11/06/2025

TEMA 12

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Calcular el valor del límite de integración $\boldsymbol{k} \in \mathbb{R}$, $\boldsymbol{k} > \mathbf{0}$ sabiendo que: $\boldsymbol{\int_3^k (2x-5)dx = 30}$

De acuerdo con lo estudiado en la Unidad 6, Integrales, Métodos de Integración y Propiedades de la Integral Definida, previamente se procede al cálculo de una primitiva de $f(x) = 2x - 5$. Se trata de una integral que se resuelve en forma inmediata.

Entonces,

$$\int (2x-5)dx = x^2 - 5x + C$$

donde C es la constante de integración.

Luego, se calcula la integral definida aplicando la regla de Barrow:

$$\int_3^k (2x-5)dx = x^2 - 5x|_3^k$$

$$\int_3^k (2x-5)dx = k^2 - 5k - (3^2 - 5.3)$$

$$\int_3^k (2x-5)dx = k^2 - 5k + 6$$

Según el enunciado, el valor de la integral es 30

Entonces,

$$k^2 - 5k + 6 = 30$$

Queda una ecuación de segundo grado con la incógnita k:

$$k^2 - 5k - 24 = 0$$

Se trata de una ecuación cuadrática cuyas soluciones se obtienen a partir de la fórmula resolvente.

Entonces,

$$k_1 = 8 \text{ y } k_2 = -3$$

Según la consigna, $k > 0$

En definitiva,

$$k = 8$$

2. Sea $f(x) = 3^{2x-1} - 1$. Obtener los puntos de intersección de la gráfica de f con los ejes cartesianos.

Para hallar la intersección con el eje x tenemos en cuenta que sus puntos son de la forma $(x; 0)$, por lo tanto, debemos encontrar los valores de x que hacen que la función valga 0, es decir:

$$f(x) = 0$$

$$3^{2x-1} - 1 = 0$$

Resolvemos la ecuación que quedó planteada para hallar los valores de x buscados. Sumamos 1 en ambos miembros de la igualdad:

$$3^{2x-1} = 1$$

Para que el resultado de esta potencia sea 1, el exponente debe ser nulo, con lo cual:

$$2x - 1 = 0$$

Restamos 2 en ambos miembros de la igualdad:

$$2x = 1$$

Dividimos por 3:

$$x = \frac{1}{2}$$

Entonces: $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

Para hallar la intersección con el eje y tenemos en cuenta que sus puntos son de la forma $(0; y)$, entonces, debemos encontrar la imagen de $x = 0$, es decir:

$$f(0) = 3^{2\cdot 0-1} - 1$$

$$f(0) = 3^{-1} - 1$$

$$f(0) = \frac{1}{3} - 1$$

$$f(0) = -\frac{2}{3}$$

Entonces, $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$

3. Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $\boldsymbol{f(x) = x + xe^{x}}$ en el origen de coordenadas.

Para determinar la ecuación de la recta tangente a gráfica de la función $f(x)$ debemos hallar su derivada y evaluarla en $x = 0$.

$$f(x) = x + xe^{x}$$

$$f'(x) = 1 + e^{x} + x.e^{x}$$

Reemplazamos por $x = 0$:

$$f'(0) = 1 + e^{0} + 0.e^{0} = 2$$

Como la derivada de la función en un punto es igual a la pendiente de la ecuación de la recta tangente a la función en dicho punto, entonces:

$$y = 2x + b$$

Para hallar el valor de b, reemplazamos por las coordenadas del punto (0; 0):

$$0 = 2.0 + b$$

$$0 = b$$

$$0 = b$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta tangente es:

$$\boldsymbol{y = 2x}$$

4. Sean los vectores $\vec{u} = (-6; 8; 0)$ y $\vec{v} = (3; -2; 4)$, calcular:

a) $|\vec{u}|\vec{v} - 2\vec{u}$

b) $3\vec{u} + \vec{v}$

a) Para la resolución de este punto calculamos $|\vec{u}|$ y reemplazamos dicho valor y los vectores dados en la expresión a calcular:

$$|\vec{u}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2 + 0^2} \implies |\vec{u}| = \sqrt{100} \implies |\vec{u}| = 10$$

Entonces:

$$|\vec{u}|\vec{v} - 2\vec{u} = 10(3; -2; 4) - 2(-6; 8; 0)$$

$$|\vec{u}|\vec{v} - 2\vec{u} = (30; -20; 40) - (-12; 16; 0)$$

$$|\vec{u}|\vec{v} - 2\vec{u} = (42; -36; 40)$$

b) Hacemos el mismo procedimiento en esta expresión:

$$3\vec{u} + \vec{v} = 3(-6; 8; 0) + (3; -2; 4)$$

$$3\vec{u} + \vec{v} = (-18; 24; 0) + (3; -2; 4)$$

$$3\vec{u} + \vec{v} = (-15; 22; 4)$$