

# **Fundamentos**

## **Lógica Proposicional Booleana**

**Prof. Edson Alves**

Faculdade UnB Gama

# Sumário

## 1. Conceitos elementares

# Lógica Proposicional Booleana

## Termos Primitivos

Os termos primitivos da Lógica Proposicional Booleana são:

1. proposição
2. verdadeiro
3. falso

## Axiomas

**Princípio do Terceiro Excluído:** uma proposição ou é verdadeira ou é falsa.

**Princípio da Não-Contradição:** uma proposição não pode ser, simultaneamente, verdadeira e falsa.

## Exemplos

Exemplos de proposições:

- ▶ A duração de um dia é de 24 horas
- ▶ A metade de dois mais dois é igual a três
- ▶  $F_n = 2^{2^n} + 1$  é primo para qualquer  $n$  natural

Não são proposições:

- ▶ Cuidado! Curva acentuada à esquerda!
- ▶ Onde fica a agência bancária mais próxima?
- ▶  $x > \pi$

# Proposições Compostas

## Operadores Lógicos

Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições. São proposições:

1. a **conjunção**  $p \wedge q$ : verdadeira somente quando ambas  $p$  e  $q$  são verdadeiras
2. a **disjunção**  $p \vee q$ : falsa somente quando ambas  $p$  e  $q$  são falsas
3. a **disjunção exclusiva**  $p \underline{\vee} q$ : falsa somente quando ambas  $p$  e  $q$  tem mesmo valor lógico
4. a **condicional**  $p \rightarrow q$ : falsa somente quando  $p$  é verdadeira e  $q$  é falsa
5. a **bicondicional**  $p \leftrightarrow q$ : falsa somente quando  $p$  e  $q$  tem valores lógicos distintos
6. a **negação**  $\neg p$ : verdadeira quando  $p$  é falsa, falsa quando  $p$  é verdadeira

## Exemplos de proposições compostas

- ▶ “Eu era um broto e também fiz muito garoto / Um mais bem feito que o outro, eles só faltam falar” (A Violeira, Antônio Carlos Jobim)
- ▶ “Ser ou não ser.” (Hamlet, William Shakespeare)
- ▶ “Penso, logo existo.” (René Descartes)
- ▶ “Um conjunto de  $\mathbb{R}^n$  é sequencialmente compacto se, e somente se, é fechado e limitado.” (Teorema de Bolzano-Weierstrass)
- ▶ “Não pode ser seu amigo quem exige seu silêncio.” (Alice Walker)

# Sentença aberta

## Sentença aberta (informal)

Uma sentença aberta  $S(x)$  em  $x$  é uma expressão na qual o símbolo  $x$  ocorre uma ou mais vezes e que, caso todas as ocorrências de  $x$  sejam substituídas por um mesmo valor  $v$ ,  $S(v)$  se torna uma proposição.

## Referências

1. **FILHO**, E. A. *Iniciação à Lógica Matemática*, São Paulo, Nobel, 2002.
2. **HALE**, M. *Essentials of Mathematics: Introduction to Theory, Proof, and the Professional Culture*, Mathematical Association of America, 2003. (**eBrary**)
3. [letras.mus.br](http://letras.mus.br), acesso em 18/12/2019.
4. **Wikipédia**. [Teorema de Bolzano-Weierstrass](#), acesso em 18/12/2019.