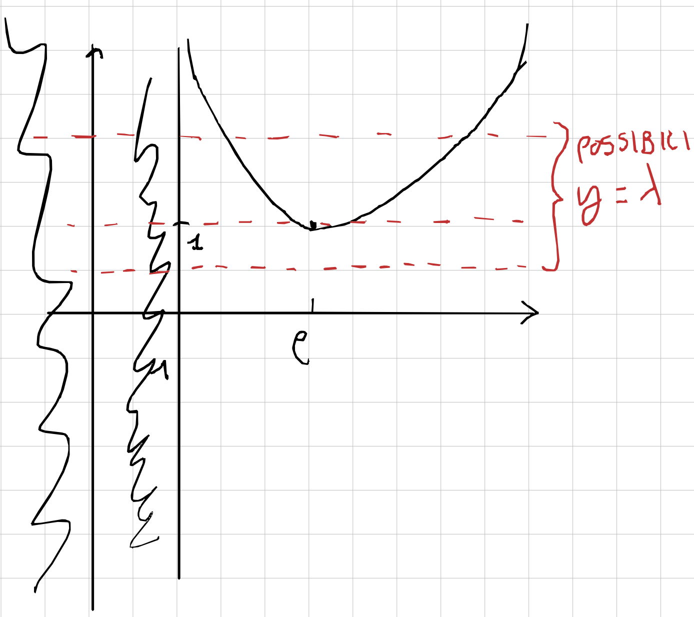
STUDIARE LA FUNZIONE:

$$\boxed{f(x) = \ln(x) - \ln[\ln(x)]}$$

E DETERMINARE IL NUMERO DI SOLUZIONI DI $f(x) = \lambda$ AL VARIARE DI λ

DOMINIO: $(1, +\infty)$

$$\begin{cases} \ln(x) > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$



ASINTOTI VERTICALI:

$$\lim_{x \to 1^+} \ln(1^+) - \ln[\ln(1^+)] = +\infty$$

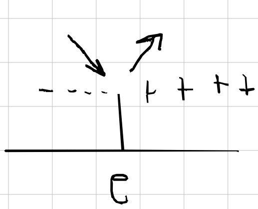
ASINTOTI ORIZZONTALI:

$$\lim_{x \to +\infty} \quad \infty - \infty \to \text{GERARCHIA INF.} \to +\infty$$

DATO CHE AI DUE ESTREMI LA $f(x) \to +\infty$ ED È CONTINUA NELL'INTERVALLO $(1, +\infty)$, CI SARÀ UN MINIMO ASSOLUTO

DERIVATA (MAX E MIN):

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x \ln x} = \frac{\ln x - 1}{\underbrace{x \ln x}_{\substack{\text{SEMPRE} > 0 \\ x \neq 1}}} \geq 0 \to x > e$$



MINIMO IN e

$$f(e) = \ln(e) - \ln[\ln(e)] = 1 - 0 = 1$$

STUDIO DI FUNZIONE FINITO.

ORA SAPPIAMO CHE LA RETTA $y = \lambda$ PARALLELA ALL'ASSE X HA 0 SOLUZIONI PER $\lambda < 1$, 1 SOLUZIONE PER $\lambda = 1$, E 2 SOLUZIONI PER $\lambda > 1$