①

$$1 \bullet r \subseteq m_\rho(r)$$
$$2 \bullet \pi_{Ri}(m_\rho(r)) = \pi_{Ri}(r)$$
$$3 \bullet m_\rho(m_\rho(r)) = m_\rho(r)$$

1) $t \in r \Rightarrow t[R_i] \in \pi_{R_i}(r)$

PRENDO
SINGOLETTI

1 solo tupla pache tutti singoletti

$$t \in \{t[R_i]\} \bowtie \{t[R_2]\} \bowtie \ldots \bowtie \{t[R_k]\}$$

$$\underset{\text{IN}}{} \quad \underset{\text{IN}}{} \quad \underset{\text{IN}}{}$$

$$\pi_{R_1}(r) \bowtie \pi_{R_2}(r) \bowtie \ldots \bowtie \pi_{Rk}(r) = m_\rho(r)$$

per def. di
Join S.P.

$$t \leq m_\rho(r) \Rightarrow \boxed{r \subseteq m_\rho(r)}$$

2) $\pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}(m_\rho(r))$ SEGUE DA 1)

Devo Dimostrare che:
$$\pi_{R_i}(m_\rho(r)) \subseteq \pi_{R_i}(r)$$

TUPLA DI
ISTANZA SU R_i
$\hookrightarrow i$

TUPLA ISTANZA DI R

$$t^i \in \pi_{R_i}(m_\rho(r)) \Rightarrow \exists t \in m_\rho(r) \text{ t.c. } t[R_i] = t^i$$

$$\Rightarrow \exists t_1, t_2, \ldots, t_k \in r \text{ t.c. } t_j[R_j] = t[R_j] \quad \forall j \in \{1, \ldots, k\}$$

$$\Rightarrow t^i = t[R_i] = t_i[R_i] \in \pi_{R_i}(e) \quad \text{perché} \quad t_i \in 2$$

perché vero $\subseteq$ e $\supseteq$ $\Rightarrow$ =

3) $m_\rho(m_\rho(e)) = \pi_{R_1}(m_\rho(e)) \bowtie \pi_{R_2}(m_\rho(e)) \bowtie \ldots \bowtie \pi_{R_k}(m_\rho(e))$

|

sostituisco il 1° $m_\rho(e)$ con la sua def.

$= \tilde{\pi}_{R_1}(e) \bowtie \tilde{\pi}_{R_2}(e) \bowtie \ldots \bowtie \tilde{\pi}_{R_k}(e) = m_\rho(e)$

|
$\downarrow$
per 2)

Esempio Algoritmo Join senza Perdita

$$R = ABCD \qquad F = \{AB \to C, D \to BC\}$$
$$\rho = \{R_1 = ABC, R_2 = ABD, R_3 = AD\}$$

OMETTO 1° INDICE

1° PASSO

R	A	B	C	D
$R_1 = ABC$	a	a	a	b_1
$R_2 = ABD$	a	a	b_2	a
$R_3 = AD$	a	b_3	b_3	a

2° PASSO

R	A	B	C	D
$R_1 = ABC$	a	a	a	b_1
$R_2 = ABD$	a	a	$\cancel{b_2}$ a	a
$R_3 = AD$	a	b_3	b_3	a

DIVERSE ⟹ sostituisco b_2

CONTROLLO SOLO LE ISTANZE CHE SONO ALMENO 1 VOLTA A DX

⟹ NON DEVO CONTROLLARLO D mai A DX

3° PASSO

R	A	B	C	D
$R_1 = ABC$	a	a	a	b_1
$R_2 = ABD$	a	a	a	a
$R_3 = AD$	a	b_3	$\cancel{b_3}$ a	a

$\mathcal{L}$	A	B	C	D
$R_1 = ABC$	a	a	a	b_1
$R_2 = ABD$	a	a	a	a
$R_3 = AD$	a	b_3	a	a

$R_2 = ABD$ row circled in red.

4ª TROVATO TUPLA con
TUTTE a => MI FERMO
E RITORNO: TRUE

Dimostrazione Correttezza Algoritmo

Teorema

ρ ha un Join S.P. $\iff$ l' algoritmo restituisce

$\mathcal{L}$ con $t^a \in \mathcal{L}$ con $t^a = (a, \dots, a)$

Dim

2° ISTANZA iniziale
$\mathcal{L}^f$ ISTANZA finale (legale)

$$t_i^0 \in \mathcal{L}^0 \implies t_i^0[R_i] = (a, \dots, a) \quad \text{CONTIENE TUTTE "a"} = t_i^f[R_i]$$

$$t^a \in \{t_1^f[R_1]\} \bowtie \dots \bowtie \{t_k^f[R_k]\} \subseteq m_\rho(\mathcal{L}^f) = \mathcal{L}^f$$

$\uparrow$ perché $\mathcal{L}^f$ legale