# flea bit(e)s and pieces

Alexander Maringele

June 15th, 2016

Hofstadter's Law: It always takes longer than you expect, even when you take into account Hofstadter's Law.

— Douglas Hofstadter, Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid

Previously

2 Procedure

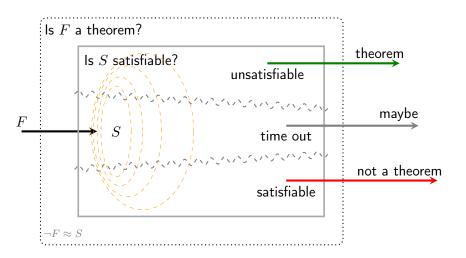
3 Equality

4 work to do

### References

- Clark Barrett, Pascal Fontaine, and Cesare Tinelli, *The Satisfiability Modulo Theories Library (SMT-LIB)*, www.SMT-LIB.org, 2016.
  - Bruno Dutertre, *Yices 2.2*, Computer-Aided Verification (CAV'2014) (Armin Biere and Roderick Bloem, eds.), Lecture Notes in Computer Science, vol. 8559, Springer, July 2014, pp. 737–744.

# Goal



5 / 14

#### Definition (Ordered Resolution)

$$\frac{L \vee C \quad \neg L' \vee D}{(C \vee D)\sigma}$$

where

 $L\sigma$  strictly maximal in  $C\sigma$ ,  $\neg L'\sigma$  maximal in  $D\sigma$ ,  $\sigma = \text{mgu}(L, L')$ .

# Definition (Inst-Gen)

$$\frac{L \vee C \quad \neg L' \vee D}{(L \vee C)\sigma \quad (\neg L' \vee D)\sigma}$$

where

$$\operatorname{sel}(L \vee C) = L$$
  $\operatorname{sel}(\neg L' \vee D) = \neg L'$   $\sigma = \operatorname{mgu}(L, L')$ 

Alexander Maringele flea

# Example (Resolution)

$$\frac{\mathsf{P}(x) \vee \neg \mathsf{P}(y) \quad \neg \mathsf{P}(\mathsf{a})}{\neg \mathsf{P}(y) \quad \mathsf{P}(\mathsf{b})} \ x \mapsto \mathsf{a}$$

### Example (Inst-Gen)

$$S_0 \bot = \{ \mathsf{P}(\bot) \lor \neg \mathsf{P}(\bot), \neg \mathsf{P}(\mathsf{a}), \mathsf{P}(\mathsf{b}) \}$$

$$\frac{\mathsf{P}(x) \lor \neg \mathsf{P}(y)) \quad \neg \mathsf{P}(\mathsf{a})}{\mathsf{P}(\mathsf{a}) \lor \neg \mathsf{P}(y)} \quad x \mapsto \mathsf{a}$$

$$S_1 \bot \supsetneq \{ \neg \mathsf{P}(\mathsf{a}), \mathsf{P}(\mathsf{b}), \frac{\mathsf{P}(\mathsf{a})}{\mathsf{P}(\mathsf{a})} \lor \neg \mathsf{P}(\bot) \}$$

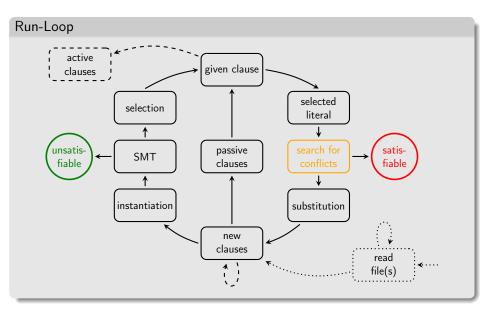
$$\frac{\mathsf{P}(\mathsf{b}) \quad \mathsf{P}(\mathsf{a}) \lor \neg \mathsf{P}(y)}{\mathsf{P}(\mathsf{a}) \lor \mathsf{P}(\mathsf{b})} \quad y \mapsto \mathsf{b}$$

 $S_2 \perp \supset \{\neg P(a), P(b), P(a) \vee \neg P(b)\}$ 

unsatisfiable

satisfiable

satisfiable



#### Subsumption

$$S = \{C, D, \ldots\} \qquad \exists \theta \ C\theta \subseteq D$$
 
$$S \text{ satisfiable} \iff (S \setminus D) \text{ satisfiable}$$

 $\theta$  is proper,  $S \perp$  satisfiable  $\stackrel{\mathsf{X}}{\Longleftrightarrow} (S \setminus D) \perp$  satisfiable

 $\theta$  is renaming,  $S\perp$  satisfiable  $\iff$   $(S\setminus D)\perp$  satisfiable

#### Example

$$\begin{aligned} \{\mathsf{P}(x,y),\neg\mathsf{P}(\mathsf{a},z)\} & \quad \{\mathsf{P}(x,y),\neg\mathsf{P}(\mathsf{a},z),\mathsf{P}(\mathsf{a},z)\} \\ \{\mathsf{P}(\bot,\bot),\neg\mathsf{P}(\mathsf{a},\bot)\} & \quad \{\mathsf{P}(\bot,\bot),\neg\mathsf{P}(\mathsf{a},\bot), \textcolor{red}{\mathsf{P}(\mathsf{a},\bot)}\} \end{aligned}$$

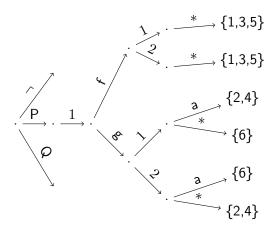
Alexander Maringele

C subsumes D

- 1 representation of clauses, literals and terms
- 2 fast retrieval of clauses with a selected literal that is unifiable with the negation selected literal of a given clause
- 3 fast retrieval of clauses with a set of literals that is a renamed subset of a given clause

10 / 14

$$\{ {}^{1:}\mathsf{P}(\mathsf{f}(x,x)), {}^{2:}\mathsf{P}(\mathsf{g}(\mathsf{a},x)), {}^{3:}\mathsf{P}(\mathsf{f}(y,z)), {}^{4:}\mathsf{P}(\mathsf{g}(\mathsf{a},y)), {}^{5:}\mathsf{P}(\mathsf{f}(y,x)), {}^{6:}\mathsf{P}(\mathsf{g}(y,a)) \}$$



$$\neg P(g(b, z)) \mapsto \{P.1.g.1.b, P.1.g.2.*\} \mapsto \{6\} \cap \{2, 4, 6\}$$

Alexander Maringele

$$S = \{ \mathsf{P}(\mathsf{a}), \neg \mathsf{P}(\mathsf{f}(\mathsf{a},\mathsf{b})), \mathsf{f}(x,\mathsf{b}) = x \} \qquad \text{unsatisfiable}$$
 
$$\mathsf{a} \neq y \vee \neg \mathsf{P}(\mathsf{a}) \vee \mathsf{P}(y) \qquad \qquad \mathsf{P}(\mathsf{a}), \text{ congruence}$$

#### Schemata

$$x = x \qquad s \neq s$$

$$x \neq y \lor y = x \qquad s \neq t$$

$$x \neq y \lor y \neq z \lor x = z \qquad s \neq t$$

$$x_1 \neq y_1 \lor x_2 \neq y_2 \lor \mathsf{f}(x_1, x_2) = \mathsf{f}(y_1, y_2) \qquad \mathsf{f}(s_1, s_2) \neq \mathsf{f}(t_1, t_2)$$

$$x \neq y \lor \neg \mathsf{P}(x) \lor \mathsf{P}(y) \qquad \mathsf{P}(s)$$

$$x \neq y \lor \neg \mathsf{P}(x) \lor \mathsf{P}(y) \qquad \neg \mathsf{P}(s)$$

Alexander Maringele

- migrate to Linux / Swift 3
- integrate unit superposition
- integrate ordered maximal completion
- experiments
- optimizations

