Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria – A.A. 2018/2019
Appello del 28 Giugno 2019 - Docenti: Mola e Parolini

Nome: .... Cognome: .... Matr. | | | | | | |

Attenzione: *risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando* `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si vuole interpolare la funzione $y(x) = e^{-|x|^2}$ in 9 punti equispaziati sull'intervallo $[-4, 4]$.

a. Dopo aver richiamato la definizione di interpolante Lagrangiana, si calcoli, utilizzando le funzioni `polyfit` e `polyval`, l'interpolante Lagrangiana della funzione nei nodi assegnati e si fornisca il valore dell'interpolante nel punto $x = 3.9$.

b. Si interpoli la stessa funzione sugli stessi nodi utilizzando ora una spline naturale cubica (funzione `spline_nat.m`) e si fornisca il valore della spline nel punto $x = 3.9$.

c. Si forniscano delle stime teoriche di errore per le due interpolanti considerate e si discutano i risultati numerici ottenuti alla luce delle stime teoriche.

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -2y(t) + 4t + 4, & 0 < t \leq 1, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

a. Si calcoli un'approssimazione della soluzione all'istante $t = 1$ utilizzando il metodo di Eulero all'indietro (`eulero_indietro.m`) con passo di discretizzazione $h = 0.04$ e si riporti il valore della soluzione all'istante $t = 1$ in `format long`. Sapendo che la soluzione esatta è $y(t) = e^{-2t} + 2t + 1$, si calcoli l'errore all'istante $t = 1$ e lo si riporti in `format long`.

b. Si ripeta il punto precedente con diversi valori del passo di discretizzazione $h = 0.02$ e $h = 0.01$ e si rappresentino gli errori per i tre valori di h in un grafico in scala logaritmica.

c. Dopo aver richiamato la definizione di convergenza, si richiami la stima di convergenza per il metodo considerato e la si confronti con i risultati numerici ottenuti.

Esercizio 3. Si tracci il grafico della funzione $f(x) = e^{x+1}\cos(x) + 2$ nell'intervallo $I = [0, 2]$.

a. Dopo aver verificato che il metodo di bisezione può essere utilizzato per approssimarlo lo zero della funzione nell'intervallo considerato, si calcoli un'approssimazione dello zero mediante la funzione `bisez.m`, con una tolleranza di 10^{-8} a partire dall'intervallo $I = [0, 2]$. Si riporti l'approssimazione calcolata e il numero di iterazioni effettuate.

b. Si presenti il metodo di Newton per approssimare lo zero di una funzione, se ne fornisca un'interpretazione grafica e si riportino le condizioni sufficienti a garantirne la convergenza quadratica.

c. Si utilizzi il metodo di Newton (`newton.m`) per approssimazione lo zero di f, con una tolleranza di 10^{-8} e un valore iniziale $x_0 = 1$. Si riporti l'approssimazione calcolata e il numero di iterazioni effettuate. Si confrontino e giustifichino i risultati rispetto a quelli ottenuti con il metodo di bisezione.