

ESERCIZIO GRAM-SCHMIDT:

SIAMO IN \mathbb{R}^3 CON PRODOTTO SCALARE STANDARD

$$B = \text{SPAN} \left\{ \begin{pmatrix} 1, 0, 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3, 1, 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$\downarrow \quad \downarrow$

$v_1 \quad v_2$

v_1, v_2
LINEARMENTE INDIPENDENTI

TROVANE UNA BASE ORTOGONALE $W = \{w_1, w_2\}$:

$$w_1 = v_1 = (1, 0, 1)$$

$$v_2 = \text{PROJ}_{w_1}(v_2) = v_2 - \frac{v_2 \cdot w_1}{\|w_1\|^2} \cdot w_1 = (3, 1, 1) - \frac{(3, 1, 1) \cdot (1, 0, 1)}{(1, 0, 1)^2} \cdot (1, 0, 1)$$

$$(3, 1, 1) - \frac{4}{2} \cdot (1, 0, 1) = (3, 1, 1) - (2, 0, 2) = (1, 1, -1)$$

$$\|w_1\| = \sqrt{\langle w_1, w_1 \rangle} = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$$

$$w_2 = (1, 1, -1)$$

VERIFICHiamo L'ORTOGONALITÀ DELLA BASE $(\langle w_1, w_2 \rangle = 0)$ $\rightarrow 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot -1 = 0 \checkmark$