

11/06/2025

TEMA 1
Hoja 1 de 4

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	
TEL:	DOCENTE (nombre y apellido):
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Determinar el/los valores de $x \in \mathbb{R}$ para que $h'(x) = 4$, si se sabe que $h(x) = fog$; $f(x) = 2x$
 $g(x) = -2x^2 + 3$.

Para resolver este ejercicio tendremos en cuenta los conceptos vistos en los apartados “Derivadas” y “Derivada función compuesta”

Para poder hallar lo pedido en el ejercicio, primero debemos calcular la derivada de la función compuesta. Esto lo realizamos teniendo en cuenta la regla de la cadena:

$$fog'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$
$$f'(x) = 2$$

Entonces $f'(g(x)) = 2$

$$g'(x) = -4x$$

Por lo tanto:

$$fog'(x) = 2 \cdot (-4x)$$
$$h'(x) = -8x$$

Como el enunciado nos pide hallar los valores de x para que la derivada de h sea 4, planteamos:

$$4 = -8x$$
$$\frac{4}{-8} = x$$
$$-\frac{1}{2} = x$$

2. Dados los vectores $\vec{u} = (3; m; 9)$ y $\vec{v} = (5; 20; 15)$ se pide:

a) Hallar el valor de $m \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{u} \perp \vec{v}$

b) Hallar el valor de $m \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{u} // \vec{v}$

- a) Para la resolución de este punto debemos tener en cuenta que si dos vectores son perpendiculares su producto escalar es nulo. Esto significa que:

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Planteamos el producto escalar, igualamos a 0 y resolvemos:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 5 + m \cdot 20 + 9 \cdot 15 \Rightarrow 15 + 20m + 135 = 0$$

$$20m = -150 \Rightarrow m = -\frac{15}{2}$$

- b) Dos vectores son paralelos si tienen la misma dirección, por lo tanto debe verificarse que:

$$\vec{u} // \vec{v} \Rightarrow \vec{u} = k\vec{v} \quad y \quad k \in \mathbb{R}$$

Por lo tanto:

$$\vec{u} = k\vec{v} \Rightarrow (3; m; 9) = k(5; 20; 15) \Rightarrow (3; m; 9) = (5k; 20k; 15k)$$

Teniendo en cuenta que dos vectores son iguales si sus componentes son iguales, entonces:

$$3 = 5k \quad , \quad m = 20k \quad y \quad 9 = 15k$$

De la primera y tercera ecuación concluimos que $k = \frac{3}{5}$. Entonces:

$$m = 20k \Rightarrow m = 20 \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow m = 12$$

3. Determinar los límites de integración $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}$ sabiendo que $b = 3a$ y $a < b$ para que:

$$\int_a^b (4x + 1)dx = 68$$

De acuerdo con lo estudiado en Integrales, Métodos de Integración, y Propiedades de la Integral Definida, previamente se procede al cálculo de una primitiva de $f(x) = 4x + 1$

Entonces,

$$\int (4x + 1)dx = 4\frac{x^2}{2} + x + C$$

Simplificando,

$$\int (4x + 1)dx = 2x^2 + x + C$$

donde C es la constante de integración.

Luego, se calcula la integral definida aplicando la regla de Barrow:

$$\begin{aligned}\int_a^b (4x + 1)dx &= (2x^2 + x)|_a^b \\ \int_a^b (4x + 1)dx &= 2b^2 + b - (2a^2 + a)\end{aligned}$$

Quitando el paréntesis precedido por el signo menos,

$$\int_a^b (4x + 1)dx = 2b^2 + b - 2a^2 - a$$

Según el enunciado, el valor de la integral es 68

Entonces,

$$2b^2 + b - 2a^2 - a = 68$$

Se sabe, además, que $b = 3a$.

Sustituyendo, queda una ecuación con una sola incógnita:

$$2(3a)^2 + 3a - 2a^2 - a = 68$$

Se distribuye el cuadrado en el primer término,

$$2 \cdot 9a^2 + 3a - 2a^2 - a = 68$$

$$18a^2 + 3a - 2a^2 - a = 68$$

Al reducir los términos semejantes, queda:

$$16a^2 + 2a - 68 = 0$$

Dividiendo miembro a miembro por 2, resulta:

$$8a^2 + a - 34 = 0$$

Se trata de una ecuación cuadrática cuyas soluciones se obtienen a partir de la conocida fórmula resolvente de la ecuación de segundo grado. Entonces,

$$a_1 = 2 \text{ y } a_2 = -\frac{17}{8}$$

Considerando que $b = 3a$, resulta:

$$b_1 = 6 \text{ y } b_2 = -\frac{51}{8}$$

Debe tenerse en cuenta que $a < b$. Esta desigualdad se verifica sólo para a_1 y b_1 pues $2 < 6$ pero $-\frac{17}{8} > -\frac{51}{8}$

(recordar la ubicación de los números en la recta numérica)

En definitiva,

$$a = 2 \text{ y } b = 6$$

APELLIDO Y NOMBRE:

DNI:

TEMA 1
Hoja 4 de 4

4. Sea $f(x) = 2^{-x+k} - 2^{2x}$, obtener el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que la ordenada al origen de la función f sea 1.

Para hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ pedido, debemos tener en cuenta que $y = 1$ es la ordenada al origen de la función, por lo tanto, hallamos $f(0)$

$$f(0) = 2^{0+k} - 2^{2 \cdot 0}$$

$$1 = 2^{0+k} - 2^0$$

$$1 = 2^k - 1$$

Sumamos 1 en ambos miembros:

$$2 = 2^k$$

Para que se verifique la igualdad ambas potencias deben ser iguales, como las bases son iguales, los exponentes deben serlo:

$$1 = k$$