

11/06/2025

TEMA 8
Hoja 1 de 4

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	
TEL:	DOCENTE (nombre y apellido):
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Hallar los puntos críticos de la función $f(x) = \frac{1}{2x^2+4x-6}$

Para hallar los puntos críticos de la función $f(x) = \frac{1}{2x^2+4x-6}$ debemos ver donde $f'(x) = 0$ o no está definida.

Primero, determinamos dónde la función está definida. El denominador no puede ser cero, así que resolvemos:

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

Dividimos toda la ecuación entre 2 para simplificar:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Usamos con la fórmula resolvente: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y reemplazando queda:

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 12}}{2}$$

Lo que da $x = -3$ y $x = 1$.

Así, el dominio de $f(x)$ es $(-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, \infty)$

Calculemos ahora la derivada primera:

Podemos escribir $f(x) = \frac{1}{2x^2+4x-6} = f(x) = (2x^2+4x-6)^{-1}$ para usar la regla de la cadena.

Recordemos que si $f(x) = h(g(x))$, entonces $f'(x) = h'(g(x))g'(x)$. Aplicando dicha fórmula, obtenemos:

$$f'(x) = -(2x^2+4x-6)^{-2}(4x+4) = \frac{-(4x+4)}{(2x^2+4x-6)^2}$$

Los puntos críticos ocurren donde $f'(x) = 0$ o donde $f'(x)$ no está definida.

Notemos que $Dom(f) = Dom(f')$, por lo que f' está definida en todo el dominio de $f(x)$. Entonces solo hay que ver cuando $f'(x) = 0$

$$\frac{-4(x+1)}{(2x^2+4x-6)^2} = 0$$

$$-4(x+1) = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

Como $x = -1 \in Dom(f)$, es el único punto crítico.

**2. Determinar el/los valores de $x \in \mathbb{R}$ para que $h'(x) = -7$, si se sabe que $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$; $f(x) = 2x$
 $g(x) = -2x^2 + 3$.**

Para resolver este ejercicio tendremos en cuenta los conceptos vistos en el apartado de “Derivadas”

Para poder hallar lo pedido en el ejercicio, primero debemos dar la expresión de la función h.

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$$

$$h(x) = \frac{-2x^2 + 3}{2x}$$

Ahora, debemos calcular la derivada de esta función teniendo en cuenta la regla de la derivada de una división:

$$h'(x) = \frac{g'(x) \cdot f(x) - g(x) \cdot f'(x)}{[f(x)]^2}$$

$$g'(x) = -4x$$

$$f'(x) = 2$$

Por lo tanto:

$$h'(x) = \frac{-4x \cdot 2x - (-2x^2 + 3) \cdot 2}{(2x)^2}$$

Operando algebraicamente:

$$h'(x) = \frac{-8x^2 - (-4x^2 + 6)}{4x^2}$$

$$h'(x) = \frac{-8x^2 + 4x^2 - 6}{4x^2}$$

$$h'(x) = \frac{-4x^2 - 6}{4x^2}$$

Como el enunciado nos pide hallar los valores de x para que la derivada de h sea -7, planteamos:

$$\frac{-4x^2 - 6}{4x^2} = -7$$

$$-4x^2 - 6 = -7 \cdot 4x^2$$

$$-4x^2 - 6 = -28x^2$$

$$-4x^2 + 28x^2 = 6$$

$$24x^2 = 6$$

$$x^2 = \frac{6}{24}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$|x| = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$|x| = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto, los valores de x que satisfacen esta ecuación son $1/2$ y $-1/2$.

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

3. Obtener el valor de h en la función $f(x) = \ln(3x - 5) + h$ sabiendo que $f(2) = 1$. Hallar su dominio.

- Determinación del valor de h :

Sabemos que $f(2) = 1$. Esto es,

$$f(2) = \ln(3 \cdot 2 - 5) + h = 1$$

$$\ln(1) + h = 1$$

$$0 + h = 1$$

$$h = 1$$

- Dominio de la función:

Recordemos que el argumento de la función logarítmica debe tomar valores estrictamente mayores a cero. Por lo tanto,

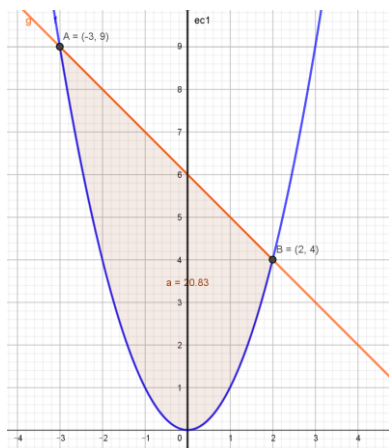
$$3x - 5 > 0$$

$$3x > 5$$

$$x > \frac{5}{3}$$

$$\text{Luego, } Dom_f = \left(\frac{5}{3}; \infty \right)$$

4. Hallar el área de la región encerrada por las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = -x + 6$.



En primer lugar, debemos buscar los valores de x en los que se intersectan las gráficas de las funciones dadas. Estos valores son $x = -3$ y $x = 2$.

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2 &= -x + 6 \\ x^2 + x - 6 &= 0 \\ x_1 &= -3 \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

Como nos piden calcular el área del recinto determinado por las gráficas de las funciones calculamos la integral $\int_0^2 [g(x) - f(x)] dx$ aplicando la Regla de Barrow.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_{-3}^2 [(-x + 6) - x^2] dx = \left(-\frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-3}^2 \\ \text{Área} &= \left(-\frac{4}{2} + 6 \cdot 2 - \frac{8}{3} \right) - \left(-\frac{9}{2} + 6 \cdot (-3) - \frac{(-27)}{3} \right) = \frac{22}{3} - \left(-\frac{27}{2} \right) = \frac{125}{6} \end{aligned}$$

$$\text{Área } \frac{125}{6}$$