DIAGONALIZZAZIONE COMPLESSA:

DATA:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ENDOMORFISMO $T: \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$

DETERMINARE GLI AUTOVALORI λ COMPLESSI:

$$\det(\lambda I - A) = (\lambda \cdot \lambda) - (-1 \cdot 1) = \lambda^2 + 1$$

$$\lambda^2 = -1 \rightarrow \lambda = \pm i$$ (ABBIAMO m AUTOVALORI DISTINTI QUINDI È DIAGONALIZZABILE)

DETERMINA ORA AUTOVETTORI:

$$A\lambda_1 = \begin{pmatrix} i & -1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad R_2 = R_2 + i(R_1) \rightarrow A = \begin{pmatrix} i & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$ix = y \rightarrow (x, ix) = x(1, i)$$

$$A\lambda_2 = \begin{pmatrix} -i & -1 \\ 1 & -i \end{pmatrix} \quad R_2 = R_2 - i(R_1) \rightarrow A = \begin{pmatrix} -i & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-ix = y \rightarrow (x, -ix) = x(1, -i)$$

VERIFICA SE I DUE AUTOSPAZI SONO IN SOMMA DIRETTA E GENERANO L'INTERO SPAZIO

$\begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}$ SONO LINEARMENTE INDIPENDENTI QUINDI SÍ.

SIA

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

CALCOLA IL POLINOMIO CARATTERISTICO, DETERMINA GLI AUTOVALORI E SE LA MATRICE È DIAGONALIZZABILE.

NOTIAMO CHE É A BLOCCHI, E IL DETERMINANTE È IL PRODOTTO DEL DETERMINANTE DEI DUE BLOCCHI.

$$\lambda I - M = \begin{pmatrix} \lambda-1 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & \lambda-1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-2 \end{pmatrix}$$

A

B

$$\det A = (\lambda-1)^2 - 9 = \lambda^2 - 8 - 2\lambda \rightarrow \lambda = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2} \begin{cases} \frac{2+6}{2} = \boxed{4} \\ \boxed{-2} \end{cases}$$

$$\det B = (\lambda)(\lambda-2) \rightarrow \boxed{\lambda = 0}, \quad \boxed{\lambda = 2}$$

ABBIAMO TROVATO 4 AUTOVALORI DISTINTI

$\lambda_1 = 4 \quad \lambda_2 = -2 \quad \lambda_3 = 0 \quad \lambda_4 = 2$

QUINDI LA MATRICE È DIAGONALIZZABILE.

SIANO W_1, W_2 DUE SOTTOSPAZI DI $\mathbb{R}^m$

1) DEFINISCI COSA SIGNIFICA CHE LO SPAZIO V È LA SOMMA DIRETTA DI W_1 E W_2, E QUALI CONDIZIONI DEVE SODDISFARE L'INTERSEZIONE $W_1 \cap W_2$.

RISPOSTA: SE W_1 E W_2 SONO IN SOMMA DIRETTA QUESTO SIGNIFICA CHE $\dim V = \dim W_1 + \dim W_2$, E DATO CHE L'INTERSEZIONE $W_1 \cap W_2$ SE SIAMO IN SOMMA DIRETTA DEVE ESSERE SOLAMENTE $\{0\}$, SE PRENDIAMO UNA BASE DI W_1 E UNA BASE DI W_2, LA LORO SOMMA É FORMATA DA VETTORI LINEARMENTE INDIPENDENTI CON RANGO $= m$