Statistica - 1ª lezione

21 febbraio 2023

Informazioni sul corso

ORARIO E DOCENTI

martedì 15:15 - 18:00
lezione
prof. Alessandro Toigo
`alessandro.toigo@polimi.it`

giovedì 13:15 - 15:00
laboratorio
prof. Francescopaolo Manicone
`francescopaolo.manicone@polimi.it`

venerdì 8:15 - 10:00
esercitazioni
prof. Tommaso Andreoli
`tommaso.andreoli@polimi.it`

TESTI CONSIGLIATI

- MONTGOMERY D.C., RUNGER G.C., HUBELE N.F., *Statistica per ingegneria - II edizione italiana*, Egea, 2012
- DALGAARD P., *Introductory Statistics with R*, Springer, 2008

MODALITÀ D'ESAME

- **Prova scritta (obbligatoria):**
  - 5 appelli a giugno / luglio / settembre / gennaio / febbraio
  - voto massimo prova scritta $= 30$

- **Progetto di laboratorio (facoltativo):**
  - si fa in gruppi di 3 persone
  - si presenta a giugno / luglio / settembre
  - argomento a scelta
  - voto $\in \{-1,\ 0, +1, +2, +3, +4, +5\}$
  - il voto è valido per un anno e si somma al primo scritto sufficiente

Programma

- Statistica descrittiva
  (riassumere molti dati attraverso poche caratteristiche essenziali)
- Probabilità
  (costruire un modello che preveda il risultato di un esperimento)
- Inferenza statistica
  (tarare i parametri del modello in base ai risultati dell'esperimento)
- Regressione lineare
  (riconoscere relazioni tra dati di tipo diverso)

Programma

- Statistica descrittiva
  (riassumere molti dati attraverso poche caratteristiche essenziali)
- Probabilità
  (costruire un modello che preveda il risultato di un esperimento)
- Inferenza statistica
  (tarare i parametri del modello in base ai risultati dell'esperimento)
- Regressione lineare
  (riconoscere relazioni tra dati di tipo diverso)

I dati

DATO $=$ risultato ottenuto in una singola misura

In genere, si ripetono più misure, ottenendo così n dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$\text{Tipi di dati} \begin{cases} \text{CATEGORICI} & \text{(sesso, colore degli occhi)} \\ \text{NUMERICI} & \begin{cases} \text{DISCRETI} & \text{(numero di figli, età)} \\ \text{CONTINUI} & \text{(altezza, peso)} \end{cases} \end{cases}$$

I dati

DATO $=$ risultato ottenuto in una singola misura

In genere, si ripetono più misure, ottenendo così n dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$\begin{array}{c}\text{Tipi}\\\text{di dati}\end{array}\begin{cases}\text{CATEGORICI} & \text{(sesso, colore degli occhi)}\\[2ex] \text{NUMERICI} & \begin{cases}\text{DISCRETI} & \text{(numero di figli, età)}\\ \text{CONTINUI} & \text{(altezza, peso)}\end{cases}\end{cases}$$

$S =$ insieme dei valori possibili per ciascun dato

$C =$ classe di valori (cioè un qualunque sottoinsieme $C \subseteq S$)

I dati

DATO $=$ risultato ottenuto in una singola misura

In genere, si ripetono più misure, ottenendo così n dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$\text{Tipi di dati} \begin{cases} \text{CATEGORICI} & \text{(sesso, colore degli occhi)} \\ \text{NUMERICI} & \begin{cases} \text{DISCRETI} & \text{(numero di figli, età)} \\ \text{CONTINUI} & \text{(altezza, peso)} \end{cases} \end{cases}$$

$S =$ insieme dei valori possibili per ciascun dato

$C =$ classe di valori (cioè un qualunque sottoinsieme $C \subseteq S$)

ESEMPI:

$S = \{\text{maschio, femmina}\}$ $\quad C_1 = \{\text{maschio}\}, C_2 = \{\text{femmina}\}$

I dati

DATO $=$ risultato ottenuto in una singola misura

In genere, si ripetono più misure, ottenendo così n dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$\text{Tipi di dati} \begin{cases} \text{CATEGORICI} & \text{(sesso, colore degli occhi)} \\ \text{NUMERICI} & \begin{cases} \text{DISCRETI} & \text{(numero di figli, età)} \\ \text{CONTINUI} & \text{(altezza, peso)} \end{cases} \end{cases}$$

$S =$ insieme dei valori possibili per ciascun dato

$C =$ classe di valori (cioè un qualunque sottoinsieme $C \subseteq S$)

ESEMPI:

$S = \{\text{maschio, femmina}\}$ $\quad C_1 = \{\text{maschio}\}$, $C_2 = \{\text{femmina}\}$

$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ $\quad C_1 = \{0\}$, $C_2 = \{1, 2\}$, $C_3 = \{3, 4, 5, \ldots\}$

I dati

DATO $=$ risultato ottenuto in una singola misura

In genere, si ripetono più misure, ottenendo così n dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$\text{Tipi di dati} \begin{cases} \text{CATEGORICI} & \text{(sesso, colore degli occhi)} \\ \text{NUMERICI} & \begin{cases} \text{DISCRETI} & \text{(numero di figli, età)} \\ \text{CONTINUI} & \text{(altezza, peso)} \end{cases} \end{cases}$$

S $=$ insieme dei valori possibili per ciascun dato

C $=$ classe di valori (cioè un qualunque sottoinsieme $C \subseteq S$)

ESEMPI:

$S = \{\text{maschio, femmina}\}$	$C_1 = \{\text{maschio}\}$, $C_2 = \{\text{femmina}\}$
$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$	$C_1 = \{0\}$, $C_2 = \{1, 2\}$, $C_3 = \{3, 4, 5, \ldots\}$
$S = [0, +\infty)$	$C_1 = [1.40, 1.60)$, $C_2 = [1.60, 1.90)$, $C_3 = [1.90, +\infty)$

I dati

DATO $=$ risultato ottenuto in una singola misura

In genere, si ripetono più misure, ottenendo così n dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$\text{Tipi di dati} \begin{cases} \text{CATEGORICI} & \text{(sesso, colore degli occhi)} \\ \text{NUMERICI} & \begin{cases} \text{DISCRETI} & \text{(numero di figli, età)} \\ \text{CONTINUI} & \text{(altezza, peso)} \end{cases} \end{cases}$$

$S =$ insieme dei valori possibili per ciascun dato

$C =$ classe di valori (cioè un qualunque sottoinsieme $C \subseteq S$)

FREQUENZA ASSOLUTA della classe $C =$

$$= \mathrm{FA}(C) := \#\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} \mid x_i \in C\}$$

I dati

DATO $=$ risultato ottenuto in una singola misura

In genere, si ripetono più misure, ottenendo così n dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$\text{Tipi di dati} \begin{cases} \text{CATEGORICI} & \text{(sesso, colore degli occhi)} \\ \text{NUMERICI} & \begin{cases} \text{DISCRETI} & \text{(numero di figli, età)} \\ \text{CONTINUI} & \text{(altezza, peso)} \end{cases} \end{cases}$$

$S =$ insieme dei valori possibili per ciascun dato

$C =$ classe di valori (cioè un qualunque sottoinsieme $C \subseteq S$)

FREQUENZA ASSOLUTA della classe $C =$

$$= \mathrm{FA}(C) := \#\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} \mid x_i \in C\}$$

FREQUENZA RELATIVA della classe $C =$

$$= \mathrm{FR}(C) := \frac{1}{n}\mathrm{FA}(C)$$

Dati categorici

ESEMPIO: Abbiamo misurato i gruppi sanguigni di $n = 12$ studenti, ottenendo i dati seguenti:

B B AB 0 A 0 A A A B A A

I valori possibili sono $S = \{\mathrm{A}\,, \mathrm{B}\,, \mathrm{AB}\,, 0\}$

Come classi scegliamo insiemi formati da un solo elemento (singletoni)

$$C_1 = \{A\}, \qquad C_2 = \{B\}, \qquad C_3 = \{AB\}, \qquad C_4 = \{0\}$$

Dati categorici

ESEMPIO: Abbiamo misurato i gruppi sanguigni di $n = 12$ studenti, ottenendo i dati seguenti:

B B AB 0 A 0 A A A B A A

I valori possibili sono $S = \{\mathrm{A}\,,\ \mathrm{B}\,,\ \mathrm{AB}\,,\ 0\}$

Come classi scegliamo insiemi formati da un solo elemento (singletoni)

$$C_1 = \{A\}, \qquad C_2 = \{B\}, \qquad C_3 = \{AB\}, \qquad C_4 = \{0\}$$

Ne ricaviamo le frequenze

$\mathrm{FA}(\{A\}) = \#\{5, 7, 8, 9, 11, 12\} = 6$

Dati categorici

ESEMPIO: Abbiamo misurato i gruppi sanguigni di $n = 12$ studenti, ottenendo i dati seguenti:

B B AB 0 A 0 A A A B A A

I valori possibili sono $S = \{\text{A}\,,\ \text{B}\,,\ \text{AB}\,,\ 0\}$

Come classi scegliamo insiemi formati da un solo elemento (singletoni)

$$C_1 = \{A\}, \qquad C_2 = \{B\}, \qquad C_3 = \{AB\}, \qquad C_4 = \{0\}$$

Ne ricaviamo le frequenze

$\mathrm{FA}(\{A\}) = \#\{5, 7, 8, 9, 11, 12\} = 6$

$\mathrm{FA}(\{B\}) = \#\{1, 2, 10\} = 3$

Dati categorici

ESEMPIO: Abbiamo misurato i gruppi sanguigni di $n = 12$ studenti, ottenendo i dati seguenti:

B	B	AB	0	A	0	A	A	A	B	A	A

I valori possibili sono $S = \{\text{A}\,,\ \text{B}\,,\ \text{AB}\,,\ 0\}$

Come classi scegliamo insiemi formati da un solo elemento (singletoni)

$$C_1 = \{A\}, \qquad C_2 = \{B\}, \qquad C_3 = \{AB\}, \qquad C_4 = \{0\}$$

Ne ricaviamo le frequenze

$\mathrm{FA}(\{A\}) = \#\{5, 7, 8, 9, 11, 12\} = 6$

$\mathrm{FA}(\{B\}) = \#\{1, 2, 10\} = 3$

$\mathrm{FA}(\{AB\}) = \#\{3\} = 1$

Dati categorici

ESEMPIO: Abbiamo misurato i gruppi sanguigni di $n = 12$ studenti, ottenendo i dati seguenti:

B	B	AB	0	A	0	A	A	A	B	A	A

I valori possibili sono $S = \{\text{A}\,,\ \text{B}\,,\ \text{AB}\,,\ 0\}$

Come classi scegliamo insiemi formati da un solo elemento (singletoni)

$$C_1 = \{A\}, \qquad C_2 = \{B\}, \qquad C_3 = \{AB\}, \qquad C_4 = \{0\}$$

Ne ricaviamo le frequenze

$\mathrm{FA}(\{A\}) = \#\{5, 7, 8, 9, 11, 12\} = 6$

$\mathrm{FA}(\{B\}) = \#\{1, 2, 10\} = 3$

$\mathrm{FA}(\{AB\}) = \#\{3\} = 1$

$\mathrm{FA}(\{0\}) = \#\{4, 6\} = 2$

Dati categorici

ESEMPIO: Abbiamo misurato i gruppi sanguigni di $n = 12$ studenti, ottenendo i dati seguenti:

B B AB 0 A 0 A A A B A A

I valori possibili sono $S = \{\text{A}\,,\ \text{B}\,,\ \text{AB}\,,\ 0\}$

Come classi scegliamo insiemi formati da un solo elemento (singletoni)

$$C_1 = \{A\}, \qquad C_2 = \{B\}, \qquad C_3 = \{AB\}, \qquad C_4 = \{0\}$$

Ne ricaviamo le frequenze

$$\begin{aligned}
&\mathrm{FA}(\{A\}) = \#\{5,7,8,9,11,12\} = 6 && \Rightarrow \quad \mathrm{FR}(\{A\}) = 6/12 = 0.5\\
&\mathrm{FA}(\{B\}) = \#\{1,2,10\} = 3 && \Rightarrow \quad \mathrm{FR}(\{B\}) = 3/12 = 0.25\\
&\mathrm{FA}(\{AB\}) = \#\{3\} = 1 && \Rightarrow \quad \mathrm{FR}(\{AB\}) = 1/12 = 0.08\overline{3}\\
&\mathrm{FA}(\{0\}) = \#\{4,6\} = 2 && \Rightarrow \quad \mathrm{FR}(\{0\}) = 2/12 = 0.1\overline{6}
\end{aligned}$$

Dati categorici

Tabella delle frequenze

Classi	FA	FR
A	6	$0.5 = 50\%$
B	3	$0.25 = 25\%$
AB	1	$0.08\overline{3} = 8.\overline{3}\%$
0	2	$0.1\overline{6} = 16.\overline{6}\%$

Dati categorici

Tabella delle frequenze

Classi	FA	FR
A	6	$0.5 = 50\%$
B	3	$0.25 = 25\%$
AB	1	$0.08\overline{3} = 8.\overline{3}\%$
0	2	$0.1\overline{6} = 16.\overline{6}\%$
	12 OK!	

Dati categorici

Tabella delle frequenze

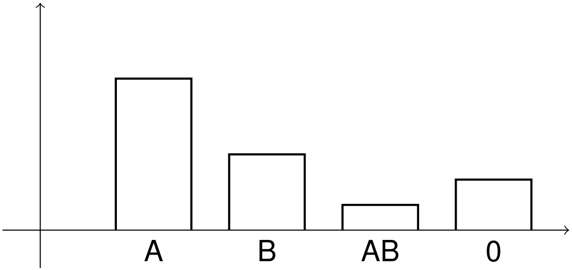
Classi	FA	FR
A	6	$0.5 = 50\%$
B	3	$0.25 = 25\%$
AB	1	$0.08\overline{3} = 8.\overline{3}\%$
0	2	$0.1\overline{6} = 16.\overline{6}\%$
	12 OK!	100% OK!

Dati categorici

Tabella delle frequenze

Classi	FA	FR
A	6	$0.5 = 50\%$
B	3	$0.25 = 25\%$
AB	1	$0.08\overline{3} = 8.\overline{3}\%$
0	2	$0.1\overline{6} = 16.\overline{6}\%$
	12 OK!	100% OK!

Istogramma

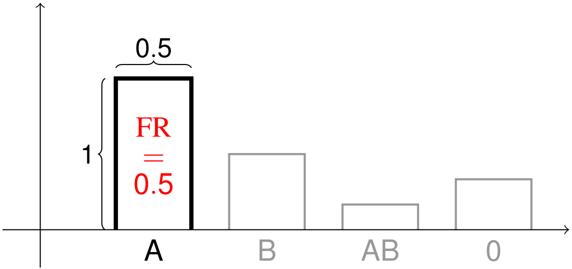


Dati categorici

Tabella delle frequenze

Classi	FA	FR
A	6	$0.5 = 50\%$
B	3	$0.25 = 25\%$
AB	1	$0.08\overline{3} = 8.\overline{3}\%$
0	2	$0.1\overline{6} = 16.\overline{6}\%$
	12 OK!	100% OK!

Istogramma



Dati numerici

I dati numerici si possono

- ordinare:

$x_1 = 28.4 \quad x_2 = 8.3 \quad x_3 = 15.7$ dati grezzi

$x_{(1)} = 8.3 \quad x_{(2)} = 15.7 \quad x_{(3)} = 28.4$ dati ordinati

Dati numerici

I dati numerici si possono

- ordinare:

$x_1 = 28.4 \quad x_2 = 8.3 \quad x_3 = 15.7$ dati grezzi

$x_{(1)} = 8.3 \quad x_{(2)} = 15.7 \quad x_{(3)} = 28.4$ dati ordinati

FREQUENZA CUMULATA del valore $k =$

$$= \mathrm{FC}(k) := \frac{1}{n} \#\{i \in \{1, 2, \dots, n\} \mid x_i \leq k\}$$

Dati numerici

I dati numerici si possono

- ordinare:

$x_1 = 28.4 \quad x_2 = 8.3 \quad x_3 = 15.7$ dati grezzi

$x_{(1)} = 8.3 \quad x_{(2)} = 15.7 \quad x_{(3)} = 28.4$ dati ordinati

FREQUENZA CUMULATA del valore $k =$

$$= \mathrm{FC}(k) := \frac{1}{n} \#\{i \in \{1, 2, \dots, n\} \mid x_i \leq k\}$$

- sommare e moltiplicare per costanti:

$$x_i \longrightarrow y_i = ax_i + b \qquad a, b \in \mathbb{R}$$

$x_1 = 28.4 \quad x_2 = 8.3 \quad x_3 = 15.7$ temperature in $^\circ\mathrm{C}$

$x_i \longrightarrow y_i = 1.8 \cdot x_i + 32$ conversione in $^\circ\mathrm{F}$

$y_1 = 83.1 \quad y_2 = 46.9 \quad y_3 = 60.3$ temperature in $^\circ\mathrm{F}$

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 100\}$

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1	6	$6/24 = 0.25$	$0.125 + 0.25 = 0.375$
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1	6	$6/24 = 0.25$	$0.125 + 0.25 = 0.375$
2	4	$4/24 = 0.1\overline{6}$	$0.375 + 0.1\overline{6} = 0.541\overline{6}$
3			
4			
5			
6			
7			

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1	6	$6/24 = 0.25$	$0.125 + 0.25 = 0.375$
2	4	$4/24 = 0.1\overline{6}$	$0.375 + 0.1\overline{6} = 0.541\overline{6}$
3	6	$6/24 = 0.25$	$0.541\overline{6} + 0.25 = 0.791\overline{6}$
4			
5			
6			
7			

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1	6	$6/24 = 0.25$	$0.125 + 0.25 = 0.375$
2	4	$4/24 = 0.1\overline{6}$	$0.375 + 0.1\overline{6} = 0.541\overline{6}$
3	6	$6/24 = 0.25$	$0.541\overline{6} + 0.25 = 0.791\overline{6}$
4	2	$2/24 = 0.08\overline{3}$	$0.791\overline{6} + 0.08\overline{3} = 0.875$
5			
6			
7			

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1	6	$6/24 = 0.25$	$0.125 + 0.25 = 0.375$
2	4	$4/24 = 0.1\overline{6}$	$0.375 + 0.1\overline{6} = 0.541\overline{6}$
3	6	$6/24 = 0.25$	$0.541\overline{6} + 0.25 = 0.791\overline{6}$
4	2	$2/24 = 0.08\overline{3}$	$0.791\overline{6} + 0.08\overline{3} = 0.875$
5	2	$2/24 = 0.08\overline{3}$	$0.875 + 0.08\overline{3} = 0.958\overline{3}$
6			
7			

Dati numerici discreti

ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1	6	$6/24 = 0.25$	$0.125 + 0.25 = 0.375$
2	4	$4/24 = 0.1\overline{6}$	$0.375 + 0.1\overline{6} = 0.541\overline{6}$
3	6	$6/24 = 0.25$	$0.541\overline{6} + 0.25 = 0.791\overline{6}$
4	2	$2/24 = 0.08\overline{3}$	$0.791\overline{6} + 0.08\overline{3} = 0.875$
5	2	$2/24 = 0.08\overline{3}$	$0.875 + 0.08\overline{3} = 0.958\overline{3}$
6	0	$0/24 = 0$	$0.958\overline{3} + 0 = 0.958\overline{3}$
7			

Dati numerici discreti

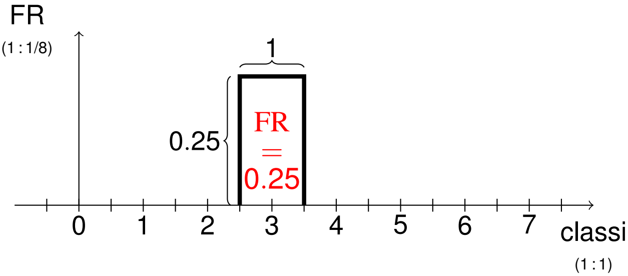
ESEMPIO: Abbiamo contato il numero di CD difettosi in 24 scatole da 100 pezzi ciascuna, ottenendo i dati seguenti:

1	0	3	1	3	2	2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3	1	4	2	3	0	5

I valori veramente possibili sono $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

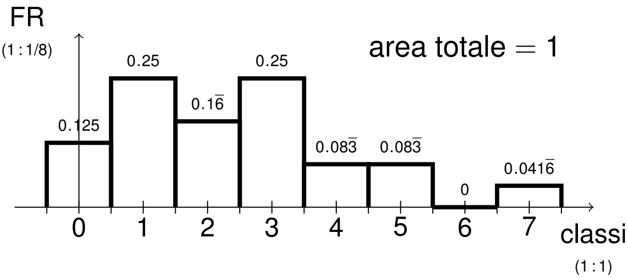
Classi	FA	FR	FC
0	3	$3/24 = 0.125$	0.125
1	6	$6/24 = 0.25$	$0.125 + 0.25 = 0.375$
2	4	$4/24 = 0.1\overline{6}$	$0.375 + 0.1\overline{6} = 0.541\overline{6}$
3	6	$6/24 = 0.25$	$0.541\overline{6} + 0.25 = 0.791\overline{6}$
4	2	$2/24 = 0.08\overline{3}$	$0.791\overline{6} + 0.08\overline{3} = 0.875$
5	2	$2/24 = 0.08\overline{3}$	$0.875 + 0.08\overline{3} = 0.958\overline{3}$
6	0	$0/24 = 0$	$0.958\overline{3} + 0 = 0.958\overline{3}$
7	1	$1/24 = 0.041\overline{6}$	$0.958\overline{3} + 0.041\overline{6} = 1$ OK!

Istogramma



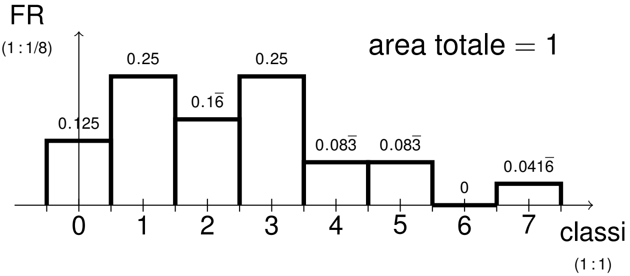
Dati numerici discreti

Istogramma

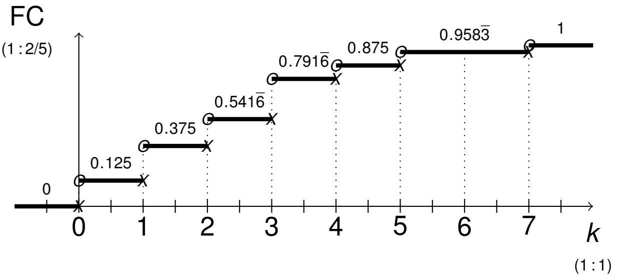


Dati numerici discreti

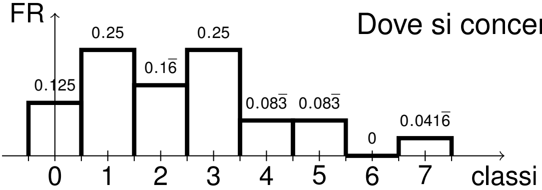
Istogramma



Frequenze cumulate

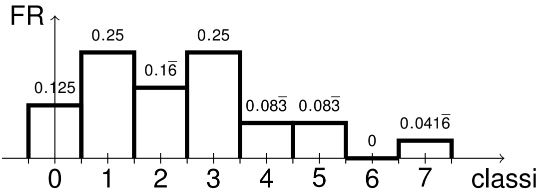


Indici di posizione



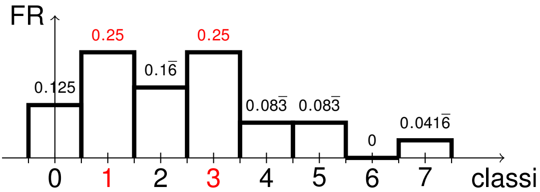
Dove si concentrano i dati?

Indici di posizione



MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

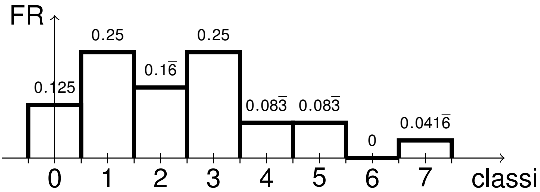
Indici di posizione



MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

$= \{1, 3\} \quad \Rightarrow \quad$ dati bimodali

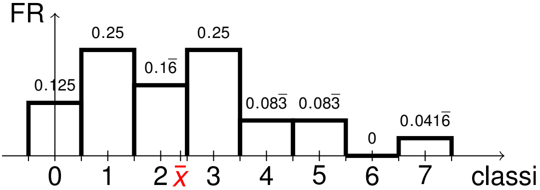
Indici di posizione



MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

MEDIA CAMPIONARIA $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$

Indici di posizione

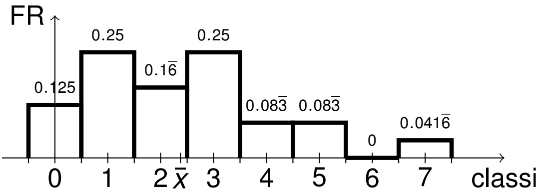


MODA = classe (o classi) più frequenti

$$\text{MEDIA CAMPIONARIA} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$$

$$= \frac{1+0+3+\ldots+5}{24} = 2.375$$

Indici di posizione



MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

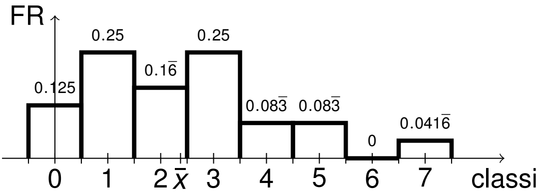
MEDIA CAMPIONARIA $= \dfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$

MEDIANA $= \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$

dove $\lfloor \cdot \rfloor =$ intero immediatamente precedente:

$\lfloor 7.93 \rfloor = 7, \qquad \lfloor 2.08 \rfloor = 2, \qquad \lfloor 5 \rfloor = 5, \qquad \lfloor 0.57 \rfloor = 0$

Indici di posizione



$x_1, x_2, \ldots, x_{24}$

1	0	3	1	3	2
2	1	2	5	3	0
1	4	3	7	1	3
1	4	2	3	0	5

MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

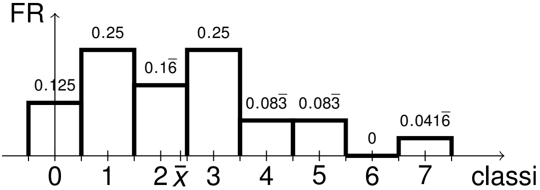
$$\text{MEDIA CAMPIONARIA} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$$

$$\text{MEDIANA} = \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$$

dove $\lfloor \cdot \rfloor =$ intero immediatamente precedente:

$\lfloor 7.93 \rfloor = 7, \qquad \lfloor 2.08 \rfloor = 2, \qquad \lfloor 5 \rfloor = 5, \qquad \lfloor 0.57 \rfloor = 0$

Indici di posizione



$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

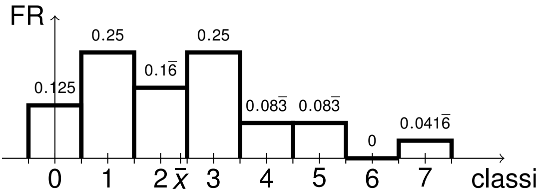
MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

$$\text{MEDIA CAMPIONARIA} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$$

$$\text{MEDIANA} = \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$$

$n/2 = 24/2 = 12 \in \mathbb{N}$

Indici di posizione



$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

MODA = classe (o classi) più frequenti

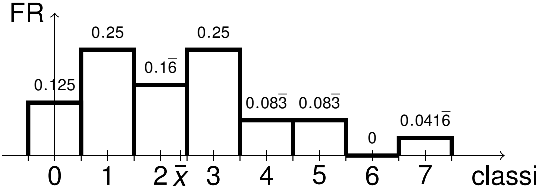
MEDIA CAMPIONARIA $= \dfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$

$$\text{MEDIANA} = \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$$

$n/2 = 24/2 = 12 \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow \quad m = \tfrac{1}{2}\left(x_{(12)} + x_{(13)}\right)$$

Indici di posizione



$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

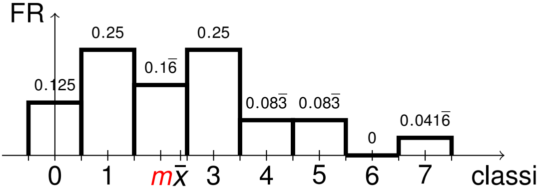
MEDIA CAMPIONARIA $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$

$$\text{MEDIANA} = \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$$

$n/2 = 24/2 = 12 \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{1}{2}\left(x_{(12)} + x_{(13)}\right) = \frac{1}{2}(2+2) = 2$$

Indici di posizione



$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

MODA = classe (o classi) più frequenti

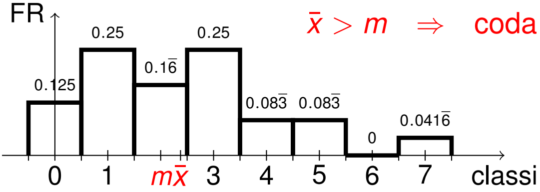
$$\text{MEDIA CAMPIONARIA} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$$

$$\text{MEDIANA} = \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$$

$$n/2 = 24/2 = 12 \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{1}{2}\left(x_{(12)} + x_{(13)}\right) = \frac{1}{2}(2+2) = 2$$

Indici di posizione



$\bar{x} > m \quad \Rightarrow \quad$ coda a destra

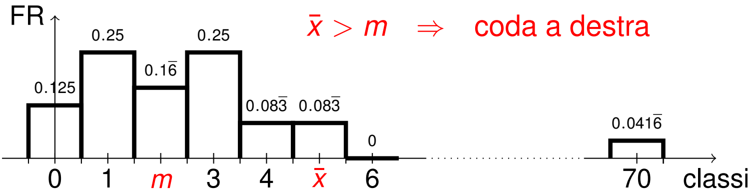
MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

MEDIA CAMPIONARIA $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$

$$\text{MEDIANA} = \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$$

$n/2 = 24/2 = 12 \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{1}{2}\left(x_{(12)} + x_{(13)}\right) = \frac{1}{2}(2+2) = 2$$



MODA $=$ classe (o classi) più frequenti

MEDIA CAMPIONARIA $= \dfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i =: \bar{x}_n$

$$\text{MEDIANA} = \begin{cases} x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)} & \text{se } n/2 \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}\right) & \text{se } n/2 \in \mathbb{N} \end{cases} =: m$$

$n/2 = 24/2 = 12 \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow \quad m = \tfrac{1}{2}\left(x_{(12)} + x_{(13)}\right) = \tfrac{1}{2}(2+2) = 2$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k \, \mathrm{FR}(k)$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

  $$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k \, \mathrm{FR}(k)$$

  Per esempio:

  $$\bar{x} = \frac{1+0+3+1+3+\ldots+0+5}{24}$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k\,\mathrm{FR}(k)$$

Per esempio:

$$\bar{x} = \frac{1+0+3+1+3+\ldots+0+5}{24}$$

$$= \frac{\overbrace{0+0+\ldots+0}^{\mathrm{FA}(0)\text{ volte}}+\overbrace{1+1+\ldots+1}^{\mathrm{FA}(1)\text{ volte}}+\ldots+\overbrace{7+7+\ldots+7}^{\mathrm{FA}(7)\text{ volte}}}{24}$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k\, \mathrm{FR}(k)$$

Per esempio:

$$\bar{x} = \frac{1+0+3+1+3+\ldots+0+5}{24}$$

$$= \frac{\overbrace{0+0+\ldots+0}^{\mathrm{FA}(0)\text{ volte}}+\overbrace{1+1+\ldots+1}^{\mathrm{FA}(1)\text{ volte}}+\ldots+\overbrace{7+7+\ldots+7}^{\mathrm{FA}(7)\text{ volte}}}{24}$$

$$= 0\cdot\underbrace{\frac{\mathrm{FA}(0)}{24}}_{\mathrm{FR}(0)} + 1\cdot\underbrace{\frac{\mathrm{FA}(1)}{24}}_{\mathrm{FR}(1)} + \ldots + 7\cdot\underbrace{\frac{\mathrm{FA}(7)}{24}}_{\mathrm{FR}(7)}$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k\,\mathrm{FR}(k)$$

Per esempio:

$$\bar{x} = \frac{1+0+3+1+3+\ldots+0+5}{24}$$

$$= \frac{\overbrace{0+0+\ldots+0}^{\mathrm{FA}(0)\text{ volte}}+\overbrace{1+1+\ldots+1}^{\mathrm{FA}(1)\text{ volte}}+\ldots+\overbrace{7+7+\ldots+7}^{\mathrm{FA}(7)\text{ volte}}}{24}$$

$$= 0\cdot\underbrace{\frac{\mathrm{FA}(0)}{24}}_{\mathrm{FR}(0)} + 1\cdot\underbrace{\frac{\mathrm{FA}(1)}{24}}_{\mathrm{FR}(1)} + \ldots + 7\cdot\underbrace{\frac{\mathrm{FA}(7)}{24}}_{\mathrm{FR}(7)}$$

$$= \sum_{k=0}^{7} k\,\mathrm{FR}(k)$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k \, \mathrm{FR}(k)$$

- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$:

$$\bar{y}_n = a\bar{x}_n + b$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

  $$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k\,\mathrm{FR}(k)$$

- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$:

  $$\bar{y}_n = a\bar{x}_n + b$$

  Infatti:

  $$\bar{y}_n \ := \ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k\,\mathrm{FR}(k)$$

- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$:

$$\bar{y}_n = a\bar{x}_n + b$$

Infatti:

$$\bar{y}_n \;:=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \;=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(ax_i + b)$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k \, \mathrm{FR}(k)$$

- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$:

$$\bar{y}_n = a\bar{x}_n + b$$

Infatti:

$$\bar{y}_n := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(ax_i + b)$$

$$= a\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + b\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k\,\mathrm{FR}(k)$$

- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$:

$$\bar{y}_n = a\bar{x}_n + b$$

Infatti:

$$\bar{y}_n \;:=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \;=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(ax_i + b)$$

$$= a\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + b\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1 \;=\; a\,\bar{x}_n + b\,\frac{1}{n}\,n$$

Proprietà della media campionaria

- Per dati discreti:

$$\bar{x}_n = \sum_{\text{classi } k} k\,\mathrm{FR}(k)$$

- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$:

$$\bar{y}_n = a\bar{x}_n + b$$

Infatti:

$$\begin{aligned}\bar{y}_n \;:=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \;&=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(ax_i + b)\\ &= a\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + b\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1 \;=\; a\,\bar{x}_n + b\,\frac{1}{n}\,n\\ &= a\,\bar{x}_n + b\end{aligned}$$

Proprietà della mediana

- Almeno il 50% dei dati è $\leq m$
- Almeno il 50% dei dati è $\geq m$

Proprietà della mediana

- Almeno il 50% dei dati è $\leq m$
- Almeno il 50% dei dati è $\geq m$
- Dalla tabella delle frequenze:

Classi	FA	FR	FC	
0	3	0.125	0.125	solo il 12.5% dei dati ≤ 0
1	6	0.25	0.375	solo il 37.5% dei dati ≤ 1
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$	$m = 2$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$	solo il $(100 - 54.1\overline{6})$% dei dati ≥ 3
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875	solo il $(100 - 79.1\overline{6})$% dei dati ≥ 4
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$	solo il $(100 - 87.5)$% dei dati ≥ 5
6	0	0	$0.958\overline{3}$	solo il $(100 - 95.8\overline{3})$% dei dati ≥ 6
7	1	$0.041\overline{6}$	1	solo il $(100 - 95.8\overline{3})$% dei dati ≥ 7

Proprietà della mediana

- Almeno il 50% dei dati è $\leq m$
- Almeno il 50% dei dati è $\geq m$
- Dalla tabella delle frequenze:

Classi	FA	FR	FC	
0	3	0.125	0.125	solo il 12.5% dei dati ≤ 0
1	6	0.25	0.375	solo il 37.5% dei dati ≤ 1
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$	$m = 2$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$	solo il $(100 - 54.1\overline{6})$% dei dati ≥ 3
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875	solo il $(100 - 79.1\overline{6})$% dei dati ≥ 4
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$	solo il $(100 - 87.5)$% dei dati ≥ 5
6	0	0	$0.958\overline{3}$	solo il $(100 - 95.8\overline{3})$% dei dati ≥ 6
7	1	$0.041\overline{6}$	1	solo il $(100 - 95.8\overline{3})$% dei dati ≥ 7

- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$ con $a \neq 0$:

$$m_y = am_x + b$$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

- Almeno il $100 \cdot \gamma$ % dei dati è $\leq q_\gamma$
- Almeno il $100 \cdot (1-\gamma)$ % dei dati è $\geq q_\gamma$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

- Almeno il $100 \cdot \gamma$ % dei dati è $\leq q_\gamma$
- Almeno il $100 \cdot (1-\gamma)$ % dei dati è $\geq q_\gamma$
- $q_{0.25} =: \mathrm{Q1}$, $q_{0.5} = m =: \mathrm{Q2}$, $q_{0.75} =: \mathrm{Q3}$: quartili

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

- Almeno il $100 \cdot \gamma$ % dei dati è $\leq q_\gamma$
- Almeno il $100 \cdot (1-\gamma)$ % dei dati è $\geq q_\gamma$
- $q_{0.25} =: \mathrm{Q1}$, $q_{0.5} = m =: \mathrm{Q2}$, $q_{0.75} =: \mathrm{Q3}$: quartili
- q_γ si può ricavare dalla tabella delle frequenze

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

- Almeno il $100 \cdot \gamma$ % dei dati è $\leq q_\gamma$
- Almeno il $100 \cdot (1-\gamma)$ % dei dati è $\geq q_\gamma$
- $q_{0.25} =: \mathrm{Q1}$, $q_{0.5} = m =: \mathrm{Q2}$, $q_{0.75} =: \mathrm{Q3}$: quartili
- q_γ si può ricavare dalla tabella delle frequenze
- Per una trasformazione affine $y_i = ax_i + b$ con $a \neq 0$:

$$q_\gamma^y = \begin{cases} a\, q_\gamma^x + b & \text{se } a > 0 \\ a\, q_{1-\gamma}^x + b & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$q_{0.20} = ????$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$

0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$q_{0.20} = ????$

$n\gamma = 24 \cdot 0.20 = 4.8$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$q_{0.20} = x_{(\lfloor 4.8 \rfloor + 1)}$

$n\gamma = 24 \cdot 0.20 = 4.8$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$q_{0.20} = x_{(\lfloor 4.8 \rfloor + 1)} = x_{(5)}$

$n\gamma = 24 \cdot 0.20 = 4.8$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(24)}$

0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$q_{0.20} = x_{(\lfloor 4.8 \rfloor + 1)} = x_{(5)} = 1$

$n\gamma = 24 \cdot 0.20 = 4.8$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$

0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$\mathrm{Q1} = q_{0.25} = ????$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$\mathrm{Q1} = q_{0.25} = ????$

$n\gamma = 24 \cdot 0.25 = 6$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$\mathrm{Q1} = q_{0.25} = \frac{1}{2}\left(x_{(6)} + x_{(7)}\right)$

$n\gamma = 24 \cdot 0.25 = 6$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0, 1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$$\mathrm{Q1} = q_{0.25} = \frac{1}{2}\left(x_{(6)} + x_{(7)}\right) = \frac{1}{2}(1 + 1) \qquad n\gamma = 24 \cdot 0.25 = 6$$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$\mathrm{Q1} = q_{0.25} = \frac{1}{2}\left(x_{(6)} + x_{(7)}\right) = \frac{1}{2}(1+1) = 1$ $\qquad n\gamma = 24 \cdot 0.25 = 6$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$

0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$\mathrm{Q3} = q_{0.75} = ????$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$

0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$\mathrm{Q3} = q_{0.75} = ????$

$n\gamma = 24 \cdot 0.75 = 18$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$

0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$\mathrm{Q3} = q_{0.75} = \frac{1}{2}\left(x_{(18)} + x_{(19)}\right)$ $\qquad n\gamma = 24 \cdot 0.75 = 18$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

$$\text{Q3} = q_{0.75} = \frac{1}{2}\left(x_{(18)} + x_{(19)}\right) = \frac{1}{2}(3+3) \qquad n\gamma = 24 \cdot 0.75 = 18$$

Quantili

QUANTILE DI ORDINE γ (con $\gamma \in (0,1)$ fissato)

$$= \begin{cases} x_{(\lfloor n\gamma \rfloor + 1)} & \text{se } n\gamma \notin \mathbb{N} \\ \frac{1}{2}\left(x_{(n\gamma)} + x_{(n\gamma+1)}\right) & \text{se } n\gamma \in \mathbb{N} \end{cases} =: q_\gamma$$

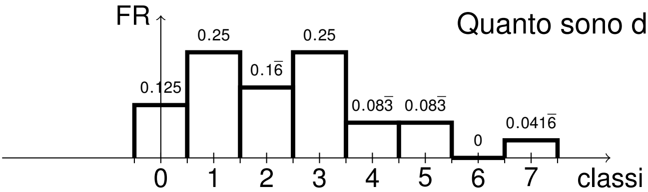
ESEMPIO:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(24)}$					
0	0	0	1	1	1
1	1	1	2	2	2
2	3	3	3	3	3
3	4	4	5	5	7

Classi	FA	FR	FC
0	3	0.125	0.125
1	6	0.25	0.375
2	4	$0.1\overline{6}$	$0.541\overline{6}$
3	6	0.25	$0.791\overline{6}$
4	2	$0.08\overline{3}$	0.875
5	2	$0.08\overline{3}$	$0.958\overline{3}$
6	0	0	$0.958\overline{3}$
7	1	$0.041\overline{6}$	1

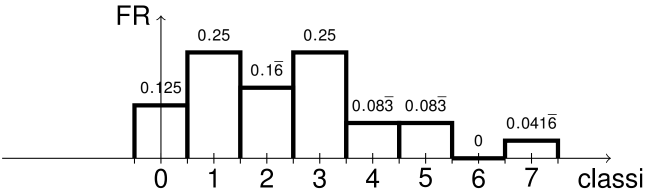
$\mathrm{Q3} = q_{0.75} = \frac{1}{2}\left(x_{(18)} + x_{(19)}\right) = \frac{1}{2}(3+3) = 3$ $\qquad n\gamma = 24 \cdot 0.75 = 18$

Indici di dispersione



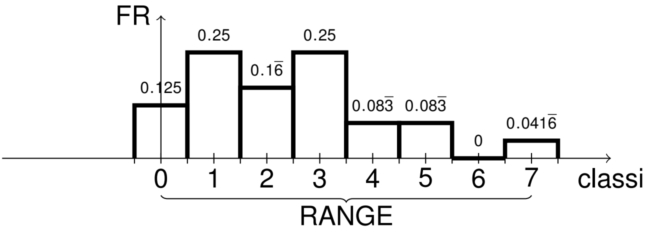
Quanto sono dispersi i dati?

Indici di dispersione



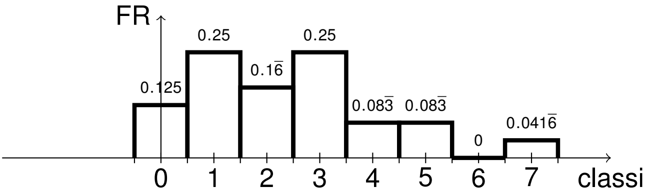
RANGE $= x_{(n)} - x_{(1)}$

Indici di dispersione



$$\begin{aligned} \text{RANGE} &= x_{(n)} - x_{(1)} \\ &= 7 - 0 = 7 \end{aligned}$$

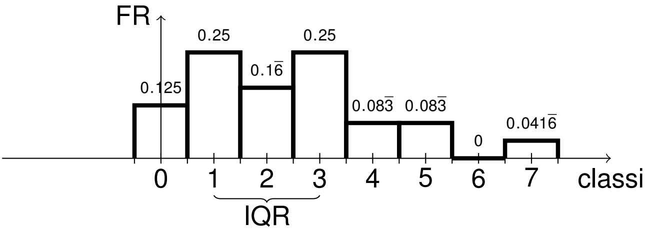
Indici di dispersione



RANGE $= x_{(n)} - x_{(1)}$

RANGE INTERQUARTILE $= \mathrm{Q}3 - \mathrm{Q}1 =: \mathrm{IQR}$

Indici di dispersione

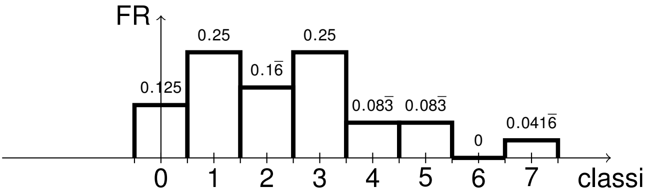


RANGE $= x_{(n)} - x_{(1)}$

RANGE INTERQUARTILE $= \mathrm{Q3} - \mathrm{Q1} =: \mathrm{IQR}$

$$= 3 - 1 = 2$$

Indici di dispersione

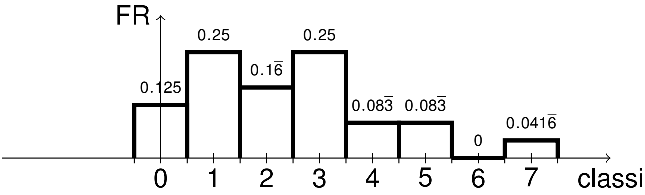


RANGE $= x_{(n)} - x_{(1)}$

RANGE INTERQUARTILE $= \mathrm{Q3} - \mathrm{Q1} =: \mathrm{IQR}$

VARIANZA CAMPIONARIA $= \dfrac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}_n)^2 =: s_n^2$

Indici di dispersione

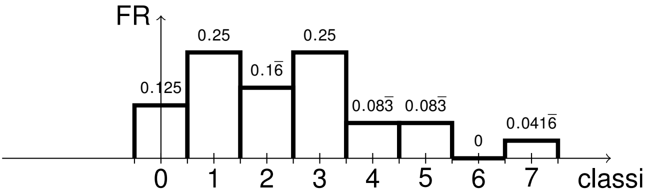


RANGE $= x_{(n)} - x_{(1)}$

RANGE INTERQUARTILE $= \mathrm{Q3} - \mathrm{Q1} =: \mathrm{IQR}$

$$\text{VARIANZA CAMPIONARIA} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2 =: s_n^2$$

$$= \frac{(1-2.375)^2 + (0-2.375)^2 + \ldots + (5-2.375)^2}{24-1} \simeq 3.1141$$



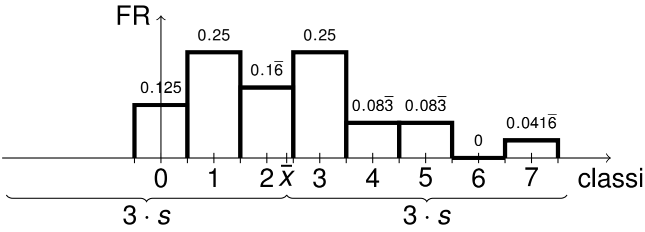
RANGE $= x_{(n)} - x_{(1)}$

RANGE INTERQUARTILE $= \mathrm{Q3} - \mathrm{Q1} =: \mathrm{IQR}$

VARIANZA CAMPIONARIA $= \dfrac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}_n)^2 =: s_n^2$

DEVIAZIONE STANDARD CAMPIONARIA $= \sqrt{s_n^2} =: s_n$

Indici di dispersione



$$\text{RANGE} = x_{(n)} - x_{(1)}$$

$$\text{RANGE INTERQUARTILE} = \mathrm{Q3} - \mathrm{Q1} =: \mathrm{IQR}$$

$$\text{VARIANZA CAMPIONARIA} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2 =: s_n^2$$

$$\text{DEVIAZIONE STANDARD CAMPIONARIA} = \sqrt{s_n^2} =: s_n$$

$$\simeq 1.7647$$

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.
- Vale la disuguaglianza di Chebyshev

$$\#\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} \mid |x_i - \bar{x}| \geq k\, s\} \leq \frac{n-1}{k^2} \qquad \forall k > 0$$

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.
- Vale la disuguaglianza di Chebyshev

$$\#\{i \in \{1, 2, \dots, n\} \mid |x_i - \bar{x}| \geq k\, s\} \leq \frac{n-1}{k^2} \qquad \forall k > 0$$
$$= \frac{24-1}{3^2} \leq 2 \qquad \text{con } k = 3$$

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.
- Vale la disuguaglianza di Chebyshev

$$\#\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} \mid |x_i - \bar{x}| \geq k\, s\} \leq \frac{n-1}{k^2} \qquad \forall k > 0$$

- Vale la formula alternativa

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right)$$

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.
- Vale la disuguaglianza di Chebyshev

$$\#\{i \in \{1, 2, \dots, n\} \mid |x_i - \bar{x}| \geq k\, s\} \leq \frac{n-1}{k^2} \qquad \forall k > 0$$

- Vale la formula alternativa

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right)$$

Infatti:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.
- Vale la disuguaglianza di Chebyshev

$$\#\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} \mid |x_i - \bar{x}| \geq k\, s\} \leq \frac{n-1}{k^2} \qquad \forall k > 0$$

- Vale la formula alternativa

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right)$$

Infatti:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum \left(x_i^2 - 2x_i\, \bar{x} + \bar{x}^2 \right)$$

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.
- Vale la disuguaglianza di Chebyshev

$$\#\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} \mid |x_i - \bar{x}| \geq k\, s\} \leq \frac{n-1}{k^2} \qquad \forall k > 0$$

- Vale la formula alternativa

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right)$$

Infatti:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum \left(x_i^2 - 2x_i\, \bar{x} + \bar{x}^2 \right)$$

$$= \frac{1}{n-1} \left(\sum x_i^2 - 2\bar{x} \sum x_i + \bar{x}^2 \sum 1 \right)$$

Proprietà di s^2 e di s

- $[s^2] = [x_i]^2$, mentre $[s] = [\bar{x}] = [x_i]$.
- Vale la disuguaglianza di Chebyshev

$$\#\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} \mid |x_i - \bar{x}| \geq k\, s\} \leq \frac{n-1}{k^2} \qquad \forall k > 0$$

- Vale la formula alternativa

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2\right)$$

Infatti:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}\sum \left(x_i^2 - 2x_i\,\bar{x} + \bar{x}^2\right) \\ &= \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - 2\bar{x}\sum x_i + \bar{x}^2 \sum 1\right) \\ &= \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - 2n\bar{x}\bar{x} + \bar{x}^2 n\right) \end{aligned}$$