APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Hallar los puntos críticos de la función $f(x) = \frac{1}{2x^2-5x-3}$ e indicar si se trata de máximos o mínimos.

En primer lugar, analizamos el dominio de la función. Como el denominador no puede ser cero, entonces:

$$Dom\, f(x): \Re - \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$$

Para determinar si la función dada tiene extremos relativos, derivamos la función considerando que la derivada de un cociente es: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v+u.v'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{0 - 1.(4x - 5)}{(2x^2 - 5x - 3)^2}$$

Analizamos los puntos críticos, estos son los valores de x para los cuales la derivada no existe y los valores de x para los cuales la derivada es 0.

Teniendo en cuenta el primer caso (los valores para los cuales no existe la derivada), analizamos que los valores x=3 y x= -1/2 anulan el denominador de $f'(x)$, por lo tanto, podrían ser puntos críticos, pero como estos valores no pertenecen al dominio de la función, los descartamos.

Buscamos luego los valores que anulan a la derivada. Estos serán los valores para los cuales el numerador es 0, esto significa que:

$$\frac{-4x + 5}{(2x^2 - 5x - 3)^2} = 0 \rightarrow -4x + 5 = 0$$

Por lo tanto, el punto crítico de la función está en $x = \frac{5}{4}$

Determinamos, usando el criterio de la derivada primera, si existen extremos. Analizamos el signo de la derivada en los intervalos $(-\infty; -\frac{1}{2})$; $(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4})$; $\left(\frac{5}{4}; 3\right)$ y $(3; +\infty)$

Para ello tomamos algún valor de x que pertenezca a cada intervalo y evaluamos la derivada en él. Nos ayudamos con una tabla:

Intervalo	$(-\infty; -1/2)$	$(-1/2; 5/4)$	$(5/4; 3)$	$(3; +\infty)$
Para	x=-1	x=0	x=2	x = 5
Signo de $f'(x)$	$f'(-1)>0$	$f'(0)>0$	$f'(2)<0$	$f'(5)<0$

Como f' cambia de positiva a negativa en x = 5/4, alcanza en dicho valor un máximo local. Por lo tanto, el punto de coordenadas $\left(\frac{5}{4}; -\frac{8}{49}\right)$ es un máximo local.

2. Determinar el/los valores de $x \in R$ para que $h'(x) = -\frac{5}{2}$, si se sabe que $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$; $f(x) = 2x$ $g(x) = -2x^2 + 3$.

Para resolver este ejercicio tendremos en cuenta los conceptos vistos en el apartado de **"Derivadas"**

Para poder hallar lo pedido en el ejercicio, primero debemos dar la expresión de la función h.

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$$

$$h(x) = \frac{-2x^2 + 3}{2x}$$

Ahora, debemos calcular la derivada de esta función teniendo en cuenta la regla de la derivada de una división:

$$h'(x) = \frac{g'(x) \cdot f(x) - g(x) \cdot f'(x)}{[f(x)]^2}$$

$$g'(x) = -4x$$
$$f'(x) = 2$$

Por lo tanto:

$$h'(x) = \frac{-4x \cdot 2x - (-2x^2 + 3) \cdot 2}{(2x)^2}$$

Operando algebraicamente:

$$h'(x) = \frac{-8x^2 - (-4x^2 + 6)}{4x^2}$$
$$h'(x) = \frac{-8x^2 + 4x^2 - 6}{4x^2}$$
$$h'(x) = \frac{-4x^2 - 6}{4x^2}$$

Como el enunciado nos pide hallar los valores de x para que la derivada de h sea -5/2, planteamos:

$$\frac{-4x^2 - 6}{4x^2} = -\frac{5}{2}$$
$$-4x^2 - 6 = -\frac{5}{2} \cdot 4x^2$$
$$-4x^2 - 6 = -10x^2$$
$$-4x^2 + 10x^2 = 6$$
$$6x^2 = 6$$
$$x^2 = \frac{6}{6}$$
$$x^2 = 1$$
$$|x| = \sqrt{1}$$
$$|x| = 1$$

Por lo tanto, los valores de x que satisfacen esta ecuación son 1 y -1.

$$S = \{-1; 1\}$$

3. Hallar el dominio y la intersección con los ejes de la función $\boldsymbol{f(x) = \ln(2x+1)}$

- Dominio de la función:

Recordemos que el argumento de la función logarítmica debe tomar valores estrictamente mayores a cero. Por lo tanto,

$$2x + 1 > 0$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

Luego, $Dom_f = \left(-\frac{1}{2};\ \infty\right)$

- Intersección con el eje X:

La función interseca al eje X cuando $f(x) = 0$. Esto es,

$$0 = \ln(2x + 1)$$

Sabemos que:

$$0 = \ln(1)$$

Por lo tanto,

$$1 = 2x + 1$$

$$0 = 2x$$

$$0 = x$$

Entonces, la intersección con el eje X ocurre en el punto (0;0).

- Intersección con el eje Y:

La función interseca al eje Y cuando $x = 0$. Esto es,

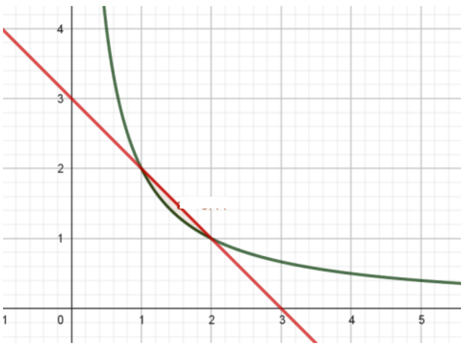
$$f(0) = \ln(2.0 + 1)$$

$$f(0) = \ln(1)$$

$$f(0) = 0$$

Entonces, la intersección con el eje Y ocurre en el punto (0;0).

4. Hallar el área de la región comprendida por los gráficos de $f(x)=\frac{2}{x}$ y $g(x)=3-x$



En primer lugar debemos buscar los valores de x en los que se intersectan las gráficas de las funciones dadas. Estos valores son $x=1$ y $x=2$.

$$f(x)=g(x)$$
$$\frac{2}{x}=3-x$$
$$2=3x-x^2$$
$$0=-x^2+3x-2$$
$$x_1=1 \qquad x_2=2$$

Como nos piden calcular el área del recinto determinado por las gráficas de las funciones calculamos la integral $\int_1^2[g(x)-f(x)]dx$ aplicando la Regla de Barrow.

$$Área=\int_1^2\left[(3-x)-\frac{2}{x}\right]dx$$
$$Área=\left(3x-\frac{x^2}{2}-2lnx\right)\Big|_1^2$$
$$Área=\left(3.2-\frac{4}{2}-2ln2\right)-\left(3.1-\frac{1}{2}-2ln1\right)$$
$$Área=(4-2ln2)-\left(\frac{5}{2}-2.0\right)$$
$$\boldsymbol{Área=\frac{3}{2}-2ln2}$$