

Dimostrazione $F^A = F^+$

Per dimostrare $F^A \subseteq F^+$

$X \rightarrow Y \in F^A$ Dimostrare per Induzione con parametro i che è il n° di volte che ho usato Armstrong per arrivare a $X \rightarrow Y$

F_i^A = insieme delle dipendenze funzionali ottenute con max n° di applicazioni Armstrong i

$$F_0^A \subseteq F_1^A \subseteq \dots \subseteq F_n^A \subseteq \dots \subseteq F^A$$

PER INDUZIONE su i :

Caso Base $i=0$

$F_0^A = F$ (no F usata 0 volte Armstrong)

$$F \subseteq F^+ \Rightarrow F_0^A \subseteq F^+ \quad \checkmark$$

Caso Induttivo

$$F_i^A \subseteq F^+ \Rightarrow F_{i+1}^A \subseteq F^+$$

Sia $X \rightarrow Y \in F_{i+1}^A$ Sia 2 istanza legale e $t_1, t_2 \in I$

3 CASI POSSIBILI PER CAPIRE ULTIMO ASSIOMA USATO, DEVO DIMOSTRARE CHE A^+ è uguale

1° Caso = Riflessività:

$$Y \subseteq X$$

$$t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y] \quad \text{con}$$

2° Caso = Aumento:

$$\exists V \rightarrow W \in F_i^A, z \in R \mid X = Vz, Y = Wz$$

\downarrow
 F^+

$$t_1[x] = t_2[x] \Rightarrow t_1[vz] = t_2[vz] \Rightarrow t_1[v] = t_2[v] \wedge t_1[z] = t_2[z]$$

perché $V \rightarrow W \Rightarrow t_1[W] = t_2[W] \wedge t_1[z] = t_2[z] \Rightarrow t_1[wz] = t_2[wz]$
 (perché $F \subseteq F^+$ ipotesi)

$$\text{MA } wz = y \Rightarrow t_1[y] = t_2[y] \text{ c.d.}$$

3° Caso = Transitività:

$$\{ X \rightarrow Z, Z \rightarrow Y \in F^A \subseteq F^+$$

$$t_1[x] = t_2[x] \Rightarrow t_1[z] = t_2[z] \Rightarrow t_1[y] = t_2[y] \text{ c.d.}$$

Ora devo dimostrare che $F^+ \subseteq F^A$

$$X \rightarrow Y \in F^+$$

| | x^+ | $R-x^+$ |
|-------|-----------|-----------|
| t_1 | 1...1 | 1...1...1 |
| t_2 | 1...1...1 | 0...0...0 |

$t_1 = t_2$ su x^+ e \neq su $R-x^+$

Devo dimostrare che l'istanza è legale, dimostrando che soddisfa tutte le dipendenze di F

Sia $V \rightarrow W \in F$ (generica)

Assumo:

$$t_1[V] = t_2[V] \Rightarrow V \subseteq x^+ \quad \text{PER LEMMA}$$

| | x^+ | $R-x^+$ |
|-------|-----------|-----------|
| t_1 | 1...1 | 1...1...1 |
| t_2 | 1...1...1 | 0...0...0 |

$$X \rightarrow V \in F^A$$

$$\Downarrow$$

$$X \rightarrow W \in F^A \text{ per Trans.}$$

$$\Downarrow \text{ per lemma}$$

$$W \subseteq x^+ \Rightarrow t_1[w] = t_2[w]$$

\Downarrow
 è legale

$$X \subseteq x^+ \Rightarrow t_1[x] = t_2[x] \Rightarrow t_1[y] = t_2[y] \Rightarrow y \subseteq x^+$$

PER LEMMA \uparrow

$$P^T = F^A \quad (// \quad x \rightarrow y \in F^A)$$

$$(130; 12) = 2$$

$$130 = 10 \cdot 12 + 10$$

$$12 = 1 \cdot 10 + 2$$

$$10 = 5 \cdot 2 + 0$$

$$2 = 12 - 1 \cdot 10 = 12 - 1(130 - 10 \cdot 12)$$

$$10 = 130 - 10 \cdot 12$$

$$2 = 11 \cdot 12 - 130$$

$$2 = 11 \cdot 12 - 1 \cdot 130$$