SI CONSIDERI PER $\lambda \in \mathbb{R}$ LA FUNZIONE

$$f(x) = (x^2 - 2x + \lambda) e^{-x}$$

E DETERMINARE SE ESISTONO $\lambda \in \mathbb{R}$ PER I QUALI É MONOTONA, E $\lambda \in \mathbb{R}$ PER CUI É CONVESSA.

DOMINIO: $\mathbb{R}$

$$f'(x) = (2x-2) \cdot e^{-x} - (x^2 - 2x + \lambda) \cdot e^{-x}$$

$$= e^{-x}(2x - 2 - x^2 + 2x - \lambda) \geq 0$$

e^{-x}: SEMPRE > 0

$$-x^2 + 4x + (-2-\lambda) \geq 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot (-2-\lambda)}}{-2} \quad \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8 - 4\lambda}}{-2}$$

$$16 - 8 - 4\lambda < 0$$

$$\frac{4\lambda}{4} > \frac{8}{4} \qquad \boxed{\lambda > 2}$$

PER $\lambda > 2$ IL DISCRIMINANTE < 0 QUINDI LA FUNZIONE É MONOTONA DECRESCENTE

$$f''(x) = -e^{-x}(-x^2 + 4x - 2 - \lambda) + e^{-x}(-2x + 4) > 0$$

$$e^{-x}(x^2 - 4x + 2 + \lambda - 2x + 4) > 0$$

e^{-x}: SEMPRE > 0

$$x^2 - 6x + 6 + \lambda > 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(6+\lambda)}}{2} \quad 36 - 24 - 4\lambda < 0$$

$$\frac{+4\lambda}{4} > \frac{+12}{4} = 3$$

PER $\lambda > 3$ IL SEGNO DELLA $f''(x) \geq 0$ SEMPRE, QUINDI É CONVESSA PER $\lambda > 3$