

# Fundamentos

## Funções

**Prof. Edson Alves**

Faculdade UnB Gama

2020

---

# Sumário

## 1. Conceitos elementares

# Produto Cartesiano

## Produto Cartesiano

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. O produto cartesiano  $A \times B$  é o conjunto de todos os pares ordenados cujo primeiro componente é um elemento de  $A$  e o segundo componente é um elemento de  $B$ , isto é,

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

## Exemplos de produtos cartesianos

1. Seja  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{a, b\}$ . Então

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

e

$$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

2. Seja  $C$  o conjunto dos times que participam de um campeonato de futebol. A tabela  $T$  dos jogos da primeira fase do campeonato, onde cada time enfrenta todos os outros em jogos de ida e volta é o conjunto

$$T = \{(a, b) \in C \times C \mid a \neq b\}$$

3.  $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

# Relações e Funções

## Relação de $A$ em $B$

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Uma **relação**  $R$  de  $A$  em  $B$  é um subconjunto  $R \subset A \times B$ .

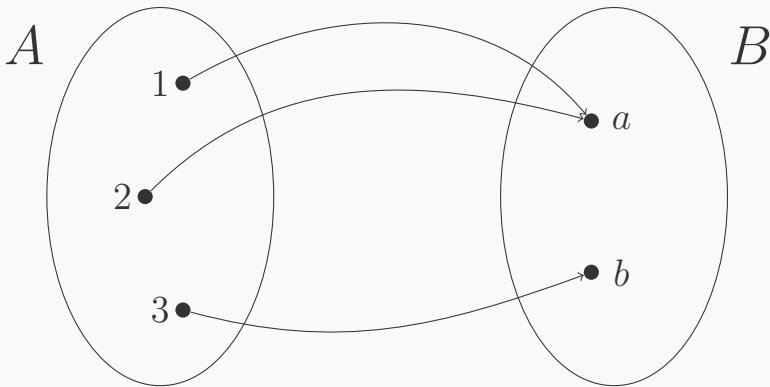
## Função de $A$ em $B$

Uma relação  $f$  de  $A$  em  $B$  é uma **função** de  $A$  em  $B$  se, para qualquer  $a \in A$ , existe um único  $b \in B$  tal que  $(a, b) \in A \times B$ .

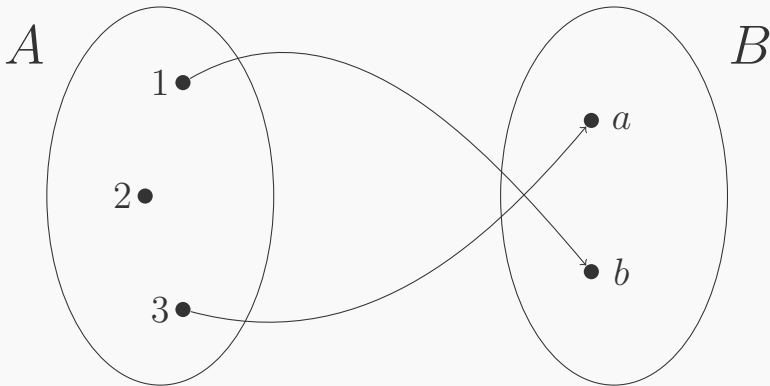
Notação:  $f : A \rightarrow B$

**Observação:** se  $f$  é uma função de  $A$  em  $B$ , então  $(a, b) \in f$  pode ser escrito como  $f(a) = b$ .

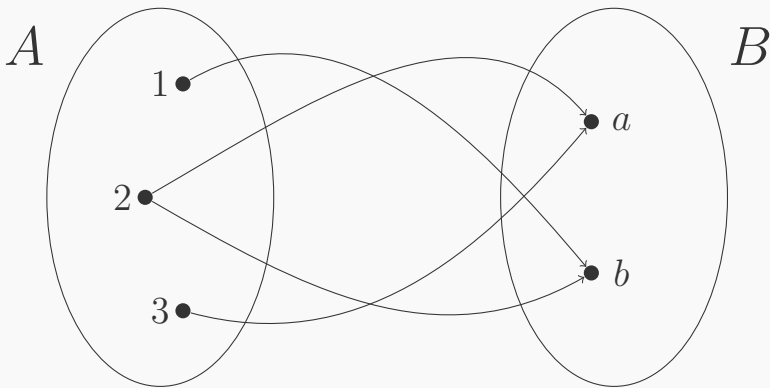
## Exemplo de função



## Exemplo de relação que não é função



## Exemplo de relação que não é função





## Funções notáveis

1. A função **identidade**  $\text{id} : A \rightarrow A$ , tal que  $\text{id}(x) = x$ .
2. A **adição**  $a : B \times B \rightarrow B$ , onde  $a(x, y) = x + y$ .
3. A função **delta de Kronecker**  $\delta : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \{0, 1\}$ , dada por

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

4. A função de **decisão**  $d_X : Y \rightarrow \{\text{True}, \text{False}\}$ , onde  $d_X(y) = \text{True}$  se  $y \in X$ ; caso contrário,  $d_X(y) = \text{False}$ .
5. A função **logaritmo natural**  $\ln : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ , definida abaixo

$$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$

# Domínio, imagem e gráfico

## Domínio e imagem de uma função $f$ de $A$ em $B$

Seja  $f$  uma função de  $A$  em  $B$ . O conjunto  $A$  é denominado **domínio** da função  $f$ , e o conjunto  $B$  o **contradomínio** de  $f$ . Além disso, o conjunto

$$\text{Img}(f) = \{b \in B \mid \exists a \in A \text{ tal que } f(a) = b\}$$

é a **imagem** da função  $f$ . Outra notação comum para o conjunto imagem de  $f$  é  $f(A)$ .

## Gráfico de uma função

Seja  $f$  uma função de  $A$  em  $B$ . O gráfico de  $f$  é o conjunto

$$\text{Gr}(f) = \{(x, f(x)) \mid x \in A\}$$

# Composição de funções

## Função composta

Sejam  $f : A \rightarrow B$  e  $g : C \rightarrow D$  duas funções. Se  $f(B) \subset C$ , então a função composta  $h : A \rightarrow D$  é definida como

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

**Observação:** Em geral,  $(g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x)$  (pode ser que  $(f \circ g)(x)$  nem esteja, de fato, definida).

## Referências

1. **HALE**, M. *Essentials of Mathematics: Introduction to Theory, Proof, and the Professional Culture*, Mathematical Association of America, 2003. (**eBrary**)
2. **Wikipédia**. [Kronecker delta](#), acesso em 02/01/2020.
3. **Wolfram MathWorld**. [Function](#), acesso em 01/01/2020.