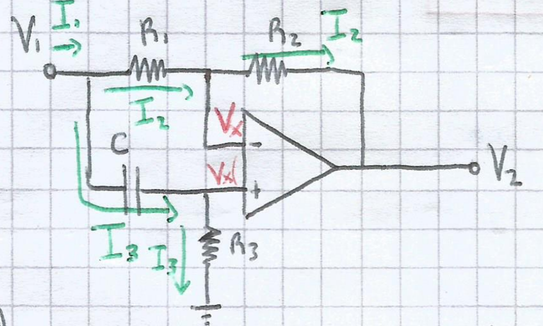
HOJA Nº

FECHA

Ej 7 - TP1)



a)

$$\begin{cases} \dfrac{V_1 - V_x}{R_1} = \dfrac{V_x - V_2}{R_2} \quad \text{(I)} \\[2ex] \dfrac{V_1 - V_x}{\frac{1}{sC}} = \dfrac{V_x}{R_3} \end{cases} \Rightarrow V_1 \cdot sC = V_x\left(\frac{1}{R_3} + sC\right) \Rightarrow V_x = \frac{V_1 \cdot sC}{\frac{1}{R_3} + sC} \quad \text{(II)}$$

Reemplazo II en I:

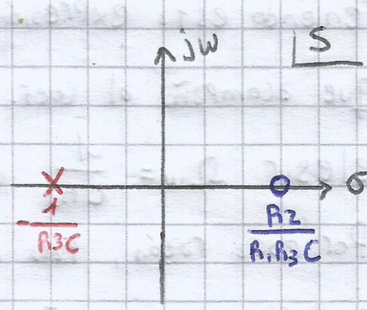
$$\frac{V_1}{R_1} - \frac{V_1 \cdot sC}{\left(\frac{1}{R_3} + sC\right)R_1} = \frac{V_1\, sC}{\left(\frac{1}{R_3} + sC\right)R_2} - \frac{V_2}{R_2}$$

$$\frac{V_2}{R_2} = \left(\frac{sC}{\left(\frac{1}{R_3} + sC\right)R_2} + \frac{sC}{\left(\frac{1}{R_3} + sC\right)R_1} - \frac{1}{R_1}\right) V_1$$

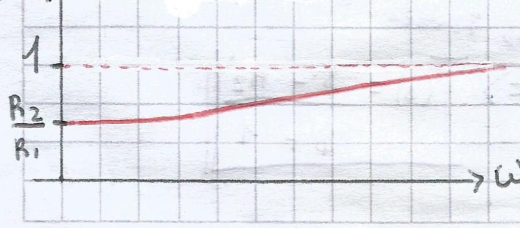
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{sC}{\frac{1}{R_3} + sC} + \frac{sC \cdot R_2}{\left(\frac{1}{R_3} + sC\right)R_1} - \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_1 \cdot sC + R_2 \cdot sC - R_2\left(\frac{1}{R_3} + sC\right)}{\left(\frac{1}{R_3} + sC\right)R_1}$$

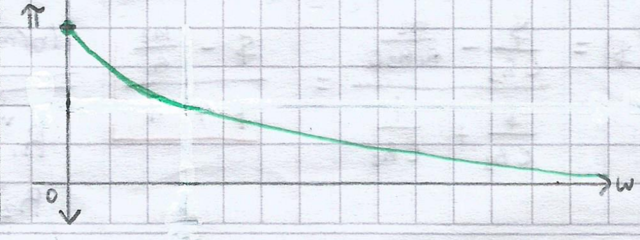
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{sR_1 C + s\cancel{R_2} \cdot C - \frac{R_2}{R_3} - s\cancel{R_2} C}{\frac{R_1}{R_3} + sR_1 C}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{sR_1C - \frac{R_2}{R_3}}{sR_1C + \frac{R_1}{R_3}} = \frac{s - \frac{R_2}{R_1 R_3 C}}{s + \frac{1}{R_3 C}}$$



Método Gráfico: (Suponiendo $R_1 > R_2$)





NOTA

$$\frac{V_2}{V_1}(\omega) = \frac{V_2}{V_1}(s)\Big|_{s=j\omega} = \frac{j\omega - \frac{R_2}{R_1 R_3 C}}{j\omega + \frac{1}{R_3 C}}$$

$$\left|\frac{V_2}{V_1}\right|(\omega) = \frac{\sqrt{\left(\frac{R_2}{R_1 R_3 C}\right)^2 + \omega^2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_3 C}\right)^2 + \omega^2}}$$

Si $R_1 = R_2$: $\boxed{\left|\frac{V_2}{V_1}\right|(\omega) = 1}$

$$\phi(\omega) = \operatorname{arcTg}\left(\frac{\omega}{-\frac{R_2}{R_1 R_3 C}}\right) - \operatorname{arcTg}\left(\frac{\omega}{\frac{1}{R_3 \cdot C}}\right)$$

2) • Antes de normalizar en impedancia me conviene conocer la expresión de $Z = \frac{V_1}{I_1}$ (Imp. de Entrada)

$$Z = \frac{V_1}{I_2 + I_3} \quad \begin{cases} I_2 = \frac{V_1 - V_x}{R_1} \\ I_3 = \frac{V_1 - V_x}{\frac{1}{SC}} = \frac{V_x}{R_3} \Longrightarrow V_x = \frac{V_1 \cdot SC}{\frac{1}{R_3} + SC} \Longrightarrow I_3 = \frac{V_x}{R_3} = \frac{V_1 \cdot SC}{1 + SCR_3} \end{cases}$$

$$\therefore I_2 = \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_1 \cdot SC}{\frac{R_1}{R_3} + SCR_1}$$

$$\therefore Z = \frac{\cancel{V_1}}{\cancel{V_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{SC}{\frac{R_1}{R_3} + SCR_1} + \frac{SC}{1 + SCR_3}\right)} = \frac{1}{\frac{1 + SCR_3 - SCR_3 + SCR_1}{R_1 \cdot R_3 \cdot \left(\frac{1}{R_3} + SC\right)}} = \frac{R_1 + SCR_1R_3}{1 + SCR_1}$$

$$Z = \frac{SR_3 + \frac{1}{C}}{S + \frac{1}{CR_1}} \Longrightarrow \boxed{Z = R_3 \cdot \frac{S + \frac{1}{CR_3}}{S + \frac{1}{CR_1}}}$$

• Teniendo esta expresión, es tentador elegir $\Omega_Z = R_3$ y hacer que la CTE que acompaña al coef. de polinomios sea unitaria. Pero en frecuencia voy a elegir $\Omega_\omega = \frac{1}{CR_3}$ dado que es la que más simplifica la expresión de $T_{(\$)}$. Por esta razón, para independizarme de R_1 también, elijo $\Omega_Z = R_1$.

$\therefore$ Normalizo en Frec: $\$ = \frac{S}{\frac{1}{CR_3}} \Rightarrow S = \frac{\$}{CR_3}$

$$T_{(\$)} = \frac{\frac{\$}{CR_3} - \frac{R_2}{R_1 R_3 C}}{\frac{\$}{CR_3} + \frac{1}{CR_3}} = \boxed{\frac{\$ - \frac{R_2}{R_1}}{\$ + 1}}$$

Normalizo en Imp también ($\Omega_Z = R_1$)

$$\Longrightarrow \boxed{T_{(\$)} = \frac{\$ - R_2'}{\$ + 1}}$$

$R_1'' = 1$

$R_2'' = \frac{R_2}{R_1}$

NOTA

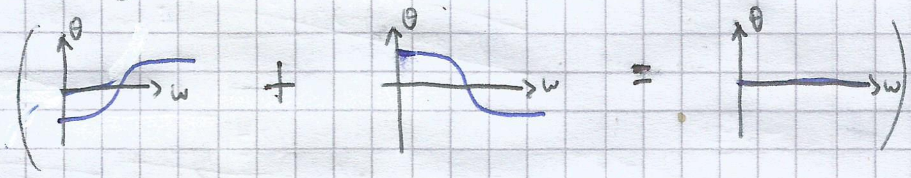
HOJA Nº

FECHA

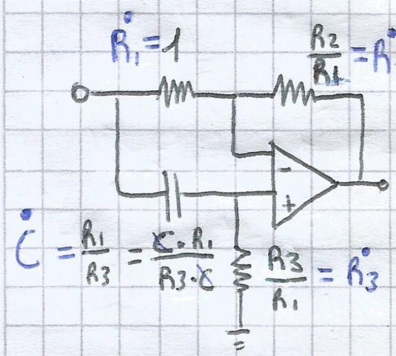
• Con Respecto a la interpretación circuital de $\Omega_\omega = \frac{1}{C \cdot R_3}$, se puede decir que si $R_1 = R_2$, es la frecuencia a la que la transferencia recorre la mitad del trayecto de valores posibles de fase $\left(\varphi_{(\omega=\Omega\omega)} = \frac{\pi}{2}\right)$

5) • La utilidad que le encuentro por el momento es como desfasador, si el ancho de banda de la entrada es lo suficientemente pequeño para que no haya distorsión notable. (La fase se interpreta como lineal, el retardo de grupo es casi constante).

• Otra puede ser para compensar la distorsión de otro filtro, si la sumatoria de las fases deja un gráfico lineal ya no hay distorsión.



Red Normalizada que responde a la función transferencia Normalizada



NOTA