$f(x) = \frac{x^2}{2} + \log_a |x+1|$

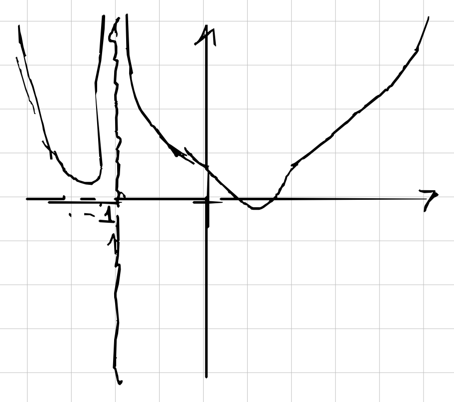
STUDIO FUNZIONE
MAX/MIN GEOMETRICI

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{\ln|x+1|}{\ln a}$$

$$\begin{cases} \ln a \neq 0 & a \neq 1 \\ a > 0 & a > 0 \end{cases}$$

$$X = (-\infty,-1) \cup (-1,+\infty)$$

CASO $0<a<1$



$$\lim_{x \to -1^-} \frac{1}{2} + \frac{\ln 0^+}{\ln a} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -1^+} \frac{1}{2} + \frac{\ln 0^+}{\ln a} = +\infty$$

ASINTOTI ORIZZONTALI

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{2} + \frac{\ln \infty}{\ln a} = +\infty$$

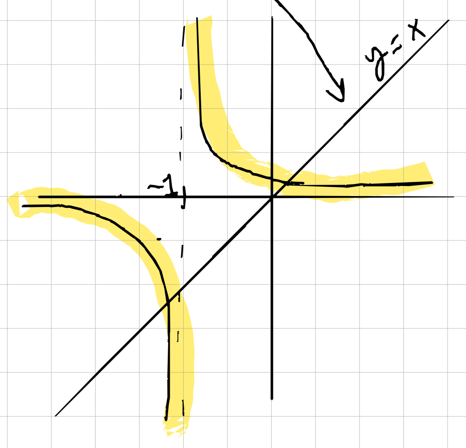
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{2} + \frac{\ln +\infty}{\ln a} = +\infty$$

MASSIMI E MINIMI:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{\ln|x+1|}{\ln a}$$

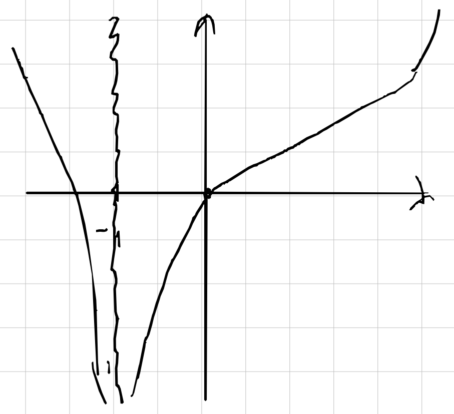
$$f'(x) = x + \frac{1}{\ln a} \cdot \left(\frac{1}{x+1}\right)$$

$$x = \frac{-1}{x+1 \cdot \ln a}$$



$0<a<1$

CASO $a>1$



$$\lim_{x \to -1^-} \frac{1}{2} + \frac{\ln 0^+}{\ln a} = -\infty$$

$$\lim_{x \to -1^+} = -\infty$$

ASINTOTI ORIZZONTALI

$$\lim_{x \to +\infty} = +\infty$$

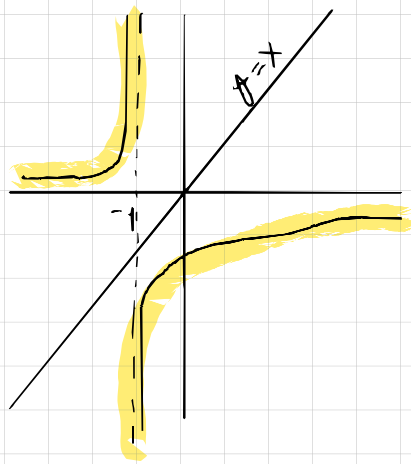
$$\lim_{x \to -\infty} = +\infty$$

MASSIMI E MINIMI:

$$f'(x) = x + \frac{1}{(x+1)(\ln a)}$$

$$x = \frac{-1}{(x+1) \ln a}$$

$a>1$



HO VERIFICATO GEOMETRICAMENTE CHE LA RETTA $y=x$ INTERSECA DUE VOLTE L'IPERBOLE EQUILATERA $y = \frac{-1}{x+1 \cdot \ln a}$ SE a É COMPRESO TRA 0 E 1 (PERCHÉ $\ln a$ É NEGATIVO SE a STA TRA 0 E 1), E CI SONO 0 SOLUZIONI SE $a>1$.

PER LO STUDIO DEL SEGNO DELLE DERIVATE:

CASO $0<a<1$: LA RETTA $x=y$ É SOTTO L'IPERBOLE PER $x<\sim -1$ QUINDI DECRESCE, ED É SOPRA L'IPERBOLE PER $x>\sim -1$, QUINDI C'É UN MINIMO ($\searrow\nearrow$) E INTERSECA UN'ALTRA VOLTA L'IPERBOLE PER X POSITIVO (STIMIAMO IL VALORE), IN CUI PASSA NUOVAMENTE DA SOTTO L'IPERBOLE A SOPRA.

CASO $a>1$: COME VEDIAMO PER $x<-1$ LA RETTA STA SEMPRE SOTTO L'IPERBOLE, QUINDI $f'(x)$ DECRESCE (MONOTONA DECRESCENTE IN QUELL'INTERVALLO) E STA SOPRA L'IPERBOLE PER $x>-1$, QUINDI CRESCE MONOTONA PER $x>-1$