols in anello chiuso

	K_p	T_I	T_D
P	$0.5\overline{K_p}$	–	–
PI	$0.45\overline{K_p}$	$0.8\overline{T}$	–
PID	$0.6\overline{K_p}$	$0.5\overline{T}$	$0.125\overline{T}$

metodo con imposizione del margine fase

K_p	$\overline{K_p} \cdot \cos(m_\phi\|_{\text{rad}})$
T_I	$\frac{\overline{T}}{\pi} \cdot \frac{1+\sin(m_\phi\|_{\text{rad}})}{\cos(m_\phi\|_{\text{rad}})}$
T_D	$\frac{T_I}{4}$

NB: $m_\phi|_{\text{rad}} = \frac{m_\phi|_{\text{deg}}}{180} \cdot \pi$

Metodi ad anello aperto

Dapprima si verificano le condizioni del sistema G:

- se è stabile
- se la step response è simile a 1° ordine

Dobbiamo calcolarci i parametri iniziali K_C, τ_F, θ_F K_C: valore a regime ottenuto nella step response
t_x: tempo nel quale la risposta raggiunge il 63% di K_C sapendo che $t_x = \tau_F + \theta_F$ con θ_F il gap tra $t = 0$ e l'inizio del grafico (detto anche ritardo) $\rightarrow$ si guardi il punto di massima tangenza di step quando tocca l'asse x
L'obiettivo è ottenere i parametri seguenti K_p, T_I, T_D:
metodo di Cohen-Coon

	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{3\tau_F + \theta_F}{3K_F\theta_F}$	–	–
PI	$\frac{10.8\tau_F + \theta_F}{12K_F\theta_F}$	$\theta_F \cdot \frac{30\tau_F + 3\theta_F}{9\tau_F + 20\theta_F}$	–
PID	$\frac{16\tau_F + 3\theta_F}{12K_F\theta_F}$	$\theta_F \cdot \frac{32\tau_F + 6\theta_F}{13\tau_F + 8\theta_F}$	$\frac{4\tau_F\theta_F}{11\tau_F + 2\theta_F}$

metodo di Ziegler-Nichols in anello aperto

	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{\tau_F}{K_F\theta_F}$	–	–
PI	$\frac{0.9\tau_F}{K_F\theta_F}$	$3\theta_F$	–
PID	$\frac{1.2\tau_F}{K_F\theta_F}$	$2\theta_F$	$0.5\theta_F$