

Guía 1: *Electrostática en el vacío*

Ley de Coulomb

1. a) Hallar la fuerza eléctrica, módulo dirección y sentido, entre dos cargas puntuales $q_1 = +1.5 \mu\text{C}$ y $q_2 = +4 \mu\text{C}$ que están separadas 10 cm.
b) Determinar la o las posiciones donde se debería colocar una carga q_0 para que la fuerza eléctrica de interacción neta con q_1 y q_2 sea nula. Discutir si dichas posiciones dependen del signo y/o valor de q_0 .
c) ¿Son posiciones de equilibrio? ¿De qué tipo de equilibrio se trata? Justifique.

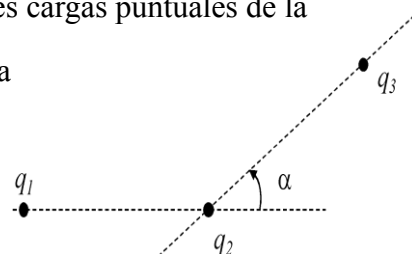
2. Calcular las fuerzas entre dos electrones estáticos separados 1 cm. Discuta la relación entre la fuerza gravitatoria y la eléctrica. ¿Cómo variaría la relación entre ellas si los electrones estuvieran a una distancia de 1 m? (Buscar la constante de gravitación G y la masa de los electrones en internet)

3. Dos pequeñas esferas de igual masa $m = 0.5 \text{ g}$ y de igual carga eléctrica están suspendidas del mismo punto por sendos hilos de 15 cm de longitud, en un laboratorio con gravedad terraplanista. Las esferas se hallan en equilibrio separadas 10 cm. Calcule la carga de cada esfera considerando sólo fuerzas eléctricas entre ellas y gravitatorias entre cada una de ellas y la Tierra. Estime el error que se comete al no considerar la fuerza gravitatoria entre ambas.

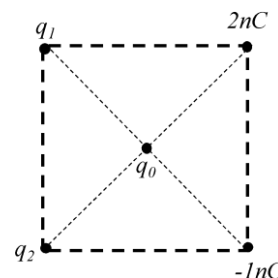
Ahora triplique la carga de las esferas, sin cambiar la masa. ¿Cuál es el ángulo entre los hilos? Compare con el ángulo del primer caso, ¿debería triplicarse? ¿Por qué?

4. ¿Qué fuerza se debe ejercer sobre cada una de las tres cargas puntuales de la figura ($q_1 = 1 \mu\text{C}$, $q_2 = -2 \mu\text{C}$ y $q_3 = 0.5 \mu\text{C}$) para que el sistema esté en equilibrio?

La distancia entre q_1 y q_2 es igual a la distancia entre q_3 y q_2 y vale 30 cm. Analizar los resultados cuando el ángulo $\alpha = 0^\circ$, 30° y 90° . Discuta por qué podría despreciar la fuerza gravitatoria.



5. Cuatro cargas puntuales se encuentran ubicadas sobre los vértices de un cuadrado. Determinar los valores de las cargas q_1 y q_2 para que la fuerza eléctrica sobre la carga puntual q_0 sea nula. ¿Dependen del valor y/o signo de la carga q_0 ? ¿Dependen del valor del lado del cuadrado? ¿Cuántas soluciones existen?



6. a) Calcular la fuerza eléctrica ejercida por una distribución de carga lineal de largo $L = 50 \text{ cm}$ y de densidad lineal uniforme $\lambda = 15 \mu\text{C/m}$ sobre una carga puntual de prueba q_0 ubicada en un lugar arbitrario del espacio.
b) Analizar y comparar las fuerzas cuando la carga de prueba se encuentra situada sobre el plano mediatriz de la distribución a 5 cm y 2 m de ella.
c) Ídem b) si la longitud de la distribución se hace infinita. Comparar resultados con ítem “b”.

Campo electrostático

7. Un dipolo eléctrico está conformado por dos cargas eléctricas de igual módulo y distinto signo. Este dipolo está ubicado como se muestra en la figura y sus cargas están separadas una distancia d . Determinar por superposición:

a) El vector campo eléctrico para todo punto sobre el eje x , $E(x, 0, 0)$. Analizando dirección y sentido del campo para:

a1) todo $x < -d/2$;

a2) para x comprendidos entre $-d/2 < x < d/2$,

a3) para todo $x > d/2$

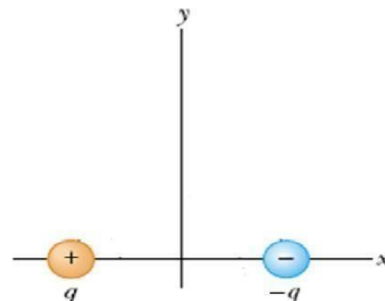
a4) ¿El sentido del vector E varía sobre el eje x ?

a5) Graficar la componente x y el módulo de E en función de la coordenada x .

b) El vector campo eléctrico para todo punto sobre el eje y , $E(0, y, 0)$. ¿El sentido del vector E varía sobre el eje y ? Graficar las componentes x e y de E en función de la coordenada y .

c) Solamente el planteo: El vector campo eléctrico E para todo punto del espacio.

Retomar este ítem luego de haber concluido la ejercitación de “Diferencia de Potencial” para hacer el cálculo completo del campo del dipolo suponiendo la distancia entre cargas suficientemente pequeña, y expresarlo en coordenadas esféricas y cartesianas.



8. Una distribución de carga en forma de anillo de radio R , tiene una densidad de carga lineal λ .

a) Hallar la expresión del campo eléctrico sobre puntos del eje del anillo (y normal al plano del anillo) si la densidad lineal es uniforme.

b) Graficar la componente del vector campo eléctrico sobre el eje si $R = 5$ cm y $\lambda = +0.1$ $\mu\text{C/m}$.

c) Analice la dependencia de la componente antedicha, cuando la distancia del punto del eje es mucho mayor que el radio R .

9. a) Hallar el campo eléctrico en un punto situado sobre el eje normal al plano de una distribución de carga en forma de corona de radios R_i y R_e y con una densidad de carga superficial uniforme: σ .

b) Tomando el límite adecuado, calcule el campo generado por una distribución en forma de disco de radio R_e en cualquier punto del eje del disco.

c) Calcular el valor del campo en un punto ubicado sobre el eje del disco a una distancia $d = 10$ cm del mismo, cuando $R = 5$ cm y $\sigma = 0.5$ $\mu\text{C/m}^2$.

d) Repetir el punto (b) si R_e tiende a infinito.

e) A partir del resultado obtenido en b), encuentre una expresión para el caso particular de un punto ubicado muy próximo al disco, es decir, para $d \ll R$. Comparar este resultado con el obtenido en el ítem d. Discutir los alcances de la aproximación.

10. **Solamente Plantear:** la expresión para el cálculo del campo eléctrico en todo punto del espacio producido por una distribución esférica de carga de radio R y de densidad volumétrica $\rho = \rho_0 \cos \phi$.

Ley de Gauss - Líneas de Campo Electrostático

11. Una carga puntual $q = 1 \mu\text{C}$ se encuentra en el centro de una superficie cúbica de 0.5 cm de arista. ¿Cuánto vale el flujo Φ_E del campo eléctrico a través de esta superficie? Realice un gráfico de líneas de campo a través de una de las caras del cubo.

¿Cuánto vale el flujo Φ_E del campo eléctrico a través de la superficie de una cara?

12. Un cubo de lado a tiene sus aristas paralelas a los ejes cartesianos y uno de sus vértices se encuentra en el origen de coordenadas. Hallar el flujo del campo eléctrico a través de su superficie, la densidad de carga y la carga total encerrada si:

a) $\vec{E} = E_0 \vec{x}$ b) $\vec{E} = E_0 x \vec{x}$

c) $\vec{E} = E_0 x^2 \vec{x}$ d) $\vec{E} = E_0 (y \vec{x} + x \vec{y})$

13. A partir de la Ley de Gauss, hallar el campo eléctrico en todo el espacio que general las distribuciones de carga que se indican más abajo, dibujando algunas líneas de campo representativas para cada distribución. Para ello, **Primero** determine por consideraciones geométricas cómo son las líneas de campo que generan (indicando dirección y dependencia con las coordenadas). **Luego** elija, **justificando**, una superficie gaussiana adecuada para cada distribución. **Discuta** si es necesario o no exigir uniformidad en las densidades de carga.

a) distribución recta lineal infinita con densidad de carga uniforme λ

b) distribución plana infinita de carga con densidad superficial uniforme σ

c) distribución esférica de carga con densidad volumétrica de carga uniforme ρ

d) distribución cilíndrica infinita de carga con densidad superficial de carga uniforme σ

e) Se tienen tres distribuciones esféricas de carga (todas de radio R) con las siguientes características **1)** $\rho = 2 \mu\text{C}/\text{m}^3$; **2)** $\rho = 2 r^3 \mu\text{C}/\text{m}^3$ (r medido desde el centro de la esfera en m);

3) $\rho = 2 \cos\phi \mu\text{C}/\text{m}^3$ (donde ϕ es el ángulo acimutal)

(Los números tienen las unidades correspondientes)

f) ¿Es válida la Ley de Gauss para cada una de estas densidades de carga propuestas?

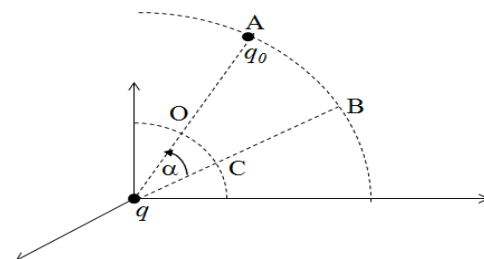
g) Determine, para cada distribución de carga, si es posible hallar el campo eléctrico que generan en todo el espacio a partir de la Ley de Gauss. Justifique.

h) Si es posible, calcule para cada distribución el flujo del campo eléctrico a través de un cubo de lado $4R$, centrado en el centro de la distribución. Ídem a través de una esfera de radio $2R$.

Trabajo electrostático - Diferencia de Potencial - Líneas equipotenciales

14. Una carga puntual q está ubicada en el origen de coordenadas. Calcular el trabajo que se debe realizar para llevar cuasiestáticamente otra carga puntual q_0 desde el punto A al punto O. Para ello utilice los dos caminos indicados en la figura: 1) AO y 2) ABCO. ¿Cuál es el resultado? ¿Es el resultado esperado? Justifique.

2) Si en lugar de ir hasta O, se desea partir de A y llegar hasta un punto muy alejado del origen, cuál es el resultado?, suponga que se aleja hacia la derecha, y que también puede alejarse hacia arriba, cambia el resultado? Justifique.



15. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 están separadas una distancia d .

a) Hallar el trabajo que es necesario realizar para traer en forma cuasiestacionaria otra carga q desde un punto muy alejado hasta el punto central del segmento que separa a q_1 y q_2 .

b) Analice el resultado si las cargas son de igual valor absoluto y de signo diferente. Discuta la relación de los resultados con la dirección del campo eléctrico (Ayuda: considere la mediatriz del segmento que une ambas cargas y la irrotacionalidad del campo electrostático).

c) Ídem b) si las cargas son iguales.

16. Dos protones están restringidos a moverse en una línea recta. Uno de ellos está fijo en el origen de coordenadas y el segundo se mueve hacia el primero. Inicialmente se encuentran separados 1 m y la velocidad del segundo respecto del primero es $v_0 = 10$ m/s. (La masa del protón la buscan en la bibliografía). Determinar la mínima distancia entre los protones. (a pesar de que este tema es electrostática, para los valores de velocidad expresados los resultados son de muy buena aproximación. Recuerde los teoremas energéticos de mecánica clásica para punto material)

17. Considere la distribución denominada dipolo y los resultados obtenidos en el problema 7:

a) Determinar la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos arbitrarios del espacio a partir del campo eléctrico.

b) Repetir a) usando superposición y la expresión de la diferencia de potencial de una carga puntual.

c) Repetir a) considerando que uno de los puntos está muy lejos del dipolo.

d) Repetir a) considerando que uno de los puntos es el punto medio del segmento que une ambas cargas.

e) Dibujar algunas líneas representativas de campo eléctrico.

f) Dibujar algunas equipotenciales.

g) ¿Cuál es el trabajo para llevar una carga puntual desde un punto A ubicado sobre la recta que une ambas cargas, a otro punto B ubicado sobre el plano mediatriz al segmento que une a ambas cargas?

18. Dos cargas eléctricas de igual módulo y signo están separadas una distancia d . si las dos cargas puntuales tienen el mismo signo.

- Dibujar algunas líneas representativas de campo eléctrico.
- Dibujar algunas equipotenciales.
- ¿Cuál es el trabajo para llevar una carga puntual desde un punto A ubicado sobre la recta que une ambas cargas, a otro punto B ubicado sobre el plano mediatriz al segmento que une a ambas cargas?
Discutir los resultados obtenidos cuando:
 - ambas son positivas
 - ambas son negativas.

19. Determine la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos genéricos A y B para todas las distribuciones de carga del Problema 13. Graficar para todo el espacio, campo y equipotenciales. Discuta, en cada caso, si se puede tomar el valor de referencia del potencial en el infinito (punto B).

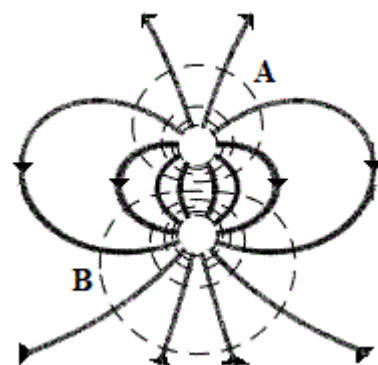
20. Dos distribuciones planas paralelas de carga están separadas una distancia $d = 0,1$ cm. Hallar el campo y la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos pertenecientes a un eje perpendicular a los planos cuando:

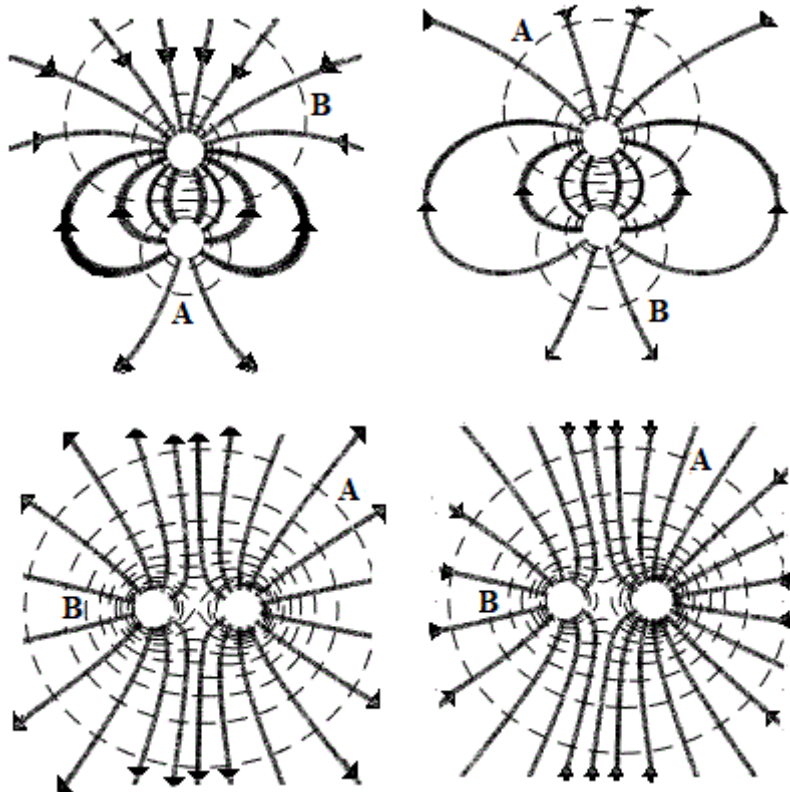
- Ambos planos tienen la misma densidad de carga superficial uniforme $\sigma = 50 \text{ nC/m}^2$.
- Un plano tiene $-\sigma$ y el otro $+\sigma$.

Dibujar líneas de campo representativas en cada caso y graficar la diferencia de potencial en función a la distancia perpendicular a los planos respecto de un punto arbitrario ¿Puede ser cualquier punto del espacio? Discutir.

- 21.**
- Una distribución de cargas en forma de anillo de radio R tiene una densidad de carga lineal uniforme λ . Hallar la expresión de la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos del eje del anillo a partir del campo eléctrico determinado en el Problema 8.
 - Determine el valor del potencial eléctrico sobre cualquier punto del eje del anillo tomando como cero de potencial un punto muy alejado.
 - Determinar el valor del potencial para cualquier punto ubicado sobre el eje del anillo a partir de la integración de las cargas.
 - ¿Es necesario establecer la posición de la referencia y su valor si se quiere determinar la diferencia de potencial entre dos puntos ubicados sobre el eje del anillo? Relacione el resultado con el trabajo.

22. Cada figura muestra (hay varios casos), con círculos blancos, un sistema de dos cargas Q_1 y Q_2 , las respectivas líneas de campo (línea llena) y equipotenciales (línea punteada). Los puntos A y B pertenecen a la equipotencial más cercana. Analizar cada caso por separado. Podemos afirmar que:





- Para cada caso seleccione una, y justifique
- a. $Q_1 > 0$; $Q_2 < 0$; $|Q_1/Q_2| = 1,2$; $V(A) - V(B) > 0$
 - b. $Q_1 < 0$; $Q_2 > 0$; $|Q_1/Q_2| = 1,2$; $V(A) - V(B) < 0$
 - c. $Q_1 > 0$; $Q_2 < 0$; $|Q_2/Q_1| = 1,2$; $V(A) - V(B) > 0$
 - d. Ninguna de las otras respuestas es correcta.
 - e. $Q_1 > 0$; $Q_2 > 0$; $|Q_2/Q_1| = 1,2$; $V(A) - V(B) < 0$

23. Hallar y justificar cuáles de las siguiente expresiones pueden ser campo eléctrico y su correspondiente función de potencial, para las que verifiquen intente graficar con algún medio electrónico:

a) Para todo punto $(0, 0, z)$ $V = \frac{A}{(z^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}}$; $\vec{E}(z) = \frac{A z \hat{z}}{(z^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}$; A es constante real

b)

en plano (x, y) incluido el origen $V(x, y) = \frac{-(x^2 + y^2)}{x} + cte$;
 $\vec{E}(x, y) = [1 - (\frac{y}{x})^2] \hat{x} + 2\frac{y}{x} \hat{y}$