Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria – A.A. 2018/2019
Appello del 2 Settembre 2019 - Docenti: Mola e Parolini

Nome: .... Cognome: .... Matr. | | | | | | |

Attenzione: *risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando* `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1.

a. Si presenti il metodo di Newton per approssimare lo zero di una funzione, se ne fornisca un'interpretazione grafica e si riportino le condizioni sufficienti a garantirne la convergenza quadratica. [T]

b. Si riporti il grafico della funzione $f(x) = (e^{3x-2} - 1)(2 - x - 3x^2)$ nell'intervallo $I = [0, 1]$ e, dopo aver verificato che, in questo caso, il metodo di Newton può essere utilizzato, si approssimi lo zero nell'intervallo I mediante la funzione `newton.m`, con una tolleranza di 10^{-8} scegliendo opportunamente il valore iniziale. Si riporti l'approssimazione calcolata e il numero di iterazioni effettuate. [M]

c. Si ripeta il punto precedente utilizzando il metodo di Newton modificato (`newtmod.m`) assumendo una molteplicità dello zero cercato pari a 2. Si commentino i risultati ottenuti. [M+T]

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con la matrice A definita da

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 & & & & \\ 0 & 5 & 0 & 2 & & & \\ 2 & 0 & 5 & 0 & 2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & 2 & 0 & 5 & 0 & 2 \\ & & & 2 & 0 & 5 & 0 \\ & & & & 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{50\times 50}, \tag{1}$$

e il vettore $\mathbf{b}$ scelto in modo tale che la soluzione esatta del sistema sia $\mathbf{x} = [1, 1, ..., 1]^T \in \mathbb{R}^{50}$.

a. Si introduca il metodo del gradiente per la soluzione del sistema lineare, si specifichino le ipotesi sotto cui è possibile applicare tale metodo e si verifichi (utilizzando Matlab) se, in questo caso, sono soddisfatte. [T+M]

b. Utilizzando la function `graddyn.m` si calcoli la soluzione del sistema lineare scegliendo una tolleranza di 10^{-6} per il criterio d'arresto, un numero massimo di iterazioni pari a 500 e il vettore $x0 = [0, 0, ..., 0]^T \in \mathbb{R}^{50}$ come soluzione iniziale. Riportare l'errore assoluto assoluto in norma Euclidea e il numero di iterazioni necessarie per raggiungere la convergenza e si commenti il risultato. [M]

c. Si commenti l'affidabilità del criterio d'arresto utilizzato nella function Matlab `graddyn.m`. [T]

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -u'' = \sin(2\pi x) & x \in [0, 1] \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases}$$

a. Si intruduca il metodo degli elementi finiti per l'approssimazione del problema. [T]

b. Usando la function `direlliptic` si calcoli l'approssimazione ad elementi finiti lineari del problema con un passo di discretizzazione $h = 1/20$ e si riporti il grafico della soluzione approssimata. [M]

c. Si discuta l'accuratezza del metodo indicando, in particolare, l'ordine di convergenza teorico dell'errore in norma L^2 quando il passo di discretizzazione tende a zero. [T]