

Syllabus

May 31, 2024

Gli argomenti presentati nei box "Approfondimento" nelle note non sono richiesti. Sono appunto da intendere come approfondimenti per gli interessati.

1 Approssimazione e floating point

- ok** definizione di **consistenza** da sapere
- ok** definizione di **convergenza** da sapere
- ok** conversione decimale \leftrightarrow binario no
- ok** struttura numeri **floating point** da capire (non necessario sapere in dettaglio i "bit")

2 Zeri di equazioni non-lineari

- ok** algoritmo di **bisezione** da sapere
- ok** errore del metodo di **bisezione** da sapere o saper ricavare
- ok** algoritmo **punto fisso** da sapere
- ok** ipotesi per la **convergenza punto fisso** da sapere
- ok** algoritmo di **Newton** da sapere
- ok** ipotesi per la **convergenza di Newton** da sapere
- ok** interpretazione di **Newton come punto fisso** solo l'idea, non i passaggi
- ok** **Newton per sistemi** da sapere la formula della singola iterazione.

3 Metodi diretti per sistemi lineari

- ok** Teorema 3.1 da sapere
- ok** Sostituzioni avanti/indietro sapere il concetto, no formula a memoria, no implementazione (verranno date)
- ok** Costo computazionale LU e sostituzioni da sapere
- ok** Algoritmo di eliminazione di Gauss da sapere il meccanismo, no formule a memoria. La fattorizzazione si potrà eseguire con le function Python fornite.
- ok** Condizioni esistenza e unicità LU da sapere
- ok** Pivoting sapere la logica, no algoritmo a memoria.
- ok** Stabilità LU sapere il rapporto con il condizionamento della matrice.
- ok** Algoritmo di Thomas no formule a memoria.

4 Metodi iterativi per sistemi lineari

- ok** Teorema 4.1 con dimostrazione **errore relativo**
- ok** Teorema 4.2 senza dimostrazione **convergenza di un metodo consistente, doppia implicazione**
- ok** Forma generale con matrice P (precondizionatore) sì, anche espressa con il residuo.
- ok** Jacobi da sapere, anche solo in forma matriciale
- ok** Condizioni per la convergenza di Jacobi da sapere
- ok** Gauss Seidel anche solo in forma matriciale
- ok** Condizioni per la convergenza di Gauss Seidel da sapere
- ok** alpha massimo e ottimo per Richardson dimostrazione non necessaria
- ok** Gradiente: espressione del funzionale basta sapere una delle due possibili espressioni
- ok** Gradiente: algoritmo sì
- ok** Derivazione dell'espressione di alpha non necessaria
- ok** Ortogonalità delle direzioni di discesa non serve la dimostrazione.
- ok** Convergenza del gradiente da sapere.
- ok** Gradiente coniugato: algoritmo da sapere. **da rivedere**
- ok** Gradiente coniugato: convergenza da sapere.

5 Interpolazione

- ok** **Definizione dei polinomi di Lagrange** da sapere (solo la formula generale)
- ok** **Dimostrazione dell'unicità dell'interpolante** non necessaria.
- ok** **Espressione dell'errore di interpolazione** sapere andamento qualitativo.
- ok** **Stabilità dell'interpolazione** sapere la logica, espressione della costante di Lebesgue non necessaria
- ok** **Formula nodi Chebichev** da sapere o saper ricostruire
- ok** **Errore interpolazione lineare composita** Sapere di che si tratta, no ordini di convergenza.
- ok** **Splines** Sapere di che si tratta, no ordini di convergenza.
- ok** **Minimi quadrati** sapere cosa significa "minimi quadrati" ossia cosa minimizziamo. La formulazione come sistema lineare rettangolare non è necessaria.

6 Quadratura

- ok** **Punto medio** sapere la formula base e composita
- ok** **Errore del punto medio** sapere soprattutto ordine di accuratezza e grado di esattezza (la costante è secondaria).
- ok** **Trapezi** sapere la formula base e composita.
- ok** **Errore del metodo dei trapezi** sapere soprattutto ordine di accuratezza e grado di esattezza (la costante è secondaria).
- ok** **Simpson** sapere la formula base e composita.
- ok** **Errore di Simpson** sapere soprattutto ordine di accuratezza e grado di esattezza (la costante è secondaria).
- ok** **Quadratura interpolatoria** idea di fondo (interpolare e integrare il polinomio); sapere che i nodi sono dati dagli zeri dei polinomi di Legendre; espressione dei polinomi di Legendre e espressione degli α_i derivanti non necessaria . **da capire meglio**

7 Differenziazione numerica

- Derivata prima** formula forward, backward e centrata. Relativi ordini di convergenza.
- Derivata seconda** formula e ordine.
- Dimostrazioni** sapere impostare Taylor - non necessario saperle tutte e 4 a memoria

8 Equazioni differenziali ordinarie

Eulero Esplicito espressione

Eulero Implicito espressione

Crank Nicolson espressione

Theta metodo generalizzazione dei tre come unico metodo dipendente da θ

Consistenza sapere la definizione di errore di troncamento

Zero-stabilità sapere la definizione 8.2 e sua interpretazione

Teorema 8.1 da sapere

Convergenza di Eulero Esplicito saper spiegare i due contributi dell'errore e il risultato finale, intera dimostrazione non necessaria.

Ordini di convergenza sapere EE, EI e CN

Assoluta stabilità definizione e limite sul Δt di Eulero Esplicito

Sistemi di ODE sapere scrivere l'espressione vettoriale del θ metodo e criterio di assoluta stabilità per un sistema

Equazioni di ordine superiore a 1 saperle trasformare in un sistema del 1° ordine

Adattività solo l'idea generale

Metodi multistep sapere in cosa differiscono dai metodi one step visti

Runge Kutta sapere in cosa differiscono dai metodi one step visti (no espressione precisa)

9 Leggi di conservazione

Volumi finiti derivazione dell'espressione in 1D tramite integrazione dell'equazione sulle celle - da sapere

Flusso numerico sapere le proprietà generali

Definizione flusso upwind da sapere

Definizione Lax Friedrichs da sapere (espressione di D non necessaria)

Flusso di Godunov idea di fondo e definizione

Condizione CFL da sapere la disuguaglianza da verificare, caso lineare e non

Caso 2D sapere qualitativamente le differenze rispetto al caso 1D (flussi attraverso le facce delle celle, flusso vettoriale).

10 Equazioni alle derivate parziali

Differenze finite no, è solo un approfondimento per gli interessati.

Teoria enunciato di Lax Milgram e definizione di coercività, continuità

Galerkin sviluppo di u_h, v_h sulla base e ricavare sistema di N_h equazioni

Proprietà della matrice sapere che è s.d.p. (dimostrazione non necessaria)

Ortogonalità di Galerkin con dimostrazione

Convergenza di Galerkin con dimostrazione.

Elementi finiti espressione delle funzioni di base P1 per griglia uniforme

Matrici a memoria solo quella relativa al termine di diffusione, non necessario ripetere i calcoli

Condizioni al bordo sapere come trattare Neumann (cosa comporta).

Caso tempo dipendente espressione discretizzata in tempo e spazio compatta, ossia in forma matriciale; limiti di stabilità.

Caso 2D qualitativamente, solo le differenze rispetto al 1D. Non ci saranno esercizi pratici.