2023年武汉理工大学数学建模训练题目

**第10题：隔热材料的结构优化控制研究**

新型隔热材料 A 具有优良的隔热特性，在航天、军工、石化、建筑、交通等高科技领域中有着广泛的应用。

目前，由单根隔热材料 A 纤维编织成的织物，其热导率可以直接测出；但是单根隔热材料 A 纤维的热导率（本题实验环境下可假定其为定值），因其直径过 小，长径比（长度与直径的比值）较大，无法直接测量。单根纤维导热性能是织物导热性能的基础，也是建立基于纤维的各种织物导热模型的基础。建立一个单 根隔热材料 A 纤维的热导率与织物整体热导率的传热机理模型成为研究重点。该模型不仅能得到单根隔热材料 A 纤维的热导率，解决当前单根 A 纤维热导率无法测量的技术难题；而且在建立的单根隔热材料 A 纤维热导率与织物热导率的关系模型的基础上，调控织物的编织结构，进行优化设计，能制作出更好的满足在航天、军工、石化、建筑、交通等高科技领域需求的优异隔热性能织物。

织物是由大量单根纤维堆叠交织在一起形成的网状结构，本题只研究平纹织物，如图1和图2所示。不同直径纤维制成的织物，其基础结构参数不同，即纤维弯曲角度、织物厚度、经密、纬密等不同，从而影响织物的导热性能。本题，假设任意单根A纤维的垂直切面为圆形，织物中每根纤维始终为一个有弯曲的圆柱。经纱、纬纱弯曲角度10° < θ ≤ 26.565°。

热导率是纤维和织物物理性质中最重要的指标之一。织物的纤维之间存在空隙，空隙里空气为静态空气，静态空气热导率0.0296 W/(mK) 。计算织物热导率时既考虑纤维之间的传热，也不能忽略空隙中空气的传热。

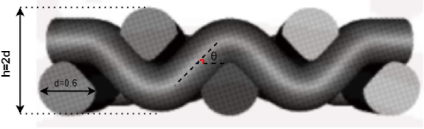


图 1. 平纹织物截面示意图

我们在 25℃实验室环境下，用 Hotdisk 装置对织物进行加热和测量，Hotdisk 恒定功率为 1mW ，作用时间 1s ，在 0.1s时热流恰好传递到织物另一侧。实验测得 0~0.1s之间织物位于热源一侧的温度随时间变化的数据见附件 1。

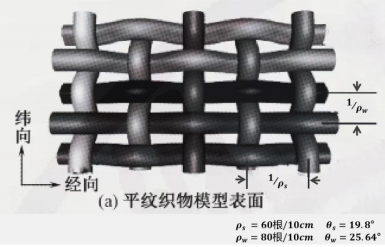


图 2. 平纹织物三维图

请建立数学模型，回答下列问题:

问题 **1**：假设附件 1 的温度为热源侧织物的表面温度，只考虑纤维传热和空隙间的气体传热，建立平纹织物整体热导率与单根纤维热导率之间关系的数学模型。在附件 2的实验样品参数条件下，测得如图 2所示的平纹织物的整体热导率为 0.033W/(mK) ，请根据建立的数学模型计算出单根 A纤维的热导率。

问题 **2**：假设：1）制成织物的任意单根 A纤维的直径在 0.3 mm~0.6 mm。 2）织物位于热源一侧表面温度随时间的变化的数据依旧参考附件 1 。3）由于温度和织物结构造成的织物整体密度和比热的变化可以忽略。请问如何选用单根 A纤维的直径及调整织物的经密、纬密、弯曲角度，使得织物的整体热导率最低。

问题 **3**：如果附件 1的温度实际是热源侧织物表面空气的温度，此时该侧就会发生对流换热，假定织物表面的对流换热系数为 50 W/(m2 K) ，请重新解答问题一和问题二。

2023年武汉理工大学数学建模训练题目

**第11题：不透明制品最优配色方案设计**

日常生活中五彩缤纷的不透明有色制品是由着色剂染色而成。因此，不透明制品的配色对其外观美观度和市场竞争力起着重要作用。然而，传统的人工配色存在一定的局限性，如主观性强、效率低下等。因此，研究如何通过计算机方法来实现不透明制品的配色具有重要意义。

光通过物体传播有吸收、反射和透射三种方式。对于不透明制品来说，大部分光线会被其表面吸收或反射。吸收和反射的光线在经过透明度等校正后按波长分解成不同的颜色成分，形成光谱图。该光谱图通常由 400--700nm 波段的各色光组成。为简化计算，最终配色后的颜色的反射率以20nm 为间隔的光谱数据来表示。对于不透明材料而言，吸收系数K/散射系数S的比值与反射率R之间存在一定关系，具体请参考文献【1】《计算机配色理论及算法的研究》中的K-M光学模型。

基于光学模型得到的颜色参数，可应用于色差的计算。通常，使用色差（不超过1）来作为配色效果好坏的标准。色差计算方法参考文献【2】《基于CIELAB均匀颜色空间和聚类算法的混纺测色研究》中的CIELAB色彩空间的总色差计算方法。其中颜色参数 L\* (明度)、a\* (红绿色度)和 b\*（黄蓝色度）计算中出现的三刺激值 XYZ 的计算方法如下：

*X* = *k* ∫ *S* (*λ*)*x*(*λ*) *R*(*λ*) *d*( *λ*)

700

400

*Y* = *k* ∫ *S* (*λ*)*y*(*λ*) *R*(*λ*) *d*( *λ*)

700

400

*Z* = *k* ∫ *S* (*λ*)*z*(*λ*) *R*(*λ*) *d*( *λ*)

700

400

其中，S (λ)为光谱能量分布，x (λ) , y (λ), z (λ) 为观察者光谱三刺激值， S (λ)分别与x (λ) , y (λ), z (λ) 相乘为固定值见附件1 。R (λ) 为光谱反射率，k 值约为 0.1 ，d (λ)为测量物体反射率波长间隔，本题d (λ) =20nm。

不透明制品配色问题，就是基于光学模型，设计不透明制品的配色模型。相较于人工配色，节省大量人力、物力和财力，对减少能耗具有重要意义。

针对某一不透明制品，已知红、黄、蓝 3 种着色剂在不同浓度不同波长的 K/S 值以及基底材料在不同波长下的 K/S 值，见附件 2 。其中，浓度=着色剂克重/基材重量。每个着色剂的吸收系数 K/散射系数 S 的比值具有加和性，详见文献【1】《计算机配色理论及算法的研究》中的K-M单常数理论。现有10个目标样(二到三种着色剂混合制成)的R值，见附件3，结果展示请保留4位小数。

请建立数学模型解决如下几个问题：

**问题 1：**请分别计算附件 2中三种着色剂在不同波长下 K/S 与浓度的关系， 并将关系式与拟合系数填写在表格中。

表 1 问题 1 相关结果数据

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 波长 | 红 | | 黄 | | 蓝 | |
| 函数关系式 | 拟合系数 | 函数关系式 | 拟合系数 | 函数关系式 | 拟合系数 |
| 400nm |  |  |  |  |  |  |
| 420nm |  |  |  |  |  |  |
| 440nm |  |  |  |  |  |  |
| …… |  |  |  |  |  |  |
| 700nm |  |  |  |  |  |  |

**问题 2：**请建立不透明制品配色的优化模型。在已知目标样的 R值（附件 3） 的前提下，基于光谱三刺激值加权表（附件 1）与着色剂 K/S 基础数据库（附件 2），运用优化模型配出与目标样的色差最为接近的 10 个不同配方，要求色差小于 1。

**问题 3：**在问题 2的基础上，考虑成本控制和批量配色，改进配色模型。对2kg的基底材料进行配色，求出与目标样（附件 3）之间色差最为接近的 10 个不同配方，要求色差小于 1 。色母粒单位克重价格见附件 4。

**问题 4：**在实际生产中，配色所需要的着色剂越少越好，基于此，在问题 3 的基础上，寻找附件 3 中前 5个样本的最优的配色方案，要求每个样本配出 5个不同的配方且色差小于 1。

**提供的数据和资料：**

1. 附件 1（光谱三刺激值加权表）

2. 附件 2（不同浓度不同波长的 K/S 值）

3. 附件 3（10 个样品的 R 值）

4. 附件 4（染料价格）

5.参考文献【1】 姜鹏飞. 计算机配色理论及算法的研究[D/OL]. 中原工学院, 2016

6.参考文献【2】 王林吉. 基于 CIELAB 均匀颜色空间和聚类算法的混纺测色 研究[D]. 浙江理工大学, 2011.

2023年武汉理工大学数学建模训练题目

**第12题：母亲身心健康对婴儿成长的影响**

母亲是婴儿生命中最重要的人之一，她不仅为婴儿提供营养物质和身体保护， 还为婴儿提供情感支持和安全感。母亲心理健康状态的不良状况，如抑郁、焦虑、 压力等，可能会对婴儿的认知、情感、社会行为等方面产生负面影响。压力过大的母亲可能会对婴儿的生理和心理发展产生负面影响，例如影响其睡眠等方面。

附件给出了包括 390名1 至3个月婴儿以及其母亲的相关数据。这些数据涵盖各种主题，母亲的身体指标包括年龄、婚姻状况、教育程度、妊娠时间、 分娩方式，以及产妇心理指标CBTS（分娩相关创伤后应激障碍问卷）、EPDS（爱丁堡产后抑郁量表）、HADS（医院焦虑抑郁量表）和婴儿睡眠质量指标包括整晚睡眠时间、睡醒次数和入睡方式。

请查阅相关文献，了解专业背景，根据题目数据建立数学模型，回答下列问题。

**问题1:** 许多研究表明，母亲的身体指标和心理指标对婴儿的行为特征和睡眠质量有影响，请问是否存在这样的规律，根据附件中的数据对此进行研究。

**问题2:**婴儿行为问卷是一个用于评估婴儿行为特征的量表，其中包含了一些关于婴儿情绪和反应的问题。我们将婴儿的行为特征分为三种类型：安静型、中等型、矛盾型。请你建立婴儿的行为特征与母亲的身体指标与心理指标的关系模型。数据表中最后有20组（编号391-410号）婴儿的行为特征信息被删除，请你判断他们是属于什么类型。

**问题3:**对母亲焦虑的干预有助于提高母亲的心理健康水平，还可以改善母婴交互质量，促进婴儿的认知、情感和社交发展。CBTS、EPDS、HADS的治疗费用相对于患病程度的变化率均与治疗费用呈正比，经调研，给出了两个分数对应的治疗费用，详见表1。现有一个行为特征为矛盾型的婴儿，编号为238。请你建立模型，分析最少需要花费多少治疗费用，能够使婴儿的行为特征从矛盾型变为中等型？若要使其行为特征变为安静型，治疗方案需要如何调整？

**问题4:**婴儿的睡眠质量指标包含整晚睡眠时间、睡醒次数、入睡方式。请你对婴儿的睡眠质量进行优、良、中、差四分类综合评判，并建立婴儿综合睡眠质量与母亲的身体指标、心理指标的关联模型，预测最后20组（编号391-410号）婴儿的综合睡眠质量。

**问题5:**在问题三的基础上，若需要让238号婴儿的睡眠质量评级为优，请问问题三的治疗策略是否需要调整？如何调整？

表1. 患病得分与治疗费用

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CBTS | | EPDS | | HADS | |
| 得分 | 治疗费用  （元） | 得分 | 治疗费用  （元） | 得分 | 治疗费用  （元） |
| 0 | 200 | 0 | 500 | 0 | 300 |
| 3 | 2812 | 2 | 1890 | 5 | 12500 |