

Fiche de révision Traitement Audio

Alexis GRACIAS

10 décembre 2024

Table des matières

1	Les sons - Modèle de perception	4
1.1	Introduction	4
1.1.1	Définitions	4
1.1.2	Histoire des sens	4
1.1.3	Loi des sens (18ème - 19ème)	5
1.2	Stimulus auditif : le son	6
1.2.1	Qu'est-ce que le son ?	6
1.2.2	Hypothèses du cours	6
1.3	Equation d'ondes	6
1.3.1	Unidimensionnel	6
1.3.2	Tridimensionnel	7
1.4	Solutions de l'équation d'ondes	8
1.4.1	Solution pour une onde plane progressive monochromatique (OPPM)	8
1.4.2	Solution pour une onde stationnaire	8
1.4.3	Ondes stationnaires pour deux parois rigides	8
1.4.4	Ondes stationnaires pour deux parois molles	8
1.4.5	Ondes stationnaires pour une paroi molle et une paroi rigide	9
1.5	Un peu d'anatomie	9
1.5.1	Représentation des "capteurs" de l'Homme	9
1.5.2	Influx nerveux	9
1.6	Psychoacoustique	10
1.7	Modèles de perception	12
1.7.1	Modèle de sonie	12
2	Analyse spectrale paramétrique	13
2.1	Incertitude de Gabor	14
2.2	Modèles auto-régressifs	14
2.2.1	Modèle ARMA	14

2.2.2	Modèle AR - AR, auto-régressifs	14
2.2.3	Levinson-Durbin - Yule-Walker	15
2.3	Onde Plane Progressive Monochromatique	20
2.4	Onde stationnaire	20

Introduction et informations

Le premier chapitre traite de la psychoacoustique et de l'anatomie autour de l'oreille, de la perception des sons et leurs effets sur le cerveau. **Le deuxième chapitre est beaucoup plus théorique et est plus proche que ce qui est attendu dans le TL, qui représente l'intégralité de la note.** Le Chapitre 1 est donc plus orienté culture générale que de vraies connaissances à mobiliser pour bien réussir cet électif.

Des rappels du cours de 1ère année sont disponible à la fin du document, avant les démonstrations et la Bibliographie.

Chapitre 1

Les sons - Modèle de perception

1.1 Introduction

1.1.1 Définitions

- **Psychophysique** : relation entre le *stimulus*¹ et la *sensation* ressentie du stimulus.
- **Psychoacoustique**² : étude de la relation entre les vibrations des ondes sonores et sa perception.
- **Les modèles de production** permettent de caractériser les osurces dans la nature.

1.1.2 Histoire des sens

3

- Les sens *introseptifs* : sensations qui viennent des entrailles du corps (estomac, coeur, malaise, aise...)
- Les sens *Proprioceptifs* :
 - Sens *statique* ou *labyrinthique*⁴ : mouvements de rotation et de translation
 - Sens *kinésique* ou *kinestésique* : permet la perception des objets dans l'espace, par exemple le toucher
- Les sens *extéroceptifs*
 - Sens par contact direct
 - Le *toucher*
 - Les sens *chimique* : goût, odorat
 - Sens par contact indirect
 - *Vue*
 - *Ouïe*

1. Phénomène physique

2. Remarque : on peut tromper l'ouïe comme la vue, avec des sons appelés **sons de Risset**

3. D'après Ch. Sherrington (1857-1952)

4. Proviens du "capteur" situé dans l'oreille interne

1.1.3 Loi des sens (18ème - 19ème)

- **Loi du sens** : il existe pour chaque sens une intensité minima du stimulus, appelée intensité liminaire, au-dessous de laquelle il n'y a pas de sensation
- **Loi du seuil différentiel** :
 - Forme a.
Il existe un rapport constant entre l'intensité du stimulus initial et la variation minima qu'il faut lui faire subir pour que la différence soit sentie
 - Forme b.
Pour que la sensation subisse des accroissements en progression arithmétique (0, 1, 2...), il faut faire varier le stimulus en progression géométrique (a , a_2 , a_3 ...); le rapport constant est le seuil liminaire. C'est encore la loi logarithmique, ou loi de Fechner

Voir page 242 pour sommaire

1.2 Stimulus auditif : le son

1.2.1 Qu'est-ce que le son ?

C'est la sensation perçue par l'oreille. Variation périodique de la pression d'un milieu.

1.2.2 Hypothèses du cours

- Milieux de propagation⁵ supposés parfaits, sans viscosité et au repos⁶
- Vibrations de faible amplitude
- Transformations des fluides supposés adiabatiques réversibles

1.3 Equation d'ondes

1.3.1 Unidimensionnel

Equation de propagation des ondes électro-magnétiques :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c_s^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

et :

$$\rho_e = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.2)$$

$$P_e = c_s^2 \rho_e \quad (1.3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{\partial P_e}{\partial x} \quad (1.4)$$

Ce qui devient pour l'équation d'ondes sonores :

$$\frac{\partial^2 P_e}{\partial t^2} = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 P_e}{\partial x^2}$$

$$c_s = 331,4 \sqrt{1 + \frac{T}{T_0}} = \sqrt{\frac{dP(\rho_0)}{d\rho}}$$

Pour démonstration voir annexe 2.2.3

5. (gazs, liquides, solides)

6. En réalite, pour les fluides visqueux, on doit résoudre l'équation de Navier-Stokes par la méthode des éléments finis

1.3.2 Tridimensionnel

L'équation d'ondes s'écrit à l'aide du d'Alembertien :

Definition 1: D'Alembertien

$$\Xi = \nabla^2 - \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Comme on a $\Xi P_e = 0$, on peut écrire l'équation d'onde suivante :

$$\nabla^2 P_e - \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 P_e}{\partial t^2} = 0$$

Avec :

- $\nabla^2 \psi = \Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$
- ψ : fonction d'onde (électromagnétique)
- c_s : célérité du son dans l'air en $m.s^{-1}$ ($c_s \approx 340 m.s^{-1}$)
- c : célérité de la lumière, $c \approx 3.10^8 m.s^{-1}$
- P_e : pression acoustique en Pa
- T : température en C
- $T_0 = 273C$
- $k = ||\vec{k}||$: norme du vecteur d'ondes
- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$: pulsation d'onde en $rad.s^{-1}$
- f : fréquence de l'onde en Hz
- T : période de l'onde en s
- ϕ : déphasage en rad

1.4 Solutions de l'équation d'ondes

1.4.1 Solution pour une onde plane progressive monochromatique (OPPM)

En considérant l'onde comme une OPPM dans un milieu homogène et isotrope, constitué d'air assimilé à un gaz parfait, on a la relation suivante $k = \frac{\omega}{c}$ qui provient de l'équation (1.1). On a alors :

$$\begin{aligned}\psi(x, t) &= A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x}) \\ &= A \cos(\omega(t - \frac{x}{c}))\end{aligned}\tag{1.6}$$

Ce qui donne pour les ondes sonores :

$$P(x, t) = A \cos(k(x - c_s t) + \phi)$$

Avec $k = \frac{\omega}{c_s}$

1.4.2 Solution pour une onde stationnaire

Les ondes stationnaires proviennent de la superposition d'une onde provenant d'une source et de cette même onde réfléchi sur un conducteur, que l'on considère parfait, c'est-à-dire de conductivité nulle. On considère aussi que le problème est suffisamment bien posé pour que le théorème de superposition soit applicable. Il vient

$$\phi(x, t) = \phi(x) = \phi_1(x) + \phi_2(x)\tag{1.7}$$

Soit :

$$P(x, t) = A \cos(kx + \phi) \sin(\omega t + \phi')$$

1.4.3 Ondes stationnaires pour deux parois rigides

On considère un milieu homogène constitué de deux parois rigides séparés d'une distance L , rempli d'air entre les deux parois, toujours assimilé à un gaz parfait.

$$P(x, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} A_n \cos(n\pi \frac{x}{L}) \cos(n\pi \frac{ct}{L} + \phi'_n)$$

1.4.4 Ondes stationnaires pour deux parois molles

On considère un milieu homogène constitué de deux parois molles séparés d'une distance L , rempli d'air entre les deux parois, toujours assimilé à un gaz parfait.

$$P(x, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} A_n \cos(n\pi \frac{x}{L} + \frac{\pi}{2}) \cos(n\pi \frac{ct}{L} + \phi'_n)$$

Pour plus de précisions, voir annexe 2.2.3

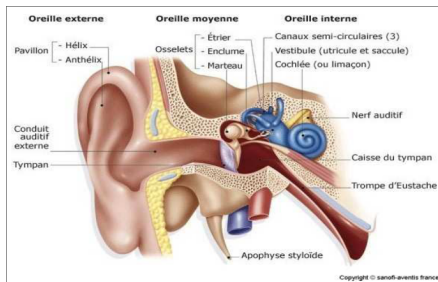
1.4.5 Ondes stationnaires pour une paroi molle et une paroi rigide

Les deux parois sont toujours espacées d'une distance L

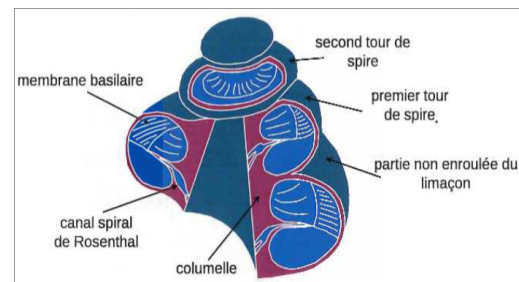
$$P(x, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} A_n \cos((2n+1)\pi \frac{x}{2L}) \cos((2n+1)\pi \frac{ct}{2L} + \phi'_n)$$

1.5 Un peu d'anatomie

1.5.1 Représentation des "capteurs" de l'Homme

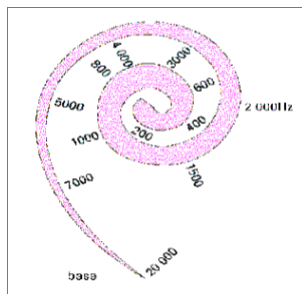


(a) Schéma d'une oreille

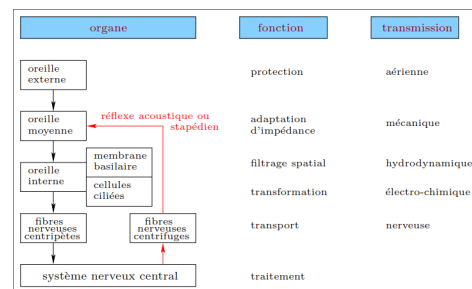


(b) Schéma d'une cochlée

FIGURE 1.1 – Schéma des "capteurs" de l'Homme pour le son



(a) Conversion position fréquence chez la cochlée



(b) Transmission de l'information chez l'Homme

FIGURE 1.2 – Conversion de la grandeur physique à l'information

1.5.2 Influx nerveux

L'influx nerveux est une variation de potentiel cellulaire pendant une durée d'environ $100ms$ qui ne varie pas en répétant l'expérience, quelque soit la sensation. Ces sensations sont localisées dans le cortex⁷, dans les zones de l'audition et de la vision

7. zone du cerveau

1.6 Psychoacoustique

— Perception de l'intensité (énergie) du son

- Le son sur un point fixe de coordonnées (x, y) est décrit par la pression acoustique p qui dépend du temps t , exprimée en Pa , $[Pa] = [\frac{N}{m^2}]$.
- Niveau de pression acoustique :

$$L = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{eff}}{p_0} \right)$$

Avec :

- p_{eff} : pression acoustique efficace en Pa , $p_{eff_{max}} = 10^2 Pa$
- p_0 : pression acoustique minimale audible, $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa$
- Loi du seuil :

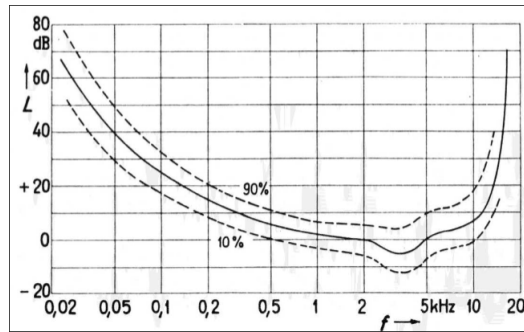


FIGURE 1.3 – Loi du seuil : seuil de perception du son en fonction de l'intensité sonore et de la fréquence

— Courbe d'isophonie :

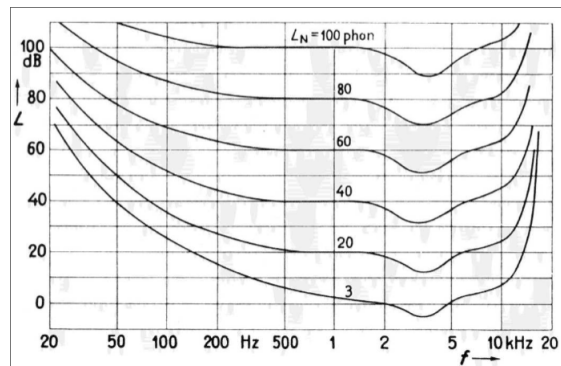


FIGURE 1.4 – Loi du seuil : seuil de perception du son en fonction de l'intensité sonore et de la fréquence

- **Perception de la hauteur** (fréquence des vibrations dans l'air) du son pur
 - **Bande critique**
 - **Echelle des mels**
- **Perception du timbre** : amplitude des sons accessoires et partiels
- **Perception dans l'espace** : localisation de la source dans l'espace

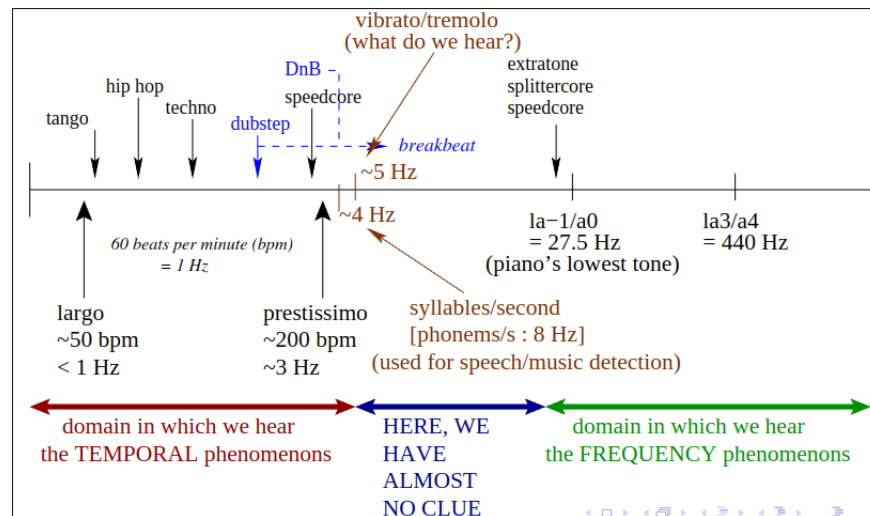


FIGURE 1.5 – Perception des sons chez l'Homme en fonction du bpm ($60bpm$ correspond à $1Hz$)

A COMPLETER

1.7 Modèles de perception

Différents modèles :

- Modèle de sonie
- Modèle de tonie
- Modèle de bande critique
- Modèle binaural

1.7.1 Modèle de sonie

Chapitre 2

Analyse spectrale paramétrique

L'objectif global de ce domaine est de récupérer les informations sur le signal X à partir de N observations, tel que :

$$X = [x(1) \ x(2) \ \dots \ x(N)]$$

On considère alors que le signal X appartient à une famille de signaux qui dépendent d'un paramètre θ en utilisant une méthode paramétrique¹. Les méthodes paramétriques permettent de d'obtenir des informations sur le signal tels que les raies et l'enveloppe spectrale. Le but est, par la suite, d'interpréter ces résultats.

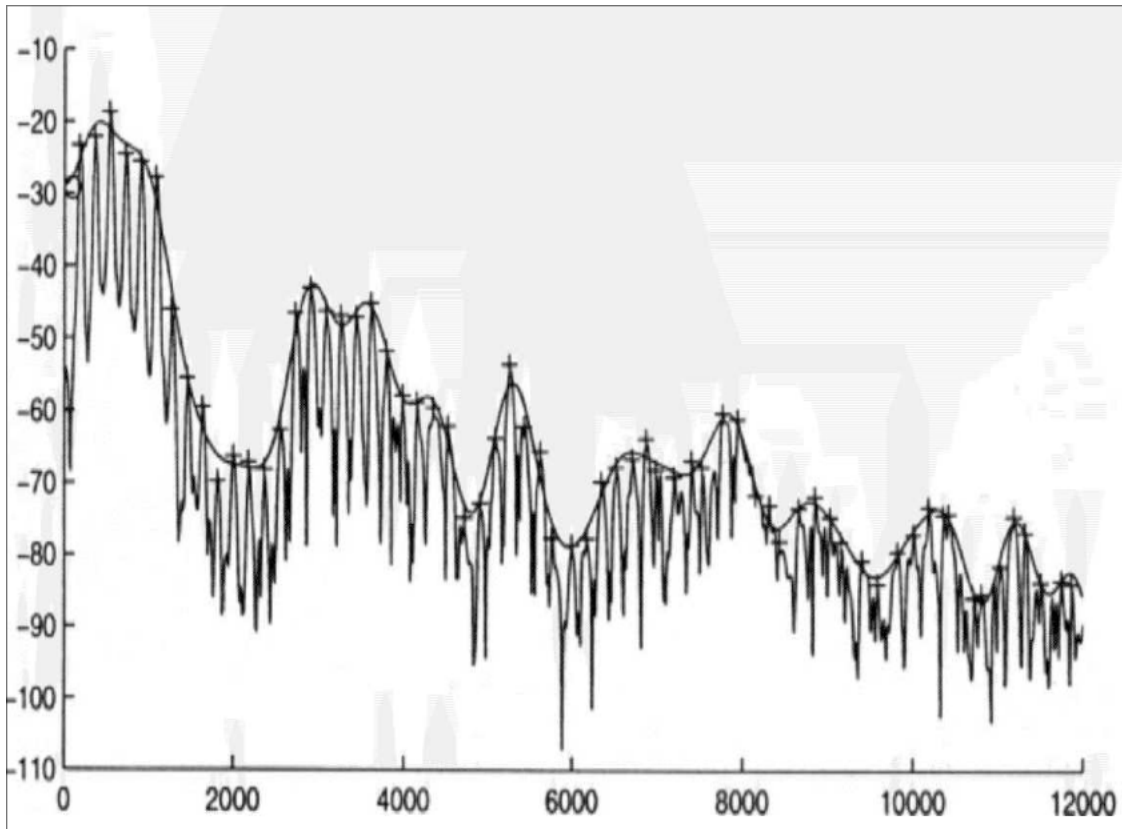


FIGURE 2.1 – Enveloppe spectrale d'un signal X

1. paramétrique, Bayésien : Le paramètre θ est supposé aléatoire de loi connue

2.1 Incertitude de Gabor

De même que pour le principe d'incertitude d'Heisenberg, l'analyse spectrale comporte des incertitudes. En effet, les signaux analysés/observés sont stationnaires ou pseudo-stationnaires sur de courtes périodes, ce qui contraint l'étude des signaux pour des périodes de l'ordre de $\Delta T = 40ms$.

De ce fait, on appelle Δf la **distance en fréquences entre deux raies**, et on introduit le principe d'incertitude de Gabor tel que :

$$\Delta f \Delta T = cste$$

Les méthodes dites *hautes résolutions*² ont une perte d'informations trop grande, ce qui perd un peu l'intérêt de l'analyse spectrale. En revanche, on peut utiliser des méthodes de haute résolution en considérant la fonction **coût** qui dépend des amplitudes des raies a_i et de leurs déphasages ϕ_i .

2.2 Modèles auto-régressifs

2.2.1 Modèle ARMA

Modélisation des signaux $x_n = x[n]$:

$$x_n = x[n] = \sum_{i=0}^q b_i n_{n-i} - \sum_{i=0}^p a_i n_{n-i} \quad (2.1)$$

Avec :

- x_n : signal à modéliser
- a_k et b_i : estimateurs (paramètres) à déterminer
- $n_n = n[n]$: bruit blanc gaussien

Ce modèle est relativement difficile à exploiter, notamment à cause des b_i

2.2.2 Modèle AR - AR, auto-régressifs

On reprend le modèle ARMA et on pose $q = 0$ et $b_0 = 1$, soit :

$$x_n = x[n] = n_n - \sum_{k=0}^p a_k n_{n-k} \quad (2.2)$$

Objectif : estimer les a_k en minimisant la variance σ^2 du bruit n

Pour se faire, il existe plusieurs algorithmes, tels que :

- Levinson-Durbin (ou Yule-Walker)(faisable)
- Burg (faisable)
- Marple (assez difficile)

2. donc avec une ΔT grand

2.2.3 Levinson-Durbin - Yule-Walker

Il faut d'abord estimer les **coefficients d'autocorrélation** \hat{R}_{xx} du signal $x \in \mathbb{K}^n$

$$\begin{aligned}\hat{R}_{xx}[k] &= E[x_{n+k}x_n^*] \\ &= E\left[x_n^* \left(-\sum_{i=0}^p a_i n_{n-i+k} + n_{n+k}\right)\right] \\ \hat{R}_{xx}[k] &= -\sum_{i=1}^p a_i \hat{R}_{xx}(-i+k) + E[n_{n+k}x_n^*]\end{aligned}$$

Fonction de transfert

Pour ce filtre stable, linéaire et causal :

$$H(z) = \frac{1}{A(z)} = \frac{1}{\sum_{m=0}^p a_m z^{-m}} \quad (2.3)$$

Avec $a_0 = 1$. On obtient alors les

Equations de Yule-Walker

$$R_{xx}[k] = -\sum_{i=1}^p a_i \hat{R}_{xx}[k-i], k \in \mathbb{R}^{*+} \quad (2.4)$$

$$R_{xx}[k] = -\sum_{i=1}^p a_i \hat{R}_{xx}[k-i] + \sigma, k = 0 \quad (2.5)$$

Ce qui donne en écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} R_{xx}[0] & R_{xx}[-1] & \dots & R_{xx}[-(p-1)] \\ R_{xx}[1] & R_{xx}[0] & \dots & R_{xx}[-(p-2)] \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{xx}[p-1] & R_{xx}[p-2] & \dots & R_{xx}[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xx}[1] \\ R_{xx}[2] \\ \vdots \\ R_{xx}[p] \end{bmatrix}$$

ou bien :

$$\begin{bmatrix} R_{xx}[0] & R_{xx}[-1] & \dots & R_{xx}[-p] \\ R_{xx}[1] & R_{xx}[0] & \dots & R_{xx}[-(p-1)] \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{xx}[p-1] & R_{xx}[p-2] & \dots & R_{xx}[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ces matrices donnent accès aux $(a_i)_{i \in \mathbb{N}}$

Quelques rappels

Rappels sur les formules de base et rappel sur le cours de traitement du signal en 1A

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

- c : célérité de la lumière ($c = 3.10^8 m.s^{-1}$)
- T : période en s
- f : fréquence en Hz

Autocorrélation :

- **En discret**

$$R_{xx}[k] = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x[i]x[i-k] \quad (2.6)$$

Annexe 1 : démonstration de l'équation d'ondes

On considère (1.3)

Pour un fluide, la pression P est fonction de la masse volumique ρ tel que : $P = f(\rho)$

En se plaçant dans un milieu homogène constitué uniquement d'air, que l'on approxime comme un gaz parfait, on a, à l'équilibre, on a : $P_0 = f(\rho_0)$

La variation de pression P_e due à la source sonore s'exprime de la manière suivante : $P_e = f(\rho_e)^3$

On a finalement :

$$\begin{aligned}P &= P_0 + P_e \\&= f(\rho_0 + \rho_e) \\P &\approx f(\rho_0) + \rho_e f'(\rho_0)\end{aligned}$$

On considère maintenant (1.2)

On se place au repos ($t = 0$)

— La position x sur une ligne de courant du fluide s'exprime sous la forme : $\psi(x, t)$.

— La position voisine située en $x + dx$ s'exprime sous la forme : $\psi(x + dx, t)$.

— La quantité de fluide par unité de surface est définie de la sorte : $\rho_0 dx$. Avec dx infinitésimal. On obtient :

$$\psi(x + dx, t) - \psi(x, t) = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx \iff \rho_0 dx = \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + dx \right)$$

Comme ρ_e négligeable devant ρ_0 , on obtient :

$$\rho_e = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

3. Evidemment P_e est très petite devant P_0 (pour le développement de Taylor) et $P = P_0 + P_e = P_0 + k\rho_e$, $\rho = \rho_0 + \rho_e$

On considère enfin (1.4)

On prend une portion du fluide de longueur dx . Sa masse est $\rho_0 dx$ et son accélération $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$.

De plus, on a :

$$P_e(x, t) - P_e(x + dx, t) = \frac{\partial P}{\partial x} dx = -\frac{\partial P_e}{\partial x} dx$$

Soit :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{\partial P_e}{\partial x}$$

Annexe 2 : solutions de l'équation d'ondes

2.3 Onde Plane Progressive Monochromatique

2.4 Onde stationnaire

Table des figures

1.1	Schéma des "capteurs" de l'Homme pour le son	9
1.2	Conversion de la grandeur physique à l'information	9
1.3	Loi du seuil : seuil de perception du son en fonction de l'intensité sonore et de la fréquence	10
1.4	Loi du seuil : seuil de perception du son en fonction de l'intensité sonore et de la fréquence	10
1.5	Perception des sons chez l'Homme en fonction du bpm ($60bpm$ correspond à $1Hz$) .	11
2.1	Enveloppe spectrale d'un signal X	13

Liste des tableaux

Bibliographie

- R. Rigal, R. Paoletti, M. Portmann, Motricité – approche psychophysiologique, 1974, Presses de l’université du Québec (330 pages)
- Delorme et Flückiger, Perception et réalité – Une introduction à la psychologie des perceptions, de Boeck (517 pages)
- E. Zwicker et R. Feldtkeller, Psychoacoustique, 1981, Masson
- R. Feynman, Mécanique 2, 1998 (version française), Dunod
- L. Landau et E. Lifchitz, Physique théorique en 10 tomes – Tome 6 – Mécanique des fluides, 1989, Librairie du globe/MIR
- N. H. Fletcher et T. D. Rossing, The Physics of Musical Instruments, 1991, Springer-Verlag
- A. Cuvillier, Cours de philosophie ; tome 1 ; pages 84 – 85, 541 ; 1954 ; Armand Colin
- Emile Bréhier, Histoire de la philosophie ; tome 3 ; pages 862 – 864 ; 1964 ; Quadriga – Presses Universitaires de France