APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Hallar el punto para el cual la función $\boldsymbol{f(x) = -x^3 - x^2 + 1}$ alcanza un máximo.

En primer lugar, analizamos el dominio de la función $f(x)$.

$$Dom\ f(x): \Re$$

Para determinar el intervalo de decrecimiento, analizaremos primero si la función dada tiene extremos relativos, derivamos la función.

$$f'(x) = -3x^2 - 2x$$

Analizamos los puntos críticos, estos son los valores de x para los cuales la derivada no existe y los valores de x para los cuales la derivada es 0.

Teniendo en cuenta el primer caso (los valores para los cuales no existe la derivada), por tratarse de una función polinómica, descartamos esta posibilidad.

Buscamos luego los valores que anulan a la derivada:

$$f'(x) = -3x^2 - 2x = 0$$

$$-3x\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad ; \quad x_2 = -\frac{2}{3}$$

Por lo tanto, los puntos críticos de la función son: $x_1 = 0 \quad y \quad x_2 = -\frac{2}{3}$

Determinamos, usando el criterio de la derivada primera, si existen extremos:

Analizamos el signo de la derivada en los intervalos $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$, $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$ y (0;+∞).

Para ello tomamos algún valor de x que pertenezca a cada intervalo y evaluamos la derivada en él. Nos ayudamos con una tabla:

Intervalo	$\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$	$\left(-\frac{2}{3};\ 0\right)$	$(0; +\infty)$
Para	$x = -1$	$x = -\frac{1}{3}$	$x = 1$
Signo de $f'(x)$	$f'(-3) < 0$	$f'(-1) > 0$	$f'(1) < 0$

Como f'cambia de positiva a negativa en $x = 0$, alcanza en dicho valor un máximo local. Por lo tanto, el punto de coordenadas $(0; 1)$ es un máximo.

2. Sea $\boldsymbol{f(x) = log_3(15x - 2)}$ hallar su dominio y las intersecciones con los ejes.

Para la resolución de este ejercicio utilizaremos los conceptos vistos del tema "Función Logarítmica"

Para calcular el dominio de una función logarítmica debemos tener en cuenta que el argumento del logaritmo no puede ser negativo ni cero. Entonces,

$$15x - 2 > 0$$

Despejando:

$$15x > 2$$

$$x > \frac{2}{15}$$

Por lo tanto:

$$Dom\ f(x) = \left(\frac{2}{15}; +\infty\right)$$

Para la intersección con el eje y, deberíamos calcular el valor de la función en $x = 0$, pero no es un valor perteneciente al dominio, entonces la función no tiene intersección con el eje y

Para la intersección con el eje x, calculamos el valor de x para el cual $f(x) = 0$

$$0 = log_3(15x - 2)$$

Para resolver esta ecuación aplicamos la definición de logaritmo:

$$3^0 = 15x - 2$$

$$1 + 2 = 15x$$

$$\frac{3}{15} = x$$

$$\frac{1}{5} = x$$

Por lo tanto, el punto donde la función interseca al eje x es el $\left(\frac{1}{5}; 0\right)$

3. Sea $\boldsymbol{f(x) = 2^{\left(\frac{3x+6}{x-1}\right)}}$**.** Calcular el valor de $\boldsymbol{k \in R}$ para que $\boldsymbol{f(k+1) = 1}$

Para hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ pedido, debemos hallar $f(k+1) = 1$, por lo tanto:

$$f(k+1) = 2^{\frac{3(k+1)+6}{k+1-1}}$$

Aplicamos propiedad distributiva y operamos:

$$1 = 2^{\frac{3k+3+6}{k}}$$

$$1 = 2^{\frac{3k+9}{k}}$$

Para que el resultado de esta potencia sea 1, el exponente debe ser nulo, con lo cual:

$$\frac{3k+9}{k} = 0$$

Para resolver la ecuación racional que queda planteada debemos tener en cuenta que $k \neq 0$ y, para que el cociente sea nulo, el numerador debe ser igual a 0 por lo tanto:

$$3k + 9 = 0$$

Restamos 9 en ambos miembros:

$$3k = -9$$

Dividimos por 3:

$$k = -\frac{9}{3}$$

$$k = -3$$

4. Sabiendo que $\int_0^6 \boldsymbol{f(x)dx} = \mathbf{12}$; $\int_0^2 \boldsymbol{f(x)dx} = \mathbf{2}$ $\boldsymbol{y}$ $\int_3^6 \boldsymbol{f(x)dx} = \mathbf{8}$ calcular $\int_0^2 \mathbf{4}\boldsymbol{f(x)dx} - \int_2^3 \boldsymbol{f(x)dx}$**.**

Utilizando la propiedad de integrales definidas $\int_a^b f(x)dx = \int_a^x f(x)dx + \int_x^b f(x)dx$ donde $x \in (a; b)$:

$$\int_0^6 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x)dx$$

Se despeja el término subrayado en rojo, que es el término que se desea hallar:

$$\int_0^6 f(x)dx - \int_0^2 f(x)dx - \int_3^6 f(x)dx = \int_2^3 f(x)dx$$

Se reemplaza por los valores indicados en el enunciado:

$$\int_2^3 f(x)dx = 12 - 2 - 8$$

$$\int_2^3 f(x)dx = 2$$

Conociendo este valor se puede hallar lo pedido en el enunciado, utilizando la propiedad de las integrales $\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx$:

$$\int_0^2 4f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx = 4 \cdot \int_0^2 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx$$

$$\int_0^2 4f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx = 4 \cdot 2 - 2$$

$$\int_0^2 4f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx = 6$$