

# Lambda Calculus

## Valores e Operadores Lógicos

**Prof. Edson Alves**

Faculdade UnB Gama

2021

---

# Sumário

1. Valores lógicos
2. Operadores Lógicos

# Contextualização

- ▶ Sendo originalmente um sistema lógico, o cálculo  $\lambda$  possui apenas dois termos primitivos: a letra grega lambda ( $\lambda$ ) e o ponto final ( $.$ )
- ▶ Os axiomas de construção de termos- $\lambda$  (expressões, aplicação e abstração) permitem a definição de novos termos a partir destes dois termos primitivos
- ▶ Deste modo, os valores lógicos da Lógica Proposicional Booleana (verdadeiro e falso) devem ser igualmente definidos como termos- $\lambda$
- ▶ As operações lógicas, que permitem a construção de proposições compostas, também devem ser definidas como termos- $\lambda$

# Valores lógicos

## Verdadeiro e Falso

O valor lógico **verdadeiro** pode ser representado pela expressão- $\lambda$

$$T \equiv \lambda xy.x$$

e o valor lógico **falso** pode ser representado por

$$F \equiv \lambda xy.y$$

**Observação:** veja que  $T$  é, de fato, o combinador **K**, e que  $F$  é o combinador **K**<sub>\*</sub>, o qual é extensionalmente igual ao combinador **SK**, pois

$$\mathbf{SK}xy \equiv \mathbf{K}y(xy) \equiv y \equiv Fxy$$

## Estrutura if-then-else

### if-then-else

Se  $p$  é igual a  $T$  ou a  $F$ , a expressão- $\lambda$

$$I_F \equiv \lambda p a b . p a b$$

é corresponde ao construto if-then-else.

**Observação:** para visualizar esta correspondência, observe que

$$(I_F) T a b \equiv T a b \equiv a$$

e que

$$(I_F) F a b \equiv F a b \equiv b$$

# Operadores Lógicos

## Operadores Lógicos

Sejam  $x, y \in \{T, F\}$ . Os operadores da lógica proposicional booleana são:

**1. conjunção:**

$$\wedge xy \equiv \lambda xy. xyx \equiv (I_F)xyx$$

**2. disjunção:**

$$\vee xy \equiv \lambda xy. xxy \equiv (I_F)xyx$$

**3. negação:**

$$\neg x \equiv \lambda x. xFT \equiv (I_F)xFT$$

# Operadores Lógicos e Combinadores

## Operadores Lógicos e Combinadores

As operações lógicas são extensionalmente iguais aos combinadores dados a seguir, de modo que podem ser utilizadas como operações:

1. **conjunção** (pós-fixada):

$$\text{AND} \equiv F \equiv \text{SK}$$

2. **disjunção** (in-fixada):

$$\text{OR} \equiv T \equiv \text{K}$$

3. **negação** (pós-fixada):

$$\text{NOT} \equiv FT \equiv (\text{SK})\text{K}$$

## Exemplo: tabelas-verdade

Conjunção:

$$(TT)(\mathbf{AND}) \equiv TTF \equiv T(TF) \equiv T$$

$$(TF)(\mathbf{AND}) \equiv TFF \equiv T(FF) \equiv F$$

$$(FT)(\mathbf{AND}) \equiv FTF \equiv F(TF) \equiv F$$

$$(FF)(\mathbf{AND}) \equiv FFF \equiv F(FF) \equiv F$$

Disjunção:

$$(T)(\mathbf{OR})(T) \equiv TTT \equiv T(TT) \equiv T$$

$$(T)(\mathbf{OR})(F) \equiv TTF \equiv T(TF) \equiv T$$

$$(F)(\mathbf{OR})(T) \equiv FTT \equiv F(TT) \equiv T$$

$$(F)(\mathbf{OR})(F) \equiv FTF \equiv F(TF) \equiv F$$



# Referências

1. **BARENDREGT**, Henk; **BARENDSSEN**, Erik. *Introduction to Lambda Calculus*, March 2000.
2. **ROJAS**, Raúl. *A Tutorial Introduction to the Lambda Calculus*, FU Berlin, WS-97/98.
3. Wikipédia. [Lambda calculus](#), acesso em 03/01/2020.
4. Wikipédia. [SKI combinator calculus](#), acesso em 07/01/2020.