

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PERUGIA
Dipartimento di Matematica e Informatica

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA



Simulazione parrucchiere unisex

Studenti:

Professore:

Prof. Sergio Tasso

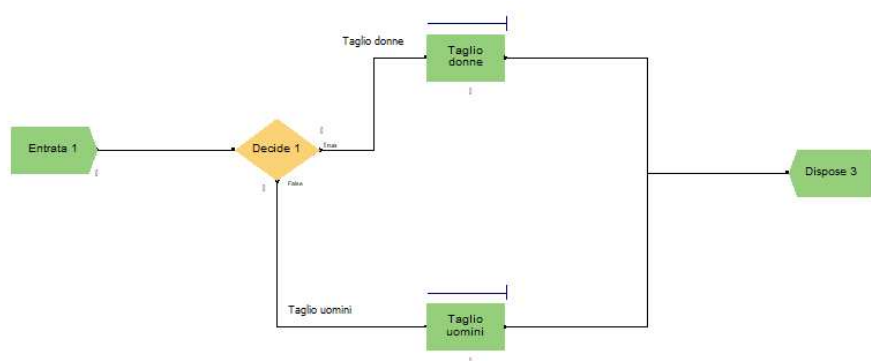
Anno Accademico 2020–2021

Consegna

Il responsabile di un salone di Parrucchieri Unisex ha problemi a determinare il numero di dipendenti da attivare, considerando la turnistica e l'afflusso settimanale. Decidete quindi di simulare il modello di sistema ponendovi voi stessi dei limiti (per es. attesa max in coda tollerata dalle/dai clienti). Sviluppate il modello di simulazione e implementatelo nel linguaggio che desiderate. Tentate di stimare, a partire da reali osservazioni, i modelli di arrivo e di servizio, così come la disciplina delle code. Usate parte delle osservazioni per sviluppare le distribuzioni empiriche e convalidate poi il simulatore usando le rimanenti osservazioni (al 90% del livello di confidenza). Quindi cercate di determinare le soluzioni per i problemi del responsabile.

1. Studio teorico ed analisi del modello

Il software utilizzato per la realizzazione di questo progetto è stato Arena Simulation. Il responsabile del salone deve scegliere il numero di dipendenti da attivare considerando che il salone è aperto per 8 ore al giorno dal martedì al sabato. Per poter raggiungere tale obiettivo abbiamo osservato l'afflusso della clientela al salone durante il sabato, che è anche il giorno con affluenza maggiore, ed abbiamo stimato che il tempo d'attesa in coda massimo tollerato dai clienti è di $30/min$ per i maschi e $45/min$ per le femmine. La situazione attuale del salone è quella di un modello avente sezioni separate con due parrucchieri. Si è ipotizzata una distribuzione degli arrivi Poissoniana ed una distribuzione dei tempi di servizio ed interarrivo esponenziale. I parrucchieri sono uno dedicato alle donne con tempo di servizio esponenziale pari a $30/min$ e l'altro dedicato agli uomini con tempo di servizio esponenziale pari a $20/min$. Successivamente si è stimato che con probabilità $\frac{1}{2}$ la persona che accede al sistema richiede un taglio per uomini ed il restante un taglio per le donne. Tutte le sezioni del sistema possono essere rappresentate tramite una coda $M/M/1$ con priorità FIFO. Ne segue uno schema del modello simulato:



1.1. Scelta della distribuzione teorica

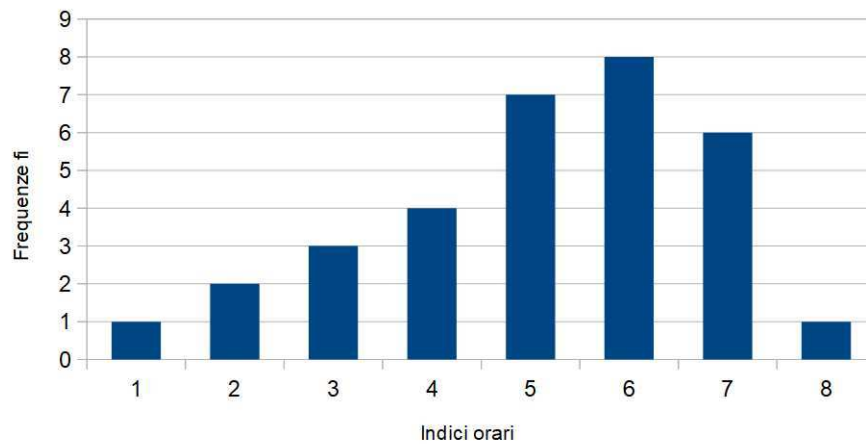
Si procede adesso alla verifica dell'assunzione che gli arrivi al sistema seguano una distribuzione di tipo Poissoniano. Il test proposto è stato effettuato il sabato, cioè il giorno con maggior affluenza al salone. Il numero di osservazioni rilevate è stato di 32, e per questo motivo abbiamo svolto il test della Goodness on Fit avendo un numero di osservazioni maggiori di 30. Avendo tempi di interarrivo esponenziali al sistema, i tempi di arrivo saranno poissoniani. Il primo passo è stato quello di calcolare la **media** $x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ il cui valore ottenuto è stato di 4,03. Successivamente abbiamo calcolato la varianza $s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2 = 3,02$. É possibile notare che i valori ottenuti sono molto vicini tra di loro, infatti il valore $V = \frac{Coeff.Var}{Media}$ è molto inferiore ad uno, e quindi si può tentare la convalida tramite la distribuzione di Poisson. Come parametro per la distribuzione abbiamo utilizzato $\lambda = \frac{Media+Varianza}{2}$. Essendo obbligatorio avere un numero di osservazioni maggiore di 5, abbiamo raggruppato nella colonna chiamata "**fi unite**", facendo scendere le righe della tabella da 8 a 4. Abbiamo poi calcolato il numero di gradi di libertà:

$$Numero\ gradi\ di\ libert\grave{a} : 4 - 1 - 1 = 2$$

Il valore da noi ottenuto nel totale, è 2.92 e quest'ultimo si trova tra P10 e P90 sulla riga del 2 nella tabella del chi quadro. Se ne conclude quindi che l'ipotesi è accettabile. Seguono tutti i calcoli svolti su Excel.

Giorno preso in considerazione: Sabato												
Si utilizza il test della Goodness on fit dato 32 > 30 osservazioni												
Indici	Ore	Frequenze f _i	Per media	Per varianza	f(i)	prob.teorica	Fi	f _i unite	Fi unite	(f _i -F _i)*2/F _i		
0	9	10	1	0	16,7587890625	0,03125	0,016676579	0,53365053	10	13,2919147	0,8152853	
1	10	11	2	2	19,142578125	0,0625	0,0682697452	2,18463185	7	6,24497883	0,09128245	
2	11	12	3	6	13,1513671875	0,09375	0,1397396347	4,47166831	8	5,11307642	1,63000258	
3	12	13	4	12	4,78515625	0,125	0,1906863766	6,10196405	7	5,52882298	0,39146882	
4	14	15	7	28	0,0615234375	0,21875	0,1951555885	6,24497883				
5	15	16	8	40	6,5703125	0,25	0,1597836381	5,11307642	Totale =	2,92803915		
6	16	17	6	36	21,802734375	0,1875	0,1090190447	3,48860943				
7	17	18	1	7	8,4462890625	0,03125	0,0637566735	2,04021355				
Somme:			32			1	0,9430872803					
Media =	4,09375											
Varianza =	3,02395833		Lambda =	3,55885417								
Coeff. Var =>	1,73895323											
V =	0,42478247		Dato che il valore V è molto minore ad 1 si utilizza la poissoniana									
Risultato:												
Gradi di libertà: 4-1-1 = 2 .												
Il valore 2,92 si trova tra P10 e P90 sulla riga del 2												
Se ne conclude che è accettato!												

Arrivi al sistema



2. Studio dei primi risultati

Parrucchiere Unisex		
Replications:	100	Time Units: Minutes
Queue		
Time		
Waiting Time	Average	Half Width
Taglio donne.Queue	63.5491	9,50
Taglio uomini.Queue	16.9598	1,64
Other		
Number Waiting	Average	Half Width
Taglio donne.Queue	1.6722	0,28
Taglio uomini.Queue	0.4422	0,05

Ricordiamo che il tempo tollerato dai clienti è di $30/min$ per i maschi e di circa $45/min$ per le donne. Come possiamo notare in figura il tempo medio che gli uomini attendono in coda è di $17/min$ mentre per le donne è di addirittura di $63/min$. Ne risulta quindi che essendo il tempo d'attesa in coda troppo alto rispetto a quello tollerato, il sistema va necessariamente modificato.

2.1 Modello matematico per il salone allo stato iniziale

2.1.1 Modello M/M/1: "Taglio capelli Donna"

$$\lambda = \frac{1}{20} * \frac{1}{2} = \frac{1}{40}$$

$$\mu = \frac{1}{30}$$

$$\rho = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

$$T_w = \frac{3}{4} * 30 * 4 = 90/min$$

$$W = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} = (\frac{9}{16})/\frac{1}{4} = 2,25$$

2.1.2 Modello M/M/1: "Taglio capelli Uomo"

$$\lambda = \frac{1}{20} * \frac{1}{2} = \frac{1}{40}$$

$$\mu = \frac{1}{20}$$

$$\rho = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$T_w = \frac{1}{2} * 20 * 2 = 20/min$$

$$W = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} = (\frac{1}{4})/\frac{1}{2} = 0,5$$

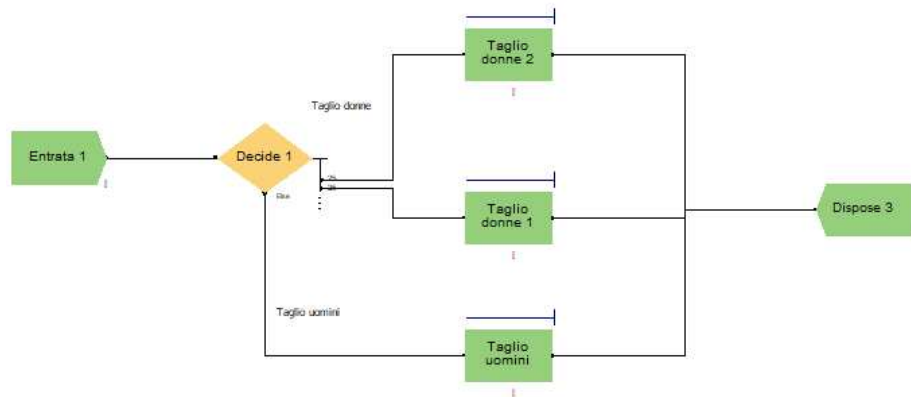
2.1.3 Confronto tra i risultati

Parametro	Valore Teorico	Valore Simulato
T_w taglio donna	$\approx 90/min$	$\approx 63,54/min$
T_w taglio uomo	$\approx 20/min$	$\approx 16,95/min$
W taglio donna	$\approx 2,25$	$\approx 1,67$
W taglio uomo	$\approx 0,5$	$\approx 0,4422$

Come possiamo notare i risultati teorici e quelli simulati sono abbastanza diversi, soprattutto per la coda dedicata al taglio delle donne. Questa dif-

ferenza tra i valori è data da un altissimo valore di *half-width* (pari a 9,50 per le donne) che rappresenta l'intervallo di variabilità del risultato; più è ampio questo intervallo più il risultato teorico e quello simulato potranno essere diversi.

3. Miglioramento del modello

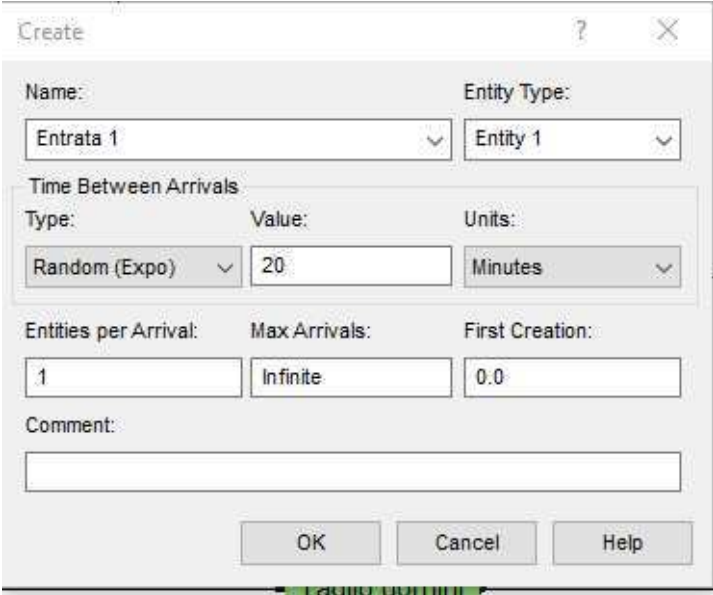


Viste le analisi precedentemente descritte abbiamo consigliato al proprietario di aggiungere un'altra postazione di taglio dei capelli per le donne. La nuova postazione è chiamata "Taglio donne 2" nel sistema che abbiamo simulato ed è rappresentabile come una coda $M/M/1$ con tempo di servizio esponenziale pari a $25/min$. Come vedremo successivamente nei risultati, questa aggiunta permetterà, di far diminuire drasticamente il tempo di attesa in coda per le donne, facendolo rientrare in un valore accettabile.

3.1 Moduli utilizzati e parametri in Arena

3.1.1 Modulo Create

Il modulo Create permette di simulare la generazione degli arrivi. Nel caso del salone, gli arrivi si generano attraverso una distribuzione esponenziale con tempo di interarrivo pari a 20 minuti.



The screenshot shows the 'Create' module configuration window. It includes fields for 'Name' (Entrata 1), 'Entity Type' (Entity 1), 'Time Between Arrivals' (Type: Random (Expo), Value: 20, Units: Minutes), 'Entities per Arrival' (1), 'Max Arrivals' (Infinite), and 'First Creation' (0.0). There is also a 'Comment' text area and 'OK', 'Cancel', and 'Help' buttons at the bottom.

Field	Value
Name	Entrata 1
Entity Type	Entity 1
Time Between Arrivals Type	Random (Expo)
Time Between Arrivals Value	20
Time Between Arrivals Units	Minutes
Entities per Arrival	1
Max Arrivals	Infinite
First Creation	0.0

Figura 1: Modulo Create

3.1.2 Modulo Decide

Il modulo process consente di suddividere il percorso degli arrivi alle code; come specificato nelle nostre osservazioni iniziali, gli utenti che arrivano al sistema sono sia uomini che donne con probabilità $1/2$. Essendo adesso presenti due code per le donne, il flusso di arrivo a queste code dovrà essere ulteriormente suddiviso, diventando quindi $1/4$ per "taglio capelli donna 1" e $1/4$ per "taglio capelli donna 2".

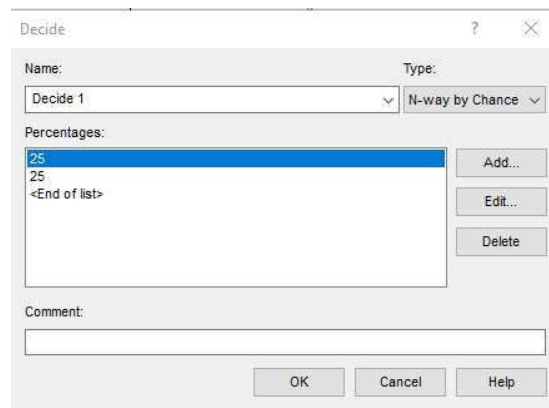


Figura 2: Modulo Decide: "N-way by chance"

3.1.3 Modulo Process

Questo modulo permette di rappresentare la coda che si genera all'interno del sistema. È possibile specificare i parametri relativi alla distribuzione dei tempi di servizio e al numero di serventi. Nel caso in esame i tempi di servizio sono tutti esponenziali con valore medio pari a $25/min$ per il primo taglio donne, $30/min$ per il secondo taglio donne e di $20/min$ per il taglio uomini. Le code presenti sono a singolo serviente di tipo FIFO e quindi tutte rappresentabili attraverso una coda di tipo $M/M/1$.

Figura 3: Process Taglio donne 1

Process

Name: Taglio donne 1 Type: Standard

Logic

Action: Seize Delay Release Priority: Medium(2)

Resources:

Resource, Resource 5, 1
<End of list>

Add...
Edit...
Delete

Delay Type: Expression Units: Minutes Allocation: Value Added

Expression: EXPO(25)

☒ Report Statistics

Comment:

OK Cancel Help

Figura 4: Process Taglio donne 2

Process

Name: Taglio donne 2 Type: Standard

Logic

Action: Seize Delay Release Priority: Medium(2)

Resources:

Resource, Resource 2, 1
<End of list>

Add...
Edit...
Delete

Delay Type: Expression Units: Minutes Allocation: Value Added

Expression: EXPO(30)

☒ Report Statistics

Comment:

OK Cancel Help

Process

Name: Taglio uomini Type: Standard

Logic

Action: Seize Delay Release Priority: Medium(2)

Resources:

Resource, Resource 6, 1
<End of list>

Add...
Edit...
Delete

Delay Type: Expression Units: Minutes Allocation: Value Added

Expression: EXPO(20)

☒ Report Statistics

Comment:

OK Cancel Help

Figura 5: Process Taglio uomini

	Name	Type	Capacity	Busy / Hour	Idle / Hour	Per Use	StateSet Name	Failures	Report Statistics	Comment
1	Resource 2	Fixed Capacity	1	0.0	0.0	0.0		0 rows	<input checked="" type="checkbox"/>	
2	Resource 6	Fixed Capacity	1	0.0	0.0	0.0		0 rows	<input checked="" type="checkbox"/>	
3	Resource 5	Fixed Capacity	1	0.0	0.0	0.0		0 rows	<input checked="" type="checkbox"/>	

Double-click here to add a new row.

Figura 6: Lista totale delle risorse

3.1.4 Impostazioni per l'esecuzione

Il numero di repliche eseguite è stato 100. Come da traccia, il salone lavora per 8 ore 5 giorni a settimana, dal martedì al sabato e quindi il parametro *replication length* è stato impostato a 5 giorni e *hours per day* ad 8.

The screenshot shows the 'Run Setup' dialog box in Arena software. The left sidebar contains a tree view with the following items: Run Speed, Run Control, Reports, Project Parameters, Replication Parameters (highlighted in red), Array Sizes, and Arena Visual Designer. The main area of the dialog is titled 'Establish replication-related options for the current model. Settings include the number of simulation replications to be run, the length of the replication, the start date and time of the simulation, warm-up time length, time units, and the type of initialization to be performed between replications.'

The 'Replication Parameters' section contains the following settings:

- Number of Replications: 100
- Start Date and Time: giovedì 4 febbraio 2021 17:18:21
- Warm-up Period: 0.0 Hours
- Replication Length: 5 Days
- Hours Per Day: 8
- Terminating Condition: (empty text box)
- Base Time Units: Minutes

The 'Parallel Replications' section contains the following settings:

- ☐ Run Replications in Parallel
- Number of Parallel Processes: 4
- Parallel Replication Input Data Files: (empty list box with Add, Edit, and Remove buttons)
- ☐ Disable Auto Generated Folder Deletion

The 'Initialize Between Replications' section contains the following settings:

- ☒ Statistics
- ☒ System

At the bottom of the dialog are the buttons: OK, Annulla, Applica, and ?.

Figura 7: Numero di repliche e parametri

3.2 Risultati del modello

Parrucchiere Unisex		
Replications:	100	Time Units: Minutes
Queue		
Time		
Waiting Time	Average	Half Width
Taglio donne 1.Queue	10.5592	1,51
Taglio donne 2.Queue	17.2823	3,90
Taglio uomini.Queue	16.7660	1,81
Other		
Number Waiting	Average	Half Width
Taglio donne 1.Queue	0.1404	0,02
Taglio donne 2.Queue	0.2368	0,06
Taglio uomini.Queue	0.4398	0,06

Figura 8: Risultati del modello proposto

Come possiamo notare dalla figura 8, il tempo d'attesa in coda per le donne è sceso da oltre 60 minuti ad una media di $14/min$ per entrambe le code a loro dedicate, mentre resta praticamente invariato quello degli uomini che rientrava già nei limiti imposti. Se ne conclude quindi che con il modello proposto è possibile soddisfare la richiesta del tempo massimo di attesa in coda da parte dei clienti.

4. Analisi matematica del modello migliorato

4.1 Modello M/M/1: "Taglio capelli Donna 1"

$$\lambda = \frac{1}{20} * \frac{1}{4} = \frac{1}{80}$$

$$\mu = \frac{1}{25}$$

$$\rho = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$$

$$T_w = \frac{5}{16} * 25 * \frac{16}{11} = 11,36/min$$

$$W = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} = \left(\frac{5}{16}\right)^2 / \frac{11}{16} = 0,14$$

4.2 Modello M/M/1: "Taglio capelli Donna 2"

$$\lambda = \frac{1}{20} * \frac{1}{4} = \frac{1}{80}$$

$$\mu = \frac{1}{30}$$

$$\rho = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$T_w = \frac{3}{8} * 30 * \frac{8}{5} = 18/min$$

$$W = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} = \left(\frac{3}{8}\right)^2 / \frac{5}{8} = 0,23$$

4.3 Modello M/M/1: "Taglio capelli uomini"

$$\lambda = \frac{1}{20} * \frac{1}{2} = \frac{1}{40}$$

$$\mu = \frac{1}{20}$$

$$\rho = \frac{1}{2}$$

$$T_w = \frac{1}{2} * 20 * 2 = 20/min$$

$$W = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} = \frac{1}{4} * 2 = 0,5$$

4.4 Confronto tra modello simulato e teorico

Tabella 1

Parametro	Valore Teorico	Valore Simulato
T_w taglio donna 1	$\approx 11,36/min$	$\approx 10,56/min$
T_w taglio donna 2	$\approx 18/min$	$\approx 17,28/min$
T_w taglio uomini	$\approx 20/min$	$\approx 17/min$
W taglio donna 1	$\approx 0,14$	$\approx 0,14$
W taglio donna 2	$\approx 0,23$	$\approx 0,23$
W taglio uomini	$\approx 0,5$	$\approx 0,44$

5. Convalida del simulatore

La colonna Half Width all'interno del report permette di determinare se il modello convalida o meno il simulatore. Se compare un valore numerico come nel nostro caso, significa che il nostro modello convalida al 95% di confidenza.

values Across All Reps		
Parrucchiere Unisex		
Replications:	100	Time Units: Minutes
Queue		
Time		
Waiting Time	Average	Half Width
Taglio donne 1.Queue	10.5592	1,51
Taglio donne 2.Queue	17.2823	3,90
Taglio uomini.Queue	16.7660	1,81

Essendo in questo caso il valore di *Half Width* molto più basso rispetto a quello del primo modello, anche i valori teorici e simulati sono più simili tra di loro come dimostrato in tabella 1.

Conclusioni

L'obiettivo del progetto era quello di determinare il numero di dipendenti da attivare in un salone per il taglio di capelli per uomini e donne tenendo presente che il tempo d'attesa in coda massimo tollerato da quest'ultimi era rispettivamente di 30 e $45/min$. Abbiamo dimostrato come nel sistema iniziale il tempo di attesa in coda effettivo era troppo più alto rispetto a quello tollerato dalle donne, dato il tempo di servizio delle code ed il tasso di arrivi al sistema. Proponiamo quindi di assumere un altro addetto per il taglio dei capelli delle donne, il quale deve avere un tempo di servizio esponenziale di circa $25/min$. Questo permetterà di far calare drasticamente il tempo di attesa in coda per le femmine, facendolo rientrare nei limiti accettabili.