CONTROLLO AVANZATO E MULTIVARIABILE (10CFU) □

COMPLEMENTI DI AUTOMATICA (7.5CFU) □

COMPLEMENTI DI AUTOMATICA (5CFU) □

Esame del 25/6/2012

Cognome e nome ………

Matricola……………………………………………………………………….Firma………………………………………………………………..

Esercizio 1 (per tutti)

Si consideri il seguente sistema

$$\dot{x}_1(t) = -3x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) - \alpha(2x_2^3(t) - x_2(t))$$

a. Si determini lo stato di equilibrio;
b. Se ne discuta la stabilità in funzione del parametro α;
c. Si verifichi la stabilità del linearizzato con l'equazione di Lyapunov per α=-1 e P=$\begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 2.5 \end{bmatrix}$;
d. Si verifichi la stabilità dell'equilibrio con la funzione di Lyapunov $V(x) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{\beta}{2}x_2^2$, per un'opportuna scelta del parametro β.

Esercizio 2 (per tutti)

Si consideri il sistema

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y_1(t) = C_1 x(t)$$
$$y_2(t) = C_2 x(t)$$

con $x \in R^1, u \in R^1, y_1 \in R^1, y_2 \in R^1$

1. In linea di principio, quante variabili errore ($e_i = y_i^o - y_i, i = 1,2$) possono essere mandate a zero asintoticamente mediante uno schema di regolazione opportuno?
2. Posto $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_1 = [0 \quad 1], C_2 = [1 \quad 1]$

   Quale variabile errore può essere mandata a zero asintoticamente per segnali di riferimento costanti?

3. Supponendo che lo stato del sistema sia accessibile, si disegni uno schema di controllo per avere asintotica regolazione a zero dell'errore individuato al punto precedente e garantire la stabilità del sistema retroazionato corrispondente. Si mostri anche quale processo allargato deve essere considerato per progettare la legge di controllo stabilizzante.

4. Se lo stato non fosse accessibile, nel progetto dell'osservatore converrebbe comunque considerare anche la variabile di uscita il cui errore non è regolato asintoticamente a zero? In questo caso sarebbe necessario un osservatore dinamico?

Esercizio 3

Si consideri il sistema

$$\dot{x}(t) = -2x(t) + 3u(t) + v_x(t)$$
$$y(t) = 3x(t) + v_y(t)$$

1. **(per tutti)** Si ipotizzi dapprima che i rumori siano nulli, che lo stato sia direttamente misurabile e si progetti una legge di controllo LQ minimizzando la cifra di merito

$$J = \int_0^\infty (5x^2(t) + 9u^2(t))dt$$

   In corrispondenza si determini l'autovalore in anello chiuso.

   Equazione di Riccati stazionaria del controllo:

   $0 = A'P + PA + Q - PBR^{-1}B'P$

2. **(solo esame 10 CFU)** si verifichino le proprietà di robustezza rispetto a variazioni di fase o di guadagno lungo l'anello di regolazione.
3. **(solo esame 10 CFU)** Supponendo che ci sia un'incertezza moltiplicativa $\Delta G_m=\gamma$, $\gamma>0$, utilizzando la condizione sufficiente del teorema del piccolo guadagno si valuti di quanto può variare γ per garantire la stabilità del sistema retroazionato corrispondente.
4. **(solo esami da 7.5 e 10 CFU)** Ipotizzando

$$v_x = WGN(0,5), v_y = WGN(0,9)$$

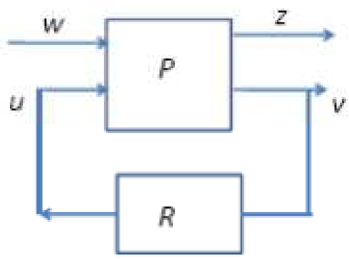
   bianchi e incorrelati, si progetti un filtro di Kalman e si determinino gli autovalori del sistema retroazionato con la legge di controllo LQ e il filtro di Kalman.

Esercizio 4 (solo esami da 7.5 e 10 CFU)

1. Si spieghi cosa si intende per strategia a orizzonte mobile (o Receding Horizon) nell'ambito del controllo predittivo;
2. Si spieghi come si può includere un'azione integrale in un regolatore predittivo.

Esercizio 5 (solo esame da 10CFU)

I problemi di controllo H_2, H_∞ sono spesso formulati con riferimento allo schema riportato nella figura seguente. Si descriva il significato delle variabili *w, u, z, v* e la norma che si vuole minimizzare nei due casi. Si specializzi al problema LQG.



SOLUZIONE ESERCIZIO 1

SOLUZIONE ESERCIZIO 2

SOLUZIONE ESERCIZIO 3

SOLUZIONE ESERCIZIO 4

SOLUZIONE ESERCIZIO 5

Soluzione Esercizio 1

Linearizzato

$$\delta\dot{x}_1(t) = -3\delta x_2(t)$$
$$\delta\dot{x}_2(t) = \delta x_1(t) + \alpha\delta x_2(t)$$

Matrice della dinamica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}, \det(sI - A) = s^2 - \alpha s + 3$$
$$\alpha < 0$$

Soluzione dell'eq. di Lyapunov

$$Q=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2.52 \end{bmatrix}$$

$$\dot{V}(x) = -3x_1x_2 + \beta x_2()x_1 - 2\alpha x_2^3 + \alpha x_2) \xrightarrow{\beta=3} -6\alpha x_2^4 + 3\alpha x_2^2 \leq 0$$

In un intorno dell'origine. Ma per *$x_2=0$ e $x_1=cost\neq 0$* si ha $\dot{x}_2 \neq 0$