

# COME STABILIRE SE UNA SERIE CONVERGE O DIVERGE - ALGORITMO

$$\sum_{m=m_0}^{\infty} a_m$$

① CONDIZIONE NECESSARIA PER LA CONVERGENZA:

$$a_m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0$$

IL LIMITE DELLA SUCCESSIONE PER  $m \rightarrow \infty$  DEVE FARE 0

NO?  
DIVERGE

SI?

APPLICO UNO DEI 5 METODI PER CONTROLLARE SE EFFETTIVAMENTE CONVERGE

2a

$$a_m = \frac{p_1 \cdot p_2 \dots}{p_3 \cdot p_4 \dots} \rightarrow \text{SE } \lim_{m \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{m+1}}{a_m} \right|$$

CRITERIO DEL RAPPORTO

$< 1$ ? CONVERGE

$= 1$ ? INCONCLUDENTE

$> 1$ ? DIVERGE

2b

$$a_m = l_m^{c_m} \rightarrow \text{SE } \lim_{m \rightarrow \infty} \sqrt[m]{|a_m|}$$

CRITERIO DELLA RADICE

$< 1$ ? CONVERGE

$= 1$ ? INCONCLUDENTE

$> 1$ ? DIVERGE

2c

SERIE A SEGNI ALTERNI (CAMBIA SEGNO AD OGNI INDICE)?  
EX:  $\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot \frac{1}{m}$

2d

$$f\left(\frac{1}{m}\right)?$$

CONFRONTO ASINTOTICO

2e

$$f(m)?$$

CONFRONTO IL CONFRONTO LO FAIO CON

SERIE GEOMETRICA

$$\sum q^m$$

LA SERIE CONVERGE SE  $-1 < q < 1$

SERIE ARMONICA

$$\sum \frac{1}{m^{\alpha}}$$

CHE CONVERGE SE  $\alpha > 1$ , E DIVERGE SE  $\alpha \leq 1$

$$\left(1 + \frac{k}{m}\right)^{f(m)} \xrightarrow{f(m) \rightarrow \infty} e^k, \quad m! \approx \frac{m^m}{e^m} \sqrt{2\pi m}$$

$$m^k \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 1, \quad l_m^{c_m} = e^{c_m \ln(l_m)}$$

NON HO SPAZIO QUA, IL CONTINUO SUL CRITERIO DI LEIBNIZ È SU UN ALTRA PAGINA NELLA CARTELLA.

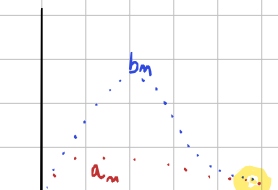
SE

$$a_m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} l_m$$

$a_m$  TENDE A  $l_m$

ALLORA IL CARATTERE DELLA SERIE  $a_m$  SARÀ UGUALE A QUELLO DI  $b_m$

$$\sum a_m \quad \sum b_m$$

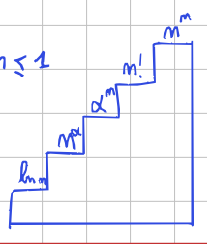


ATTENZIONE,  $\sum a_m$  NON È UGUALE ALLA  $\sum b_m$ , CI FA SOLO SAPERE CHE SE  $b_m$

DIVERGE/CONVERGE, ANCHE  $a_m$

LO FA. POSSONO AVERE ANDAMENTI COMPLETAMENTE DIVERSI INIZIALMENTE

$$\sin m, \cos m \leq 1$$



ESEMPLI: IL NOSTRO OBIETTIVO È TRASFORMARE LA SERIE IN UN'ARMONICA O GEOMETRICA

$$\sum \sin\left(\frac{1}{m}\right) = \sum \frac{1}{m}$$

QUESTA È UNA SERIE ARMONICA CON  $\alpha=1$  QUINDI DIVERGE

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left(\cos\left[\frac{1}{m}\right]\right)^{m^3} \xrightarrow{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\left(\frac{1}{m}\right)^2}{2}\right)^{m^3} = \left(1 - \frac{1}{2m^2}\right)^{m^3} \xrightarrow{m \rightarrow \infty} e^{-\frac{m}{2}} \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0$$

$$\cos x \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1 - \frac{x^2}{2}$$

ORA LA CONFRONTO CON LA SERIE GEOMETRICA  $\sum \left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^m$

ED HA  $q < 1$ , QUINDI CONVERGE

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sqrt{m+5} - \sqrt{m+4}}{\sqrt{m^2+1} + \sqrt{m^2+2}} \cdot \ln\left(\frac{m}{m+2}\right) = \frac{m+5 - (m+4)}{(\sqrt{m^2+1} + \sqrt{m^2+2}) \cdot (\sqrt{m+5} + \sqrt{m+4})} \cdot \frac{2}{m} = \frac{-2}{2m \cdot 2\sqrt{m} \cdot m} = \frac{-1}{2m^{\frac{3}{2}}}$$

IL LIMITE PER  $m \rightarrow \infty$  FA 0

$$\ln(1+x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} x$$

SERIE ARMONICA CON  $\alpha > 1$  QUINDI CONVERGE

UTILISSIMI I LIMITI NOTEVOLI