

11/06/2025

TEMA 4
Hoja 1 de 4

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	
TEL:	DOCENTE (nombre y apellido):
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Dados los vectores $\vec{r} = (1; 5; -2)$ y $\vec{s} = (-3; 0; 4)$, calcular:

- a) $3\vec{r} + 4\vec{s}$
- b) $2|\vec{s}|\vec{r}$
- a) Para la resolución de este punto reemplazamos los vectores dados en la expresión a calcular:

$$3\vec{r} + 4\vec{s} = 3(1; 5; -2) + 4(-3; 0; 4)$$

$$3\vec{r} + 4\vec{s} = (3; 15; -6) + (-12; 0; 16)$$

$$3\vec{r} + 4\vec{s} = (-9; 15; 10)$$

- b) En este ítem debemos calcular $|\vec{s}|$ para luego resolver la operación planteada. Para esto utilizamos la fórmula correspondiente para el cálculo del módulo de un vector:

$$|\vec{s}| = \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 4^2} \Rightarrow |\vec{s}| = \sqrt{25} \quad |\vec{s}| = 5$$

Entonces:

$$2|\vec{s}|\vec{r} = 2 \cdot 5 \cdot (1; 5; -2) \Rightarrow 2|\vec{s}|\vec{r} = 10 \cdot (1; 5; -2)$$

$$2|\vec{s}|\vec{r} = (10; 50; -20)$$

APELLIDO Y NOMBRE:

DNI:

TEMA 4
Hoja 2 de 4

2. Sea $f(x) = 3^{4x+k} - 3^{2x}$, obtener el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que la ordenada al origen de la función f sea 8.

Para hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ pedido, debemos tener en cuenta que $y = 8$ es la ordenada al origen de la función, por lo tanto, hallamos $f(0)$

$$f(0) = 3^{4 \cdot 0 + k} - 3^{2 \cdot 0}$$

$$8 = 3^k - 3^0$$

$$8 = 3^k - 1$$

Sumamos 1 en ambos miembros:

$$9 = 3^k$$

Sabemos que a 9 lo podemos pensar como 3^2 , por lo tanto:

$$3^2 = 3^k$$

Para que se verifique la igualdad ambas potencias deben ser iguales, como las bases son iguales, los exponentes deben serlo:

$$2 = k$$

3. Determinar el/los valores de $x \in \mathbb{R}$ para que $h'(x) = -4$, si se sabe que $h(x) = f \circ g$; $f(x) = 2x$ y $g(x) = -2x^2 + 3$.

Para resolver este ejercicio tendremos en cuenta los conceptos vistos en los apartados “Derivadas” y “Derivada función compuesta”

Para poder hallar lo pedido en el ejercicio, primero debemos calcular la derivada de la función compuesta. Esto lo realizamos teniendo en cuenta la regla de la cadena:

$$f \circ g'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$f'(x) = 2$$

$$\text{Entonces } f'(g(x)) = 2$$

$$g'(x) = -4x$$

Por lo tanto:

$$f \circ g'(x) = 2 \cdot (-4x)$$

$$h'(x) = -8x$$

Como el enunciado nos pide hallar los valores de x para que la derivada de h sea -4 , planteamos:

$$-4 = -8x$$

$$\frac{-4}{-8} = x$$

$$\frac{1}{2} = x$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

4. Calcular el valor de $k \in \mathbb{R}$ sabiendo que: $\int_0^k (x+2)^2 dx = 39$

De acuerdo con lo estudiado en la Unidad 6, Integrales, Métodos de Integración, y Propiedades de la Integral Definida, previamente se procede al cálculo de una primitiva de $f(x) = (x+2)^2$

Puede aplicarse el método de integración por sustitución o bien desarrollar el cuadrado e integrar término a término.

Conviene la primera opción, donde $u = x + 2$ y $du = dx$

Entonces,

$$\int (x+2)^2 dx = \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + C = \frac{(x+2)^3}{3} + C$$

Luego,

$$\int (x+2)^2 dx = \frac{(x+2)^3}{3} + C$$

donde C es la constante de integración.

Luego, se calcula la integral definida aplicando la regla de Barrow:

$$\begin{aligned} \int_0^k (x+2)^2 dx &= \left(\frac{(x+2)^3}{3} \right) \Big|_0^k \\ \int_0^k (x+2)^2 dx &= \frac{(k+2)^3}{3} - \frac{(0+2)^3}{3} \\ \int_0^k (x+2)^2 dx &= \frac{(k+2)^3}{3} - \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Según el enunciado, el valor de la integral es 39.

Entonces,

$$\frac{(k+2)^3}{3} - \frac{8}{3} = 39$$

Queda una ecuación de primer grado con la incógnita k que se despeja según los procedimientos estudiados:

$$\begin{aligned} \frac{(k+2)^3}{3} &= 39 + \frac{8}{3} \\ \frac{(k+2)^3}{3} &= \frac{125}{3} \\ (k+2)^3 &= 125 \\ \sqrt[3]{(k+2)^3} &= \sqrt[3]{125} \\ k+2 &= 5 \\ k &= 3 \end{aligned}$$