

CONTROLLO AVANZATO E MULTIVARIABILE (10CFU) ☐

COMPLEMENTI DI AUTOMATICA (7.5CFU) ☐

COMPLEMENTI DI AUTOMATICA (5CFU) ☐

Esame del 16/7/2012

Cognome e nome

Matricola.....Firma.....

Esercizio 1 (per tutti)

Dato il sistema

$$x(k+1) = \frac{2x^2(k)}{1+x(k)}$$

- a) determinare gli stati di equilibrio;
- b) analizzarne la stabilità mediante lo studio del sistema linearizzato corrispondente;
- c) analizzare la stabilità dell'origine con la teoria di Lyapunov.

Esercizio 2 (solo esame 10 CFU)

Dato il seguente sistema

$$\dot{x}_1(t) = x_1^3(t) - x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + u(t)$$

Si progetti una legge di controllo con il metodo del backstepping in modo che l'origine sia un equilibrio asintoticamente stabile per il sistema in anello chiuso. Si scriva la funzione di Lyapunov che si potrebbe usare per verificare la stabilità dell'origine.

Formula per il backstepping nella sua versione "base":

$$u = -\frac{dV_1(x_1)}{dx_1} g_1(x_1) + k(x_2 - \phi_1(x_1)) + \frac{d\phi_1(x_1)}{dx_1} (f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2)$$

Esercizio 3 (per tutti)

Si consideri il seguente sistema

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) + \gamma_1 d$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_1(t) - 2x_2(t) + u(t) + \gamma_2 d$$

$$y(t) = x_2(t)$$

dove si suppone che d sia un disturbo costante, ma non noto.

- a) Si mostri come impostare la stima congiunta dello stato e del disturbo utilizzando un osservatore di ordine ridotto, verificando le condizioni che devono essere soddisfatte su γ_1 e γ_2 .
- b) Si determini la funzione di trasferimento del sistema e, a partire da questa, si imposti il progetto di un regolatore ad assegnamento dei poli con azione integrale.
- c) Posto $\gamma_1=1$ e $\gamma_2=0$, si mostri come progettare un compensatore del disturbo d supposto, in questo caso, noto.

Esercizio 4 (per tutti)

Dato il sistema

$$x(k+1) = -x(k) + u(k)$$

- a) Si determini la legge di controllo LQ_∞ utilizzando le matrici dei pesi $Q=1$ e R (parametrica), discutendo la posizione dell'autovalore del sistema in anello chiuso in funzione di R .
- b) Si indichino quali sono, in generale, le proprietà di robustezza del controllo LQ per sistemi a tempo discreto e si specifichi il motivo per cui non è lecito attendersi robustezza a fronte di variazioni del guadagno della funzione d'anello di ampiezza arbitraria.

Equazione di Riccati a tempo discreto

$$P(k) = A'P(k+1)A + Q - A'P(k+1)B[B'P(k+1)B + R]^{-1}B'P(k+1)A$$

Esercizio 5 (solo esame da 10CFU)

- a) Si dia la definizione di guadagno di un sistema dinamico;
- b) Si illustri sinteticamente il teorema del piccolo guadagno;
- c) Si illustri sinteticamente il teorema del cerchio, specificando il sistema retro azionato a cui si applica e le caratteristiche dei blocchi lineare e non lineare che lo compongono.

SOLUZIONE ESERCIZIO 1

SOLUZIONE ESERCIZIO 2

SOLUZIONE ESERCIZIO 3

SOLUZIONE ESERCIZIO 4

SOLUZIONE ESERCIZIO 5