Electricidad-Magnetismo-Calor
CB 025
2C24-1C25

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

<u>Guía 0</u>: *Cálculo, interpretaciones Físicas y Geométricas*

1) Escriba el vector posición en los tres sistemas de coordenadas habituales, indicando la relación entre los versores. Realice en esquema indicando también los nombres de los ángulos que utiliza:
$\vec{r} = x\,\breve{\imath} + y\,\breve{\jmath} + z\breve{k}$ en cartesianas; $\vec{r} = \rho\breve{\rho} + z\breve{z}$ en cilíndricas; $\vec{r} = r\breve{r}$ en esféricas.

2) Una partícula está ubicada en el punto $\vec{r} = 2\breve{\imath} - 1\breve{\jmath} + 3\breve{k}$; (valores en metro) expresarlo en coordenadas esféricas y en coordenadas cilíndricas.

3) Dado un vector $\vec{v} = 1\breve{\imath} + 2\breve{\jmath} + 1\breve{k}$ unidades "UM", expresado en sistema cartesiano ortogonal con origen en O, escribir dicho vector en otro sistema cartesiano ortogonal con origen O' en $\vec{r}_{O'O} = 0\breve{\imath} + 3\breve{\jmath} + 0\breve{k}$ "UM". Haga un esquema que represente la situación.

4) Dada una expresión vectorial en coordenadas esféricas $\vec{F} = A\,r^2\breve{r}$ siendo $\breve{r}$ el versor radial:
Escribir dicha expresión de la forma:
a) Coordenadas esféricas y componentes cartesianas.
b) Coordenadas y componentes cartesianas.
c) Coordenadas cartesianas y componentes esféricas.

5) Dada una expresión vectorial en coordenadas cilíndricas del vector radial $\vec{r} = \rho\breve{\rho} + z\,\breve{z}$: Escribir $\breve{r}$ en:
a) Coordenadas cilíndricas y componentes cartesianas.
b) Coordenadas y componentes cartesianas.
c) Coordenadas cartesianas y componentes cilíndricas.

6) Dibujar en perspectiva un elemento de volumen en coordenadas esféricas (radio, colatitud, azimut) $(r;\ \theta;\ \varphi)$; dr; $d\theta$; $d\varphi$. Y expresarlo analíticamente, recordando que está relacionado con el determinante jacobiano.

7) Calcular la masa de una esfera maciza de 3 cm de radio si el material tiene una densidad δ (la densidad está expresada en coordenadas esféricas con centro en el centro de la esfera) vale:

i) $\delta = 5$ g/cm^3 ii) $\delta = A\,r^2$ g/cm^3 iii) $\delta = B\,sen^2\phi$ g/cm^3

8) Dibujar en perspectiva un elemento de volumen en coordenadas cilíndricas (radio, azimut, altura axial) $(\rho;\ \varphi;\ z)$; $d\rho$; $d\varphi$; dz. Y expresarlo analíticamente, recordando que está relacionado con el determinante jacobiano.

9) Calcular la masa de una barra cilíndrica de 3 mm de radio y 5 mm de longitud si el material tiene una densidad δ (la densidad está expresada en coordenadas cilíndricas con centro en el eje de la barra) vale:

i) $\delta = 5$ g/cm^3 ii) $\delta = A\,\rho^2$ g/cm^3 iii) $\delta = B\,z\,sen^2\phi$ g/cm^3

10) Cuál es el significado de la función: $\vec{F}(x, y, z) = \frac{\partial g(x,y,z)}{\partial x}\breve{\imath} + \frac{\partial g(x,y,z)}{\partial y}\breve{\jmath} + \frac{\partial g(x,y,z)}{\partial z}\breve{k} = 2xy\breve{\imath} + x^2\breve{\jmath}$

a) Calcular la función escalar g(x,y,z)
b) Si se conociera el valor de g en un punto ¿sería posible determinar g para todos los puntos del espacio?
c) Cómo se calcula la diferencia de los valores de la función g entre dos puntos cualquiera del espacio?

d) Para un punto determinado del espacio cuál es la dirección que debe tener el cambio de posición infinitesimal, para que g no cambie en el entorno de ese punto.

Las integrales siguientes son límites de sumas de (flechitas) vectores, presten atención en la posibilidad o no de suma que presentan los versores que utilicen.

11) Se conoce un campo vectorial expresado en coordenadas cartesianas:
$\overline{F}(\overline{r}) = \overline{F}(x, y, z) = x^2 y\ \widehat{x} + 3\,z\ \widehat{y} + z^3\ \widehat{z}$

calcular: $\overline{W} = \int\int\int \overline{F} d\tau$; donde el dominio de integración es un paralelepípedo de lados a; b; c; con uno de sus vértices en el origen y caras paralelas a los planos coordenados.

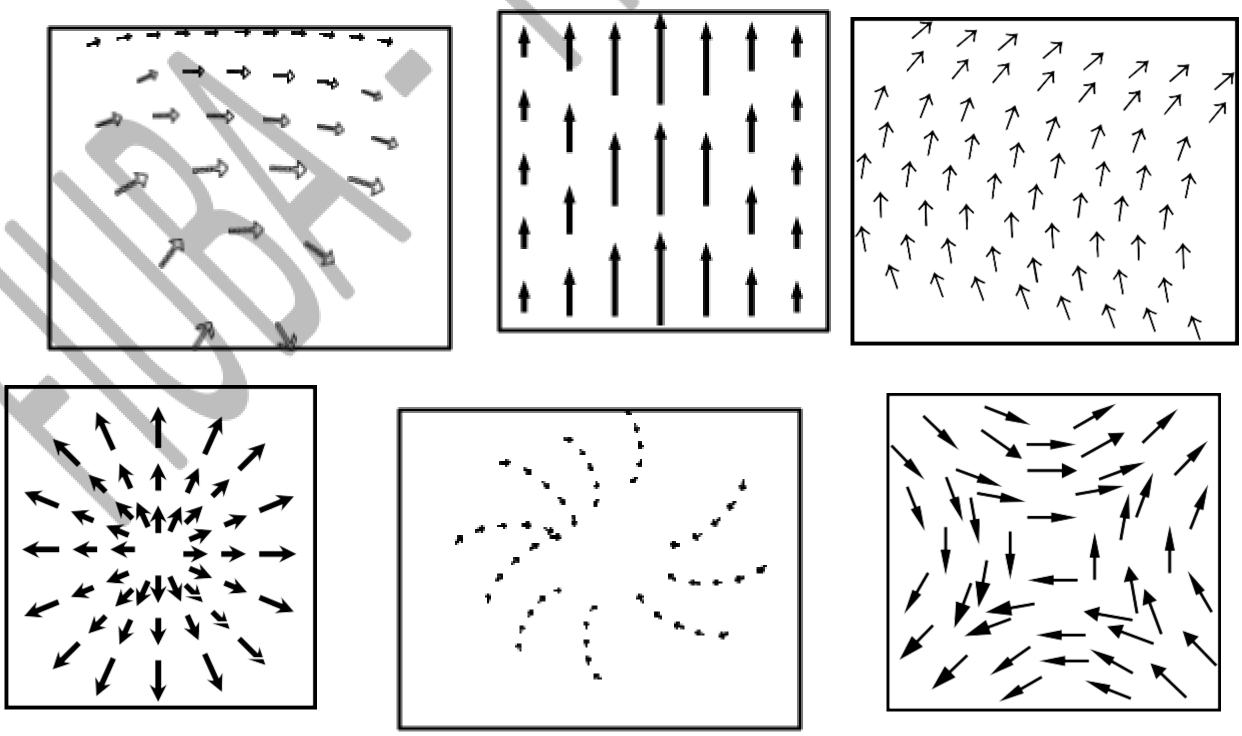
12) Se conoce un campo vectorial expresado en coordenadas esféricas:
$\overline{F}(\overline{r}) = \overline{F}(r,\ \varphi,\ \theta) = r^2\ \widehat{r} + r\,sen\varphi\ \widehat{\varphi}$

calcular: $\overline{W} = \int\int\int \overline{F} d\tau$; donde el dominio de integración es una esfera centrada en el origen de radio R.

13) (optativo) (SUGERENCIA: distinguir siempre la notación de radio en esféricas respecto de radio en cilíndricas) Se conoce un campo vectorial expresado en coordenadas cilíndricas:
$\overline{F}(\overline{r}) = \overline{F}(\rho,\ \varphi,\ z) = \rho^2\ \widehat{\rho} + sen\varphi\ \widehat{\varphi} + z\,cos\varphi\ \widehat{z}$

calcular: $\overline{W} = \int\int\int \overline{F} d\tau$; donde el dominio de integración es un cilindro cuyo eje es el eje coordenado z, y una base de radio R está en el plano (x,y) centrada, y cuya altura es h.

14) En las figuras se representan campos vectoriales. ¿Qué puede decir acerca de la divergencia y del rotor de dichos campos en todos los casos?



12) Una flor de ducha similar a la de la figura tiene un tubo de entrada de aproximadamente 1,5 cm de diámetro, el agua ingresa con velocidad 1 m/s, se supone que la corriente es uniforme y el fluido ideal e incompresible. La salida la forman aproximadamente 80 orificios de 1,25 mm de diámetro, y se consideran condiciones ideales de salida. (densidad del agua 1000 kg/m^3)

a) calcular el flujo del campo de velocidades de ingreso a la flor.

b) calcular el flujo del campo de velocidades de salida total, y explicar las hipótesis que ha hecho en el cálculo.

c) calcular la divergencia de la masa encerrada en el espacio interno de la flor. Qué interpretación física le puede asignar a este resultado.

d) explicar si puede ser posible, en este caso, que la derivada parcial temporal de la masa encerrada sea nula, o no sea nula y qué significado físico tiene.

13) La velocidad de los puntos de un disco rígido de radio R, que rota alrededor de su centro que coincide con el origen de coordenadas, sin trasladarse, con velocidad angular $\Omega\widehat{k}$, forman un campo vectorial en los puntos del plano x,y de dicho disco.

a) Encuentre la función vectorial que lo representa $\overline{V}(\overline{r})$.

b)Calcule el rotor de dicho campo para los puntos del disco. (**r** en cartesianas es (x,y))

c)Haga un dibujo del disco y el campo de velocidades.

d) Elija una curva cerrada que contenga al centro del disco y calcule la circulación del campo.

e) Elija una superficie que se apoye en la curva anterior y calcule el flujo del rotor del campo a través de dicha superficie.

f) elija una trayectoria cerrada (continua por partes) que no contenga al centro del disco y calcule la circulación del campo.

g) Mediante el teorema de Stokes verifique el valor del flujo del rotor en la superficie basada en la trayectoria del punto “f”.