APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30’. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Determinar el/los valores de $x \in R$ para que $h'(x) = -7$, si se sabe que $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$; $f(x) = 2x$ $g(x) = -2x^2 + 3$.

Para resolver este ejercicio tendremos en cuenta los conceptos vistos en el apartado de **“Derivadas”**

Para poder hallar lo pedido en el ejercicio, primero debemos dar la expresión de la función h.

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$$

$$h(x) = \frac{-2x^2 + 3}{2x}$$

Ahora, debemos calcular la derivada de esta función teniendo en cuenta la regla de la derivada de una división:

$$h'(x) = \frac{g'(x) \cdot f(x) - g(x) \cdot f'(x)}{[f(x)]^2}$$

$g'(x) = -4x$ y $f'(x) = 2$. Por lo tanto:

$$h'(x) = \frac{-4x \cdot 2x - (-2x^2 + 3) \cdot 2}{(2x)^2}$$

Operando algebraicamente:

$$h'(x) = \frac{-8x^2 - (-4x^2 + 6)}{4x^2}$$

$$h'(x) = \frac{-8x^2 + 4x^2 - 6}{4x^2}$$

$$h'(x) = \frac{-4x^2 - 6}{4x^2}$$

Como el enunciado nos pide hallar los valores de x para que la derivada de h sea -7, planteamos:

$$\frac{-4x^2 - 6}{4x^2} = -7$$

$$-4x^2 - 6 = -7 \cdot 4x^2$$

$$-4x^2 - 6 = -28x^2$$

$$-4x^2 + 28x^2 = 6$$

$$24x^2 = 6$$

$$x^2 = \frac{6}{24}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

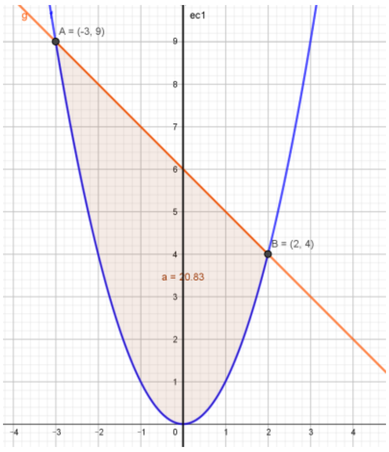
$$|x| = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$|x| = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto, los valores de x que satisfacen esta ecuación son 1/2 y -1/2.

$$S = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$$

2. Hallar el área de la región encerrada por las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = -x + 6$.



En primer lugar, debemos buscar los valores de x en los que se intersectan las gráficas de las funciones dadas. Estos valores son $x = -3$ y $x = 2$.

$$f(x) = g(x)$$
$$x^2 = -x + 6$$
$$x^2 + x - 6 = 0$$
$$x_1 = -3 \qquad x_2 = 2$$

Como nos piden calcular el área del recinto determinado por las gráficas de las funciones calculamos la integral $\int_0^2 [g(x) - f(x)]dx$ aplicando la Regla de Barrow.

$$Área = \int_{-3}^{2} [(-x+6) - x^2]dx = (-\frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^3}{3})\Big|_{-3}^{2}$$
$$Área = \left(-\frac{4}{2} + 6.2 - \frac{8}{3}\right) - \left(-\frac{9}{2} + 6.(-3) - \frac{(-27)}{3}\right) = \frac{22}{3} - \left(-\frac{27}{2}\right) = \frac{125}{6}$$

Área $\frac{125}{6}$

3. Hallar los puntos críticos de la función $f(x) = \frac{1}{2x^2+4x-6}$

Para hallar los puntos críticos de la función $f(x) = \frac{1}{2x^2 + 4x - 6}$ debemos ver donde $f'(x) = 0$ o no está definida.

Primero, determinamos dónde la función está definida. El denominador no puede ser cero, así que resolvemos:

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

Dividimos toda la ecuación entre 2 para simplificar:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Usamos con la fórmula resolvente: $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ y reemplazando queda:

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 12}}{2}$$

Lo que da $\mathbf{x = -3}$ y $\boldsymbol{x = 1}$.

Así, el dominio de $f(x)$ es $(-\infty, -3) \cup (-3,1) \cup (1, \infty)$

Calculemos ahora la derivada primera:

Podemos escribir $f(x) = \frac{1}{2x^2 + 4x - 6} = f(x) = (2x^2 + 4x - 6)^{-1}$ para usar la regla de la cadena.

Recordemos que si $f(x) = h\big(g(x)\big)$, entonces $f'(x) = h'\big(g(x)\big)g(x)$. Aplicando dicha fórmula, obtenemos:

$$f'(x) = -(2x^2 + 4x - 6)^{-2}(4\mathrm{x} + 4) = \frac{-(4x + 4)}{(2x^2 + 4x - 6)^2}$$

Los puntos críticos ocurren donde $f'(x) = 0$ o donde $f'(x)$ no está definida.

Notemos que $Dom(f) = Dom(f')$, por lo que f' está definida en todo el dominio de $f(x)$. Entonces solo hay que ver cuando $f'(x) = 0$

$$\frac{-4(x + 1)}{(2x^2 + 4x - 6)^2} = 0$$

$$-4(x + 1) = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

Como $x = -1 \in Dom(f)$, es el único punto crítico.

4. Obtener el valor de h en la función $f(x) = \ln(3x - 5) + h$ sabiendo que $f(2) = 1$. Hallar su dominio.

- Determinación del valor de h:

Sabemos que $f(2) = 1$. Esto es,

$$f(2) = \ln(3.2 - 5) + h = 1$$

$$\ln(1) + h = 1$$

$$0 + h = 1$$

$$h = 1$$

- Dominio de la función:

Recordemos que el argumento de la función logarítmica debe tomar valores estrictamente mayores a cero. Por lo tanto,

$$3x - 5 > 0$$

$$3x > 5$$

$$x > \frac{5}{3}$$

Luego, $Dom_f = \left(\frac{5}{3};\ \infty\right)$