

Додаток 1

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт

з лабораторної роботи № 6 з дисципліни
«Алгоритми та структури даних-1.
Основи алгоритмізації»

«Дослідження рекурсивних алгоритмів»

Варіант 26

Виконав студент ПІ-13 Паламарчук Олександр Олександрович
(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

Перевірила Вечерковська Анастасія Сергіївна
(прізвище, ім'я, по батькові)

Лабораторна робота 6

Дослідження рекурсивних алгоритмів

Мета - дослідити особливості роботи рекурсивних алгоритмів та набути практичних навичок їх використання під час складання програмних специфікацій підпрограм.

Варіант 26

Задано натуральне n . Обчислити

$$\sum_{k=m}^n \frac{(-1)^k}{k!} \left(\frac{a_k + 2}{3} \right)^k$$

де

$$a_0 = 1, a_k = \sqrt{|4a_{k-1} + 2|}$$

◆ Постановка задачі

Вхідним даним є натуральне число n . Знайти суму на основі заданої формули використовуючи рекурсивний алгоритм, де $a_0 = 1$, a_k - обчислюється за заданою формулою. Вивести отриманий результат.

◆ Побудова математичної моделі

Складемо таблицю змінних

Змінна	Тип	Призначення
Задане число n	Натуральне	Початкове дане
Елемент обчислень k	Натуральне	Проміжне значення
Поточний елемент суми a	Дійсне	Проміжне значення
Попередній Елемент суми $a_{Previous}$	Дійсне	Проміжне значення
Результат sum	Дійсне	Кінцеве дане

Складемо таблицю операцій

Назва операції	Синтаксис	Призначення
Корінь квадратний з числа	$\text{sqrt}(a)$	Отримати корінь квадратний з числа a
Абсолютна величина	$\text{abs}(a)$	Отримати абсолютну

		величину з числа a
Піднесення до степеня	$\text{pow}(a, b)$	Піднесення числа a до степеня b

Для вирішення задачі використаємо допоміжні алгоритми (підпрограми) виклик яких має вигляд $\text{sumFunction}(c1, c2, c3, c4)$, де $c1, c2, c3, c4$ - формальні параметри функції, та $\text{factorial}(c1)$ де $c1$ - формальний параметр функції.

Рекурсивна гілка першої функції буде мати вигляд “**повернути** $\text{sumFunction}(c1, c2 + 1, c3, c4)$ ”. Термінальна гілка першої функції буде мати вигляд “**повернути** sum ”. При виклику першої функції ми перевіряємо умову $c2 == 0$, у разі істини ми присвоюємо a значення 1, у разі хибності присвоюємо значення, яке обчислюємо за формулою $a_k = \sqrt{|4a_{k-1} + 2|}$. Далі перевіряємо умову входження у рекурсивну гілку, у якій збільшуємо значення аргументу $c2$ на одиницю, у разі хибності повертаємо значення sum .

Рекурсивна гілка другої функції буде мати вигляд “**повернути** $c1 * \text{factorial}(c1 - 1)$ ”. Термінальна гілка другої функції буде мати вигляд “**повернути** 1”. При виклику другої функції, за допомогою якої ми обчислюємо факторіал, ми перевіряємо умову $c1 == 0$, у разі істини ми повертаємо 1. Далі ми перевіряємо умову $c1 == 1$, у разі істини повертаємо 1, у разі хибності заходимо у рекурсивну гілку, у якій зменшуємо значення аргументу на одиницю.

◆ Розв’язання

Програмні специфікації запишемо у псевдокодi, графічні схемi у вигляді блок-схем, та у вигляді коду.

1. Основна програма.

Крок 1. Визначимо основні дії.

Крок 2. Ініціалізація змінної k .

Крок 3. Ініціалізація змінної $a_{Previous}$.

Крок 4. Ініціалізація змінної sum .

Крок 5. Перевірка n .

Крок 6. Виклик рекурсивної функції для обчислення суми sum .

2. Підпрограма для функції sumFunction

Крок 1. Визначимо основні дії.

Крок 2.Задамо умову для обчислення a .

Крок 3.Обчислимо a .

Крок 4.Задамо умову для повернення рекурсивної та термінальної гілок.

Крок 5.Обчислення суми.

Крок 6.Присвоєння $c1$ значення a

3. Підпрограма для функції factorial

Крок 1.Визначимо основні дії

Крок 2.Перевірка $c1$ на рівність нулю.

Крок 3.Задамо умову для повернення рекурсивної та термінальної гілок.

◆ Псевдокод алгоритму основної програми

Крок 1

Початок

Ввід n

Ініціалізація змінної k

Ініціалізація змінної $aPrevious$

Ініціалізація змінної sum

Перевірка n

Виклик рекурсивної функції для обчислення суми sum

Вивід sum

Кінець

Крок 2

Початок

Ввід n

$k = 0$

Ініціалізація змінної $aPrevious$

Ініціалізація змінної sum

Перевірка n

Виклик рекурсивної функції для обчислення суми sum

Вивід sum

Кінець

Крок 3

Початок

Ввід n

$k = 0$

$aPrevious = 0$

Ініціалізація змінної sum

Перевірка n

Виклик рекурсивної функції для обчислення суми sum

Вивід sum

Кінець

Крок 4

Початок

Ввід n

$k = 0$

$aPrevious = 0$

$sum = 0$

Перевірка n

Виклик рекурсивної функції для обчислення суми sum

Вивід sum

Кінець

Крок 5

Початок

Ввід n

$k = 0$

$aPrevious = 0$

$sum = 0$

Якщо $n > 0$

То

Виклик рекурсивної функції для обчислення суми sum

Інакше

Вивід “Некоректе число”

Все якщо

Вивід sum

Кінець

Крок 6

Початок

Bвід n

$k = 0$

$aPrevious = 0$

$sum = 0$

Якщо $n > 0$

То

$sum = \text{sumFunction}(n, k, aPrevious, sum)$

Інакше

Вивід “Некоректе число”

Все якщо

Вивід sum

Кінець

◆ Псевдокод алгоритму підпрограми `sumFunction`

Крок 1.

`sumFunction(c1, c2, c3, c4)`

Задамо умову для обчислення a .

Обчислимо a .

Задамо умову для повернення рекурсивної та термінальної гілок.

Обчислення суми.

Кінець `sumFunction`

Крок 2.

`sumFunction(c1, c2, c3, c4)`

Якщо $c2 == 0$

То

$a = 1$

Інакше

Обчислимо a

Все якщо

Задамо умову для повернення рекурсивної та термінальної гілок.

Обчислення суми.

Присвоєння $c3$ значення a

Кінець sumFunction

Крок 3.

sumFunction($c1$, $c2$, $c3$, $c4$)

Якщо $c2 == 0$

То

$a = 1$

Інакше

$a = \text{sqrt}(\text{abs}(4 * c3 + 2))$

Все якщо

Задамо умову для повернення рекурсивної та термінальної гілок.

Обчислення суми.

Присвоєння $c3$ значення a

Кінець sumFunction

Крок 4.

sumFunction($c1$, $c2$, $c3$, $c4$)

Якщо $c2 == 0$

То

$a = 1$

Інакше

$a = \text{sqrt}(\text{abs}(4 * c3 + 2))$

Все якщо

Якщо $c1 \geq c2$

То

Обчислення суми.

Присвоєння $c3$ значення a

Інакше

Повернути $c4$

Кінець sumFunction

Крок 5.

sumFunction($c1$, $c2$, $c3$, $c4$)

Якщо $c2 == 0$

To

$a = 1$

Інакше

$a = \text{sqrt}(\text{abs}(4 * c3 + 2))$

Все якщо

Якщо $c1 \geq c2$

To

$c4 = c4 + ((\text{pow}(-1, c2) / \text{factorial}(c2)) * (\text{pow}((a + 2) / 3, c2)))$

Присвоєння $c3$ значення a

Повернути $\text{sumFunction}(c1, c2 + 1, c3, c4)$

Інакше

Повернути $c4$

Кінець sumFunction

Крок 6.

$\text{sumFunction}(c1, c2, c3, c4)$

Якщо $c2 == 0$

To

$a = 1$

Інакше

$a = \text{sqrt}(\text{abs}(4 * c3 + 2))$

Все якщо

Якщо $c1 \geq c2$

To

$c4 = c4 + ((\text{pow}(-1, c2) / \text{factorial}(c2)) * (\text{pow}((a + 2) / 3, c2)))$

$c3 = a$

Повернути $\text{sumFunction}(c1, c2 + 1, c3, c4)$

Інакше

Повернути $c4$

Кінець sumFunction

◆ Псевдокод алгоритму підпрограми **factorial**

Крок 1

factorial(c1)

Перевірка c1 на рівність нулю.

Задамо умову для повернення рекурсивної та термінальної гілок.

Кінець factorial

Крок 2

factorial(c1)

Якщо $c1 == 0$

То

Повернути 1

Інакше

Все якщо

Задамо умову для повернення рекурсивної та термінальної гілок.

Кінець factorial

Крок 3

factorial(c1)

Якщо $c1 == 0$

То

Повернути 1

Інакше

Все якщо

Якщо $c1 == 1$

То

Повернути 1

Інакше

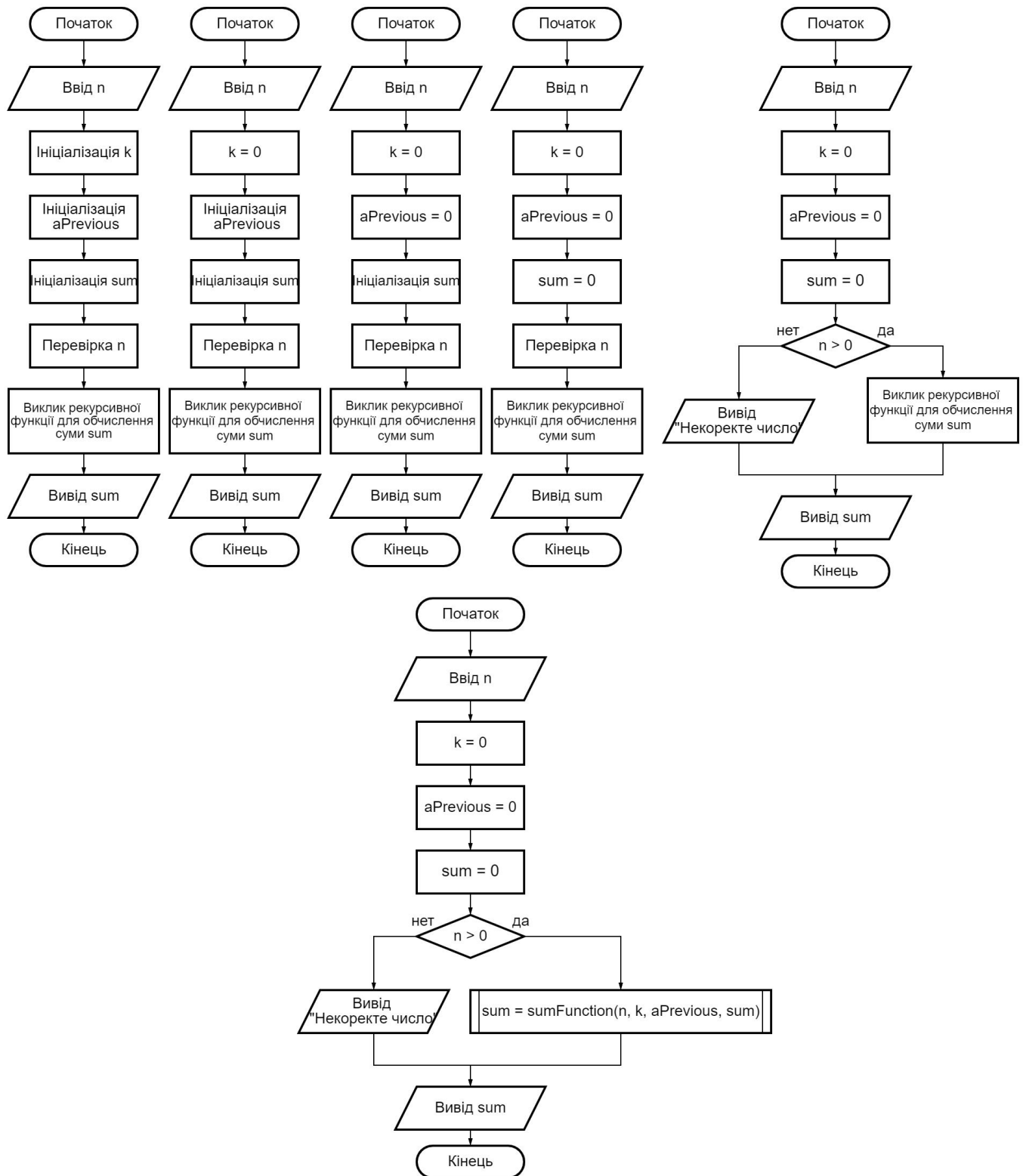
Повернути $c1 * \text{factorial}(c1 - 1)$

Все якщо

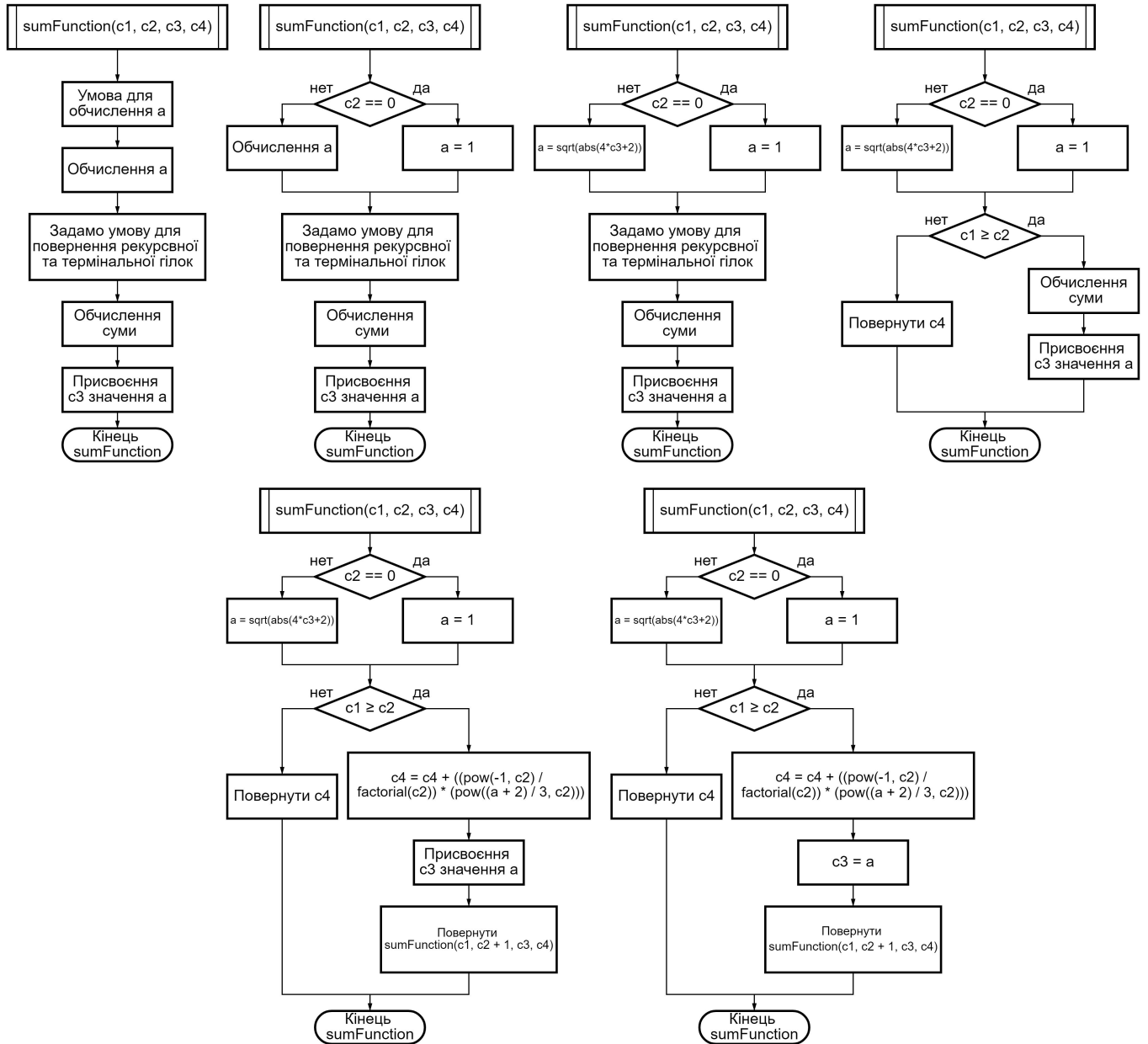
Повернути

Кінець factorial

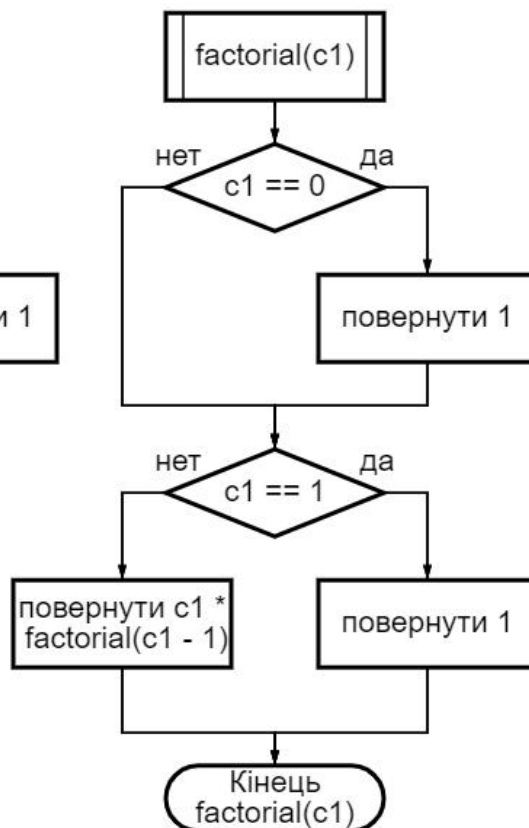
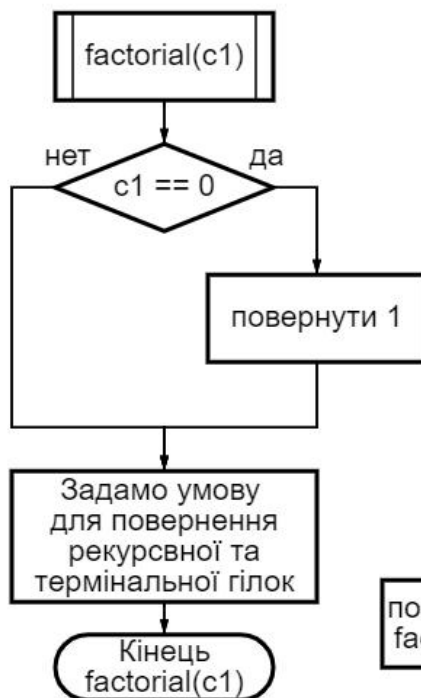
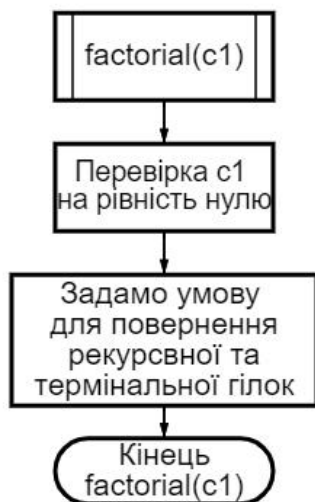
◆ **Блок-схема алгоритму основної програми**



◆ Блок-схема алгоритму підпрограми sumFunction



◆ Блок-схема алгоритму підпрограми factorial



◆ Код програми

```

1  import java.util.Scanner;
2  import static java.lang.Math.*;
3
4  public class Main {
5      public static void main(String[] args) {
6          Scanner scanner = new Scanner(System.in);
7          int n = scanner.nextInt(), k = 0;
8          double aPrevious = 0, sum = 0;
9          if (n > 0) {
10             System.out.println(sumFunction(n, k, aPrevious, sum));
11         } else {
12             System.out.println("Invalid number");
13         }
14     }
15
16     private static double sumFunction(int n, int k, double aPrevious, double sum) {
17         double a;
18         if (k == 0)
19             a = 1;
20         else
21             a = sqrt(abs(4 * aPrevious + 2));
22         if (n >= k) {
23             sum += ((pow(-1, k) / factorial(k)) * (pow((a + 2) / 3, k)));
24             aPrevious = a;
25             return sumFunction(n, k + 1, aPrevious, sum);
26         } else {
27             return sum;
28         }
29     }
30
31     private static long factorial(int k) {
32         if (k == 0)
33             return 1;
34         if (k == 1)
35             return 1;
36         else
37             return k * factorial(k - 1);
38     }
39
40 }

```

◆ Випробовування алгоритму

Блок	Дія
	Початок
1	Ввід 3

2	k = 0
3	aPrevious = 0
4	sum = 0
5	3 > 0 (true)
6	sum = sumFunction(3, 0, 0 ,0)
7	0 == 0 (true)
8	a = 1
9	3 >= 0 (true)
10	sum = 1
11	{ factorial(0)
12	0 == 0 (true)
13	повернути 1 }
14	aPrevious = 1
15	повернути sumFunction(3, 1, 1, 1)
16	sumFunction(3, 1, 1, 1)
17	1 == 0 (false)
18	a = 2.449489742783178
19	3 >= 1
20	sum = -0.48316324759439255
21	{ factorial(1)
22	0 == 1 (false)
23	1 == 1 (true)
24	повернути 1 }
25	aPrevious = 2.449489742783178
26	повернути sumFunction(3, 2, 2.449489742783178, -0.48316324759439255)
27	sumFunction(3, 2, 2.449489742783178, -0.48316324759439255)
28	2 == 0 (false)
29	a = 3.4348157113785174
30	3 >= 2
31	sum = 1.157793519997095
32	{ factorial(2)

33	0 == 2 (false)
34	1 == 2 (false)
35	повернути 2 * factorial(1)
36	factorial(1)
37	0 == 1 (false)
38	1 == 1 (true)
39	повернути 1
40	повернути 2 }
41	aPrevious = 3.4348157113785174
42	повернути sumFunction(3, 3, 3.4348157113785174, 1.157793519997095)
43	sumFunction(3, 3, 3.4348157113785174, 1.157793519997095)
44	3 == 0 (false)
45	a = 3.9672739816546665
46	3 >= 3
47	sum = -0.15384125056075937
48	factorial(3)
49	0 == 3 (false)
50	1 == 3 (false)
51	повернути 3 * factorial(2)
52	factorial(2)
53	0 == 2 (false)
54	1 == 2 (false)
55	повернути 2 * factorial(1)
56	factorial(1)
57	0 == 1 (false)
58	1 == 1 (true)
59	повернути 1
60	повернути 2
61	повернути 3}
62	aPrevious = 3.9672739816546665
63	повернути sumFunction(3, 4, 3.9672739816546665, -0.15384125056075937)

64	4 == 0 (false)
65	a = 4.227185343300985
66	3 >= 4 (false)
67	повернути -0.15384125056075937
68	вивід sum
	кінець

◆ Висновок

На лабораторній роботі було декомпозовано задачу на такі етапи: основна програма: визначення основних дій, ініціалізація змінної *k*, ініціалізація змінної *aPrevious*, ініціалізація змінної *sum*, перевірка *n*, виклик рекурсивної функції для обчислення суми *sum*, підпрограма для функції sumFunction: визначення основних дій, задання умови для обчислення *a*, обчислення *a*, задання умови для повернення рекурсивної та термінальної гілок, обчислення суми, присвоєння *s1* значення *a*, підпрограма для функції factorial: визначення основних дій, перевірка *s1* на рівність нулю, задання умови для повернення рекурсивної та термінальної гілок. Було досліджено особливості роботи рекурсивних алгоритмів та набуто практичних навичок їх використання під час складання програмних специфікацій підпрограм.