APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 30'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Sea $\boldsymbol{f(x)=\frac{2x}{x-3}+b}$, hallar $\boldsymbol{b}\in\mathbb{R}$ tal que $\boldsymbol{f}$ tenga asíntota horizontal en $\boldsymbol{y=-5}$.

Para que f tenga asíntota horizontal en $y=-5$, el límite de f cuando x tiende a infinito debe ser igual a -5, es decir: $\lim_{x\to\infty} f(x)=-5$.

Entonces, evaluamos el límite:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x-3}+b=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x-3}+b.\frac{x-3}{x-3}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x+b(x-3)}{x-3}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x+bx-3b}{x-3}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(2+b)x-3b}{x-3}=indeterminación\,\frac{\infty}{\infty}$$

Para resolver la indeterminación "$\frac{\infty}{\infty}$", si el grado del numerador es igual al grado del denominador, el resultado del límite será el cociente entre los coeficientes principales. Además, teniendo en cuenta que $\lim_{x\to\infty} f(x)=-5$. Planteamos:

$$\frac{2+b}{1}=-5$$

$$b=-5-2$$

$$b=-7$$

2. Dada la función cuadrática $\boldsymbol{f(x) = (4x-5)^2+2}$, escribirla en forma canónica y hallar el vértice.

Sabiendo que la escritura canónica $f(x) = a(x-x_v)^2 + y_v$ de una función cuadrática nos muestra el vértice, al reescribirla de dicha manera, conoceremos el vértice. Así:

$$\boldsymbol{f(x) = (4x-5)^2 + 2 = (4(x-\frac{5}{4}))^2 + 2 = 16\left(x-\frac{5}{4}\right)^2 + 2}$$

Entonces: $f(x) = 16\left(x-\frac{5}{4}\right)^2 + 2$

Por lo que el vértice es $\boldsymbol{\left(\frac{5}{4};\ 2\right)}$

3. Expresar como intervalo o unión de intervalos, la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{(2x+8)\cdot(x-6)\geq 0}$$

Considerando que un producto es positivo cuando ambos factores son del mismo signo planteamos:

$$(\ 2x+8\geq 0\ \wedge\ x-6\geq 0)\ \vee\ (\ 2x+8\leq 0\ \wedge x-6\leq 0)$$

$$(\ x\geq -4\ \wedge\ x\geq 6)\ \vee\ (\ x\leq -4\ \wedge x\leq 6)$$

$$[6;+\infty)\ \ \cup\ \ (-\infty;-4]$$

Solución: $(-\infty;-4]\cup[6;+\infty)$

4. Hallar el conjunto de negatividad de la función $\boldsymbol{f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x - 36}$, sabiendo que $\boldsymbol{f(-3) = 0}$

Sabiendo que $f(-3) = 0$, podemos dividir el polinomio mediante la regla de Ruffini

	1	2	-15	-36
-3		-3	3	36
	1	-1	-12	0

Entonces $f(x) = (x+3)(x^2 - x - 12)$

Aplicando la formula resolvente al factor cuadrático:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-12)}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{1-7}{2} \vee x_2 = \frac{1+7}{2}$$

$$x_1 = -3 \vee x_2 = 4$$

Obtenemos: $f(x) = (x+3)(x+3)(x-4) = (x+3)^2(x-4)$

Para determinar el conjunto de negatividad pedido planteamos la siguiente inecuación:

$$(x+3)^2(x-4) < 0$$

Considerando que un producto es negativo cuando ambos factores son de distinto signo, y que $(x+3)^2$ siempre es mayor que cero (positivo) cuando "x" es distinto de -3, resulta necesariamente:

$$x - 4 < 0$$

$$x < 4$$

$$Solución: (-\infty; 4) - \{-3\}$$