

CONTROLLO AVANZATO E MULTIVARIABILE (10CFU)

COMPLEMENTI DI AUTOMATICA (7.5CFU)

COMPLEMENTI DI AUTOMATICA (5CFU)

Esame del 6/9/2012

Cognome e nome

Matricola.....Firma.....

Esercizio 1 (per tutti)

Dato il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + 2x_1^2(t)x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\alpha x_2(t) + u(t)\end{aligned}$$

- a) **(per tutti)** Posto $\alpha=1$ determinare una legge di controllo $u=k(x_1, x_2)$ tale che l'origine del sistema retroazionato corrispondente sia un punto di equilibrio asintoticamente stabile. Valutare se tale equilibrio è globalmente asintoticamente stabile.
- b) **(solo esame da 10 CFU)** Posto $\alpha=0$ determinare una legge di controllo con il metodo del backstepping.

Formula per il backstepping nella sua versione "base":

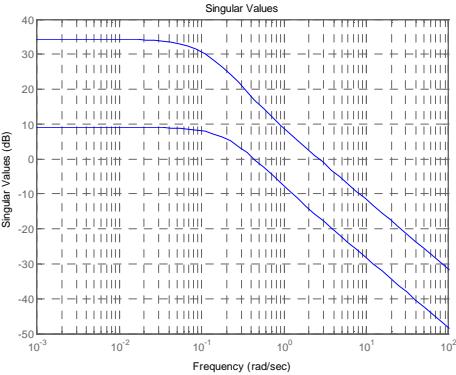
$$u = -\frac{dV_1(x_1)}{dx_1}g_1(x_1) + k(x_2 - \phi_1(x_1)) + \frac{d\phi_1(x_1)}{dx_1}(f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2)$$

Esercizio 2 (per tutti)

Dato il sistema descritto dalla matrice di trasferimento

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{\beta}{(s+0.1)} & \frac{(s+\alpha)}{(s+0.1)(s+0.2)} \\ \frac{1}{(s+0.2)} & \frac{2}{(s+0.2)} \end{bmatrix}$$

1. si determinino i poli e gli zeri invarianti;
2. si valutino i valori di α e β per cui non è possibile progettare un sistema di controllo con retroazione sull'uscita in grado di garantire l'asintotica (robusta) regolazione a zero dell'errore per segnali di riferimento costanti.
3. Posto $\alpha = \beta = 1$ i valori singolari di $G(s)$ sono riportati nella figura seguente. Indicare la pulsazione massima per cui il sistema garantisce amplificazione dei segnali di ingresso e la pulsazione minima per cui garantisce attenuazione di almeno $20dB$.



Esercizio 3 (per tutti)

Dato il sistema descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{2}{s+1}$$

(si noti che si può trovare una realizzazione con $y=x$)

- a) Si progetti un controllore LQ con matrici Q e R parametriche e si valuti la posizione dell'autovalore in anello chiuso per diverse scelte di Q e R .
- b) Si verifichino in questo caso le proprietà di robustezza garantite dal controllo LQ.

$$\dot{P}(t) = A'P(t) + P(t)A + Q - P(t)BR^{-1}B'P(t)$$

Esercizio 4 (solo esami da 10 e 7.5 CFU)

Dato il modello di un reattore chimico

$$\begin{aligned}\dot{c}(t) &= \frac{q}{V}(c_i(t) - c(t)) - c(t)ke^{-E/RT(t)} \\ \dot{T}(t) &= \frac{UA}{V\rho c_p}(T_c(t) - T(t)) + \frac{q}{V}(T_i(t) - T(t)) - \frac{\Delta H}{\rho c_p}kc(t)e^{-E/RT(t)}\end{aligned}$$

in cui $q, V, c_i, E, R, UA, \rho, c_p, T_c, \Delta H$

sono parametri o ingressi noti e $T(t)$ è un'uscita (stato) misurabile, si mostri come si imposterebbe il problema di stimare, con il filtro di Kalman esteso, lo stato $c(t)$ e il parametro incognito k .

Esercizio 5 (solo esame da 10CFU)

Si descriva brevemente come introdurre delle specifiche in frequenza nel progetto di un regolatore LQ mediante una scelta appropriata dei rumori che agiscono sul sistema.

SOLUZIONE ESERCIZIO 1

SOLUZIONE ESERCIZIO 2

SOLUZIONE ESERCIZIO 3

SOLUZIONE ESERCIZIO 4

SOLUZIONE ESERCIZIO 5

Soluzione Esercizio 1

Linearizzato

$$\dot{\delta}x_1(t) = -3\delta x_2(t)$$

$$\dot{\delta}x_2(t) = \delta x_1(t) + \alpha \delta x_2(t)$$

Matrice della dinamica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}, \det(sI - A) = s^2 - \alpha s + 3$$
$$\alpha < 0$$

Soluzione dell'eq. di Lyapunov

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2.52 \end{bmatrix}$$

$$\dot{V}(x) = -3x_1x_2 + \beta x_2(x_1 - 2\alpha x_2^3 + \alpha x_2) \xrightarrow{\beta=3} -6\alpha x_2^4 + 3\alpha x_2^2 \leq 0$$

In un intorno dell'origine. Ma per $x_2=0$ e $x_1=cost\neq0$ si ha $\dot{x}_2 \neq 0$