

Examen Final Matemáticas

Datos generales del alumno.

Nombre: Gael

Apellidos: Gallardo Gonzalez

Número de tu profesor: 3

Turno al que acudes a la escuela: Vespertino

Edad: 17.0

Género: Masculino

Instrucciones:

Lee con atención el planteamiento del problema y contesta las preguntas. Trata de hacer tu mejor esfuerzo por responder correctamente, recuerda que esta prueba **equivale al 50% de tu calificación final**.

Puedes regresar a las preguntas para rectificar tus respuestas si lo crees necesario.

En la primera sección se hacen algunas preguntas aplicadas sobre conceptos vistos durante el curso de matemáticas, específicamente, sobre cálculo integral, para después abordar ejercicios prácticos divididos en cuatro apartados: 1) Repaso de conceptos Estadística, 2) Estadística descriptiva, 3) Modelos probabilísticos y técnicas de conteo, y 4) Probabilidad condicional.

Se permite utilizar lápiz y papel como apoyo para responder la prueba.

Cálculo integral

En este apartado, se te pide aplicar tus conocimientos sobre cálculo integral vistos en clase durante el semestre pasado. Se presenta un caso práctico y partir de este, debes responder a las preguntas planteadas empleando conceptos como **integrales inmediatas** y **evaluación de la integral definida**.

Ejercicio:

Si un objeto se mueve a lo largo de una línea recta con una velocidad dada por la función:

$$v(t) = 3t^2 - 2t + 1 \text{ m/s.}$$

Responder a lo siguiente.

P1. ¿Cuál sería la función (integral) que describiría el desplazamiento total del objeto?

- a) $t^3 - t^2 + t + C$
- b) $t^4 - t^2 + C$
- c) $t^3 - t^2 - t$
- d) $3t^2 - 2t + 1$

P2. ¿Cuál es el desplazamiento total del objeto en el intervalo $t = 0$ y $t = 4$ segundos?

- a) 4 m.
- b) 20 m/s.
- c) 52 m.
- d) 104 m.

P3. ¿Cuál es el desplazamiento total del objeto en el intervalo $t = 4$ y $t = 5$ segundos?

- a) 0 m.
- b) 52 m.
- c) 5 m/s.
- d) 105 m.

P4. Ahora, aplicando el concepto de Integración por Sustitución o Cambio de Variable, resuelve la siguiente integral:

$$\int (3x - 4)^2 dx$$

- a) $\frac{1}{9}(3x - 4)^3 + C$
- b) $\frac{1}{3}(x - 3)^3 + C$
- c) $(3x - 4)^2 + C$
- d) $(3x^2 - 16)^3 + C$

P5. Resuelve la siguiente integral trigonométrica

$$\int \text{sen}(ax) dx$$

- a) $\text{sen}(ax) + C$
- b) $\cos(ax) + \text{sen}(x) + C$
- c) $-\frac{1}{a}\cos(ax) + C$
- d) $\tan(x) + C$

Repaso de conceptos de Estadística

P6. En estadística, ¿cómo se le conoce al conjunto completo de elementos, individuos u objetos que comparten una característica común y sobre los cuales se desea obtener información o investigar algo?

- a) Muestra
- b) Población
- c) Encuesta
- d) Grupo

P7. En un estudio estadístico, es importante identificar qué conjunto de datos representa una muestra válida de la población. Selecciona todas las opciones que corresponden a una muestra poblacional:

- a) Un grupo de 100 personas seleccionadas al azar de una ciudad con 1 millón de habitantes.
- b) Las calificaciones de los 25 estudiantes de una clase específica de matemáticas.
- c) Los resultados de una encuesta realizada a 200 votantes seleccionados aleatoriamente de una lista de votantes registrados.
- d) La altura de todos los niños menores de 10 años en un país.

P8. ¿Cuál de las siguientes características de un estudiante se considera un atributo **cualitativo**?

Recuerda que **atributo de una unidad estadística** es una característica, cualidad o propiedad específica que se observa, mide o registra en cada unidad de análisis dentro de una población o muestra estadística.

- a) Edad
- b) Color de cabello
- c) Talla de zapatos
- d) Peso

P9. ¿Cómo se le conoce al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento probabilístico?

- a) Evento
- b) Punto muestral
- c) Suceso
- d) Espacio muestral

P10. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe correctamente el Teorema de Bayes?

- a) Calcula la probabilidad de que ocurra un evento independiente, sin considerar información previa.
- b) Calcula la probabilidad de que ocurra un evento condicionado a que se tiene información previa sobre otro evento.
- c) Establece que todos los eventos son igualmente probables en un espacio muestral.
- d) Solo aplica a eventos mutuamente excluyentes.

Conceptos básicos de estadística descriptiva

En esta parte de la prueba, se te pide que pongas en práctica algunos conceptos de estadística descriptiva como **promedio**, **mediana**, **porcentajes**, **tablas de frecuencias absolutas y relativas** e **histogramas**.

Ejercicios:

Se seleccionaron al azar a **10** estudiantes del sexto semestre de un bachillerato en el Estado de México y se registraron sus calificaciones del primer examen parcial de matemáticas. Las calificaciones de estos **10** estudiantes fueron:

5, 8, 5, 6, 9, 7, 10, 6, 7, 7.

P11. ¿Cuál es el **promedio** de calificaciones de los estudiantes seleccionados?

- a) 5.5
- b) 7.0
- c) 8.0
- d) 9.5

P12. ¿Cuál es la **tabla de frecuencias** que representa correctamente las calificaciones de los 10 estudiantes?

a)

| Calificación | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|--------------|---------------------|---------------------|
| 5 | 2 | 30% |
| 6 | 2 | 20% |
| 7 | 2 | 20% |
| 8 | 1 | 10% |
| 9 | 2 | 20% |
| 10 | 1 | 10% |
| Total | 10 | 100% |

b)

| Calificación | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|--------------|---------------------|---------------------|
| 5 | 1 | 10% |
| 6 | 5 | 50% |
| 7 | 1 | 10% |
| 8 | 1 | 10% |
| 9 | 1 | 10% |
| 10 | 1 | 10% |
| Total | 10 | 100% |

c)

| Calificación | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|--------------|---------------------|---------------------|
| 5 | 2 | 20% |
| 6 | 2 | 20% |
| 7 | 2 | 20% |
| 8 | 2 | 20% |
| 9 | 1 | 10% |
| 10 | 1 | 10% |
| Total | 10 | 100% |

d)

| Calificación | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|--------------|---------------------|---------------------|
| 5 | 2 | 20% |
| 6 | 2 | 20% |
| 7 | 3 | 30% |
| 8 | 1 | 10% |
| 9 | 1 | 10% |
| 10 | 1 | 10% |
| Total | 10 | 100% |

P13. ¿Cuál es el **histograma** que representa correctamente las calificaciones de los 10 estudiantes?



P14. Si la calificación mínima para aprobar el examen de matemáticas fuera 7 en lugar de 6, ¿qué porcentaje de los 10 estudiantes aprobaron el examen?

- a) 10%
- b) 40%
- c) 60%
- d) 80%

Modelos probabilísticos y técnicas de conteo

Para esta parte, se te pide que apliques algunos conceptos de probabilidad y conteo como **permutaciones**, **combinaciones** y **variaciones**. Si no recuerdas completamente las fórmulas de permutación, combinación y variación, aquí las puedes leer:

Permutación: Cuando se seleccionan r elementos de un conjunto de n elementos, considerando el orden:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

Variación: Cuando se seleccionan r elementos de un conjunto de n elementos, considerando el orden y permitiendo repeticiones:

$$V(n, r) = n^r$$

Combinaciones: Cuando se seleccionan r elementos de un conjunto de n elementos, sin importar el orden:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ejercicios:

En un plantel de Bachillerato, hay 7 **estudiantes** que participarán en diferentes actividades: un concurso de matemáticas, una presentación en el salón y un debate con otros equipos de otras escuelas. Responde las siguientes preguntas.

P15. De los 7 estudiantes, se necesita formar un equipo de **3 personas** para participar en el concurso de matemáticas, ¿de cuántas maneras se puede formar este equipo?

- a) 35
- b) 210
- c) 256
- d) 343

P16. En la presentación, se necesitan **3 estudiantes** para realizar su parte de la exposición en un orden específico (primer lugar, segundo lugar, tercer lugar), ¿de cuántas maneras se pueden seleccionar y ordenar los estudiantes para elegir 3 de los 7?

- a) 35
- b) 210
- c) 256
- d) 343

P17. Para el debate se eligieron previamente a 3 estudiantes, pero el orden en que participarán no importa. Además, los **estudiantes pueden elegir el mismo tema entre 3 distintos** (ciencias, tecnología y arte). ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar y asignar los temas a los 3 estudiantes elegidos?

- a) 27
- b) 35
- c) 210
- d) 256

La probabilidad condicional en situaciones contextuales

Para la última parte de la prueba, necesitarás recordar conceptos de probabilidad, específicamente, el Teorema de Bayes y el concepto de Probabilidad Total para responder las últimas preguntas.

Recuerda que la fórmula de probabilidad total de acuerdo con el Teorema de Bayes es:

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|A^c) \cdot P(A^c)$$

y se utiliza para calcular la probabilidad de que ocurra un evento **B**, donde:

$P(A)$: es la probabilidad de que suceda el evento A.

$P(A^c)$: es la probabilidad de que suceda el evento A complemento.

$P(B)$: es la probabilidad de que suceda el evento B.

$P(B|A)$: es la probabilidad de que suceda el evento B dado que ha sucedido el evento A.

$P(B|A^c)$: es la probabilidad de que suceda el evento B dado que ha sucedido el evento A complemento.

Ejercicios:

Imagina que en una clase de Matemáticas solamente el **60% de los estudiantes estudian** para sus exámenes y el resto no. Se sabe que en esa clase de Matemáticas solamente **el 10% de los alumnos que no estudian** aprueban el examen final y **el 80% de los que sí estudian lo aprueban**.

P18. ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que no estudian para sus exámenes?

- a) 10%
- b) 40%
- c) 60%
- d) 80%

P19. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante del que se desconoce si estudia o no para sus exámenes, apruebe?

- a) 10%
- b) 48%
- c) 52%
- d) 80%

P20. ¿Cuál es la probabilidad de **no aprobar el examen final**?

- a) 10%
- b) 48%
- c) 52%
- d) 80%