SE f, g CONTINUE E DERIVABILI IN $[a,b]$

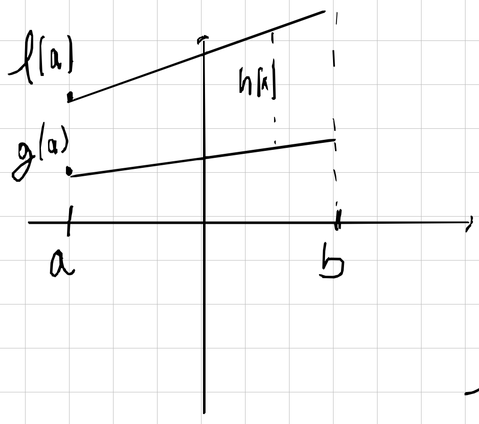
a) $f(a) \geq g(a)$ e $f'(x) \geq g'(x)$ PER OGNI $x \in [a,b]$

b) $f(b) \geq g(b)$ e $f'(x) \leq g'(x)$ PER OGNI $x \in [a,b]$

ALLORA $f(x) \geq g(x)$ PER OGNI $x \in [a,b]$?

CASO a

DEFINISCO $h(x) = f(x) - g(x)$, $h' = f'(x) - g'(x)$

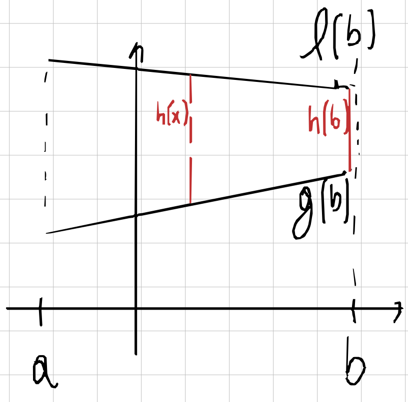


SAPPIAMO CHE $h(a) \geq 0$ E CHE h' È CRESCENTE IN $[a,b]$, DATO CHE RAPPRESENTA LA DISTANZA, SE h' È CRESCENTE $h(b)$ SARÀ ANCORA PIÙ GRANDE DI $h(a)$, QUINDI CONCLUDIAMO CHE:

$$f(x) \geq g(x) \quad \forall x \in [a,b]$$

CASO b

$h(x) = f(x) - g(x) \geq 0$ $\qquad$ $h'(x) = f'(x) - g'(x) \leq 0$



h' DECRESCENTE, QUINDI LA DISTANZA TRA f, g DIMINUISCE

QUINDI $h(x)$ SEMPRE $\geq h(b)$

QUINDI SE LA DISTANZA h DIMINUISCE SEMPRE (PERCHÉ h' DECRESCENTE) MA ALLA FINE IN È COMUNQUE POSITIVO, SIGNIFICA CHE PRIMA ERA SICURAMENTE ANCORA PIÙ GRANDE, E DATO CHE RAPPRESENTAVA LA DIFFERENZA TRA f e g NELLE x TRA $[a,b]$ CONCLUDIAMO CHE $f(x) \geq g(x)$ $\forall x \in [a,b]$