

Esercizio 15

Giustificazione matematica

Per calcolare il punto di minimo dobbiamo minimizzare l'errore quadratico medio:

$$\phi(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$$

Calcoliamo dunque le derivate parziali rispetto a a e b , e le poniamo uguali a 0:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - ax_i - b) = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial b} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) = 0\end{aligned}$$

Otteniamo quindi a e b risolvendo il sistema delle equazioni normali:

$$\begin{aligned}a &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ b &= \bar{y} - a\bar{x}\end{aligned}$$

Utilizzeremo dunque questa formula per calcolare la regressione lineare nel codice Python.