1) $f(x) = \log(x^2-1) - x$

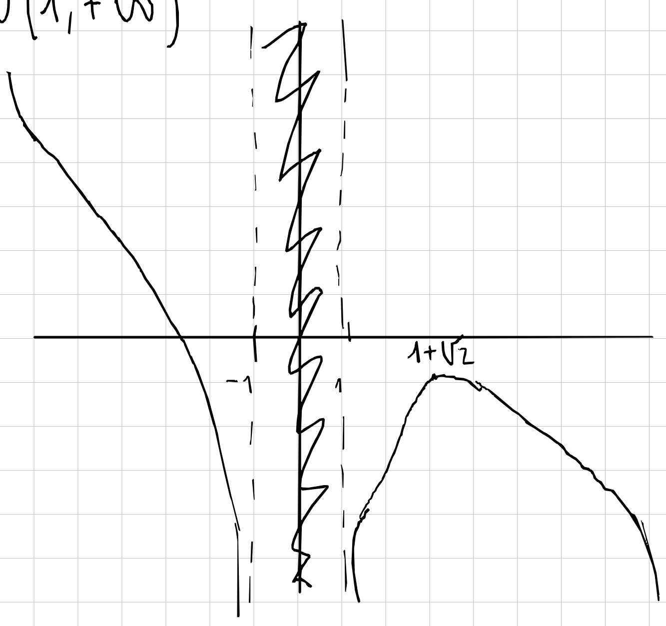
DOMINIO: $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

$x^2-1>0$

$x^2>1$

$++ \; (- - -) \; ++$

$-1 \qquad 1$



ASINTOTI:

VERTICALI:

$\lim_{x\to -1^-} \log(1^- -1)+1 = -\infty$

$\lim_{x\to 1^+} \log(1^+ -1)+1 = -\infty$

OSS: DATO CHE A +1 É $-\infty$, ED ANCHE A $+\infty = -\infty$ C'É SICURAMENTE UN MASSIMO DI MEZZO (WEIERSTRASS)

ORIZZONTALI:

$\lim_{x\to+\infty} \log(\infty^2-1) - \infty = -\infty$ GERARCHIA INFINITI

$\lim_{x\to-\infty} \log(\infty^2-1) + \infty = +\infty$ GERARCHIA INFINITI

MAX E MIN (DERIVATA):

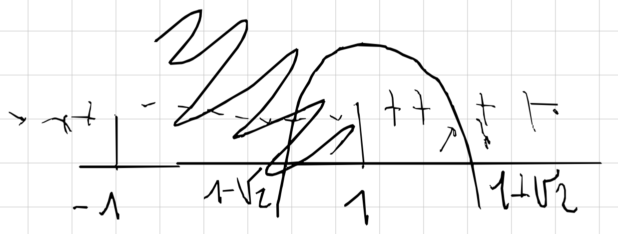
$$f'(x) = \frac{1}{x^2-1}\cdot 2x - 1 = \frac{2x}{x^2-1} - 1 = \frac{2x-x^2+1}{x^2-1} > 0$$

N: $-x^2+2x+1>0 \rightarrow x = \frac{-2\pm\sqrt{4+4}}{-2} = \frac{-2\pm2\sqrt2}{-2}$

D: $x^2-1>0 \rightarrow$ UGUALE AL DOMINIO

$$\frac{-2-2\sqrt2}{-2} = \frac{\cancel{2}(1+\sqrt2)}{-\cancel{2}}$$

$\boxed{1-\sqrt2}$ $\quad$ $\boxed{1+\sqrt2}$



NOTIAMO UN MASSIMO IN $f(1+\sqrt2)$

FLESSI (DERIVATA SECONDA):

$$f''(x) = \frac{(2-2x)\cdot(x^2-1)-(2x-x^2+1)\cdot 2x}{(x^2-1)^2} = 2x^2-2-\cancel{2x^3}+\cancel{2x}-4x^2+\cancel{2x^3}-\cancel{2x}$$

$$f''(x) = \frac{2x^2-4x^2-2}{(x^2-1)^2} = \frac{-2x^2-2}{(x^2-1)^2} > 0$$

SEMPRE >0

$-2x^2-2>0$

$2(-x^2-1)>0 \quad -x^2>1$ MAI

f'' SEMPRE NEGATIVA $\rightarrow$ SEMPRE CONCAVA.

A QUESTO PUNTO POSSIAMO DISEGNARE IL GRAFICO QUALITATIVO (VEDI GRAFICO)