Esercizio 1. Un compito di esame prevede di rispondere (esattamente) a 10 domande tra le 13 proposte.

1) In quanti modi si possono scegliere le domande?
2) Supponendo che le prime due domande siano obbligatorie, in quanti modi si possono scegliere le domande?
3) Supponendo sia richiesto di rispondere alla prima o alla seconda domanda (ma non ad entrambe), in quanti modi si possono scegliere le domande?

---

1) $\binom{13}{10} = \quad 13 \cdot 12 \cdot 11$

2) $\binom{2}{2} \cdot \binom{11}{8}$

3) $\binom{2}{1} \cdot \binom{11}{9}$

Esercizio 2. Si lanciano due dadi equi, uno rosso e l'altro blu.

1) Sapendo che il dado rosso ha reso 5, calcolare la probabilità che la somma sia almeno 10.
2) Sapendo che uno dei due dadi ha reso 5, calcolare la probabilità che la somma sia almeno 10.
3) Sapendo che la somma è almeno 10, calcolare la probabilità che il dado rosso abbia reso 5.

1) Sapendo R_5 $\quad P(R+B \geq 10)$

$$= P(B_6 | R_5) + P(B_5 | R_5) = \frac{P(B_6 \cap R_5)}{P(R_5)} + \frac{P(B_5 \cap R_5)}{\cancel{P(R_5)}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

2) $\Omega = \{(\omega_i, \omega_j) \mid i, j \in \{1,6\} \wedge \omega_i \vee \omega_j = 5\}$ $\quad \{(1,5),(2,5),(3,5),(4,5),(5,5),(6,5),$
$(5,1),(5,2),(5,3)(5,4),(5,6)\}$

$|\Omega| = 11$

$A = |$ 1 dei 2 $= 5$ e $R+B \geq 10) = \{(5,5)(6,5),(5,6)\}$

$|A| = 3$

$P = \frac{3}{11}$

③ $P(R_5 \mid R+B_{5 \wedge 6}) = P(R_5|B_5) + P(R_5|B_6) =$

$$= \frac{P(R_5)\cdot P(B_5)}{P(B_5)} + \frac{P(R_5)\cdot P(B_6)}{P(B_6)} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Esercizio 3. Il vettore LISTA consiste di n elementi, $n \geq 1$. Si supponga che la stringa NOME appaia nel vettore LISTA in posizione casuale. Una ricerca lineare individua $k = 1, ..., n$ per cui LISTA$[k]$ = NOME e sia C_n il corrispondente numero di confronti effettuati. [Oss. C_n è una variabile aleatoria]

1) Trovare il massimo di C_n (caso peggiore).

2) Trovare la distribuzione di C_n.

3) Calcolare il valore di attesa di C_n.

---

1) n

2) $P(\text{trovo al II} \mid \text{non trovo al 1}) = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}$

$P(\text{trovo al III} \mid \text{non trovo I né II}) = \frac{1}{\cancel{n-2}} \cdot \frac{\cancel{n-2}}{\cancel{n-1}} \cdot \frac{\cancel{n-1}}{n} = \frac{1}{n}$

$P(\text{Trovo al } k \mid \text{non trovo in I, II, .., } k_1) = \frac{1}{n}$

3) $E(X) = \sum_{i=1}^{n} i \; P(\text{Trovo ad } i \mid \text{non trovo ad I, II, .., } i)$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{i}{n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{(n)(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2}$$

Esercizio 4. Si consideri una moneta truccata con parametro di truccatura p incognito. Al fine di determinare p, si lancia la moneta n volte e si stima p con S_n/n, ove S_n è il numero di teste negli n lanci effettuati.

1) Dato $\delta > 0$ determinare quanto grande deve essere n affinché la probabilità che $|S_n/n - p| < \delta$ sia almeno il 95%.