Algoritmo per calcolare X^+

15/11

Input: R schema, F ins. di dipend. funz., $X \subseteq R$

Output: X^+

inizio

$Z = X$

$S = \{A \mid \exists Y \to V \in F \mid Y \subseteq Z \wedge A \in V \subseteq R\}$

while $S \not\subseteq Z$ do:

$Z = Z \cup S$

$S = \{A \mid \exists Y \to V \in F \mid Y \subseteq Z \wedge A \in V \subseteq R\}$

return Z

Dimostrazione Correttezza Algoritmo

Oss:

$$\exists f \in \mathbb{N} \text{ t.c. } Z_f = Z_{f+1} = Z_f \cup S_f$$

$$\Downarrow$$

$$S_f \subseteq Z_f$$

Teorema

$$Z_f = X_F^+$$

Dim:

2 passaggi

$1°\ Z_f \subseteq X_F^+$

Dim x ind

- Caso Base

$$Z_0 \subseteq X^+$$

$X \subseteq X^+$ per riflessività

- Caso Induttivo

$$Z_i \subseteq X^+ \Rightarrow Z_{i+1} \subseteq X^+$$

$A \in Z_{i+1} = Z_i \cup S_i$

① $A \in Z_i$ ② $A \in S_i$

① $A \in Z_i$

$\Downarrow$

$Z_i \subseteq X^+$

② $A \in S_i$

$\exists\, Y \to V \in F \quad A \in V \wedge Y \subseteq Z_i$

$\models Y \subseteq Z_i \subseteq X^+ \models X \to Y \in F^A$

Uso Transitività poiché $F \subseteq F^A$

$\models X \to V \in F^A \overset{1°}{\Rightarrow} V \subseteq X^+$ e poiché $A \in V \models A \in X^+$

$\overset{2°}{\hookrightarrow}$

$X \to A \in F^A \models A \in X^+$

2° $X^+ \subseteq Z_f$

r	Z_f	$R - Z_f$
t_1	1,1,.... 1	1,1,... 1
t_2	1,1,.... 1	0,0.... 0

r è legale

$Y \to V \in F$

Supponiamo che

$t_1[Y] = t_2[Y] \models Y \subseteq Z_f \models V \subseteq S_f \subseteq Z_f$

$\models t_1[V] = t_2[V] \Rightarrow$ è legale

$A \in X^+ \models X \to A \in F^A = F^+ \Rightarrow r$ SAT $X \to A$

$X = Z_0 \subseteq Z_f \models t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[A] = t_2[A] \Rightarrow A \subseteq Z_f \Rightarrow X^+ \subseteq Z_f$