APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Sea $f(x) = 3^{4x+k} - 3^{2x}$, obtener el valor de $k \in R$ para que la ordenada al origen de la función f sea 8.

Para hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ pedido, debemos tener en cuenta que $y = 8$ es la ordenada al origen de la función, por lo tanto, hallamos $f(0)$

$$f(0) = \mathbf{3^{4\cdot 0+k}} - \mathbf{3}^{2\cdot 0}$$

$$8 = \mathbf{3^{k}} - \mathbf{3}^{0}$$

$$8 = 3^{k} - 1$$

Sumamos 1 en ambos miembros:

$$9 = 3^{k}$$

Sabemos que a 9 lo podemos pensar como 3^2, por lo tanto:

$$3^2 = 3^k$$

Para que se verifique la igualdad ambas potencias deben ser iguales, como las bases son iguales, los exponentes deben serlo:

$$2 = k$$

2. Calcular el valor de $k \in \mathbb{R}$ sabiendo que: $\int_0^k (x+2)^2 dx = 39$

De acuerdo con lo estudiado en la Unidad 6, Integrales, Métodos de Integración, y Propiedades de la Integral Definida, previamente se procede al cálculo de una primitiva de $f(x) = (x+2)^2$

Puede aplicarse el método de integración por sustitución o bien desarrollar el cuadrado e integrar término a término.

Conviene la primera opción, donde $u = x + 2$ y $du = dx$

Entonces,

$$\int (x+2)^2 dx = \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + C = \frac{(x+2)^3}{3} + C$$

Luego,

$$\int (x+2)^2 dx = \frac{(x+2)^3}{3} + C$$

donde C es la constante de integración.

Luego, se calcula la integral definida aplicando la regla de Barrow:

$$\int_0^k (x+2)^2 dx = \left(\frac{(x+2)^3}{3}\right)\Bigg|_0^k$$

$$\int_0^k (x+2)^2 dx = \frac{(k+2)^3}{3} - \frac{(0+2)^3}{3}$$

$$\int_0^k (x+2)^2 dx = \frac{(k+2)^3}{3} - \frac{8}{3}$$

Según el enunciado, el valor de la integral es 39.

Entonces,

$$\frac{(k+2)^3}{3} - \frac{8}{3} = 39$$

Queda una ecuación de primer grado con la incógnita $k$que se despeja según los procedimientos estudiados:

$$\frac{(k+2)^3}{3} = 39 + \frac{8}{3}$$

$$\frac{(k+2)^3}{3} = \frac{125}{3}$$

$$(k+2)^3 = 125$$

$$\sqrt[3]{(k+2)^3} = \sqrt[3]{125}$$

$$k + 2 = 5$$

$$k = 3$$

3. Dados los vectores $\vec{r} = (1; 5; -2)$ y $\vec{s} = (-3; 0; 4)$, calcular:

a) $3\vec{r} + 4\vec{s}$

b) $2|\vec{s}|\vec{r}$

a) Para la resolución de este punto reemplazamos los vectores dados en la expresión a calcular:

$$3\vec{r} + 4\vec{s} = 3(1; 5; -2) + 4(-3; 0; 4)$$

$$3\vec{r} + 4\vec{s} = (3; 15; -6) + (-12; 0; 16)$$

$$3\vec{r} + 4\vec{s} = (-9; 15; 10)$$

b) En este ítem debemos calcular $|\vec{s}|$ para luego resolver la operación planteada. Para esto utilizamos la fórmula correspondiente para el cálculo del módulo de un vector:

$$|\vec{s}| = \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 4^2} \quad \Longrightarrow \quad |\vec{s}| = \sqrt{25} \quad |\vec{s}| = 5$$

Entonces:

$$2|\vec{s}|\vec{r} = 2.5.(1; 5; -2) \quad \Longrightarrow 2|\vec{s}|\vec{r} = 10.(1; 5; -2)$$

$$2|\vec{s}|\vec{r} = (10; 50; -20)$$

4. Determinar el/los valores de $x \in R$ para que $h'(x) = -4$, si se sabe que $h(x) = fog$; $f(x) = 2x$ $g(x) = -2x^2 + 3$.

Para resolver este ejercicio tendremos en cuenta los conceptos vistos en los apartados **"Derivadas"** y **"Derivada función compuesta"**

Para poder hallar lo pedido en el ejercicio, primero debemos calcular la derivada de la función compuesta. Esto lo realizamos teniendo en cuenta la regla de la cadena:

$$fog'(x) = f'\big(g(x)\big) \cdot g(x)$$

$$f'(x) = 2$$

Entonces $f'(g(x)) = 2$

$$g'(x) = -4x$$

Por lo tanto:

$$fog'(x) = 2 \cdot (-4x)$$

$$h'(x) = -8x$$

Como el enunciado nos pide hallar los valores de x para que la derivada de h sea -4, planteamos:

$$-4 = -8x$$

$$\frac{-4}{-8} = x$$

$$\frac{1}{2} = x$$

$$S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$