

Белорусский государственный университет  
Факультет прикладной математики и информатики

Отчет по домашней работе

Вычисление криволинейного интеграла по замкнутому контуру от комплексного переменного в зависимости от разных случаев задания контура

Выполнил студент 2 курса  
7 группы:

Каркоцкий Александр Геннадьевич

Преподаватель:

Ушаков Александр Сергеевич

Минск-2022 г.

### Вычислить интеграл

$$\oint_C \frac{e^z dz}{(z-i)^2(z-2)}$$

если контур задан а)  $|z-i| = 2$ , б)  $|z+2-i| = 3$ .

### Решение:

а) В круг  $|z-i| < 2$  попадает точка  $z = i$ . Записываем функцию в виде  $\frac{e^z}{(z-i)^2}$  и вычисляем интеграл  $\oint_C \frac{e^z dz}{(z-i)^2(z-2)} = 2\pi i \left( \frac{e^z}{(z-2)} \right)' \Big|_i = 2\pi i \frac{e^z(z-2) - e^z}{(z-2)^2} \Big|_i = 2\pi i \frac{e^z(z-3)}{(z-2)^2} \Big|_i = 2\pi i \frac{e^i(i-3)}{(i-2)^2}$ .

б) В круг  $|z+2-i| < 3$  входят две точки  $z_1 = i$  и  $z_2 = -2$ . Запишем интеграл в виде:  $\oint_C f(z) dz = \oint_{C_1} f(z) dz + \oint_{C_2} f(z) dz$ , причем каждый из контуров  $C_1$  и  $C_2$  охватывает только одну из точек  $z_1$  и  $z_2$ . В качестве контура  $C_1$  возьмем окружность из пункта а). Тогда  $\oint_{C_1} f(z) dz = 2\pi i \frac{e^i(i-3)}{(i-2)^2}$ . В качестве контура  $C_2$  возьмем окружность  $|z+2-i| = 2$ . Тогда дробь примет вид  $\frac{e^z(z+2)}{(z-i)^2(z-2)}$ . Вычислим интеграл  $\oint_{C_2} \frac{e^z dz}{(z-i)^2(z-2)} = 2\pi i \frac{e^{-2} \cdot 0}{-4(2+i)^2} = 0$ . Тогда  $\oint_C f(z) dz = \oint_{C_1} f(z) dz + \oint_{C_2} f(z) dz = 2\pi i \frac{e^i(i-3)}{(i-2)^2}$ .