

# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

Competências Transferíveis 2

Sessão 03

Robertt Valente (robertt@ua.pt)

# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

Objetivos para hoje

Alguns conceitos relacionados com “resistência dos materiais”

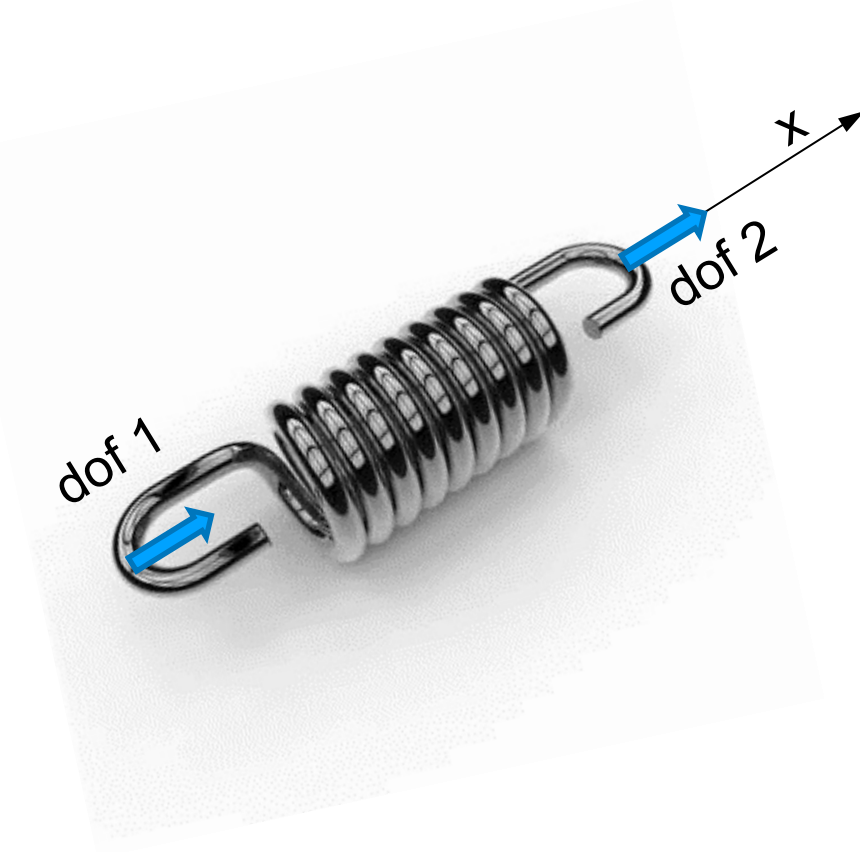
Exemplo de algoritmo MEF

Influência de diferentes escolhas para o tipo de elementos a usar

# Introdução ao Método dos Elementos Finitos



# Introdução ao Método dos Elementos Finitos



## Hipóteses do modelo

- o que nos interessa analisar pode ser representado por um modelo unidimensional? (simplificação)
- o material da estrutura é solicitado (condições de funcionamento) dentro do seu regime elástico? (rigidez)
- **decisão:** para uma primeira análise, elemento finito do tipo “barra” (1D), um grau de liberdade por nó
- qualidade da discretização?
- matriz de rigidez do elemento finito do tipo barra?

# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

## discretização



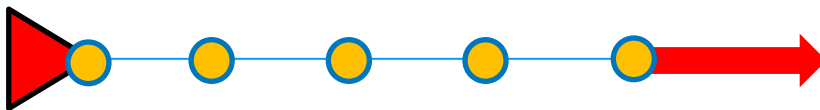
```
%% exemplo: elemento de barra Bar2dof
```

```
%% parâmetros de geometria e material
```

```
L = 2; %Comprimento da barra (m)
```

```
A = 0.10*0.10; % Área da secção da barra (m^2)
```

```
E = 210e9; %Módulo de elasticidade do material da barra
```



```
%% inicialização de variáveis do modelo MEF
```

```
Nelem = 20; % número de elementos
```

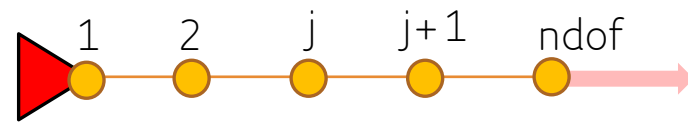
```
Nnode = nelem+1; % número de nós;
```

```
Ndof = nnode; número de graus de liberdade
```

```
Lel = L/nelem; %comprimento de cada elemento de barra
```

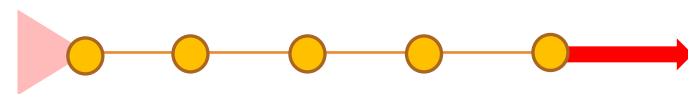
# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

condições de fronteira/contorno + carregamentos



```
%% condições de fronteira e carregamentos  
F = zeros(ndof,1); %inicialização do vetor de carregamento
```

```
fixed_dofs = [1];  
free_dofs = setxor(1:nnode,fixed_dofs);
```

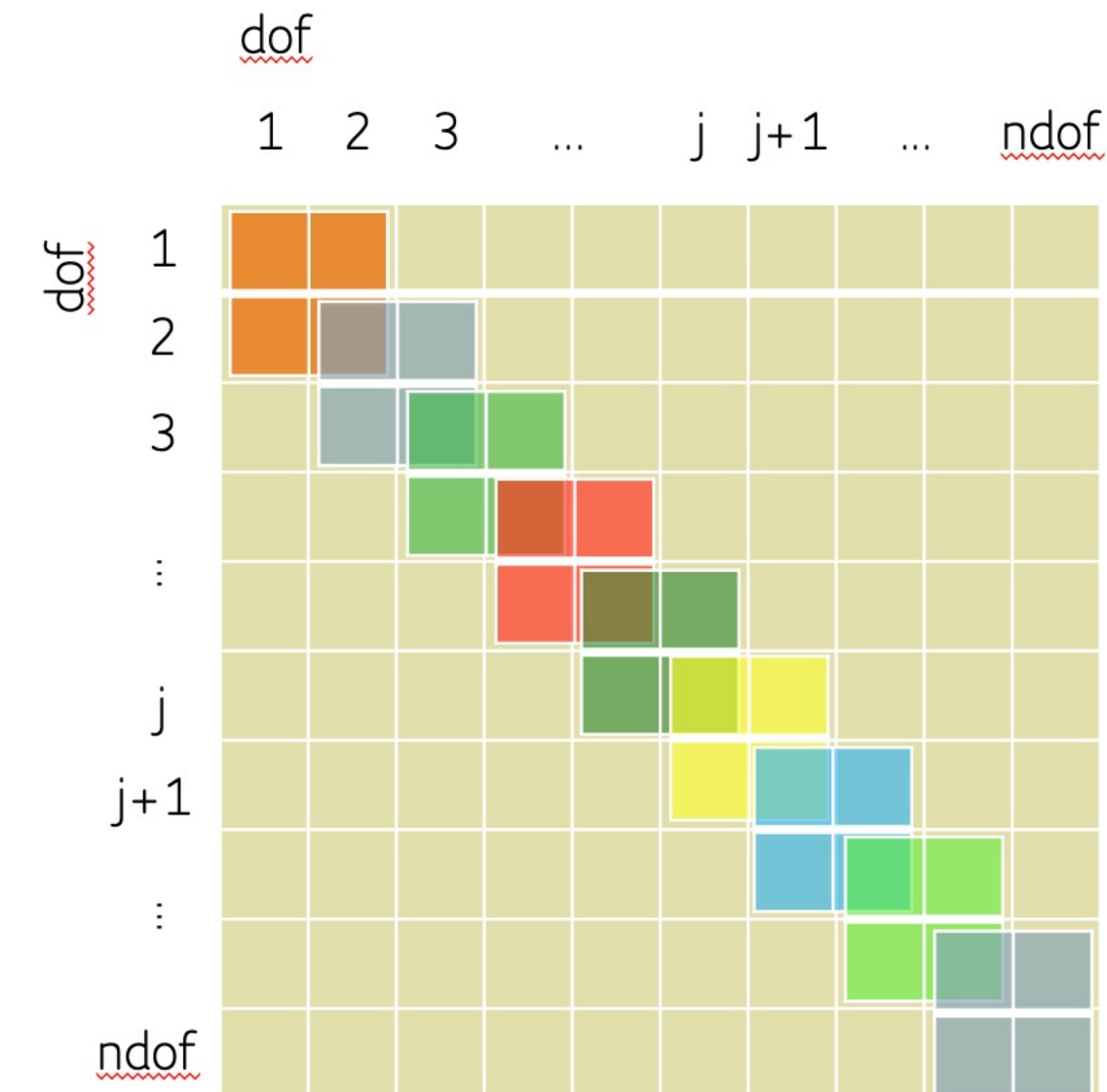


```
force_nodes = [ndof]; %Aplicação do carregamento no último nó/dof  
force_val = [1000]; %valor do carregamento  
F(force_nodes) = force_val;
```



# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

matriz de rigidez para a malha



%% matriz de rigidez para um elemento de barra (2dof)

Kel = A\*E/Lel\*[1 -1; -1 1];

%% geração da matriz de rigidez (montagem da matriz)

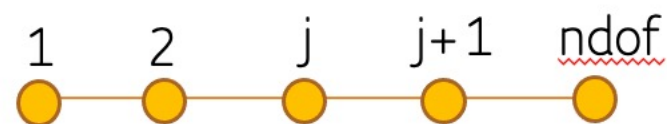
K = zeros(ndof,ndof); %inicialização da matriz de rigidez

for ielem = 1:nelem

range = [ielem ielem+1];

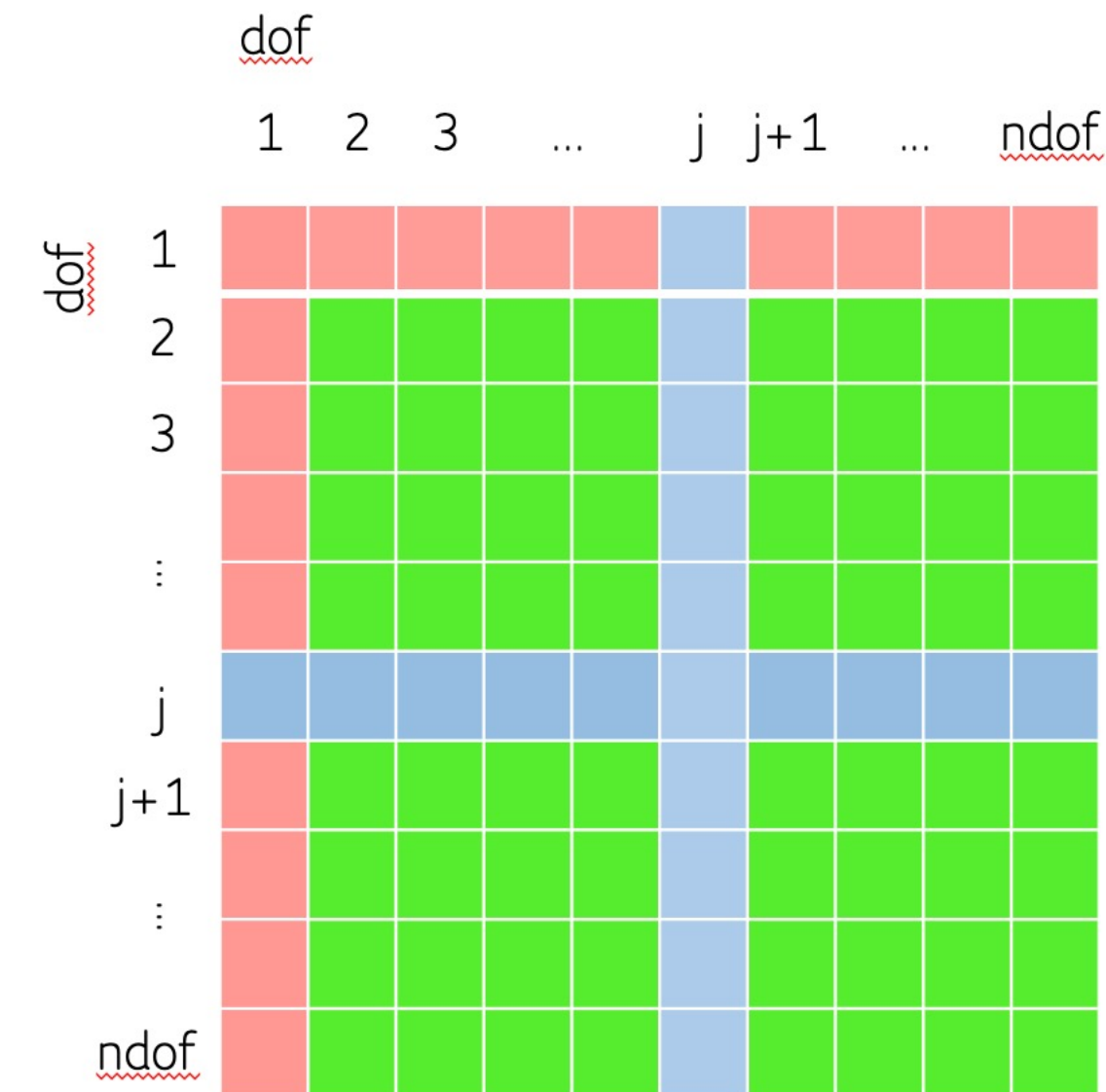
K(range,range) = K(range,range)+Kel;

end



# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

condições de fronteira, carregamentos, e resolução do sistema de equações (cálculo dos deslocamentos)



%% aplicação das condições de fronteira

Kp = K(free\_dofs, free\_dofs);

Fp = F(free\_dofs,1);

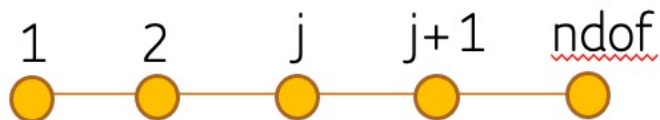
%% Resolução do sistema de equações

U = zeros(ndof,1); %inicialização do vetor de resultados de deslocamentos

Up = Fp\Kp;

U(free\_dofs) = Up;

$$[K_p] \times \{U_p\} = \{F_p\}$$





# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

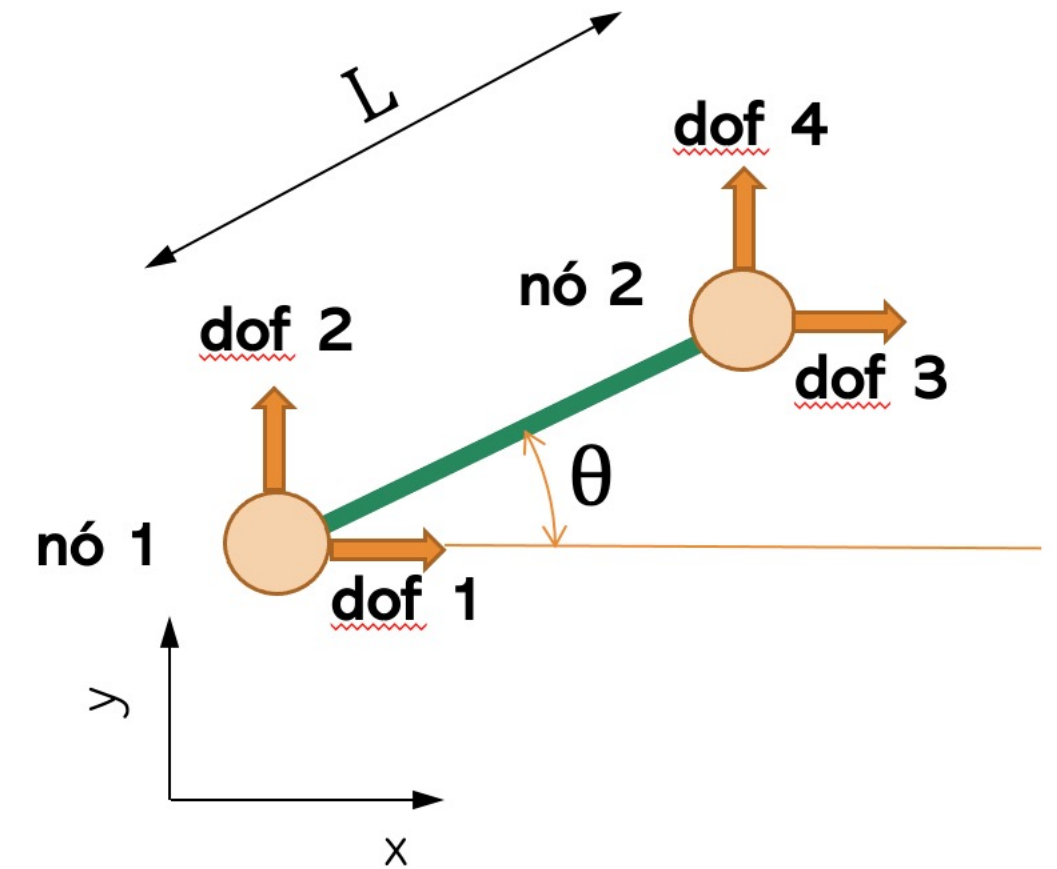
voltando à nossa estrutura...





# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

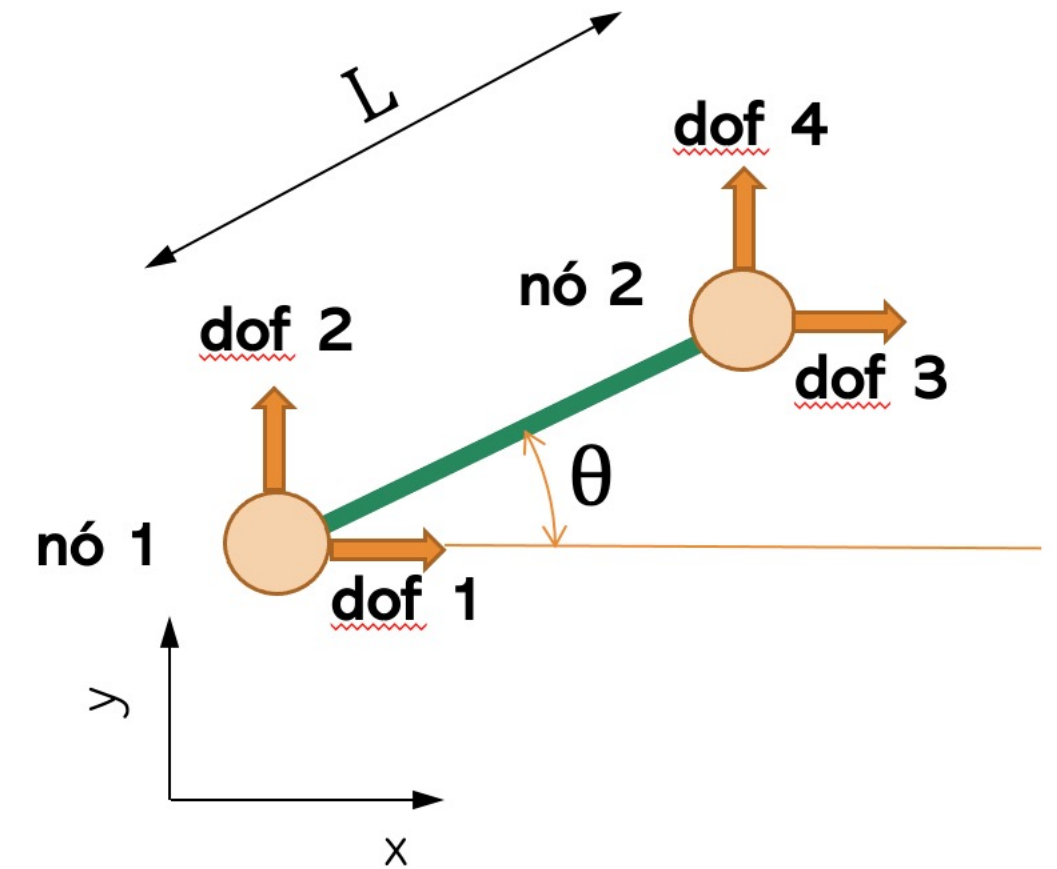
elemento finito de barra 2D (dois graus de liberdade por nó)





# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

elemento finito de barra 2D (dois graus de liberdade por nó)



$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$

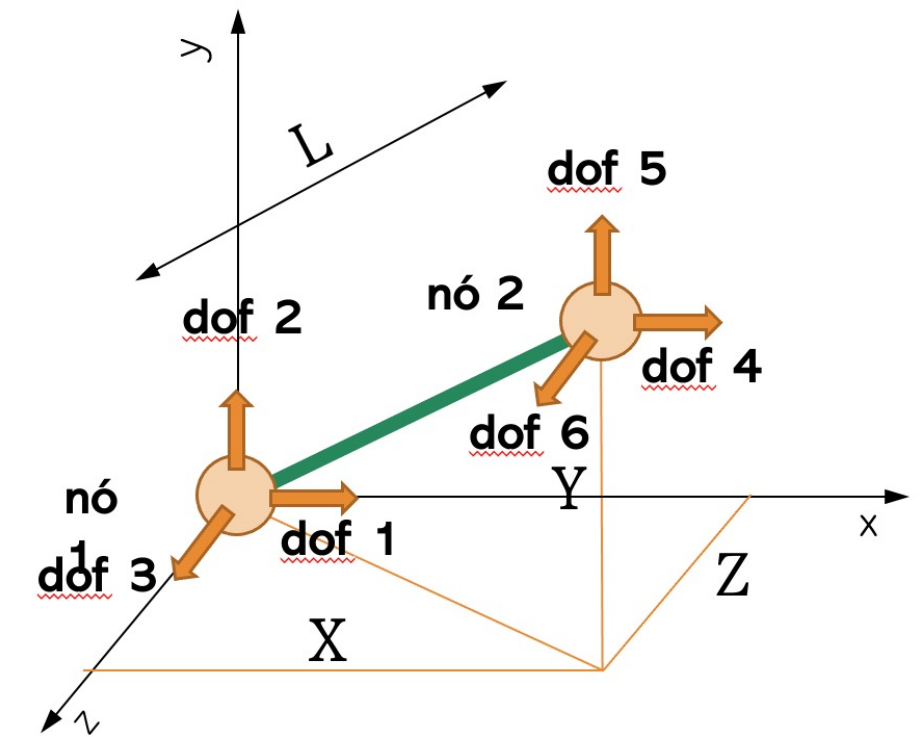
$$c = \cos(\theta)$$

$$s = \sin(\theta)$$



# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

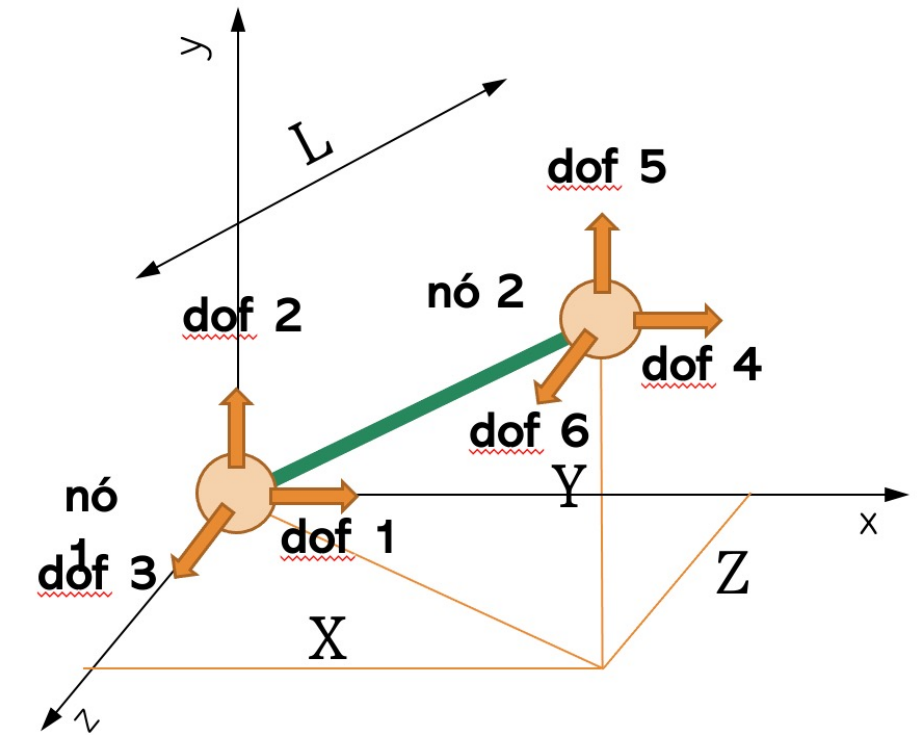
elemento finito de barra 3D (três graus de liberdade por nó)





# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

elemento finito de barra 3D (três graus de liberdade por nó)



$$[K] = \frac{EA}{L} \times \begin{bmatrix} c_x^2 & c_y c_x & c_z c_x & -c_x^2 & -c_y c_x & -c_z c_x \\ c_x c_y & c_y^2 & c_z c_y & -c_x c_y & -c_y^2 & -c_z c_y \\ c_x c_z & c_y c_z & c_z^2 & -c_x c_z & -c_y c_z & -c_z^2 \\ -c_x^2 & -c_y c_x & -c_z c_x & c_x^2 & c_y c_x & c_z c_x \\ -c_x c_y & -c_y^2 & -c_z c_y & c_x c_y & c_y^2 & c_z c_y \\ -c_x c_z & -c_y c_z & -c_z^2 & c_x c_z & c_y c_z & c_z^2 \end{bmatrix}$$

$$c_x = \frac{X}{L} \quad c_y = \frac{Y}{L} \quad c_z = \frac{Z}{L}$$

## **Próximas etapas**

assemblagem, para elementos finitos genéricos

análise isoparamétrica

tensões (esforços internos) e deformações, em regime elástico

modelo linear elástico: vantagens e limitações



# Introdução ao Método dos Elementos Finitos

Competências Transferíveis 2

Sessão 03

Robertt Valente (robertt@ua.pt)