

28/04/2025

TEMA 2  
Hoja 1 de 4

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	
TEL:	DOCENTE (nombre y apellido):
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Dada la función cuadrática  $f(x) = (2x - 3)^2 - 5$  escribirla en forma canónica y hallar el vértice.

Sabiendo que la forma canónica  $f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$  de una función cuadrática nos muestra el vértice, al reescribirla de dicha manera, conoceremos el vértice.

La forma canónica de la función dada es:

$$f(x) = (2x - 3)^2 - 5$$

$$f(x) = ((2(x - \frac{3}{2})))^2 - 5$$

$$f(x) = 4(x - \frac{3}{2})^2 - 5$$

Por lo que el vértice es  $(\frac{3}{2}, -5)$

2. Sea  $f(x) = \frac{x+4}{ax-1} + 3$ , hallar  $a \in \mathbb{R}$  tal que  $f$  tenga asíntota horizontal en  $y = 2$ .

Para que  $f$  tenga asíntota horizontal en  $y = 2$ , el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a infinito debe ser igual a 2, es decir:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2.$$

Entonces, evaluamos el límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4}{ax-1} + 3 =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4}{ax-1} + 3 \cdot \frac{ax-1}{ax-1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4+3(ax-1)}{ax-1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4+3ax-3}{ax-1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+3a)x + (4-3)}{ax-1} = \text{indeterminación } \frac{\infty}{\infty}$$

Para resolver la indeterminación " $\frac{\infty}{\infty}$ ", si el grado del numerador es igual al grado del denominador, el resultado del límite será el cociente entre los coeficientes principales. Además, teniendo en cuenta que  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ . Planteamos:

$$\frac{1+3a}{a} = 2$$

$$1+3a = 2a$$

$$3a = 2a - 1$$

$$3a - 2a = -1$$

$$a = -1$$

APELLIDO Y NOMBRE:

DNI:

TEMA 2  
Hoja 3 de 4

3. Expresar como intervalo o unión de intervalos, la siguiente expresión:

$$(x - 5) \cdot (x + 3) < 0$$

Considerando que un producto es negativo cuando ambos factores son de distinto signo planteamos:

$$(x - 5 > 0 \wedge x + 3 < 0) \vee (x - 5 < 0 \wedge x + 3 > 0)$$

$$(x > 5 \wedge x < -3) \vee (x < 5 \wedge x > -3)$$

$$\emptyset \cup (-3; 5)$$

Solución:  $(-3; 5)$

**4. Hallar el conjunto de positividad de la función  $f(x) = x \cdot (x + 2) \cdot (x - 5)$** 

Para hallar el conjunto de positividad de la siguiente función, tenemos que considerar que, al tener la forma factorizada podemos obtener fácilmente sus raíces que son  $x = 0$ ;  $x = -2$  y  $x = 5$

Con esto sabemos que la recta real queda dividida en los intervalos:

$$(-\infty; -2); (-2; 0); (0; 5) \text{ y } (5; +\infty)$$

Tomando un valor representativo de cada intervalo, podemos analizar el signo que toma la función en cada uno de ellos.

En  $(-\infty; -2)$ : Tomamos  $x = -3$ :  $f(-3) = (-3)(-3 + 2)(-3 - 5) < 0$ , entonces  $f(x) < 0$

En  $(-2; 0)$ : Tomamos  $x = -1$ :  $f(-1) = (-1)(-1 + 2)(-1 - 5) > 0$ , entonces  $f(x) > 0$

En  $(0; 5)$ : Tomamos  $x = 1$ :  $f(1) = (1)(1 + 2)(1 - 5) < 0$ , entonces  $f(x) < 0$

En  $(5; +\infty)$ : Tomamos  $x = 6$ :  $f(6) = (6)(6 + 2)(6 - 5) > 0$ , entonces  $f(x) > 0$

Por lo tanto:  $C^+ = (-2; 0) \cup (5; +\infty)$