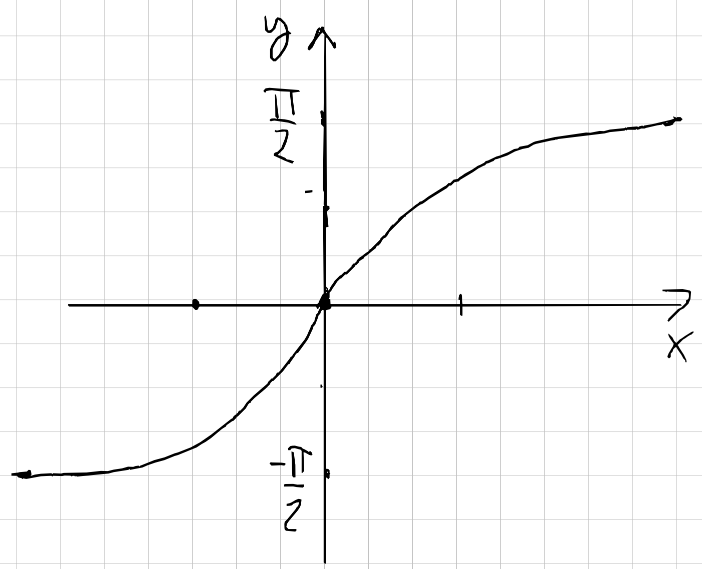
$$f(x) = \mathrm{ARCTAN}(x) - \frac{x}{1+x^2}$$

DOMINIO: $(\mathbb{R})$

$1+x^2 \neq 0$ SEMPRE



INTERSEZIONE ASSE y:

$$f(0) = 0 - \frac{0}{1} = 0$$

ASINTOTI:

$$\lim_{x \to +\infty} \mathrm{Arctg}(\infty) - \underbrace{\frac{\infty}{1+\infty^2}}_{\text{GERARCHIA INFINITI}}$$

$$= \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \mathrm{arctg}(-\infty) - \frac{(-\infty)}{1+\infty^2} = -\frac{\pi}{2} - 0 = -\frac{\pi}{2}$$

DERIVATA (MAX E MINIMI):

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1} - \frac{x^2+1-x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{2x^2}{(x^2+1)^2}$$

NOTIAMO CHE È SEMPRE POSITIVA (NUMERATORE E DENOMINATORE SEMPRE ≥ 0)

FUNZIONE SEMPRE CRESCENTE

DERIVATA SECONDA (FLESSI, CONVESSITÀ, CONCAVITÀ):

$$f''(x) = \frac{4x(x^2+1)^2 - 2x^2 \cdot (4x(1+x^2))}{(x^2+1)^4} = \frac{4x(1+x^2) \cdot [(x^2+1) - 2x^2]}{\underbrace{(x^2+1)^4}_{\text{SEMPRE} \geq 0}}$$

$$= \frac{4x\cancel{(1+x^2)} \cdot [1-x^2]}{(1+x^2)^{\cancel{4}\,3}} = \frac{4x(1-x^2)}{(1+x^2)^3}$$

$4x > 0 \to x > 0$

$1 - x^2 > 0 \quad x^2 < 1$

3 PUNTI DI FLESSO