Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Computación

Biased Random Key Genetic Algorithm con Búsqueda Local para el Team Orienteering Problem

Tesis presentada para optar al título de
Licenciado en Ciencias de la Computación

Alejandro Federico Lix Klett

Director: Loiseau, Irene

Buenos Aires, 2017

BIASED RANDOM KEY GENETIC ALGORITHM CON BÚSQUEDA LOCAL PARA EL TEAM ORIENTEERING PROBLEM

En el *Orienteering Problem* (OP), se da un conjunto de nodos, cada uno con un beneficio determinado. El objetivo es determinar una ruta, limitado en su longitud, que visita a algunos nodos maximizando la suma de los beneficios obtenidos. El OP se puede formular de la siguiente manera. Dado n nodos en el plano euclidiano, cada uno con un beneficio, donde $beneficio(nodo_i) \geq 0$ y $beneficio(nodo_1) = beneficio(nodo_n) = 0$, se debe encontrar una ruta de beneficio máximo a través de estos nodos, iniciando en $nodo_1$ y finalizando en $nodo_n$, de longitud no mayor que $tMax$. Tsiligirides [22] se refirió a esto como *Generalized Traveling Salesman Problem* (GTSP).

El *Team Orienteering Problem* (TOP) es la generalización al caso de múltiples rutas del *Orienteering Problem*. Resolver TOP implica encontrar un conjunto de rutas desde el punto de inicio hasta el punto final de forma tal que se maximice la sumatoria de beneficios recolectados, la distancia de todas las rutas no supere a $tMax$ y ningún nodo sea visitado más de una vez. El OP pertenece a la clase problemas NP-Completo ya que contiene al problema *Traveling Salesman Problem* como caso especial (ver Garey y Johnson [13]). De la misma manera, TOP pertenece a la clase de problemas NP-Completo porque contiene a OP como un caso especial donde solo hay una ruta. Resolver TOP requiere determinar un orden para cada ruta y además, seleccionar qué subconjunto de nodos a visitar, ya que no necesariamente se visitan todos los nodos.

En esta tesis, se propone un algoritmo genético llamado *Biased Random Key Genetic Algorithm* (BRKGA) para resolver TOP. El BRKGA inicializa su población utilizando un decodificador que convierte un conjunto de vectores de clave aleatoria, en un conjunto de soluciones válidas del problema. El BRKGA es una variante del *Random Key Genetic Algorithm* (RKGA). El BRKGA se diferencia del RKGA en el proceso de apareamiento, en BRKGA uno de los padres utilizado siempre pertenece al subconjunto de las mejores soluciones de la población y este padre tiene mayor probabilidad de trasmitir sus genes a la solución hija.

En mi algoritmo, en cada nueva generación, la mejor solución se mejora con una búsqueda local. Los algoritmos de búsqueda local *Insert*, *Swap*, *Replace* y *2-Opt* se utilizan para encontrar mejores soluciones vecinas de una solución dada.

Los experimentos computacionales se realizan en instancias estándar. Luego, estos resultados se compararon con los resultados obtenidos por Chao, Golden y Wasil [9] (CGW), Tang y Miller-Hooks [21] (TMH) y Archetti, Hertz, Speranza [1] (AHS). Mis resultados son muy buenos y competitivos en la mayoría de las instancias.

Keywords: Team Orienteering Problem, Biased Random Key Genetic Algorithm, Problema de Enrutamiento, Búsqueda Local, Construcción de Soluciones Golosas.

BIASED RANDOM KEY GENETIC ALGORITHM WITH LOCAL SEARCH FOR THE TEAM ORIENTEERING PROBLEM

In the*Orienteering Problem* (OP), a set of nodes is given, each with a certain benefit. The objective is to determine a path, limited in length, that visits some nodes in order that maximizes the sum of the collected benefits. The OP can be formulated in the following way. Given n nodes in the euclidean plane each with a benefit, where $benefit(node_i) \geq 0$ y $benefit(node_1) = benefit(node_n) = 0$, find a route of maximum score through these nodes beginning at $node_1$ and ending at $node_n$ of length no greater than $tMax$. Tsiligirides [22] refers to this as the *Generalized Traveling Salesman Problem* (GTSP).

The *Team Orienteering Problem* (TOP) is the generalization to the case of multiple tours of the *Orienteering Problem*. Solving TOP involves finding a set of paths from the starting point to the ending point such that the total collected benefit received from visiting a subset of nodes is maximized, the length of each path is restricted by $tMax$ and no node is visited more than once. The OP belongs to the class of NP-Hard problems, as it contains the well known *Traveling Salesman Problem* as a special case (see Garey y Johnson [13]). In the same way, TOP belongs to the NP-Hard problems as it contains the OP as a special case when there is only one path. Solving TOP requires not only determining a calling order on each tour, but also selecting which subset of nodes in the graph to service.

In this thesis, a genetic algorithm called *Biased Random Key Genetic Algorithm* (BRKGA) is proposed to solve TOP. The BRKGA algorithm initialize its population using a decoder that converts a set of random-key vectors into a set of valid solutions of the problem. The BRKGA is a variant of the *Random Key Genetic Algorithm* (RKGA). The BRKGA differs from RKGA in the mating process, in BRKGA one of the parents always belongs to the set of best solutions of the population and this parent has better chances of transmitting his gens to the child solution.

In my algorithm, in every new generation, the best solution is enhanced with a local search. The local search algorithms *Insert*, *Swap*, *Replace* and *2-Opt* are used in order to find better neighbor solutions of a given solution.

Computational experiments are made on standard instances. Then, this results, were compared to the results obtained by Chao, Golden, and Wasil [9] (CGW), Tang and Miller-Hooks [21] (TMH) and Archetti, Hertz, Speranza [1] (AHS). My results are are very good and competitive in most instances.

Keywords: Team orienteering problem, Biased Random Key Genetic Algorithm, Routing Problem, Local Search Heuristic, Greedy Solution Construction.

Índice general

1. INTRODUCCIÓN

Orienteering es un deporte al aire libre usualmente jugado en una zona montañosa o fuertemente boscosa. Con ayuda de un mapa y una brújula, un competidor comienza en un punto de control específico e intenta visitar tantos otros puntos de control como sea posible dentro de un límite de tiempo prescrito y regresa a un punto de control especificado. Cada punto de control tiene una puntuación asociada, de modo que el objetivo de la orientación es maximizar la puntuación total. Un competidor que llegue al punto final después de que el tiempo haya expirado es descalificado. El competidor elegible con la puntuación más alta es declarado ganador. Dado que el tiempo es limitado, un competidor puede no ser capaz de visitar todos los puntos de control. Un competidor tiene que seleccionar un subconjunto de puntos de control para visitar que maximizarán la puntuación total sujeto a la restricción de tiempo. Esto se conoce como *Orienteering Problem* y se denota por OP.

El equipo de orientación extiende la versión de un solo competidor del deporte. Un equipo formado por varios competidores (digamos 2, 3 o 4 miembros) comienza en el mismo punto. Cada miembro del equipo intenta visitar tantos puntos de control como sea posible dentro de un límite de tiempo prescrito, y luego termina en el punto final. Una vez que un miembro del equipo visita un punto y se le otorga la puntuación asociada, ningún otro miembro del equipo puede obtener una puntuación por visitar el mismo punto. Por lo tanto, cada miembro de un equipo tiene que seleccionar un subconjunto de puntos de control para visitar, de modo que haya una superposición mínima en los puntos visitados por cada miembro del equipo, el límite de tiempo no sea violado y la puntuación total del equipo sea maximizada. Se llama *Team Orienteering Problem* y lo denotan por TOP.

La versión de un solo competidor (OP) de este problema es NP-Completa como demostraron Golden, Levy, y Vohra [16], por lo que el TOP es al menos tan difícil. Por lo tanto, la mayoría de las propuestas para estos problemas se han centrado en proporcionar enfoques heurísticos.

El TOP ha sido reconocido como un modelo de muchas aplicaciones reales diferentes como por ejemplo:

I El juego deportivo de orientación de equipo explicado anteriormente (ver Chao et al [9]).

II Algunas aplicaciones de servicios de recogida o entrega que implican el uso de transportistas comunes y flotas privadas (ver Ballou y Chowdhury [3]).

III La planificación de viajes turísticos.

IV El problema de entrega de combustible con vehículos múltiples de Golden, Levy y Vohra [16]. Una flota de camiones debe entregar combustible a una gran cantidad de clientes diariamente. Una característica clave de este problema es que el suministro de combustible del cliente (nivel de inventario) debe mantenerse en un nivel adecuado en todo momento. Es decir, cada cliente tiene una capacidad de tanque conocida y se espera que su nivel de combustible permanezca por encima de un valor crítico

preespecificado que puede denominarse punto de reabastecimiento. Las entregas siguen un sistema de empuje en el sentido de que están programados por la empresa en base a un pronóstico de los niveles de los tanques de los clientes. Los desabastecimientos son costosos y deben evitarse cuando sea posible.

v El reclutamiento de jugadores de fútbol americano universitario de Butt y Cavalier [7]. Un método exitoso de reclutamiento utilizado en muchas pequeñas divisiones del *National Collegiate Athletic Association* es visitar los campus de las escuelas secundarias y reunirse con los miembros superiores de los equipos de fútbol americano. A modo maximizar su potencial para reclutar futuros jugadores, deben visitar tantas escuelas secundarias como sea posible dentro de un radio de 100 km del campus. Pero, sabían por experiencia previa que visitar todas las escuelas en esta área no era posible. Por lo tanto, querían visitar el mejor subconjunto de escuelas en esta área.

vi El enrutamiento de técnicos para atender a los clientes en ubicaciones geográficamente distribuidas. En este contexto, cada vehículo en el modelo TOP representa un solo técnico y hay a menudo una limitación en el número de horas que cada técnico puede programar para trabajar en un día dado. Por lo tanto, puede no ser posible incluir a todos los clientes que requieren servicio en los horarios de los técnicos para un día determinado. En su lugar, se seleccionará un subconjunto de los clientes. Las decisiones sobre qué clientes elegir para su inclusión en cada uno de los horarios de los técnicos de servicio pueden tener en cuenta la importancia del cliente o la urgencia de la tarea. Notar que este requisito de selección de clientes también surge en muchas aplicaciones de enrutamiento en tiempo real.

Para la generación y comparación de resultados se utilizaron instancias de test de Tsiligirides y de Chao [17]. Ambos autores comparten el mismo formato.

Una instancia de TOP contiene:

- N vehículos de carga. Cada vehículo tiene una distancia máxima, llamada $tMax$, que puede recorrer. En esta implementación cada vehículo puede tener una distancia máxima diferente. De todos modos en las instancias de test utilizadas, los vehículos tienen el mismo $tMax$.
- M clientes. Un cliente es un nodo con beneficio mayor a cero. Cada cliente tienen un set de coordenadas X e Y que representan su ubicación en un plano cartesiano.
- Un nodo de inicio y fin de ruta. Todos los vehículos comparten inician y finalizan el recorrido en estos nodos. Ambos nodos tienen un beneficio de cero y tienen un set de coordenadas X e Y.

También es importante mencionar que:

- Todas las instancias del benchmark utilizan un plano cartesiano y se utiliza la distancia euclidiana para medir distancias.
- Una solución es valida si:
  - Para todo vehículo, la distancia de su ruta es menor o igual a la distancia máxima ($tMax$) del vehículo que realiza tal ruta.
  - Ningún cliente pertenece a dos rutas distintas.
  - Toda ruta parte del nodo de inicio y finaliza en el nodo de fin.
- La función objetivo retorna la sumatoria de los beneficios de los clientes visitados.

En el capítulo 2 se encuentra la revisión bibliográfica, donde se sintetizaron las propuestas de los trabajos previos que resolvieron TOP. En el capítulo 3 se presentará el modelo matemático de TOP, es el mismo que presentaron Tang y Miller-Hooks [21] . En el capítulo 4 se explica sobre algoritmos genéticos en general, luego se explica en particular el RKGA y el BRKGA. Por último se comenta sobre el algoritmo decodificador que utiliza el BRKGA. En el capítulo 5 se detalla en profundidad la implementación de toda la solución. Comenzando por los decoder utilizados, su eficiencia, desventajas y comportamiento. Luego se explica el algoritmo BRKGA, detallando las configuraciones testeadas, resultados parciales y problemas encontrados. Por ultimo en este mismo capitulo se describen las búsquedas locales implementadas, el objetivo de cada una, los distintos ordenes en que se aplicaron las búsquedas locales y los resultados parciales sobre un subconjunto diverso del benchmark de instancias. En el capítulo 6 muestro los resultados obtenidos sobre 199 instancias del benchmark de problemas. Por último en el capítulo 7 comento sobre las conclusiones y trabajos futuros.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Existe una gran cantidad de aplicaciones que pueden ser modelas por TOP. Es por esto que la clase de problemas de enrutamiento de vehículos con ganancias es amplia. En el 2013, C. Archetti, M.G. Speranza, D. Vigo [2] publicaron una revisión sobre esta clase de problemas. En este capítulo voy a referenciar varias de la publicaciones que referenciaron, y otras trabajos que encontré relacionados con TOP.

La primera heurística propuesta para el TOP es un algoritmo de construcción simple introducido en Butt y Cavalier [7] y probado en pequeñas instancias de tamaño con hasta 15 nodos. En su heurística *MaxImp*, se asignan pesos a cada par de nodos de modo que cuanto mayor es el peso, más beneficioso es no solo visitar esos dos nodos, sino visitarlos en el mismo recorrido. Su peso depende de cuán beneficioso sean los nodos y las sumas de las distancias de ir y volver por esos nodos. Fue introducido con el nombre *Multiple Tour Maximum Collection Problem*.

Una heurística de construcción más sofisticada se da en Chao, Golden y Wasil (CGW) [9]. Este es la primer publicación donde aparece el nombre TOP. Este nombre fue acuñado por Chao et al. para resaltar la conexión con el más ampliamente estudió caso de un solo vehículo (OP). La solución inicial se refina a través de movimientos de los clientes, los intercambios y varias estrategias de reinicio. En este trabajo mencionan que TOP puede ser modelado como un problema de optimización multinivel. En el primer nivel, se debe seleccionar un subconjunto de puntos para que el equipo visite. En el segundo nivel, se asignan puntos a cada miembro del equipo. En el tercer nivel, se construye un camino a través de los puntos asignados a cada miembro del equipo. El algoritmo resultante se prueba en un conjunto de 353 instancias de prueba con hasta 102 clientes y hasta 4 vehículos.

El primer algoritmo exacto para TOP es propuesto por Butt y Ryan [8]. Comienzan a partir de una formulación de partición configurada y su algoritmo hace un uso eficiente tanto de la generación de columnas como de la bifurcación de restricciones. El algoritmo es capaz de resolver instancias con hasta 100 clientes potenciales cuando las rutas incluyen solo unos pocos clientes cada uno. Más recientemente, Boussier et al. [6] presentaron un algoritmo de *Branch and Price*. Gracias a diversos procedimientos de aceleración en el paso de generación de columnas, puede resolver instancias con hasta 100 clientes potenciales del gran conjunto de instancias de referencia propuestas en Chao et al. [9].

Luego, se aplicaron varias metaheurísticas al TOP, partiendo del algoritmo de *Tabu Search* introducido en Tang y Miller-Hooks (TMH) [21], que está incorporado en un *Adaptive Memory Procedure* (AMP) que alterna entre vecindarios pequeños y grandes durante la búsqueda. La heurística de búsqueda tabú propuesta por TMH para el TOP se puede caracterizar en términos generales en tres pasos: inicialización, mejora de la solución y evaluación. Paso A, iniciación desde el AMP: dada la solución actual S determinada en el AMP, establece los parámetros tabu a una pequeña etapa del vecindario en la que solo se explorará una pequeña cantidad de soluciones de vecindario. Paso B, mejora: genera mediante procedimientos aleatorios y golosos una cantidad de soluciones de vecindario

(validas e invalidas) a la solución actual en función de los parámetros tabú actuales. Note que en iteraciones selectas, la secuencia de cada una de estas soluciones de vecindario se mejora mediante procedimientos heurísticos. Paso C, evaluación: Se selecciona la mejor solución que no sea tabú entre los candidatos generados en el paso B (el estado tabu puede anularse si la mejor solución tabu es mejor que la mejor solución factible actual). Dependiendo del tamaño actual del vecindario y la calidad de la solución, se establece el parámetro del tamaño del vecindario en etapas grandes o pequeñas y regrese al Paso A o al B. Nótese que como señala Golden et al. [15], el AMP funciona de forma similar a los algoritmos genéticos, con la excepción de que la descendencia (en AMP, las nuevas soluciones iniciales) se puede generar a partir de más de dos padres. Sus resultados de experimentos computacionales realizados sobre el mismo conjunto de problemas de Chao et al. muestran que la técnica propuesta produce consistentemente soluciones de alta calidad y supera a otras heurísticas publicadas hasta tal momento para el TOP.

Archetti et al. [1] proponen dos variantes de un algoritmo de un *Tabu Search* generalizado y un algoritmo llamado *Variable Neighborhood Search* (VNS). El VNS parte de una solución titular s, desde donde dan un salto a una solución s'. Se llama salto porque se hace dentro de un vecindario más grande que el vecindario utilizado para la búsqueda tabú. Luego aplican una búsqueda tabú en s' para tratar de mejorarla. La solución resultante s'' se compara luego con s. Si se sigue una estrategia VNS, entonces s'' se convierte en el nuevo titular solo si s'' es mejor que s. En la estrategia de búsqueda tabú generalizada, se establece $s = s''$ incluso si s'' es peor que s. Este proceso se repite hasta que se cumplan algunos criterios de detención.

Ke et al. [18] proponen un *Ant colony Optimization* (ACO) que utiliza cuatro métodos diferentes para construir soluciones candidatas. ACO es una clase de metaheurísticas basadas en población. Utiliza una colonia de hormigas, que están guiadas por rastros de feromonas e información heurística, para construir soluciones de forma iterativa para un problema. El procedimiento principal se puede describir de la siguiente manera: una vez que se inicializan todos los rastros y parámetros de feromonas, las hormigas construyen soluciones iterativamente hasta que se alcanza un criterio de detención. El procedimiento iterativo principal consta de dos pasos. En el primer paso, cada hormiga construye una solución de acuerdo con la regla de transición. Entonces se puede adoptar un procedimiento de búsqueda local para mejorar una o más soluciones. En el segundo paso, los valores de las feromonas se actualizan de acuerdo con una regla de actualización de feromonas. Un punto clave en ACO es construir soluciones candidatas. Proponen cuatro métodos, los métodos secuencial, determinista-concurrente, aleatorio-concurrente y simultáneo.

Los autores Vansteenwegen et al. [23], crearon un algoritmo compuesto donde primero construyen una solución y luego la mejoran con una combinación de heuristicas de búsqueda local. Tales heuristicas como *Swap*, *Replace*, *Move*, *Insert* y *2-Opt*. Una vez que la solución es mejorada, si es la mejor encontrada hasta el momento la guardan. Luego tienen un método para encontrar nuevas soluciones partiendo de una solución, quitándole destinos a las rutas y así poder explorar distintas opciones.

Souffriau et al. [19] combinan un *Greedy Randomised Adative Search Procedure* (GRASP) con un *Path Relinking* (PR) para resolver TOP. Su algoritmo a grandes rasgos consta de una iteración de cuatro partes que se detiene una vez que no encuentra una mejor solución

luego de una determinada cantidad de iteraciones. El primer paso es el de la construcción de una solución utilizando GRASP. Luego se realiza una búsqueda local donde aplican *2-Opt*, *Swap*, *Replace* y *Insert*. En el tercer paso se hace el PR entre la solución construida y las soluciones del conjunto de elite. En el último paso se actualiza el conjunto de elite. Se inserta la mejor solución obtenida si el conjunto de elite no esta completo aun. En caso de que el conjunto de elite este completo, si la peor solución del conjunto es superada por la solución de la iteración actual, se reemplazan.

Bouly et al. [5] idearon un *Memetic Algorithm* (MA) para resolver TOP. Los MA son una combinación de un algoritmo genético y técnicas de búsqueda local. En su trabajo usan una codificación indirecta simple que denotan como un recorrido gigante, y un procedimiento de división óptima como el proceso de decodificación. Se dice que una codificación es indirecta si se necesita un procedimiento de decodificación para extraer soluciones de los cromosomas. El procedimiento de división que propusieron es específico del TOP. Sus resultados fueron muy buenos y en cinco instancias del benchmark de problemas superaron al mejor resultado al momento de su publicación.

Dang et al. [11], este siendo el mejor actual en su clase, proponen un *Particle Swarm Optimization based Memetic Algorithm* (PSOMA) para resolver TOP. Su algoritmo PSOMA provee de soluciones de alta calidad para TOP. El algoritmo está relativamente cerca de MA propuesto en Bouly et al. [5] y presenta los mismos componentes básicos, como la técnica de división de rutas, el inicializador de población y los barrios de búsqueda local. Sin embargo, el esquema global se ha modificado por una optimización de enjambre de partículas. La optimización de enjambre de partículas (PSO) es una de las técnicas de inteligencia de enjambre con la idea básica de simular la inteligencia colectiva y el comportamiento social de los animales salvajes.

Ferreira et al. [12] implementan un *Genetic Algorithm* (GA) para resolver TOP. Su algoritmo consiste básicamente de tres componentes. El más elemental, llamado cromosoma, representa un conjunto de vehículos y sus rutas. El segundo componente es su proceso de evolución, responsable de hacer el cruzamiento (crossover) y mutaciones dentro de una población. Su último componente vendría a ser el algoritmo responsable de controlar el proceso evolutivo, asegurándose que los cromosomas (soluciones) sean validas respecto de las restricciones de la instancia de TOP. En su proceso de cruzamiento se toman dos cromosomas y generan dos nuevos cromosomas utilizando aleatoriamente rutas de los cromosomas originales. Sus resultados fueron razonablemente buenos, pero no superiores a los de Dang et al. [11] y Bouly et al. [5], por este motivo no los compare con los de este trabajo.

Esos fueron los trabajos encontrados en mi investigación sobre trabajos previos, hay algunos que implementen algoritmos genéticos pero ninguno que implemente un *Biased Random Key Generation Algorithm* (BRKGA).

3. MODELO MATEMATICO

4. BIASED RANDOM KEY GENETIC ALGORITHM

4.1. Algoritmos Genéticos

Los *Genetic Algorithims* (GA), [14] aplican el concepto de supervivencia del más apto para encontrar soluciones óptimas o casi óptimas a los problemas de optimización combinatoria. Se hace una analogía entre una solución y un individuo en una población. Cada individuo es un cromosoma que codifica una solución. Un cromosoma consiste en una cadena de genes. Cada gen puede tomar un valor, llamado alelo, de algún alfabeto. Los cromosomas tienen asociado a ellos un nivel de condición física que está correlacionado con el correspondiente valor de la función objetivo de la solución que codifica. Los algoritmos genéticos manejan un conjunto de individuos que forman una población, a lo largo de varias generaciones. En cada generación se crea una nueva población con individuos provenientes de tres fuentes distintas. La primer fuente de individuos es el conjunto de soluciones elite, es decir las de mejor condición física. La segunda fuente de individuos provienen del *crossover* (apareamiento), el *crossover* es el método a través por el cual se obtiene un nuevo individuo a partir de dos individuos de la generación anterior. Por último se completa la nueva generación con individuos mutantes. Los mutantes son individuos generados al azar con el fin de escapar de atrapamientos en mínimos locales y diversificar la población. El concepto de supervivencia del más apto puede aparecer en los algoritmos genéticos de varias formas, dependiendo de la implementación en particular. Generalmente el conjunto de soluciones de elite pasan directamente a la nueva generación. Además en el método de apareamiento, cuando los individuos son seleccionados para aparearse y producir descendencia, aunque los individuos sean seleccionados al azar, aquellos con mejor aptitud física tienen mayor probabilidad de ser elegidos para generar descendientes y mayor probabilidad de transmitir sus genes a sus hijos.

4.2. Random Key Genetic Algorithms

El *Random Key Genetic Algorithms* (RKGA) fue introducido por Bean en *Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization.* [4]. En RKGA, los cromosomas o individuos son representados por un vector de números reales generados al azar en el intervalo [0, 1]. El decodificador es el responsable de convertir un cromosoma en una solución del problema de optimización combinatoria, para el cual se puede calcular su valor objetivo o aptitud física. Los algoritmos RKGAs evolucionan una población de vectores de claves aleatorios sobre una serie de iteraciones llamadas generaciones. La población inicial se compone de p_t vectores de claves aleatorias. Todos los vectores contienen la misma cantidad de claves aleatorias llamadas alelos. Cada alelo se genera independientemente al azar en el intervalo real [0, 1]. Después de obtener las soluciones utilizando el decodificador, se calcula la aptitud de cada individuo de la población, luego la población se divide en dos grupos de individuos. Se obtiene por un lado un pequeño grupo de individuos de élite, es decir aquellos con mejores valores de aptitud física Denotamos el tamaño del conjunto de elite como p_e. El segundo grupo se conforma por todos los individuos restantes, es el grupo de no-elite y su tamaño es $p_t - p_e$. Todo individuo del conjunto de elite tiene mayor aptitud fisica que cualquier individuo del conjunto de no-elite y el tamaño del conjunto de elite es

menor al tamaño del conjunto de no-elite, es decir $p_e < p_t - p_e$. Con el fin de evolucionar a la población, un RKGA utiliza una estrategia elitista ya que todos los individuos de élite de la generación k se copian sin cambios a la generación $k + 1$. Esta estrategia mantiene un seguimiento de las buenas soluciones encontradas durante las iteraciones del algoritmo que resulta en una heurística de mejora monotónica. En los RKGAs, se generan individuos mutantes a partir de un vector de claves aleatorias, de la misma manera que los individuos de la población inicial. Con la población p_e (elites) y la población p_m (mutantes), un conjunto adicional de individuos $p_t - p_e - p_m$ es requerido para completar la generación $k + 1$. Esto se hace generando una descendencia mediante el proceso de *crossover*, en el RKGA los padres son elegidos al azar sobre toda la población y cada padre tiene la misma probabilidad de transmitir sus genes al individuo resultante.

4.3. Biased Random Key Genetic Algorithms

El *Biased Random Key Genetic Algorithms* (BRKGA), difiere del RKGA en la forma en que los padres son seleccionados para el *crossover*. En un BRKGA, cada elemento se genera combinando un elemento seleccionado al azar del conjunto de elite y el otro de la partición no elite. En algunos casos el segundo padre se selecciona de toda la población mientras sean dos padres diferentes. Se permite la repetición en la selección de un padre y, por lo tanto, un individuo puede producir más de un hijo. Como el tamaño del conjunto de elite es menor al conjunto de no-elite ($p_e < p_t - p_e$), la probabilidad de que un individuo de elite sea seleccionado para el apareamiento es mayor que la de un individuo no-elite. Por lo tanto un individuo de elite tiene un mayor probabilidad de transmitir sus genes a generaciones futuras. Otro factor que contribuye a este fin es el *parameterized uniform crossover* (Spears y DeJong [20]), el mecanismo utilizado para implementar el apareamiento en BRKGAs. Sea $\rho_e > 0,5$ la probabilidad de que un descendiente herede el alelo de su padre de elite. Sea n el número de alelos de un individuo, para $i = 1, ..., n$ el i-ésimo alelo c_i del descendiente c, este alelo c_i toma el valor del i-ésimo alelo e_i del padre de elite e con una probabilidad ρ_e y el valor del e'_i del padre no-elite con probabilidad $1 - \rho_e$. Este proceso se puede ver en la figura 4.1. Como $\rho_e > 0,5$, luego $\rho_e > 1 - \rho_e$, por lo tanto es más probable que el individuo resultante herede características del padre de élite que las del padre de no-élite. Dado que asumimos que cualquier vector de clave aleatoria puede ser decodificado en una solución, entonces el cromosoma resultante del *crossover* siempre decodifica en una solución válida del problema de optimización combinatoria.

En la figura 4.2 se puede observar como funciona la evolución. Los individuos son ordenados por su aptitud y marcados como elite y no-elite. Vemos como los individuos de elite pasan directamente a la siguiente generación. Un porcentage pequeño de la nueva generación es conformado por individuos mutantes, generados al azar como la población inicial. Y complementa la nueva población los individuos generados por el *crossover* entre un individuo elite con un individuo no-elite.

En la figura 4.1 se puede observar como funciona el *parameterized uniform crossover*. El primer vector de alelos es de un individuo de elite, el segundo vector de alelos es de un individuo no-elite. Se decide que alelos tomará el individuo resultante utilizando un vector de reales aleatorio del mismo tamaño que los vectores de alelos. Los reales aleatorios toman un valor real en el intervalo [0,1]. En este ejemplo se utiliza un $\rho_e = 0{,}70$ incrementando la probabilidad de que el cromosoma resultante obtenga los alelos del cromosoma elite.

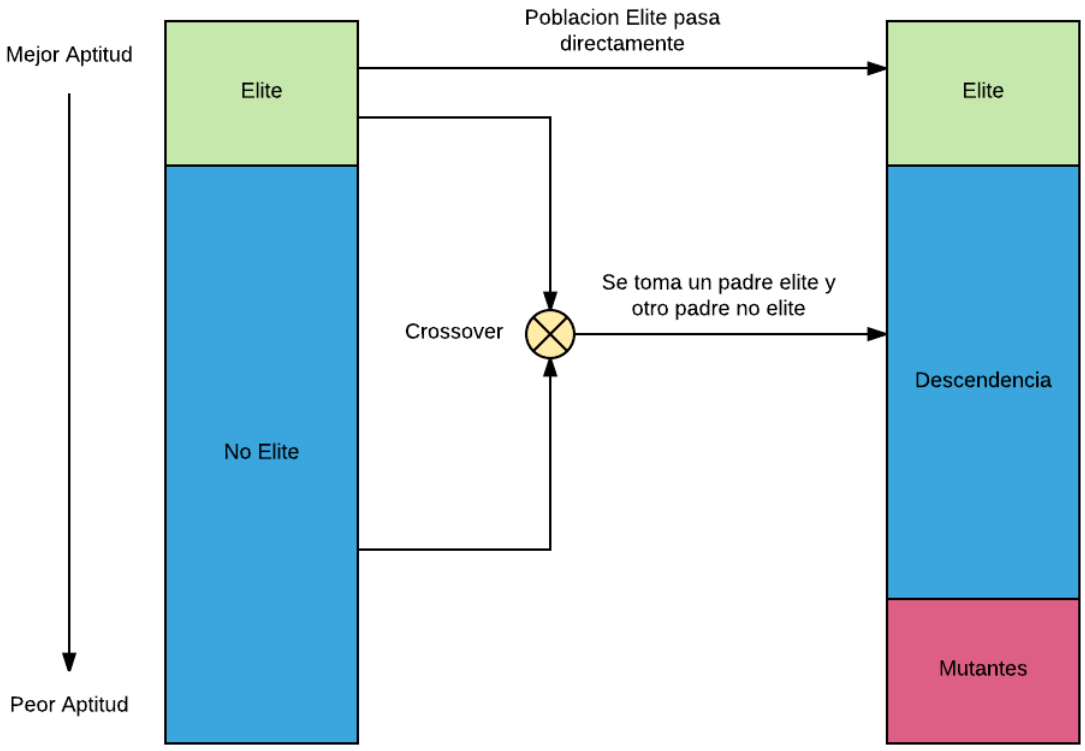
Fig. 4.1: bias crossover

4.4. Decodificador del BRKGA

Una característica importante para mencionar del BRKGA es que el decodificador es el único modulo del algoritmo que requiere conocimiento del dominio del problema. El decodificador transforma un vector de enteros aleatorios en una instancia de una solución del problema. El decodificador funciona como un adaptador, por lo tanto si hacemos un decodificador para otro problema podríamos reutilizar el modulo de BRKGA.

En el caso de esta implementación del BRKGA, entre cada generación se ejecuta una búsqueda local sobre las mejores soluciones de la población. Como estas búsquedas locales trabajan con una solución decodificada, requiere que exista un objeto codificador para actualizar el vector aleatorio de enteros de la solución mejorada. Es decir, un algoritmo capas de convertir una solución del problema en un vector de enteros aleatorios. De este modo, una vez que se mejora una solución, se actualiza su vector de enteros aleatorios que lo representa y luego sigue el curso normal del BRKGA.

Fig. 4.2: Evolución de una población



5. ALGORITMO BRKGA CON BÚSQUEDA LOCAL PARA TOP

En el presente capítulo describiremos en detalle la solución implementada para el *Team Orienteering Problem*. La implementación se la puede dividir en 3 módulos importantes. Primero el decodificador, que como mencionamos en el capítulo BRKGA tiene la tarea de convertir un arreglo de enteros aleatorios en una solución válida del problema. Luego el algoritmo BRKGA, cuya implementación puede hacerse con total independencia del problema a resolver. Por último las búsquedas locales aplicadas en cada nueva generación a los mejores individuo de la población.

TODO: Agregar mencion de resultados de BDM
En el capítulo *Resultados* se mostrará en detalle los resultados obtenidos de la versión final de la implementación sobre el benchmark de problemas de Chao y Tsiligirides [17]. Se compararon los resultados con los obtenidos de los trabajos previos de Chao et al. [9] (CGW), de Archetti et al. [1] (AHS) y los de Tang and E. Miller-Hooks [21] (TMH).

En este capítulo mostré los resultados parciales obtenidos a lo largo del desarrollo de la implementación. A modo de analizar el rendimiento de una solución de forma simple y rápida cree un índice que llamo *índice de efectividad* (i_e). El i_e muestra que tan buena es la solución encontrada. Esto se hace comparando el beneficio de mi solución encontrada con el beneficio de la mejor solución para el la misma instancia del problema. Se utilizaron los resultados de los trabajos previos mencionados para crear el índice de efectividad. Es importante destacar que el i_e no es la función objetivo. La función objetivo es maximizar el beneficio a recolectar.

Se seleccionó un subconjunto del benchmark de instancias de problemas de Chao y Tsiligirides [17] para medir el progreso de mi desarrollo. Las seis instancias seleccionadas varían en cantidad de clientes y vehículos, esto es importante para que el análisis del rendimiento sea lo más objetivo posible. Luego de obtener una solución para cada una de estas instancias, se calcula el i_e que definí de la siguiente manera:
TODO: Agregar profit de resultados de BDM

$$bestProfit(i) = max(profit(CGW(i)), profit(AHS(i)), profit(TMH(i))) \tag{5.1}$$

$$i_e(imp_{v.xyz}, i) = profit(imp_{v.xyz}(i))/bestProfit(i) \tag{5.2}$$

De la primera ecuación (5.1) obtenemos el mejor beneficio de entre los trabajos previos seleccionados para la instancia i. Luego en la función (5.2) calculo que tan efectiva es la versión xyz de mi implementación para la instancia i. Esto se hace dividiendo el beneficio obtenido de mi implementación sobre el mejor beneficio calculado previamente. Luego analizar el rendimiento de i_e es muy sencillo. Si $i_e = 1$, la solución encontrada es tan buena como la mejor solución encontrada hasta el momento. Si $0{,}90 < i_e < 1$, luego la solución encontrada no es tan buena como la mejor pero la considero competitiva.

Se explicará en detalle el funcionamiento de los módulos que componen la implementación, incluyendo su pseudocódigo y los resultados parciales obtenidos luego de implementar tal módulo. El pseudocódigo utilizado sigue la sintaxis de c#, el lenguaje en el cual implemente el desarrollo. El objetivo del pseudocódigo es ilustrar el comportamiento del método que representa, tal método es implementado con ciertas variaciones que no viene al caso describir. Considere que no aportaba a su descripción las lineas de código relacionadas con: medición de tiempo, monitoreo de estados, testing, manejo de excepciones, persistencia de resultados, etc.

Para la valuación de i_e se eligieron seis instancias del benchmark [17] de modo que fueran variadas entre sí. Tome dos pequeñas, dos medianas y dos grandes, cuyas descripción pueden observarse en la siguiente tabla:

Autor	Instancia	Nodos	Vehículos	tMax
Tsiligirides	p2.2.k	21	2	22.50
Tsiligirides	p2.3.g	21	3	10.70
Tsiligirides	p3.4.p	33	4	22.50
Chao	p5.3.x	66	3	40.00
Chao	p7.2.e	102	2	50.00
Chao	p7.4.t	102	4	100.00

Las tablas donde mostraré el i_e y el beneficio de los resultados parciales tendrá un subconjunto de los siguientes encabezados:

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	C	$\#S$	T_{avg}	B_{max}	B_{min}	B_{avg}	i_{eMax}	i_{eAvg}	BTP_{max}

Descripciones:

- I: Nombre de la instancia.
- $\#N$: Cantidad de nodos (clientes mas punto de partida y fin de recorrido) de la instancia.
- $\#V$: Cantidad de vehículos de la instancia.
- $tMax$: Distancia máxima de la ruta de cada vehículos de la instancia.
- C: Configuración general del BRKGA. Es un código que sintetiza la configuración básica global, explicado en detalle más adelante (ver sección).
- $\#S$: Cantidad de soluciones de las cuales se sacaron los datos.
- T_{avg}: Tiempo promedio en milisegundos de la ejecución total de la implementación.
- B_{max}: Beneficio máximo de las #S soluciones generadas.
- B_{min}: Beneficio mínimo de las #S soluciones generadas.
- B_{avg}: Beneficio promedio de las #S soluciones generadas.

- i_{eMax}: Indice de efectividad máximo. Utilizado en los resultados finales. Utilizo mi mejor beneficio obtenido para una instancia (5.2).
- i_{eAvg}: Indice de efectividad promedio. Utilizado en los resultados parciales. Utilizo el promedio de los beneficios obtenidos para una misma instancia (5.2).
- BTP_{max}: Beneficio de Trabajos Previos máximo para la misma instancia. Los trabajos previos son: CGW [9], AHS [1] y TMH [21].

TODO: Agregar mención de resultados de BDM arriba

5.1. Decodificador

El decodificador debe generar una solución valida del problema dado un vector aleatorio de enteros y conociendo la instancia del problema (vehículos disponibles, clientes, tmax, etc). Con tal objetivo construye una solución valida asignando clientes a las rutas de los vehículos disponibles respetando *tMax*, su distancia máxima de recorrido. El orden en que toma los clientes a asignar es clave y determina la solución resultante. Es el vector de enteros aleatorios quien determina el orden en el cual se tomarán los clientes para asignarlos a una ruta. Por lo tanto el vector tendrá una longitud equivalente a la cantidad de clientes del problema (nodos con beneficio mayor a cero).

Propuse dos decodificadores, uno al cual llamo *Decodificador Simple* y otro que llamé *Decodificador Goloso*. Ambos decodificadores tienen sus ventajas y desventajas.

5.1.1. Orden de los clientes a considerar

Dado una instancia de un problema con n clientes y un vector de enteros aleatorio de tamaño n, un decodificador genera una solución valida de un problema. El vector, en mi implementación, es un vector de *RandomKeys*. Un *RandomKey* tiene dos propiedades, el entero aleatorio llamado *Key* y otro entero llamado *ClientId* como podemos ver en a continuación.

```
public class RandomKey
{
  public int Key { get; private set; }
  public int ClientId { get; private set; }
}
```

El propósito de *ClientId* es mapear un *RandomKey* con un *Cliente*. Existe un vector de *Clientes* en el Mapa del problema, a cada *Cliente* se le asigna un identificador que es un numero entero en el intervalo $[1, \#Clientes]$. Luego para un vector de *RandomKeys* de tamaño $\#Clientes$ no existen dos *RandomKeys* con mismo valor de *ClientId* y todos los *ClientId* se encuentran en el intervalo $[1, \#Clientes]$. De esta forma cada *RandomKey* siempre mapea con un solo *Cliente*. Luego de mapear cada *Cliente* con su correspondiente *RandomKey*, se los ordena de forma ascendente por el *Key* del *RandomKey* con el cual mapeo. Este es el orden por el cual se tomaran los clientes para ser asignados a los vehículos. Podemos ver esto sintetizado en una linea de pseudocódigo en 5.1.1. La figura 5.1 muestra como ordenamos un vector de *RandomKeys*.

```
public List<Client> GetOrderedClients(List<RandomKey> randomKeys)
{
  return randomKeys.OrderBy(r => r.Key).Select(r =>
     Map.Clients[r.ClientId]);
}
```

Fig. 5.1: RandomKeys ordenando clientes

Vector de RandomKeys recien inicializado:

Key	27	13	79	45	21	7	98	54
ClientId	1	2	3	4	5	6	7	8

Vector de RandomKeys ordenado por propiedad Key:

Key	7	13	21	27	45	54	79	98
ClientId	6	2	5	1	4	8	3	7

Orden en que se consideraran los clientes a los vehiculos: 6, 2, 5, 1, 4, 8, 3 y 7

5.1.2. Decodificador simple

El decodificador simple recibe como parámetro el vector de enteros aleatorios y lo primero que hace es obtener los clientes ordenados como describimos anteriormente. Luego por cada vehículo, si el siguiente cliente se puede incluir en la ruta se incluye sino considera que la ruta esta completa y pasa al siguiente vehículo. Estos se puede ver en detalle en el pseudocódigo 5.1.2.

```
public Solution Decode(List<RandomKey> randomKeys, ProblemInfo pi)
{
  var clients = GetOrderedClients(randomKeys);
  var vehicles = pi.GetVehicles();
  var iv = 0;
  var ic = 0;
  do
  {
    if(vehicles[iv].CanVisit(clients[ic]))
    {
      vehicles[iv].AddClient(clients[ic]);
      ic++;
    }
    else
    {
      iv++;
    }
```

```
  } while(iv < vehicles.Length && ic < clients.Length)
  var solution = pi.InstanceSolution(vehicles);
  return problem;
}
```

Un cliente c_i se puede agregar a la ruta si al agregarlo, la ruta no supera su distancia máxima permitida. Sean v vehículo, $tMax$ la distancia máxima de v, $tAct$ la distancia actual de v, f el destino final de la ruta, c_u el ultimo cliente agregado a la ruta de v y c_i cliente a evaluar agregar a la ruta de v. Como podemos observar en el pseudocódigo 5.1.2, cree un método llamado *CanVisit* que retorna *true* cuando c_i se puede agregar a la ruta y *false* en caso contrario. El método *CanVisit* modela la siguiente fórmula:

$$tAct + distancia(c_u, c_i) + distancia(c_i, f) - distancia(c_u, f) \leq tMax$$

Una vez que termine de implementar el decodificador simple, analice el rendimiento de las soluciones generadas a partir de este decodificador. Hice este análisis para saber que tan buena sería la población inicial de mi algoritmo BRKGA si utiliza el decodificador simple. Para realizar el análisis cree 200 vectores *RandomKeys* que el decodificador simple convirtió en 200 soluciones validas del problema. Luego se calculó el beneficio máximo, promedio, mínimo y el índice de efectividad promedio. Esto se repitió para las seis instancias del benchmark seleccionadas anteriormente. La siguiente tabla tiene los resultados obtenidos:

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	$\#S$	B_{max}	B_{min}	B_{avg}	i_{eAvg}	BTP_{max}
p2.2.k	21	2	22.50	200	175	40	102	0.37	275
p2.3.g	21	3	10.70	200	140	45	83	0.57	145
p3.4.p	33	4	22.50	200	270	90	170	0.30	560
p5.3.x	66	3	40.00	200	405	195	295	0.19	1555
p7.2.e	102	2	50.00	200	98	8	39	0.13	290
p7.4.t	102	4	100.00	200	221	40	116	0.11	1077

En estos resultados podemos observar que para instancias pequeñas los resultados son mejores. Notar como i_{eAvg} disminuye a medida que la instancia tiene mayor numero de clientes ($\#N$).

5.1.3. Características y debilidades del decodificador simple

Este decodificador es simple y rápido, su orden de complejidad es de $O(\#clientes + \#vehiculos)$. En la practica nunca se llega recorrer todos los clientes ya que cambia de vehículo en cuanto encontró un cliente que no logro insertar en su ruta. Por lo tanto en la practica nunca llega al orden de complejidad mencionado. Esto es una gran ventaja ya que en cada iteración del BRKGA se va a decodificar una cantidad $\#Poblacion$ de veces. Luego una decodificación rápida nos permitirá mayor cantidad de generaciones.

Una característica menos relevante es el orden en que quedan los clientes asignados en los vehículos al ver el vector de *RandomKeys*. Sea v el vector de clientes ordenados por un vector aleatorio de enteros. Existen $m + 1$ indices $i_0 = 0, i_1, i_2, .., i_m$ donde m es la cantidad de vehículos y $0 \leq i_j \leq \#clientes$ tales que el vehículo j incluye en su recorrido a todos los clientes del subvector $v[i_{j-1}, i_j - 1]$. Luego todos los clientes en el subvector $v[i_m, v.Length-1]$ son clientes no alcanzados por la solución. En otras palabras, los clientes

quedan agrupados por vehículo cuando los vemos en el vector ordenado. Esto puede verse en la figura 5.2.

Fig. 5.2: Posible distribución de clientes utilizando el decodificador simple para el vector de RandomKeys de ejemplo. La primer ruta visita primero al cliente 6 y luego al 2. Como no pudo incluir al cliente 5, se cerró la ruta del primer vehículo y siguió con el próximo vehículo disponible. La segunda ruta visita al cliente 5 y luego al cliente 1. Como no pudo visitar al cliente 4 por la limitación de tiempo, no intento agregar a los siguientes clientes.

Key	7	13	21	27	45	54	79	89
PositionIndex	6	2	5	1	4	8	3	7

Un problema que tiene este decodificar es en la existencia de un cliente inalcanzable, es decir si existe c cliente tal que:

$$distancia(i, c) + distancia(c, f) > tMax$$

Esto puede generar soluciones de la población donde existan vehículos con rutas vacías. Supongamos que existe un cliente inalcanzable y que es el primer cliente en ser considerado a agregar a la ruta de un vehículo, como el cliente es inalcanzable no entra en la ruta del primer vehículo luego se considera que el vehículo tiene la ruta completa y se pasa con el siguiente vehículo y así sucesivamente. La solución fácil a este problema es filtrando todos los clientes inalcanzables previo a la ejecución del BRKGA. Esta solución es la mejor y mas barata ya que reducimos el tamaño del problema antes de comenzar a resolverlo.

Otro problema que tiene este decodificador es que cambia de vehículo al primer intento fallido de expandir su ruta. Luego puede generar soluciones con rutas muy pequeñas, por este motivo implementé el *Decodificador Goloso*.

5.1.4. Decodificador Goloso

El decodificador goloso en principio funciona igual que el decodificador simple hasta que llega a un cliente que no pudo agregar a la ruta de un vehículo. En este caso, en vez de pasar a trabajar con el siguiente vehículo disponible, intenta agregar al siguiente cliente y así sucesivamente hasta que no hay mas clientes que intentar. Luego al pasar al siguiente vehículo intenta solamente con los clientes no asignados a los vehículos anteriores y siempre respetando el orden de los clientes asignado por el vector de enteros aleatorios.

```
public Solution Decode(List<RandomKey> randomKeys, ProblemInfo pi)
{
  var clients = GetOrderedClients(randomKeys);
  var cIterator = new Iterator(clients);
  var vehicles = pi.GetVehicles();
  var iv = 0;
  while(iv < vehicles.Length)
```

```
  {
    var currentClient = cIterator.Next;
    while(currentClient != null)
    {
      if(vehicles[iv].CanVisit(currentClient))
      {
        vehicles[iv].AddClient(currentClient);
        cIterator.Remove(currentClient);
      }
      currentClient = cIterator.Next;
    }
    cIterator.ToStartingPosition;
  }
  var solution = pi.InstanceSolution(vehicles);
  return problem;
}
```

Con esta modificación su orden complejidad aumenta a $0(\#clientes * \#vehiculos)$. El metodo *decode* es usado tantas veces que este a lo largo del BRKGA que este pequeño aumento en su complejidad algorítmica tiene un impacto visible en el tiempo de ejecución. Por otro lado, en promedio aumenta el beneficio de las soluciones generadas por el decodificador. Esa es la compensación que tenemos entre el decodificador simple y el goloso.

Una observación de menor importancia que podemos hacer sobre el decodificador goloso es que al observar el vector ordenado de *RandomKeys*, ya no tenemos los clientes de forma continua según su vehículo asignado como sucedía con el decodificador simple. Esto puede verse en la figura 5.3.

Fig. 5.3: Posible distribución de clientes utilizando el decodificador goloso para el vector de RandomKeys de ejemplo. La primer ruta visita a los clientes 6, 2 y por último al 8. El decodificador goloso no cerró la ruta del primer vehículo al no poder incluir el cliente 5, intenta en orden con el resto de los clientes aún no visitados y logra insertar el cliente 8. De un modo simlilar, sucede con la segunda ruta al no poder incluir al cliente 4.

Key	7	13	21	27	45	54	79	89
PositionIndex	6	2	5	1	4	8	3	7

Del mismo modo que hice con el decodificador simple, le hice el mismo análisis de rendimiento al decodificador goloso. Genere otros 200 vectores de *RandomKeys* para cada una de las mismas seis instancias de problemas y el decodificador goloso creo 200 soluciones validas para cada uno de seis los problemas:

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	$\#S$	B_{max}	B_{min}	B_{avg}	i_{eAvg}	BTP_{max}
p2.2.k	21	2	22.50	200	260	95	164	0.60	275
p2.3.g	21	3	10.70	200	140	95	122	0.84	145
p3.4.p	33	4	22.50	200	410	180	288	0.51	560
p5.3.x	66	3	40.00	200	525	305	412	0.26	1555
p7.2.e	102	2	50.00	200	163	31	96	0.33	290
p7.4.t	102	4	100.00	200	438	160	280	0.26	1077

Todos los resultados promedio, mínimo y máximos mejoran considerablemente. Tal es así, que el i_{eAvg} en algunos casos es mayor al doble de lo obtenido con en el decodificador simple. Por otro lado, se vuelve a observar como disminuye i_{eAvg} a medida que crece el tamaño de la instancia del problema.

5.2. Biased Random Key Genetic Algorithms

En una primera instancia se implementa un BRKGA estándar. Dado una instancia de un problema, primero se genera la población inicial. Luego mientras no se cumpla la condición de parada, evolucionamos la población. Es decir creamos una nueva generación de soluciones a partir de la generación anterior como se explicó en la sección BRKGA (ver sección 4.3).

A continuación muestro el pseudocódigo de una vista macro general del algoritmo BRKGA implementado:

```
public Solution RunBrkga(ProblemManager problemManager)
{
  ProblemManager.InitializePopulation();

  while (!ProblemManager.StoppingRuleFulfilled())
    ProblemManager.EvolvePopulation();

  return ProblemManager.Population.GetMostProfitableSolution();
}
```

El objeto *ProblemManager* es el orquestrador del BRKGA, se setea con un objeto *Configuración* y el objeto *PopulationGenerator*. Tiene acceso de forma indirecta, a través de *PopulationGenerator*, de toda la información del problema (vehículos, clientes, tMax, etc.).

5.2.1. Configuración

A modo de poder testear distintas configuraciones del BRKGA, se creo un objeto *Configuration* que setea todas las configuraciones que impactan en el resultado final del BRKGA. Este objeto es esencial para tunear el implementación de una forma rápida y ordenada. Al centralizar todas las variables que podrían impactar en resultado final, ganaba mucho tiempo al testear variaciones de mi implementación. Además, al estar centralizada toda la información variable se obtiene una lectura veloz del BRKGA que se está usando. En otras palabras incrementamos nuestra capacidad de monitoreo y control del desarrollo. A continuación el objeto *Configuration* y sus propiedades:

```
public class BrkgaConfiguration
{
  public string Description { get; }
  public int MinIterations { get; set; }
  public int MinNoChanges { get; set; }
  public int PopulationSize { get; set; }
  public decimal ElitePercentage { get; set; }
  public decimal MutantPercentage { get; set; }
  public int EliteGenChance { get; set; }
  public List<ILocalSearchHeuristic> Heuristics { get; set; }
  public int ApplyHeuristicsToTop { get; set; }
  public DecoderEnum DecoderType { get; set; }

  private void SetDescription();
}
```

5.2.2. Descripción y codificación de las propiedades del objeto configuración

Descripción de las propiedades del objeto Configuración:

- **Description**: Es una especie de hash descriptivo de la instancia del objeto. Su funcionalidad es poder identificar rápidamente la configuración global del BRKGA. Solo puede ser seteado con el metodo SetDescription() que utiliza la clave y el valor de el resto de las propiedades.
- **MinIterations**: Clave **MI**. Valor entero utilizado en la función de corte. Cantidad mínima de generaciones que debe completar el BRKGA para finalizar.
- **MinNoChanges**: Clave **MNC**. Valor entero utilizado en la función de corte. Cantidad de generaciones sin modificaciones del mejor beneficio necesario para cortar el algoritmo BRKGA.
- **PopulationSize**: Clave **PS**. Valor entero denota el tamaño de la población.
- **ElitePercentage**: Clave **EP**. Valor decimal en el intervalo $(0, 1)$ que determina el tamaño de la población elite.
- **MutantPercentage**: Clave **MP**. Valor decimal en el intervalo $(0, 1)$ que determina el tamaño mínimo de la población mutante.
- **EliteGenChance**: Clave **EGC**. Valor entero en el intervalo $(0, 100)$ que determina la probabilidad que tiene el alelo del padre elite, en transmitirse a su descendiente.
- **Heuristics**: Clave **HEU**. Secuencia de algoritmos de búsquedas locales que se le aplicaran a la mejor solución de cada generación, a la cual no se le hayan aplicado las búsquedas locales aún. Se implementaron cuatro búsquedas locales (Su desarrollo sera explicado mas adelante en otra sección.):
  - **Swap**: Valor **S**.
  - **Insert**: Valor **I**.

  - **2-Opt**: Valor **O**.
  - **Replace**: Valor **R**.

- **ApplyHeuristicsToTop**: Clave **TOP**. Valor entero que denota la cantidad de soluciones a las cuales se les aplicaran las búsquedas locales.
- **DecoderType**: Clave **D**. Es una enumeración que determina el decodificador que se va a utilizar.
  - **Simple**: Valor **S**.
  - **Goloso**: Valor **G**.

El método *SetDescription()* toma las tuplas de clave y valor de todas las propiedades del objeto *Configuración* excepto *Description* y lo concatena creando un *string* intercalando con un separador.

```
public void SetDescription()
{
  var prop = Properties.Where(x => x.Name != "Description");
  var claveValores = prop.Select(p => p.Clave + "." + p.Valor);
  Description = string.Join(";", claveValores);
}
```

Luego leyendo la propiedad *Description* podemos ver como esta configurado el BRKGA. Ej: "MI.200;MNC.10;PZ.100;EP.0,3;MP.0,1;EGC.70;HEU.ISIRT;TOP.2;D.G"

- MinIterations: 200
- MinNoChanges: 10
- PopulationSize: 100
- ElitePercentage: 0,3
- MutantPercentage: 0,1
- EliteGenChance: 70
- Heuristics: ISIRT. Que es la Secuencia Insert, Swap, Insert, Replace, 2-Opt.
- ApplyHeuristicsToTop: 2
- DecoderType: Decodificador Goloso

5.2.3. Inicialización de la Población

Utilizando *PopulationSize* del objeto *Configuration* seteo el tamaña de la población. Luego para generar la población inicial se generaran *PopulationSize* vectores de enteros aleatorios de tamaño *#clientes* de la instancia del problema. Este conjunto de vectores se lo pasa como argumento al decodificador, quien genere un individuo por cada vector de enteros aleatorios.

5.2.4. Condición de parada

En un principio la condición de parada era simple, el bucle terminaba cuando iteraba una *MinIterations* veces, seteado en el objeto *Configurations*. Es decir que el bucle principal cortaba luego de evolucionar la población $MinIerations$ veces. Luego de analizar las últimas generaciones de la solución y ver que era frecuente que la mejor solución se había generado recientemente, agregue una condición de corte adicional. Ahora, para cortar ademas de la condición anterior, el beneficio de la mejor solución no debería haberse modificado durante las últimas *MinNoChanges* generaciones. Es decir durante las últimas *MinNoChanges* generaciones no debe haber aparecido una nueva mejor solución. *MinNoChanges* es un entero que se setea en el objeto *Configurations*.

```
public bool StoppingRuleFulfilled()
{
  return GenerationNum >= MinIterations && NoChanges();
}
private bool NoChanges()
{
  var currentProfit = CurrentBestSolution.GetProfit();
  return LastProfits.All(p => p == currentProfit);
}
```

5.2.5. Evolución de la población

Se toma la población y se ordenan sus individuos de forma descendente según su beneficio calculado con la función objetivo. Los mejores pasan a ser parte de la población de elite y el resto de la población no-elite. El tamaño de la población de elite depende de la propiedad *ElitePercentage* del objeto *Configuration*. Luego se generan individuos mutantes, su cantidad es un porcentaje de la población total seteado por la propiedad *MutantPercentage*. Pasan a la nueva generación todos los individuos de la población de elite y se agregan los de la población mutante. Finalmente se completa la nueva generación emparentando individuos de la población de elite con individuos de la población no-elite. Los padres son elegidos al azar y el proceso de apareamiento se realiza como se describe en el la sección BRKGA (ver sección 4.3). Durante el apareamiento, no es tan extraño que se genere una solución idéntica a otra ya existente en la población. De modo de no repetir soluciones, antes de insertar el individuo resultante se verifica que no exista otra solución idéntica en la nueva generación. A continuación el pseudocódigo de la evolución de la población.

```
public Population Evolve(Population population)
{
  var ordPopulation = population.GetOrderByMostProfitable();
  var elites = ordPopulation.Take(EliteSize);
  var nonElites = ordPopulation.Skip(EliteSize).Take(NonEliteSize);
  var mutatants = Generate(MutatansSize);
  var evolvedPopulation = new pop(elites, mutatants);
  while (evolvedPopulation.Size() < PopulationSize)
  {
  var anElite = GetRandomItem(elites);
  var aNoneElite = GetRandomItem(nonElites);
   var childSolution = Mate(anElite, aNoneElite);
  if (evolvedPopulation.Any(x => x.Equals(childSolution)))
    evolvedPopulation.Add(GenerateSolution());
   else
    evolvedPopulation.Add(childSolution);
  }
  return evolvedPopulation;
}

private Solution Mate(Solution eliteP, Solution nonEliteP)
{
  var childRandomKeys = new List<RandomKey>();
  for (var index = 0; index < eliteP.RandomKeys.Count; index ++)
  {
    int key = 0;
    if(Random.Next(100) >= EliteGenChance)
      key = eliteP.RandomKeys[index].Key;
    else
      key = nonEliteP.RandomKeys[index].Key;
    var randomKey = new RandomKey(key, index);
    childRandomKeys.Add(randomKey);
  }
  return Decoder.Decode(childRandomKeys, ProblemInfo);
}
```

Como mencioné anteriormente, los individuos mutantes son individuos generados a partir de un vector de *RandomKeys*, del mismo modo que la población inicial. Con el fin de mostrar lo simple que es la generación de un nuevo vector de *RandomKeys*, presento el pseudocódigo del *GenerateSolution* que al final termina llamando al método *Decode* de alguno de los decodificador descrito anteriormente (puede ser cualquiera).

```
private Solution GenerateSolution()()
{
  var randomKeys = new List<RandomKey>();
  for(i = 0; i < ProblemInfo.Clients.Length; i++)
  {
    var key = Random.Next(1000);
    var randomKey = new RandomKey(key, index);
    randomKeys.Add(randomKey)
  }
  return Decoder.Decode(randomKeys, ProblemInfo);
}
```

Verificar que dos soluciones son iguales tiene un costo muy bajo en BRKGA. Nosotros sabemos que dado un vector de *RandomKeys*, al decodificarlo siempre obtenemos la misma solución. Por lo tanto para dos vectores de *RandomKeys* cuyo orden de clientes que genere sea el mismo, el decodificador generará la misma solución. Luego no es necesario comparar las soluciones, nos es suficiente comparando el hash de cada soluciones y esto se puede hacer en $O(1)$. El hash de una solución, se calcula una sola vez cuando se construye la solución a partir de su vector de *RandomKeys* y no es mas que una concatenación de los *ClientId* de cada *RandomKey* en el vector ordenados por la propiedad *Key*, intercalados con un separador. La figura **??** muestra un *RandomKeys* y su hash correspondiente.Es decir, es el orden en que el decodificador toma los clientes para asignarlos a una ruta. Luego, cada vez que se obtiene una solución durante el método de *crossover*, si ya existe un individuo con el mismo hash, se genera una solución mutante y continua el apareamiento de otros dos individuos. Decidí no reintentar el apareamiento entre los dos padres que generaron la solución repetida, porque consideré que la probabilidad de volver a generar nuevamente una solución existente es alta cuando ya sucedió una vez. Volver a intentar indefinidamente se traduce a un incremento del tiempo de ejecución. Luego tome esta decisión para optimizar el apareamiento y disminuir la cantidad de soluciones similares dentro de un mismo vecindario por generación.

```
private string pseudoHash;
public string GetHash()
{
  if (!string.IsNullOrEmpty(pseudoHash))
    return pseudoHash;

  var ork = RandomKeys.OrderBy(r => r.Key)
  pseudoHash = string.Join("@", ork.Select(k => k.ClientId));
  return pseudoHash;
}
```

En una primera instancia se insertaban los individuos sin verificar que la existencia de un individuo idéntico en la población. Dado una población de soluciones no repetidas, la probabilidad de de generar una solución existente al evolucionar la población, es baja. Aún así, una vez que sucede, la probabilidad de generar otra más aumenta considerablemente ya que ahora hay mas probabilidades de utilizar padres idénticos. Si además la solución repetida se encuentra dentro del subconjunto de elite, la probabilidad aumenta aún más. Esto genera un efecto bola de nieve donde cada nueva generación tiene cada vez más

individuos repetidos. Incluso he llegado al caso donde toda una población constituía de una única solución excepto por las soluciones mutantes. Esto reducía ampliamente la cantidad de soluciones diferentes exploradas, luego reducía fuertemente la frecuencia con la que una nueva mejor solución aparecía. Además si uno tiene varios individuos iguales en una solución, el algoritmo se vuelve menos eficiente ya que repite trabajo en donde obtiene los mismos resultados. Entonces el costo total de validar unicidad en la inserción, que conlleva un orden de complejidad $O(PopulationSize * NonElitePopulationSize)$, resulta muy bajo comparado con el costo de trabajar con múltiples soluciones repetidas.

5.2.6. Resultados de la primer versión

La primer versión del BRKGA para TOP no incluía el objeto de configuración y permitía insertar soluciones repetidas en una misma generación. Los resultados que mostraré a continuación corresponden con una segunda versión que no admitía repetidos y existía el objeto configuración. Se utilizo una configuración estándar sin búsquedas locales aún: 'MI.250;MNC.10;PS.100;EP.0,3;MP.0,1;EGC.70;HEU.;TOP.0;MI.G' (ver sección 5.2.2).

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	T_{avg}	B_{max}	B_{min}	B_{avg}	i_{eAvg}	BTP_{max}
p2.2.k	21	2	22.50	2977	260	240	249	0.91	275
p2.3.g	21	3	10.70	1990	145	145	145	1.00	145
p3.4.p	33	4	22.50	6482	450	430	438	0.78	560
p5.3.x	66	3	40.00	17908	660	610	635	0.41	1555
p7.2.e	102	2	50.00	8753	246	204	217	0.75	290
p7.4.t	102	4	100.00	31532	513	458	481	0.45	1077

De estos primeros resultados podemos ver que el BRKGA puro sin otras heurísticas funciona muy bien para instancias de testeo pequeñas esta versión funcionaba tan bien como Chao, Golden y Wasil [9] (CGW), Tang y Miller-Hooks [21] (TMH) y Archetti, Hertz, Speranza [1] (AHS). Esto se refleja en la instancia *p2.3.k* que siempre se llegó a la mejor solución posible y en *p2.2.k* donde el i_eAvg supera el 0.90. Luego a medida que incrementa el tamaño de la instancia, disminuye el i_eAvg. Una observación que quiero destacar de estos resultados es sobre el i_eAvg de la instancia *p7.2.e*. Notar que tiene tantos nodos como *p7.4.t* y sin embargo tiene un i_eAvg ampliamente mayor. Esto seguramente sea por la diferencia en $tMax$, es 50 en vez de 100 reduciendo la combinatoria de soluciones posibles.

Como estos resultados no eran satisfactorios, tomé las dos instancias de este subconjunto con menor i_{eAvg} y las utilice para testear distintas configuraciones. Probé múltiples variaciones del objeto configuración. A continuación el resultado de algunas de tales variaciones:

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	C	$\#S$	T_{avg}	B_{max}	B_{min}	B_{avg}	i_{eAvg}	BTP_{max}
p5.3.x	66	3	40.00	1	10	60782	700	635	656	0.42	1555
p5.3.x	66	3	40.00	2	10	23363	660	620	636	0.41	1555
p5.3.x	66	3	40.00	3	10	22357	685	615	643	0.41	1555
p5.3.x	66	3	40.00	4	10	7311	555	475	498	0.32	1555
p5.3.x	66	3	40.00	5	10	54239	750	630	668	0.43	1555
p7.4.t	102	4	100.00	1	10	143760	542	472	506	0.47	1077
p7.4.t	102	4	100.00	2	10	42255	504	471	485	0.45	1077
p7.4.t	102	4	100.00	3	10	45952	542	463	488	0.45	1077
p7.4.t	102	4	100.00	4	10	11587	322	268	284	0.26	1077
p7.4.t	102	4	100.00	5	10	96642	509	478	491	0.46	1077

Configuraciones:

- **C = 1**: MI.100;MNC.100;PS.500;EP.0,30;MP.0,05;EGC.70;HEU.;TOP.0;D.G
- **C = 2**: MI.150;MNC.30;PS.200;EP.0,25;MP.0,05;EGC.60;HEU.;TOP.0;D.G
- **C = 3**: MI.150;MNC.70;PS.200;EP.0,30;MP.0,10;EGC.70;HEU.;TOP.0;D.G
- **C = 4**: MI.150;MNC.70;PS.200;EP.0,30;MP.0,10;EGC.70;HEU.;TOP.0;D.S
- **C = 5**: MI.250;MNC.50;PS.250;EP.0,15;MP.0,05;EGC.50;HEU.;TOP.0;D.G

Como síntesis de estos resultados digo que la configuración básica poco influye en el beneficio final de la solución. En el caso de la instancia *p5.3.x*, el i_{eAvg} siempre se encuentra en el intervalo [0.41,0.43] y en en *p7.4.t* el intervalo es [0.45,0.47]. Para ambas instancias hay una configuración que es claramente peor y es la configuración **C = 4** donde se utiliza el decodificar **simple** en vez del **goloso**. Luego claramente en esta versión del BRKGA el decodificador tiene gran impacto en el resultado final. Lamentablemente el resto de las configuraciones impacta muy poco en el beneficio total cuando la instancia del problema es grande (Mínima cantidad de iteraciones, mínima cantidad de iteraciones sin cambios, tamaño de la población, población elite, etc). Si impactan en el tiempo en que finaliza el algoritmo. Como no estaba del todo conforme con los resultados, decidí agregar algunas búsquedas locales para mejorar algunas soluciones entre cada iteración.

5.3. Búsqueda local

En pos de optimizar los resultados mencionados anteriormente se implementaron algunas búsquedas locales. La idea fue aplicar estas búsquedas algunas de las mejores soluciones de cada nueva generación. La cantidad de individuos a mejorar sería regida por el atributo *ApplyHeuristicsToTop* del objeto *Configuration*. En caso de que a la solución ya se le hubiese aplicado las búsquedas en una generación anterior, se aplican a la siguiente mejor solución. Esto puede suceder ya que las mejores soluciones pertenecen al conjunto de elite, y todos los individuos del conjunto de elite pasan directamente a la siguiente generación. La idea de implementar búsquedas locales la obtuve de el trabajo *A guided local search metaheuristic for the team orienteering problem.* de Vansteenwegen et al. [23], aunque es

algo recurrente que encontré en varios trabajos previos de la literatura. Todas las búsquedas locales pueden modificar una solución ya sea para reducir su tiempo de recorrido o beneficio recolectado y la solución resultante es valida. Es decir se siguen respetando las restricciones de distancia máxima por vehículo, ningún cliente es visitado mas de una ves y la cantidad de vehículos se respeta.

5.3.1. Center of Gravity

Para las búsquedas local *Insert* y *Replace* se deben tomar una lista de clientes a considerar con algún orden. Este orden es importante ya que queremos empezar por las mejores opciones. El orden de clientes que se utiliza es por su distancia al centro de gravedad (COG) de una ruta. A menor distancia, mayor prioridad tendrá el cliente. Implementé el calculo de COG de la forma que lo describen Vansteenwegen et al. [23]. La coordenada COG de una ruta se calcula con las siguientes formulas:

$$x_{cog} = (\sum_{\forall i \in ruta} x_i * B_i) / \sum_{\forall i \in ruta} B_i \tag{5.3}$$

$$y_{cog} = (\sum_{\forall i \in ruta} y_i * B_i) / \sum_{\forall i \in ruta} B_i \tag{5.4}$$

Donde x_i e y_i son las coordenadas de un cliente de la ruta y B_i es su beneficio. El calculo de COG tiene una complejidad de $O(ruta.Length)$. No es tan costoso, de todos modos como no quiero realizar cálculos innecesarios, el COG de una ruta solo se calcula cuando se necesita, es decir cuando la solución es seleccionada para ser mejorada. Se calcula una sola vez y cuando se modifica la ruta, actualizo el COG.

Sea r una ruta:

$$r.x_{cog} = \frac{\sum_{\forall i \in ruta} x_i * B_i}{\sum_{\forall i \in ruta} B_i} = \frac{r.x_{cog.num}}{r.x_{cog.den}} \tag{5.5}$$

Sea $r' = r.Remove(c_j)$ con c_j cliente y $c_j \in r$:

$$r'.x_{cog} = \frac{\sum_{\forall i \in ruta \wedge i \neq j} x_i * B_i}{\sum_{\forall i \in ruta \wedge i \neq j} B_i} = \frac{r.x_{cog.num} - x_j * B_j}{r.x_{cog.den} - B_j} \tag{5.6}$$

Sea $r'' = r.Add(c_k)$ con c_k cliente y $c_k \notin r$:

$$r'.x_{cog} = \frac{(\sum_{\forall i \in ruta} x_i * B_i) + x_k * B_k}{(\sum_{\forall i \in ruta} B_i) + B_k} = \frac{r.x_{cog.num} + x_k * B_k}{r.x_{cog.den} + B_k} \tag{5.7}$$

Luego actualizar el COG de una ruta al agregar ó remover un cliente tiene una complejidad de $O(1)$ si no perdemos los valores de $x_{cog.num}$ y $x_{cog.den}$ al calcular COG (Lo mismo aplica para la coordenada y).

5.3.2. Swap

El objetivo de esta búsqueda es encontrar e intercambiar clientes entre dos rutas distintas con el fin de disminuir la suma de las distancias recorridas de ambas rutas, respetando la restricción de distancia máxima por vehículo. Es decir dados v_a, v_b vehículos y sus respectivas rutas r_a, r_b, se puede realizar un *swap* entre sus rutas si existe un cliente c_{a_i} en la ruta de r_a y otro cliente c_{b_j} en r_b tal que agregando c_{a_i} en alguna posición de r_b y agregando c_{b_j} en alguna posición de r_a, son validas las siguientes formulas:

$$r_a.Dist + r_b.Dist < r'_a.Dist + r'_b.Dist$$

$$r'_a.Dist \leq v'_a.tMax$$

$$r'_b.Dist \leq v'_b.tMax$$

Al aplicar esta búsqueda a una solución, para todo par de rutas se ejecuta el método *SwapDestinationsBetween*. Por lo tanto, este método sera llamado $n * (n-1)/2$, siendo n la cantidad de rutas en la solución. *SwapDestinationsBetween* prueba cada cliente de la ruta a con cada cliente de la ruta b, y si efectivamente conviene hacer un *swap*, lo realiza. Luego continua probando si conviene intercambiar otro par de clientes entre las mismas rutas. De modo de no estar cambiando múltiples veces un mismo cliente entre dos rutas en una misma ejecución de *SwapDestinationsBetween*, cuando se cambia de ruta a un cliente, se lo agrega en una lista de clientes prohibidos para hacer intercambiar hasta que termine la ejecución actual de *SwapDestinationsBetween*. Esta búsqueda local no mejora el beneficio total de una solución, lo que hace es disminuir la distancia recorrida de alguna ruta, aumentando la probabilidad de encontrar algún cliente no visitado que se pueda insertar en alguna de las rutas modificadas.

```
// Dentro de clase SwapHeuristic
public void ApplyHeuristic(Solution solution)
{
  var changed = false;
  var combinations = GetCombinationsFor(solution.Vehicles.Count);
  foreach (var combination in combinations)
  {
    var v1 = solution.Vehicles[combination.Left];
    var v2 = solution.Vehicles[combination.Right];
    changed = changed || SwapDestinationsBetween(v1, v2);
  }
  if(changed)
    solution = Encoder.UpdateRandomKeys(solution);
}
```

```
public bool SwapDestinationsBetween(Vehicle v1, Vehicle v2)
{
  var changed = false;
  var v1Bans = new Dictionary<int, bool>();
  var v2Bans = new Dictionary<int, bool>();
  for (var i = 0; i < v1.Route.RouteLenght(); i++)
  {
    if(v1Bans.ContainsKey(i))
      continue;
    for (var j = 0; j < v2.Route.RouteLenght(); j++)
    {
      if (v2Bans.ContainsKey(j))
        continue;
      if (!Swaps(i, j, ref leftRoute, ref rightRoute))
        continue;
      changed = true;
      v1Bans.Add(i, true);
      v2Bans.Add(j, true);
      break; // Para que cambie i
    }
  }
  return changed;
}
```

El orden de complejidad del método *ApplyHeuristic* de la clase *SwapHeuristic* es:

$$O((n * (n-1)/2) * clientes/n * clientes/n) \approx O(clientes^2/2)$$

5.3.3. Insert

El objetivo de esta búsqueda local es encontrar una posición en alguna ruta para un cliente no visitado sin sobrepasar el limite de distancia máxima de la ruta. Básicamente para cada vehículo y cada cliente no visitado se busca en que posición se debe insertar el cliente de forma tal que minimice el incremento de distancia recorrida. Si la distancia resultante es menor a la distancia máxima del vehículo, se inserta el cliente en tal posición. En caso contrario, no se inserta y se prueba con el siguiente cliente no visitado. El orden en que se toman los clientes no visitados es según su distancia al COG de la ruta a optimizar, de forma ascendente.

```
// Dentro de clase InsertHeuristic
public void ApplyHeuristic(Solution solution)
{
  // Lista de los clientes no visitados
  var changed = false;
  var uClients = solution.GetUnvistedClients;
  var vehicles = solution.Vehicles;
  foreach (var vehicle in vehicles)
  {
    vehicle.Route.ActivateCog();
    uClients = uClients.OrderBy(x => vehicle.DistanceToCog(x));
    for (var index = 0; index < uClients.Count; index++)
    {
      var res = AnalizeInsert(solution, vehicle, uClients[index]);
      if (res.CanBeInserted)
      {
        vehicle.AddDestinationAt(uClients[index],
           res.BestPosition);
        uClients.Remove(uClients[index]);
        changed = true;
      }
    }
  }
  if(changed)
    solution = Encoder.UpdateRandomKeys(solution);
}
```

Como mencioné en la implementación de COG, solo se utiliza cuando es necesario, luego para cada vehículo lo primero que hace es activar el COG. Segundo, por cada cliente no visitado hasta el momento se analiza el *insert*. El método *AnalizeInsert* retorna un objeto que tiene seteado dos campos importantes. Un campo de tipo *bool* que denota que el cliente puede ser insertado o no en el vehículo consultado. Y otro campo que tiene la posición donde se debe insertar, en caso de poder insertarse. En caso de poder insertar el cliente, se inserta y se actualiza el COG de la ruta, y se remueve el cliente de la lista de no visitados. El orden de complejidad del método *ApplyHeuristic* de la clase *InsertHeuristic* es:

$$0(vehiculos * clientesNoVisitados * mediaClientesEnRuta)$$

5.3.4. 2-opt

El algoritmo *2-opt* es un simple algoritmo de búsqueda local propuesto por Croes [10]. El fin es buscar un orden alternativo de los clientes visitados en una dentro de una misma ruta, de modo que disminuya la distancia recorrida de la misma. Es decir, un *swap* de posiciones de dos clientes dentro de una misma ruta.

```
// Dentro de clase 2-opt
public void ApplyHeuristic(Solution solution)
{
  var index = 0;
  var changed = false;
  var vehicles = solution.Vehicles;
  while (index < vehicles.Count)
  {
    var currentDistance = vehicles[index].Route.GetDistance();
    changed = changed || Do2OptSwap(vehicles[index]);
    index++;
  }
  if(changed)
    solution = Encoder.UpdateRandomKeys(solution);
}

private bool Do2OptSwap(Vehicle vehicle)
{
  var changed = false;
  var combinations =
     GetCombinationsFor(vehicle.Route.GetDistance());
  var index = 0;
  while (index < combinations.Count)
  {
    var position1 = combinations[index].Item1 - 1;
    var position2 = combinations[index].Item2 - 1;
    var swaped = vehicle.Route.SwapIfImprovesDistance(position1,
       position2);
    if (!swaped)
      index++;
    changed = true;
    index = 0;
  }
  return changed;
}
```

Básicamente a cada vehículo le aplica el *2-opt*. El método *Do2OptSwap* primero obtiene una lista de las permutaciones posibles. Luego por cada permutación intenta hacer un *swap* dentro de la ruta. Si el *swap* se realiza, vuelve a empezar desde el principio ya que ese cambio puede generar nuevos cambios. Como el *swap* solo sucede cuando la nueva distancia es estrictamente menor, el bucle siempre termina ya que una ruta no puede estar mejorando infinitamente. Este algoritmo tiene un orden de complejidad $0(vehiculos * mediaClientesEnRuta * (mediaClientesEnRuta - 1)/2)$ $0(vehiculos * mediaClientesEnRuta^2/2)$.

5.3.5. Replace

Esta búsqueda tiene como objetivo intercambiar un cliente no visitado por uno visitado de una ruta de modo que aumente el beneficio de la ruta. Del mismo modo que la heuristica insert, los clientes no visitados se toman en orden según su distancia al COG de la ruta, empezando por los más cercanos.

```
// Dentro de la clase ReplaceHeuristicas
public void ApplyHeuristic(Solution solution)
{
  var vehicles = solution.Vehicles;
  var changed = false;
  foreach (var vehicle in vehicles)
    changed = changed || Replace(solution, vehicle);
  if(changed)
    solution = Encoder.UpdateRandomKeys(solution);
}

private bool Replace(Solution solution, Vehicle vehicle)
{
  var unvisited = solution.GetCurrentUnvistedDestination;
  var changed = false;
  vehicle.Route.ActivateCog();
  uClients = uClients.OrderBy(x => vehicle.DistanceToCog(x));

  foreach (var client in uClients)
  {
    var res = AnalizeInsert(solution, vehicle, client);
    vehicle.AddDestinationAt(destination, res.BestInsertPosition);
    if (!res.CanBeInserted)
    {
      var removedClient = RemoveWorstOrDefault(vehicle, client);
      changed = changed || removedClient.Id != client.Id;
    }
    else
      changed = true;
  }
  return changed;
}
```

El *replace* es muy similar al *insert* y esto se refleja en el pseudocódigo. Ante un cliente no visitado, lo primero que hace es analizar si se puede insertar y cual es la mejor posición donde se puede insertar, llamando al método *AnalizeInsert*. Luego sin siquiera verificar si realmente se puede insertar, lo inserta en la posición que menos incrementa la distancia de la ruta. Este es el único momento de toda la implementación donde puede existir una solución invalida. Por lo tanto ahora se fija si realmente se podía insertar. En caso afirmativo, continua con el siguiente cliente. En caso contrario remueve de la ruta el peor destino, que en el peor de los casos es el mismo cliente que se acaba de insertar. Cualquier otro cliente que se remueva de la ruta significará que se efectuó un *replace* y aumento el beneficio total de la ruta. *Replace* tiene una complejidad de $O(vehiculos * clientesNoVisitados * mediaClientesEnRuta * 2)$.

5.3.6. Encoder

Agregar búsquedas locales entre generación de poblaciones conlleva un problema que debe resolverse. Al mejorar la solución, se modifican sus rutas. Ahora bien, si no se actualizamos su genética acorde a los cambios realizados a la solución, es decir su *RandomKeys*,

sus descendientes heredarán los genes que generan una solución no optimizada por las búsquedas locales.

$$ApplyHeuristic(s) \neq Decoder.Decode(s.RandomKeys, ProblemInfo)$$

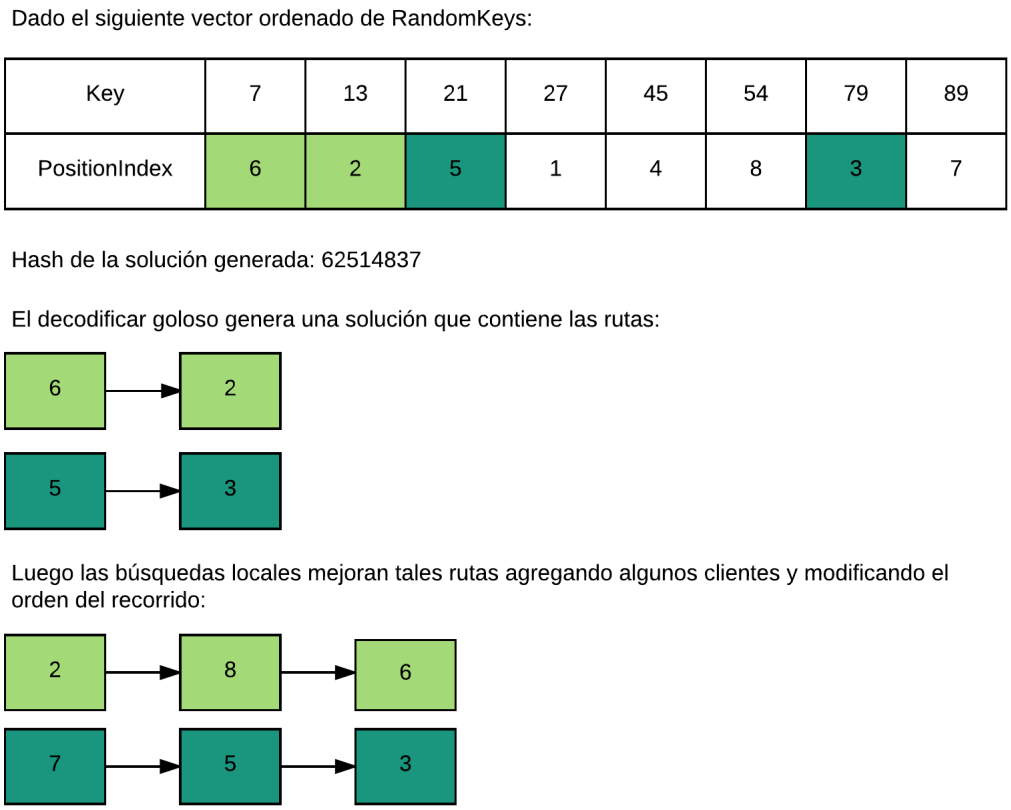
Para solucionar esto se debe modificar el vector aleatorio de enteros, *RandomKeys*, de la solución mejorada de modo que al decodificar tal vector aleatorio de enteros, genere la solución modificada. Como mencioné en el sección del Decodificador (ver sección 5.1.1), los clientes se ordenan de forma ascendente por la propiedad *Key* del objecto *RandomKey* asociado según la propiedad *ClientId*. Luego el primer cliente con el que trabaja el decodificador, es el cliente con menor valor de *Key*. Algo que no mencioné sobre la implementación de los decodificadores es que el primer vehículo por el que empieza es por el de menor *Id* ya que los ordena por su *Id* de forma ascendente. Los vehículos son indistinguibles al tener el mismo *tMax* en el benchmark de instancias de problemas. De todos modos ahora debo respetar la decisión que tomé en el desarrollo de los decodificadores. Por lo tanto tomo el primer cliente de la ruta del vehículo con menor *Id* y a ese cliente le voy a asociar el RandomKey que tenga el menor *Key*. Así, cuando el decodificador inicie, lo primero que hará es tomar este cliente e intentará adjudicárselo al primer vehículo, que justamente será el de menor *Id*. Luego tomaré el segundo cliente del mismo vehículo y le asignare el segundo *RandomKey* de menor *Key*. Y así sucesivamente, hasta tener mapeados todos los clientes del primer vehículo con su nuevo *RandomKey*. Luego repito el procedimiento con los clientes del siguiente vehículo ordenados por *Id* ascendentemente. Finalmente, no tendré mas vehículos y quedará un resto de clientes no visitados a los cuales le tengo que asociar algún *RandomKey*. A estos clientes podría asignarle cualquier *RandomKey*. Aún así, en pos de disminuir los cambios genéticos sobre el individuo, les asigne un *RandomKey* tal que entre ellos mantengan el mismo orden que tenían antes de la mejora. Es decir, dentro de los clientes no visitados, el cliente que previamente tenia el *RandomKey* con menor *Key*, le asigne el *RandomKey* de menor *Key* que había disponible. Este proceso puede verse en la figura 5.4 5.5.

Ahora bien, digamos que existe un escenario donde el decodificador se encuentra trabajando con un *RandomKeys* que fue generado por el codificador y sucede lo siguiente. Al agregar al último cliente de la primer ruta, el decodificador intentará agregar a la primer ruta al resto de los clientes y supongamos que efectivamente encuentra uno. Cuando vi la posibilidad de este escenario, decidí agregar unos delimitadores de modo que si el decodificador se encuentra con uno, siempre cambie de vehículo. Estos delimitadores son modelados por la propiedad *ForceVehicleChangeAfterThis*, con la que extendí al objeto *RandomKey*. De este modo el decodificador, luego de utilizar el *RandomKey*, se fija si *ForceVehicleChangeAfterThis* es *true* y si lo es, deja de intentar agregar clientes a la ruta del vehículo actual. Los delimitadores no son heredados a los descendientes. Estos delimitadores me aseguran la ecuación 5.8 sea válida.

$$ApplyHeuristic(s) = Decoder.Decode(s.RandomKeys, ProblemInfo) \tag{5.8}$$

En caso de no tener los delimitadores, como dije antes, una ruta podría tener un cliente extra, que para fines del algoritmo, no es malo. Al agregar un cliente, hay dos opciones. La

Fig. 5.4: Como se mejora una solución



primera es que el cliente perteneciera al subconjunto de clientes que no estaba visitado. En este caso aumentaría el beneficio total. Pero para que esto suceda, el algoritmo de *Insert* no debería haber funcionado correctamente ó no fue la última en aplicarse. En caso de que el cliente perteneciere a otro vehículo, el beneficio total no se modifica. El peor escenario es que este segundo vehículo se quede con el cliente de un tercer vehículo, sucediendo un especie de cambios encadenados de clientes entre un subconjunto de vehículos sin que decremente el beneficio total. Luego por mas que tomé la decisión de agregar los delimitadores, considero que ambas opciones eran igual de buenas considerando solamente la función objetivo. Agregando los delimitadores, aseguro la valides de la ecuación 5.8.

A continuación el pseudocodigo del algoritmo que actualiza el *RandomKeys* de una solución mejorada:

Fig. 5.5: Este es el *RandomKeys* corregido y su hash luego que la solución de la figura 5.4 fue mejorada con una búsqueda local.

Key	7	13	21	27	45	54	79	89
PositionIndex	2	8	6	7	5	3	1	4

Hash de la nueva solución: 28675314

```
public static Solution UpdateRandomKeys(Solution s);
{
  var randomKeys = s.GetOrderedRandomKeys();
  // Todas las keys ordenadas ascendente
  var keys = randomKeys.Select(k => k.Key).ToList();
  var ClientIds = new List<int>();
  // Get ClientId from Visited Clients
  foreach (var r in s.Routes)
  {
    var d = r.GetDestinations();
    var rci = d.Select(d => d.ClientId);
    ClientIds.AddRange(rci);
  }
  // Get ClientId from Unvisited Clients
  var uClientIds = GetUnvisitedClientIds(randomKeys, newRoutes);
  ClientIds.AddRange(uClientIds);

  // Hay un break por cada cantidad de clientes en ruta
  var breaks = new Queue(newRoutes.Select(r => r.ClientsCount));

  var newRandomKeys = new List<RandomKey>();
  var endRoute = false;
  var acumBreak = 0;
  for (var index = 0; index < keys.Count; index++)
  {
    if (breaks.Count > 0)
    {
      endRoute = index + 1 == (int)breaks.Peek() + acumBreak;
      if (endRoute)
        acumBreak += (int)breaks.Dequeue();
    }
    var randomKey = new RandomKey()
    {
      Key = keys[index],
      ClientId = ClientIdes[index],
      ForceVehicleChangeAfterThis = endRoute
    };
    newRandomKeys.Add(randomKey);
  }
  s.SetRandomKeys(newRandomKeys);
  return s;
}
```

5.3.7. Secuencia de aplicación de las búsquedas locales

En todas las búsquedas locales mencionadas se implementa la interfaz:

```
public interface ILocalSearchHeuristic
{
  void ApplyHeuristic(Solution solution);
}
```

Esto lo hice así de para poder inicializar el vector de búsquedas a aplicar en la creación del algoritmo BRKGA. Luego al momento de aplicar las búsquedas locales, a cada elemento del vector de búsquedas locales, se llama al método *ApplyHeuristic*. Así se pueden probar múltiples ordenes distintos de búsquedas locales con una simple modificación del parámetro de entrada del constructor del BRKGA. El orden en que las búsquedas se aplican es muy relevante. Por ejemplo, si la última búsqueda que aplicamos es *Swap* o *2-Opt*, luego la distancias ahorradas de las rutas modificadas no sería aprovechada por ninguna cliente.

Configuraciones:

- **Común a todas**: MI.200;MNC.50;PS.150;EP.0,3;MP.0,1;EGC.70;TOP.2
- **C = 1**: HEU.IROS;D.G
- **C = 2**: HEU.SIORSOR;D.G
- **C = 3**: HEU.SIORSOR;D.S
- **C = 4**: HEU.SOIR;D.G
- **C = 5**: HEU.SOIR;D.S
- **C = 6**: HEU.SOISOIR;D.G

Recordando los códigos de HUE:

- **I**: Insert (Cliente no visitado)
- **R**: Replace (Cliente no visitado por uno visitado)
- **0**: 2-Opt (Swap dentro de una misma ruta)
- **S**: Swap (Swap entre dos rutas distintas)

Genere soluciones para las mismas seis instancias anteriores, en la configuración varía solamente el orden de las búsquedas locales y el decodificador. Se obteniendo los siguientes resultados:

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	C	$\#S$	t_{avg}	B_{max}	B_{min}	B_{avg}	i_{eAvg}	BTP_{max}
p2.2.k	21	2	22.50	1	10	4724	275	260	267	0.97	275
p2.2.k	21	2	22.50	2	10	5136	275	260	268	0.97	275
p2.2.k	21	2	22.50	3	10	3333	275	260	268	0.97	275
p2.2.k	21	2	22.50	4	10	4410	270	260	269	0.98	275
p2.2.k	21	2	22.50	5	10	2610	270	260	267	0.97	275
p2.2.k	21	2	22.50	6	10	4884	270	265	269	0.98	275
p2.3.g	21	3	10.70	1	10	2710	145	145	145	1.00	145
p2.3.g	21	3	10.70	2	10	3025	145	145	145	1.00	145
p2.3.g	21	3	10.70	3	10	2047	145	145	145	1.00	145
p2.3.g	21	3	10.70	4	10	2880	145	145	145	1.00	145
p2.3.g	21	3	10.70	5	10	1954	145	145	145	1.00	145
p2.3.g	21	3	10.70	6	10	2883	145	145	145	1.00	145
p3.4.p	33	4	22.50	1	10	10613	540	510	524	0.94	560
p3.4.p	33	4	22.50	2	10	11692	540	540	540	0.96	560
p3.4.p	33	4	22.50	3	10	5361	560	540	550	0.98	560
p3.4.p	33	4	22.50	4	10	10341	540	540	540	0.96	560
p3.4.p	33	4	22.50	5	10	4101	560	540	550	0.98	560
p3.4.p	33	4	22.50	6	10	11247	560	540	543	0.97	560
p5.3.x	66	3	40.00	1	10	32077	1435	1340	1382	0.89	1555
p5.3.x	66	3	40.00	2	10	39871	1505	1475	1489	0.96	1555
p5.3.x	66	3	40.00	3	10	19296	1505	1470	1487	0.96	1555
p5.3.x	66	3	40.00	4	10	32672	1485	1450	1464	0.94	1555
p5.3.x	66	3	40.00	5	10	10854	1490	1425	1454	0.94	1555
p5.3.x	66	3	40.00	6	10	35290	1490	1455	1469	0.94	1555
p7.2.e	102	2	50.00	1	10	14956	290	280	286	0.99	290
p7.2.e	102	2	50.00	2	10	15837	290	285	289	1.00	290
p7.2.e	102	2	50.00	3	10	8859	290	289	289	1.00	290
p7.2.e	102	2	50.00	4	10	13623	290	290	290	1.00	290
p7.2.e	102	2	50.00	5	10	6605	290	285	289	1.00	290
p7.2.e	102	2	50.00	6	10	14637	290	281	288	0.99	290
p7.4.t	102	4	100.00	1	10	57849	988	925	949	0.88	1077
p7.4.t	102	4	100.00	2	10	66773	1008	978	995	0.92	1077
p7.4.t	102	4	100.00	3	10	33420	1020	979	997	0.93	1077
p7.4.t	102	4	100.00	4	10	52095	1003	957	983	0.91	1077
p7.4.t	102	4	100.00	5	10	18879	1015	963	989	0.92	1077
p7.4.t	102	4	100.00	6	10	57895	1012	955	983	0.91	1077

Observaciones de estos resultados:

Claramente el peor orden de búsquedas locales es IROS (*Insert*, *Replace*, *2-Opt*, *Swap*). Esto es por lo que explicamos anteriormente, *Insert* y *Replace* intentan agregar mas clientes o intercambiar por clientes mas rentables mejorando el beneficio de la ruta. Mientras que *2-Opt* y *Swap* hacen un reordenamiento de la secuencia en que se visitan los clientes seleccionados, luego minimizan la distancia recorrida de una ruta. Al ejecutar primero las búsquedas que incrementan el beneficio y luego las que decrementan la distancia recorrida, no hacemos uso de la distancia ahorrada.

Luego el mejor orden según estos resultados, fue SIORSOR. Notar que repito búsquedas en esta secuencia, en una primera impresión parece redundante pero no lo es. Por ejemplo, la primera vez que se aplica *2-Opt* se hace luego de un *Insert* que utiliza toda la distancia disponible y la segunda vez que se aplica el *2-Opt* es posterior de un *Swap*.

Sobre T_{avg}, notar entre la configuración 2 y 3 el tiempo puede llegar a ser más del doble y la única diferencia es que se uso el decodificador simple versus el goloso. Esto lo logra con un i_eAvg prácticamente igual en todas las instancias. Lo mismo podemos observar entre la configuración 4 y 5. Por lo tanto, habiendo agregado las búsquedas locales, el decodificador goloso no mejora el beneficio final y el decodificador simple reduce el tiempo de ejecución. Por este motivo para los resultados finales utilicé el decodificar simple.

Estos resultados me parecieron muy buenos ya que en dos de las seis instancias se llega a la mejor solución conocida y en los resultados de las otras cuatro instancias son competitivos con los trabajos previos de la literatura. Por eso decidí correr mi algoritmo para el resto de las instancias del benchmarck.

6. RESULTADOS

En este capítulo mostraré los resultados finales obtenidos. Dentro de todos los trabajos previos de la literatura que encontré y que incluyeran resultados que utilizaran el benchmark de instancias de Chao y los de Tsiligirides [17], seleccioné los resultados de Archetti et al. [1], los de Chao et al. Chao [9] y los de Tang et al. [21]. Dentro de las soluciones propuestas de Archetti et al., seleccione los resultados de su 'Slow VNS Feasible' ya que tenía los mejores resultados al correrlos con el benchmark de instancias. Seleccione estos trabajos porque plantean distintos enfoques y tienen los mejores resultados para el benchmark de problemas utilizado.

La configuración final utilizada para el BRKGA fue:

- **MinIterations**: 200
- **MinNoChanges**: 50
- **PopulationSize**: 150
- **ElitePercentage**: 0.3
- **MutantPercentage**: 0.1
- **EliteGenChance**: 70
- **Heuristics**: Swap, Insert, 2-Opt, Replace, Swap, 2-Opt, Replace
- **ApplyHeuristicsToTop**: 2
- **DecoderType**: Simple

Además agregué un último paso una vez que corta el algoritmo, antes de entregar la mejor solución encontrada se le aplica una secuencia larga de búsquedas locales distinta a la aplicada a los mejores individuos de cada generación.

Los resultados fueron generados corriendo la implementación en una laptop hp con las siguientes especificaciones:

- Procesador: Intel Core i7 5500u
- Memoria: DDR3 12 GBytes
- Graphics: Intel HD Graphics 5500
- Sistema Operativo: Windows 10 64-bit Home
- Ide: Visual Studio Enterprice 2015
- Lenguaje: C# .Net Framework 4.5

A continuación los resultados de 199 instancias del bechmark para mi algoritmo, el de Archetti, Hertz y Speranza(AHS), Tang y Miller-Hooks(TMH) y Chao, Golden, y Wasil (CGW). En el caso de mi algoritmo, cada instancia se ejecuto diez veces y muestro B_{min}, B_{avg} y B_{max} denotando la peor solución, la solución media y la mejor solución encontrada respectivamente entre las diez ejecuciones.

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	t_{avg}	B_{min}	B_{avg}	B_{max}	AHS	CGW	TMH
p2.2.k	21	2	22.50	2577	260	268	270	275	270	270
p2.3.g	21	3	10.70	1608	145	145	145	145	140	140
p2.3.h	21	3	11.70	1774	165	165	165	165	165	165
p1.2.i	32	2	23.00	4075	130	134	135	135	130	135
p1.2.l	32	2	30.00	4929	190	190	195	195	190	190
p1.3.h	32	3	13.30	2260	70	70	70	70	75	70
p1.3.m	32	3	21.70	4343	170	173	175	175	175	170
p1.3.o	32	3	24.30	4573	195	200	205	205	215	205
p1.3.p	32	3	25.00	5067	210	215	220	220	215	220
p1.4.j	32	4	12.50	2240	75	75	75	75	70	75
p1.4.o	32	4	18.20	3765	165	165	165	165	160	165
p1.4.p	32	4	18.80	3821	175	175	175	175	160	175
p3.2.c	33	2	12.50	2017	180	180	180	180	170	180
p3.2.e	33	2	17.50	3293	260	260	260	260	260	250
p3.2.f	33	2	20.00	3339	300	300	300	300	300	290
p3.2.g	33	2	22.50	3726	350	354	360	360	350	350
p3.2.h	33	2	25.00	3931	390	390	390	410	390	410
p3.2.i	33	2	27.50	4056	440	447	460	460	440	460
p3.2.j	33	2	30.00	4358	500	500	500	510	470	490
p3.2.k	33	2	32.50	4627	540	549	550	550	540	540
p3.2.m	33	2	37.50	5183	610	619	620	620	620	620
p3.2.n	33	2	40.00	5660	630	645	660	660	660	660
p3.2.o	33	2	42.50	5636	670	672	680	690	680	690
p3.2.p	33	2	45.00	6185	700	709	720	720	710	710
p3.2.q	33	2	47.50	6097	730	734	750	760	750	760
p3.2.r	33	2	50.00	6659	750	764	780	790	780	780
p3.3.k	33	3	21.70	4060	430	433	440	440	430	430
p3.3.l	33	3	23.30	4295	470	474	480	480	470	470
p3.3.m	33	3	25.00	4426	500	504	510	520	520	510
p3.3.n	33	3	26.70	4114	550	564	570	570	550	550
p3.3.o	33	3	28.30	4241	580	583	590	590	580	590
p3.3.p	33	3	30.00	4405	620	628	640	640	620	640
p3.3.q	33	3	31.70	4484	650	662	670	680	630	680
p3.3.s	33	3	35.00	4850	710	712	720	720	710	710
p3.3.t	33	3	36.70	5009	720	723	750	760	720	750
p3.4.f	33	4	10.00	1808	190	190	190	190	180	190
p3.4.i	33	4	13.80	2483	270	270	270	270	260	260
p3.4.j	33	4	15.00	2534	300	305	310	310	300	310
p3.4.m	33	4	18.80	3442	390	390	390	390	380	380
p3.4.o	33	4	21.20	3797	480	489	500	500	490	490

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	t_{avg}	B_{min}	B_{avg}	B_{max}	AHS	CGW	TMH
p3.4.p	33	4	22.50	4125	540	549	560	560	530	560
p6.2.j	64	2	30.00	12376	936	937	942	948	942	936
p6.2.l	64	2	35.00	15565	1086	1095	1104	1116	1104	1116
p6.2.m	64	2	37.50	16469	1152	1160	1170	1188	1176	1188
p6.2.n	64	2	40.00	15984	1206	1221	1230	1260	1242	1260
p6.3.i	64	3	18.30	9341	636	638	642	642	642	612
p6.3.k	64	3	21.70	11270	876	886	894	894	894	876
p6.3.l	64	3	23.30	11461	960	976	984	1002	972	990
p6.3.m	64	3	25.00	12060	1056	1066	1074	1080	1080	1080
p6.3.n	64	3	26.70	12674	1146	1153	1170	1170	1158	1152
p6.4.k	64	4	16.20	7011	522	526	528	528	546	522
p6.4.l	64	4	17.50	9316	690	691	696	696	690	696
p5.2.e	66	2	12.50	3683	180	180	180	180	175	180
p5.2.g	66	2	17.50	7357	315	319	320	320	315	320
p5.2.h	66	2	20.00	8407	390	393	400	410	395	410
p5.2.j	66	2	25.00	9663	560	577	580	580	580	560
p5.2.l	66	2	30.00	11332	740	754	770	800	790	770
p5.2.m	66	2	32.50	11001	825	838	860	860	855	860
p5.2.n	66	2	35.00	11990	890	904	925	925	920	920
p5.2.o	66	2	37.50	12420	960	973	985	1020	1010	975
p5.2.p	66	2	40.00	12641	1050	1067	1080	1150	1150	1090
p5.2.q	66	2	42.50	14157	1110	1128	1150	1195	1195	1185
p5.2.r	66	2	45.00	14695	1190	1211	1240	1260	1250	1260
p5.2.s	66	2	47.50	14831	1250	1280	1310	1340	1310	1310
p5.2.t	66	2	50.00	15616	1305	1341	1370	1400	1380	1380
p5.2.u	66	2	52.50	16996	1365	1395	1410	1460	1450	1445
p5.2.v	66	2	55.00	18688	1420	1441	1465	1505	1490	1500
p5.2.w	66	2	57.50	19290	1505	1507	1525	1560	1545	1560
p5.2.x	66	2	60.00	21139	1520	1543	1580	1610	1600	1610
p5.2.y	66	2	62.50	21692	1575	1594	1620	1635	1635	1630
p5.2.z	66	2	65.00	22642	1585	1613	1640	1670	1680	1665
p5.3.e	66	3	8.30	1654	95	95	95	95	110	95
p5.3.h	66	3	13.30	4279	260	260	260	260	255	260
p5.3.k	66	3	18.30	9420	485	491	495	495	480	495
p5.3.l	66	3	20.00	15294	570	577	585	595	595	575
p5.3.n	66	3	23.30	16880	745	753	755	755	755	755
p5.3.o	66	3	25.00	14868	830	850	870	870	870	835
p5.3.q	66	3	28.30	15596	1015	1036	1065	1070	1060	1065
p5.3.r	66	3	30.00	16032	1080	1096	1110	1125	1105	1115
p5.3.s	66	3	31.70	17088	1150	1167	1175	1190	1175	1175

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	t_{avg}	B_{min}	B_{avg}	B_{max}	AHS	CGW	TMH
p5.3.t	66	3	33.30	18116	1215	1227	1240	1260	1250	1240
p5.3.u	66	3	35.00	18238	1280	1299	1320	1345	1330	1330
p5.3.v	66	3	36.70	18760	1360	1376	1390	1425	1400	1410
p5.3.w	66	3	38.30	18311	1405	1423	1445	1485	1450	1465
p5.3.x	66	3	40.00	19632	1470	1493	1515	1555	1530	1530
p5.3.y	66	3	41.70	20212	1505	1541	1560	1595	1580	1580
p5.3.z	66	3	43.30	19735	1560	1593	1625	1635	1635	1635
p5.4.m	66	4	16.20	11400	520	541	555	555	495	555
p5.4.o	66	4	18.80	13407	675	684	690	690	675	680
p5.4.p	66	4	20.00	17679	740	753	760	765	750	760
p5.4.q	66	4	21.20	15822	830	843	860	860	860	860
p5.4.r	66	4	22.50	16051	895	917	940	960	950	960
p5.4.s	66	4	23.80	15676	990	997	1000	1030	1020	1000
p5.4.t	66	4	25.00	16781	1090	1118	1160	1160	1160	1100
p5.4.u	66	4	26.20	16274	1170	1201	1240	1300	1260	1275
p5.4.v	66	4	27.50	16367	1245	1272	1300	1320	1310	1310
p5.4.w	66	4	28.80	17748	1330	1347	1370	1390	1380	1380
p5.4.x	66	4	30.00	17136	1400	1410	1420	1450	1420	1410
p5.4.y	66	4	31.20	17561	1455	1478	1500	1520	1490	1520
p5.4.z	66	4	32.50	17839	1510	1547	1585	1620	1545	1575
p4.2.a	100	2	25.00	5823	199	201	202	206	194	202
p4.2.c	100	2	35.00	14615	434	442	450	452	440	438
p4.2.d	100	2	40.00	17963	501	513	521	531	531	517
p4.2.e	100	2	45.00	19502	572	582	593	618	580	593
p4.2.f	100	2	50.00	21063	636	653	668	687	669	666
p4.2.g	100	2	55.00	22950	694	705	715	753	737	749
p4.2.h	100	2	60.00	26489	745	770	795	835	807	827
p4.2.i	100	2	65.00	27996	810	826	852	918	858	915
p4.2.j	100	2	70.00	30658	855	885	959	962	899	914
p4.2.k	100	2	75.00	32992	899	930	959	1022	932	963
p4.2.l	100	2	80.00	35127	935	971	1018	1074	1003	1022
p4.2.m	100	2	85.00	40129	1000	1016	1043	1132	1039	1089
p4.2.n	100	2	90.00	42753	1036	1064	1098	1171	1112	1150
p4.2.o	100	2	95.00	48741	1081	1105	1130	1218	1147	1175
p4.2.p	100	2	100.00	51276	1130	1154	1192	1241	1199	1208
p4.2.q	100	2	105.00	56951	1167	1188	1213	1263	1242	1255
p4.2.r	100	2	110.00	62964	1204	1216	1229	1286	1199	1277
p4.2.s	100	2	115.00	68578	1235	1243	1254	1301	1286	1294
p4.2.t	100	2	120.00	73271	1241	1267	1292	1306	1299	1306
p4.3.c	100	3	23.30	2400	193	193	193	193	191	192

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	t_{avg}	B_{min}	B_{avg}	B_{max}	AHS	CGW	TMH
p4.3.d	100	3	26.70	6868	323	329	332	335	333	333
p4.3.e	100	3	30.00	9120	445	453	461	468	432	465
p4.3.f	100	3	33.30	12305	538	545	555	579	552	579
p4.3.g	100	3	36.70	15315	605	611	619	653	623	646
p4.3.h	100	3	40.00	18026	670	687	697	729	717	709
p4.3.i	100	3	43.30	20932	737	744	756	807	798	785
p4.3.j	100	3	46.70	23307	797	806	822	861	829	860
p4.3.k	100	3	50.00	23912	835	854	880	919	889	906
p4.3.l	100	3	53.30	24719	889	903	931	978	946	951
p4.3.m	100	3	56.70	27541	937	964	985	1063	956	1005
p4.3.n	100	3	60.00	28898	991	1014	1047	1121	1018	1119
p4.3.o	100	3	63.30	29981	1045	1065	1102	1170	1078	1151
p4.3.p	100	3	66.70	31094	1083	1102	1129	1222	1115	1218
p4.3.q	100	3	70.00	33252	1107	1140	1170	1251	1222	1249
p4.3.r	100	3	73.30	35739	1145	1175	1191	1272	1225	1265
p4.3.s	100	3	76.70	36637	1185	1211	1249	1293	1239	1282
p4.3.t	100	3	80.00	38749	1209	1242	1273	1304	1285	1288
p4.4.e	100	4	22.50	1895	183	183	183	183	182	182
p4.4.f	100	4	25.00	4714	315	317	324	324	304	315
p4.4.g	100	4	27.50	7572	449	450	461	461	460	453
p4.4.h	100	4	30.00	9646	528	541	556	571	545	554
p4.4.i	100	4	32.50	12556	603	618	630	657	641	627
p4.4.j	100	4	35.00	15196	668	685	711	732	697	732
p4.4.k	100	4	37.50	17570	742	758	772	821	770	819
p4.4.l	100	4	40.00	19872	808	818	832	880	847	875
p4.4.m	100	4	42.50	21976	840	858	877	919	895	910
p4.4.n	100	4	45.00	24819	886	897	917	968	932	977
p4.4.o	100	4	47.50	26196	930	953	984	1061	995	1014
p4.4.p	100	4	50.00	26048	997	1011	1028	1120	996	1056
p4.4.q	100	4	52.50	28604	1016	1058	1086	1161	1084	1124
p4.4.r	100	4	55.00	27919	1091	1111	1137	1203	1155	1165
p4.4.s	100	4	57.50	28988	1116	1146	1190	1255	1230	1243
p4.4.t	100	4	60.00	28970	1159	1187	1234	1279	1253	1255
p7.2.e	102	2	50.00	6440	280	288	290	290	275	290
p7.2.f	102	2	60.00	10380	373	376	382	387	379	382
p7.2.g	102	2	70.00	14356	444	451	457	459	453	459
p7.2.h	102	2	80.00	15787	514	517	521	521	517	521
p7.2.i	102	2	90.00	17982	557	563	578	579	576	578
p7.2.j	102	2	100.00	19937	606	610	615	644	633	638
p7.2.k	102	2	110.00	21051	666	674	681	705	693	702

I	$\#N$	$\#V$	$tMax$	t_{avg}	B_{min}	B_{avg}	B_{max}	AHS	CGW	TMH
p7.2.l	102	2	120.00	22722	713	721	730	767	758	767
p7.2.m	102	2	130.00	26512	759	775	792	827	811	817
p7.2.n	102	2	140.00	28018	805	819	834	888	864	864
p7.2.o	102	2	150.00	30010	860	876	896	945	934	914
p7.2.p	102	2	160.00	33751	902	920	950	1002	987	987
p7.2.q	102	2	170.00	35759	928	955	980	1044	1031	1017
p7.2.r	102	2	180.00	38337	985	1001	1035	1094	1082	1067
p7.2.s	102	2	190.00	37237	1022	1038	1071	1136	1127	1116
p7.2.t	102	2	200.00	36614	1058	1073	1084	1179	1173	1165
p7.3.e	102	3	33.30	2281	175	175	175	175	163	175
p7.3.f	102	3	40.00	3860	247	247	247	247	235	247
p7.3.g	102	3	46.70	6310	344	344	344	344	338	344
p7.3.h	102	3	53.30	9034	412	420	425	425	419	416
p7.3.i	102	3	60.00	12612	471	473	478	487	466	481
p7.3.j	102	3	66.70	15089	542	549	556	564	539	563
p7.3.k	102	3	73.30	17746	600	609	613	633	602	632
p7.3.l	102	3	80.00	19484	660	669	674	681	676	681
p7.3.m	102	3	86.70	20016	710	722	740	762	754	756
p7.3.n	102	3	93.30	21830	761	767	775	820	813	789
p7.3.o	102	3	100.00	22219	812	822	832	874	848	874
p7.3.p	102	3	106.70	23263	836	857	881	927	919	922
p7.3.q	102	3	113.30	23745	905	917	941	987	943	966
p7.3.r	102	3	120.00	26130	921	949	963	1022	1008	1011
p7.3.s	102	3	126.70	27066	980	1001	1034	1079	1064	1061
p7.3.t	102	3	133.30	29218	1014	1041	1060	1115	1095	1098
p7.4.f	102	4	30.00	2018	164	164	164	164	156	164
p7.4.g	102	4	35.00	3254	217	217	217	217	209	217
p7.4.h	102	4	40.00	4634	283	284	285	285	283	285
p7.4.i	102	4	45.00	7266	350	350	353	366	338	359
p7.4.k	102	4	55.00	12327	500	505	513	520	516	503
p7.4.l	102	4	60.00	14261	567	572	586	590	562	576
p7.4.m	102	4	65.00	17500	613	625	638	646	610	643
p7.4.n	102	4	70.00	19544	667	679	691	730	683	726
p7.4.o	102	4	75.00	19907	736	749	757	781	728	776
p7.4.p	102	4	80.00	20798	796	809	818	846	801	832
p7.4.q	102	4	85.00	22915	832	850	886	906	882	905
p7.4.r	102	4	90.00	23287	897	910	928	970	886	966
p7.4.s	102	4	95.00	24411	942	954	973	1022	990	1019
p7.4.t	102	4	100.00	24631	987	1005	1026	1077	1066	1067

7. CONCLUCIONES

El *Team Orienteering Problem* combina la decisión de qué clientes seleccionar con la decisión de cómo planificar la ruta. Al ser TOP un problema reconocido como modelo de muchas aplicaciones reales, se han generado varios trabajos que encaran el mismo. Incluso algunos pocos con algoritmos genéticos pero no encontré ninguno que implemente un BRKGA. Mi contribución al problema TOP consiste en generar una implementación que utilice como base de su construcción de soluciones al algoritmo BRKGA y analizar que tan efectivo puede ser el mismo. La implementación final utiliza el algoritmo BRKGA y además, unas búsquedas locales para mejorar algunos individuos selectos de cada generación. La efectividad de la implementación final terminó dependiendo fuertemente de las heurísticas de búsqueda local.

Los resultados obtenidos son muy buenos, con al menos un tercio de los resultados llegaron a la solución optima de la instancia testeada. El resto obtuvo un i_eMax en el intervalo [0.95, 0.99], salvo por algunas excepciones. Ahora, si considero el resultado obtenido por el BRKGA puro, los resultados no son lo suficientemente buenos para instancias grandes del problema, llegando a tener un i_eMax aproximado de 0,5. Quizá por como funciona el *crossover* en TOP, las soluciones hijas terminan siendo muy diferentes de su padres. Si ese fuera el caso, el BRKGA solo puede llegar a buenas soluciones con la ayuda de otras metaheurísticas como es en este caso.

Considero que uno de los problemas del BRKGA para TOP es que su secuencia de alelos no es utilizada completamente ya que parte del problema es que no todos los clientes pueden ser visitados. Asignar todos los clientes a algún vehículo siempre generaría una solución no factible o la instancia del problema no sería de TOP. Este problema de matching entre alelos y clientes visitados quizá puede ser resuelto modificando lo que representa un gen. Es decir, haciendo un decodificador nuevo.

7.1. Trabajos Futuros

Sería útil tener una herramienta para visualizar las soluciones en un plano cartesiano, pudiendo ver rápidamente que clientes se quedaron sin ser visitados y así poder idear alternativas para que los clientes cercanos sean incluidos. También para poder ver la similitud entre individuos y sus individuos progenitores, a modo de tener una idea clara de que tan parecidos son. De todos modos, para un análisis mas preciso de tal correlación, sería mas eficiente idear una función que analizando las rutas de ambas soluciones genere un índice de parentesco.

El BRKGA puro necesita mejoras, no estoy del todo conforme con los resultados obtenidos utilizando solo el BRKGA. Si continuara mi desarrollo del BRKGA sin búsquedas locales exploraría cambios en el decodificador y en el método de *crossover*.

En el decodificador buscaría alguna manera de que su secuencia de alelos se use de forma completa, es decir que todo alelo impacte en la formación de la solución. Para

entender esto tomar como ejemplo el decodificador goloso y sea una instancia con 10 clientes y una solución generada a partir de su secuencia de alelos que visita a 6 de los 10 clientes, luego los últimos 4 alelos de la secuencia no impactan en el resultado final. Es decir, estos 4 alelos los podría cambiar de posición entre si y la solución seria la misma. Quizá podría implementarse de tal forma, que los clientes se distribuyan uniformemente entre todos los vehículos y luego con un proceso de limpieza se convierta la solución en una factible. Sino, que de alguna manera existan pre establecido sectores asignados a un solo vehículo, basados en cercanía ó el centro de gravedad del sector. Esto es por donde continuaría la investigación y el desarrollo.

El segundo punto por el que intentaría mejorar los resultados del BRKGA es modificando el algoritmo de apareamiento. Quizá cada alelo represente una ruta de un vehículo. Luego el individuo descendiente herede dos rutas de un padre y la tercer ruta del otro, finalmente con algún proceso de limpieza se muevan los clientes que se visitan de forma repetida y se incluyen otros. En este contexto, la cantidad de alelos que tendría una solución estaría dictaminado por la cantidad de vehículos. Esto podría representar un problema ya que existen muchos menos vehículos que clientes, generando baja diversidad de soluciones, es decir explorando muy poco el dominio de soluciones posibles.

Sobre trabajos futuros relacionados con las búsquedas locales, se podría implementar la búsqueda *Move*', para mover un cliente visitado de una ruta hacia otra, acumulando mayor distancia libre en una sola ruta. También se podría *Replace* que actualmente cambia a un cliente visitado por otro no visitado si incrementa el beneficio total. La optimización sería buscar un *Replace* que no necesariamente sea de uno por uno. Podría ser el caso que hayan dos cliente no visitados cuyo beneficio total supere el de un cliente visitado, pero el beneficio de cada uno por separado, sea menor que el visitado. En este escenario el *Replace* actual no efectuá el cambio. También se podría implementar alguna heurística local tabú de modo de salir de mínimos locales.

El objetivo de este trabajo era analizar el rendimiento del algoritmo BRKGA para TOP, es por esto que de hacer trabajos futuros sobre el tema haría foco en las ideas sobre cambio del método de *crossover* y en el decodificador del BRKGA.

REFERENCES

[1] Archetti C., Hertz A. y M.G. Speranza. *Metaheuristics for the team orienteering problem.* Journal of Heuristics, 13:49–76, (2007).

[2] Archetti C., Speranza M.G. y Vigo D. *Vehicle Routing Problems with Profits.* Department of Economics and Management, University of Brescia, Italy (2013).

[3] Ballou R. y Chowdhury M. *MSVS: An extended computer model for transport mode selection. The Logistics and Transportation.* (1980).

[4] Bean J.C. *Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization.* ORSA Journal on Computing 6:154–160 (1994).

[5] Bouly H., Dang D.-C. y Moukrim A. *A memetic algorithm for the team orienteering problem.* A Quarterly Journal of Operations Research, 8:49–70, (2010).

[6] Boussier S., Feillet D. y Gendreau M. *An exact algorithm for the team orienteering problem.* A Quarterly Journal of Operations Research, 5:211–230, (2007).

[7] Butt S.E. y Cavalier T.M. *A heuristic for the multiple tour maximum collection problem.* Computers and Operations Research, 21:101–111, (1994).

[8] Butt S.E. y Ryan D.M. *An optimal solution procedure for the multiple tour maximum collection problem using column generation.* Computers and Operations Research, 26:427–441, (1999).

[9] Chao I-M., Golden B.L. y Wasil E.A. *The team orienteering problem.* European Journal of Operational Research, 88:464–474, (1996).

[10] Croes G.A. *A Method for Solving Travelling-Salesman Problems.* Operations Research, 6:791-812, (1958).

[11] Dang D.C., Guibadj R.N. y Moukrim A. *A PSO-based memetic algorithm for the team orienteering problem.* In: Di Chio C. et al. (eds) Applications of Evolutionary Computation. EvoApplications (2011).

[12] Ferreira J., Quintas A., Oliveira J. A., Pereira G. A. B. y Dias L. *Solving the team orienteering problem* Universidade do Minho, Braga, Portugal, (2012).

[13] Garey, M., y Johnson, D. *Computers and Intractability.* Freeman, San Francisco, (1979).

[14] Goldberg D. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning.* 1st Ed., Addison-Wesley, Massachusetts, (1989).

[15] Golden B., Laporte G. y Taillard E. *An adaptive memory heuristic for a class of vehicle routing problems with minmax.* Computers and Operations Research, 24:445–52, (1997).

[16] Golden B.L., Levy L. y Vohra R. *The orienteering problem.* Naval Research Logistics, 34:307–318, (1987).

[17] Instancias de Chao I-M. y Tsiligirides T.
`https://www.mech.kuleuven.be/en/cib/op#section-3`

[18] Ke L., Archetti C. y Feng Z. *Ants can solve the team orienteering problem.* Computers and Industrial Engineering, 54:648–665, (2008).

[19] Souffriau W., Vansteenwegen P., Vanden Berghe G. y Van Oudheusden D. *A path relinking approach for the team orienteering problem.* Computers and Operations Research, 37:1853–1859, (2010).

[20] Spears W. M. y De Jong K. A. *On the virtues of parameterized uniform crossover.* (1991).

[21] Tang H. y Miller-Hooks E. *A tabu search heuristic for the team orienteering problem.* Computers and Operations Research, 32:1379–1407, (2005).

[22] Tsiligirides, T. *Heuristic Methods Applied to Orienteering.* Journal of the Operational Research Society, 35(9), 797-809, (1984).

[23] Vansteenwegen P., Souffriau W., Vanden Berghe G. y Van Oudheusden D. *A guided local search metaheuristic for the team orienteering problem.* European Journal of Operational Research, 196:118–127, (2009).