

ESERCIZIO GRAM-SCHMIDT:

SIAMO IN \mathbb{R}^3 CON PRODOTTO SCALARE STANDARD

$$B = \text{SPAN} \left\{ \underset{\downarrow \nu_1}{(1, 0, 1)}, \underset{\downarrow \nu_2}{(3, 1, 1)} \right\} \quad \begin{matrix} \nu_1, \nu_2 \\ \text{LINEARMENTE INDIPENDENTI} \end{matrix}$$

TROVARE UNA BASE ORTOGONALE $W = \{w_1, w_2\}$:

$$w_1 = \nu_1 = (1, 0, 1)$$

$$\nu_2 = \text{PROJ}_{w_1}(\nu_2) = \nu_2 - \frac{\nu_2 \cdot w_1}{\|w_1\|^2} \cdot w_1 = (3, 1, 1) - \frac{(3, 1, 1) \cdot (1, 0, 1)}{(1)^2} \cdot (1, 0, 1)$$

$$= (3, 1, 1) - \frac{4}{2} \cdot (1, 0, 1) = (3, 1, 1) - (2, 0, 2) = (1, 1, -1)$$

$$\|w_1\| = \sqrt{\langle w_1, w_1 \rangle} = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$$

$$\nu_2 = (1, 1, -1)$$

VERIFICHIAMO L'ORTOGONALITÀ DELLA BASE ($\langle w_1, w_2 \rangle = 0$) $\rightarrow 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 0 \checkmark$