

FIS120: FÍSICA GENERAL II

GUÍA#5: Conducción eléctrica y circuitos.

Objetivos de aprendizaje

Esta guía es una herramienta que usted debe usar para lograr los siguientes objetivos:

- Conocer y analizar la corriente eléctrica y los fenómenos asociados al transporte de carga en conductores.
- Conocer el funcionamiento de distintos elementos eléctricos dentro de un circuito.
- Resolver circuitos eléctricos.
- Analizar los fenómenos asociados al ciclo de carga y descarga de un condensador.

I. Preguntas Conceptuales

Responda usando argumentos técnicos las siguientes preguntas. Apóyese en gráficos y ecuaciones según corresponda. Sea preciso y claro en sus respuestas. Ver capítulos 32 y 33 del libro¹

- a) ¿Cuál es la diferencia entre *fem* y *diferencia de potencial*?
- b) Las baterías siempre se rotulan con su *fem*; por ejemplo una batería AA se rotula como de “1,5 Volt”. ¿Sería apropiado también incluir un rótulo en las baterías que indique cuánta corriente suministran? ¿porqué?
- c) ¿Por qué las ampolletas se queman cuando uno las enciende, pero casi nunca cuando permanecen encendidas?
- d) ¿En qué ampolleta de 220[V] tiene más resistencia el filamento: en una de 60[W] o en una de 100[W]? Si ambas ampolletas se conectan en serie a una línea de 220[V], ¿a través de cual ampolleta habrá mayor caída de voltaje? ¿y si se conectan en paralelo?
- e) ¿Cuánto cambia la resistencia de un alambre si se estira de forma que su nueva longitud es “n” veces mayor que su longitud inicial?, ¿qué supuestos son necesarios para resolver esta situación?, ¿porqué?
- f) En un circuito RC, ¿de qué depende la carga máxima que puede acumular el condensador?
- g) Describa el funcionamiento del circuito RC, ¿cómo funciona el circuito justo después de conectar la batería?, ¿luego de mucho tiempo?, ¿para un tiempo cualquiera?, ¿qué magnitudes se pueden considerar como un tiempo infinito?

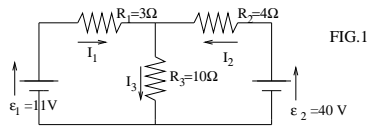
¹Halliday, Resnick and Krane, volumen 2 cuarta edición. Y/O los capítulos correspondientes de cualquiera de los otros libros de consulta.

II. Problemas propuestos

- (1) Un cable, de material Óhmico conductor, tiene resistencia $R = 5[\Omega]$, y está conectado a una fem $\varepsilon = 100[V]$.

- La potencia $P_R \equiv dQ_R/dt$ de disipación de la energía por este cable es:
- El cable de la pregunta anterior ahora se funde y se hace de él un cable cuatro veces más largo (nota: el cable se pone más delgado). Se conecta el nuevo cable a la fuente de fem aludida. Entonces, la potencia de disipación de la energía por este cable es:

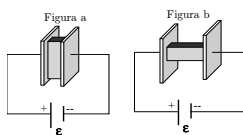
- (2) La figura muestra un circuito de tres resistencias y dos baterías.



Datos: $\varepsilon_1 = 11[V]$; $\varepsilon_2 = 40[V]$; $R_1 = 3[\Omega]$; $R_2 = 4[\Omega]$; $R_3 = 10[\Omega]$

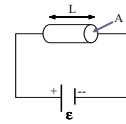
Determine:

- La corriente I_3 a través de R_3 .
 - El trabajo $W_{\varepsilon_1}^{(\Delta t)}$ de la batería ε_1 en un intervalo de tiempo $\Delta t = 10 [s]$, y el calor $Q_{R_2}^{(\Delta t)}$ disipado por la resistencia R_2 en el mismo intervalo de tiempo.
- (3) Un resistor con forma de paralelepípedo recto (lados a , a y $4a$), se puede conectar a una batería formando un circuito como muestra la figura, el resistor se conecta a través de dos placas conductoras en dos orientaciones distintas (figura a y b).



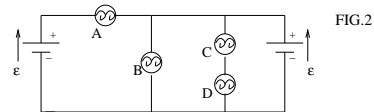
Entonces, la relación entre las corrientes que circulan por la resistencia en ambos circuitos (i_a/i_b), es:

- La intensidad de corriente que atraviesa un hilo conductor está dada por: $i(t) = 5 \cdot \cos(\pi t) [A]$, con t medido en segundos. Determine cuál es la carga neta que atraviesa el hilo conductor en un intervalo de $10[s]$.
- Un cilindro homogéneo de material de resistividad ρ , área transversal A y largo L , se conecta a una batería, como muestra la figura. Sabemos que como consecuencia de la conexión, el cilindro disipa calor con una potencia constante de $\frac{dQ}{dt} = 0,2[W]$ ¿Cuál es el valor de la fem de la batería?



Datos: $\rho = 4 \cdot 10^{-7}[\Omega m]$, $A = 1[cm^2]$ y $L = 2[cm]$

- (6) La figura muestra un sistema de circuitos, con cuatro ampolletas (es decir, resistencias) iguales, y dos baterías iguales. Ordene cada ampolleta, según se produce de mayor a menor “brillo” (brillo \Leftrightarrow (proporcional a la) potencia)



- (7) La figura muestra dos ampolletas iguales y una batería, todos en un circuito. Se conecta el cable (se cierra el interruptor S) como mostrado en la Figura; el cable tiene resistencia cero. ¿Cómo cambia el brillo de las ampolletas? (Recuerde: brillo \Leftrightarrow potencia.)

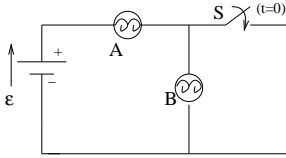


FIG.3

- (8) La figura muestra un sistema de circuitos. ¿Cuál es el valor de las diferencias de potencial eléctrico $|\Delta V_{Cj}|$ en los capacitores (condensadores) luego de que ha transcurrido *mucho* tiempo desde que se cerró el interruptor S ?

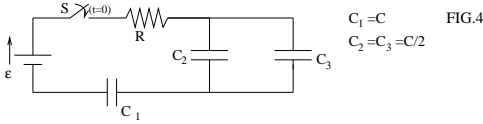
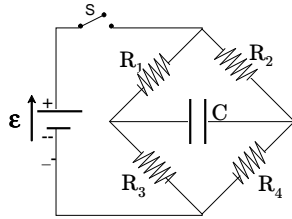


FIG.4

- (9) En el circuito de la figura, el interruptor se cierra en el instante $t = 0[s]$, cuando el condensador se encuentra descargado. Los valores de los elementos son: $\varepsilon = 20[V]$, $R_1 = R_4 = 2[\Omega]$, $R_2 = R_3 = 3[\Omega]$ y $C = 5[\mu F]$.



- a) Luego de un tiempo largo, la potencia entregada por la batería es:
b) Luego de largo tiempo, la carga del condensador es:
- (10) En los circuitos mostrados en la figura, en los instantes $t < 0$ los interruptores S_1 y S_2 están abiertos y el capacitor cargado con $q_c(t) = 0,18[C]$. En el instante $t = 0$ se cierra S_1 , pero S_2 queda abierto. En el instante $t_0 = 0,5[s]$ se cierra S_2 , así que para los instantes $t > t_0$ ambos interruptores están cerrados.

Datos: $\varepsilon = 60[V]$; $R_c = 4[\Omega]$; $C = 5[mF]$; $R = 6[\Omega]$; $R' = 2[\Omega]$; $q_c(0) = 0,18[C]$; $t_0 = 0,5[s]$

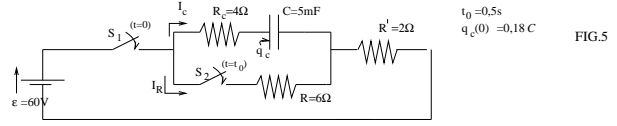
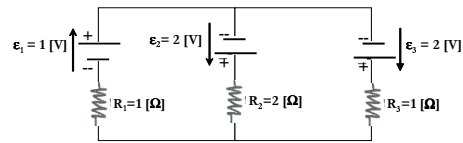
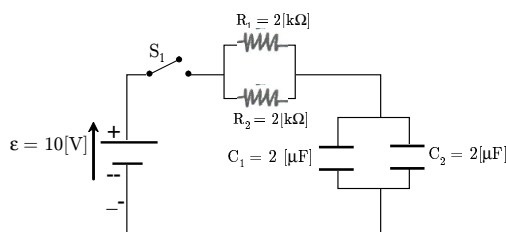


FIG.5

- a) La corriente $I_{\text{bat.}}(t_1)$ a través de la batería en el instante $t_1 = 2[ms] = 2 \cdot 10^{-3}[s]$ es aproximadamente (en unidades de A)
- b) La corriente $I_{\text{bat.}}(t_2)$ a través de la batería en el instante $t_2 = t_0 - 0$ (justo antes de cerrar el S_2) es aproximadamente (en unidades de A)
- c) El trabajo $W_\varepsilon^{[0,t_0]}$ de la batería en el intervalo $[0, t_0]$, en unidades de J, es aproximadamente
[Sugerencia: ¿Qué es $I_{\text{bat.}}(t)$ como función de tiempo para $0 < t < t_0$? No olvidar: $q_c(0) = 0,18[C]$]
- d) La corriente $I_{\text{bat.}}(t_2)$ a través de la batería en el instante $t_2 = t_0 + 0$ (justo después de cerrar el S_2) es aproximadamente (en unidades de A)
[Sugerencia: calcule primero ΔV_C en $t_2 = t_0 + 0$.]
- e. La corriente $I_{\text{bat.}}(t_3)$ a través de la batería en el instante $t_3 = 2t_0$ es aproximadamente (en unidades de A)
- (11) La figura muestra un circuito compuesto por tres resistencias y tres baterías.



- a) ¿Cuál es la corriente que circula por la batería ε_3 ?
- b) ¿Cuál es la potencia disipada en las tres resistencias?
- (12) En el circuito de la figura, inicialmente el interruptor está abierto, y los condensadores se encuentran descargados.



- Se cierra el interruptor S_1 . ¿cuál es la carga acumulada en el condensador C_1 en el instante $t_0 = 8 \cdot \ln 2 \cdot 10^{-3}[s]$?
- ¿cuál es la corriente que circula a través de la batería en el instante t_0 mencionado en la pregunta anterior?
- ¿cuál es la energía almacenada, $U_{c1}(q_0) + U_{c2}(q_0)$, en ambos condensadores en el instante t_0 mencionado en la pregunta anterior?
- ¿cuál es la energía disipada en ambas resistencias durante el período de tiempo entre $t = 0$ y $t_0 = 8 \cdot \ln 2 \cdot 10^{-3}[s]$?

Respuestas a ejercicios propuestos:

- a) $P = 2000[W]$ b) $P = 125[W]$
- a) $I_3 = 2[A]$ b) $W_{\varepsilon_1} = -330[J]$ y $Q_{R_2} = 1000[J]$
- $\frac{i_a}{i_b} = 16$
- $Q_{neta} = 0$
- $\varepsilon = 4 \cdot 10^{-3}[V]$
- $B > C = D > A$
- B se apaga y A brilla con una potencia igual a 4 veces la inicial.
- $|\Delta V_{C1}| = |\Delta V_{C2}| = |\Delta V_{C3}| = \frac{\varepsilon}{2}$
- a) $160[W]$ b) $20[\mu C]$
- a) $i_{bat}(t_1) = 4[A]$ b) $i_{bat}(t_2 - 0) = 0[A]$ c) $W_{\varepsilon} = 7,2[J]$ d) $i_{bat}(t_2 + 0) = 5,5[A]$ e) $i_{bat}(t_3) = 7,5[A]$
- a) $i_3 = 1,2[A]$ b) $P_{resistencias} = 5,4[W]$
- a) $q_1 = 15[\mu C]$ b) $i_{bat} = 2,5[mA]$ c) $U_{q1} + U_{q2} = 112,5[\mu J]$ d) $E_{dis} = 187,5[\mu J]$

III. Problemas resueltos.

- “La navidad se adelantó”. Suponga que usted tiene un juego de luces de navidad que puede conectar a una fuente continua de $12[V]$. El juego de luces tiene 10 ampolletas cada una con valores nominales $(12[V], 5[W])$.

Entonces, para cada una de las siguientes aseveraciones determine si es **verdadera o falsa**.

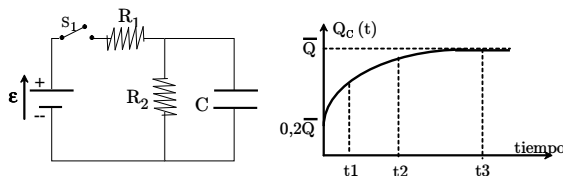
- I:** Se forma un circuito con las 10 ampolletas en serie y se conecta a la fuente, entonces podemos asegurar que la potencia efectiva en cada ampolleta es $5[W]$.

Respuesta: Falso. Los valores nominales, $(12[V], 5[W])$, nos indican que si la ampolleta tiene una caída de potencial de $12[V]$, su potencia disipada será de $5[W]$. Entonces, si las 10 ampolletas están en serie con una fuente de $12[V]$ (la suma de las caídas de potencial es igual al potencial de la fuente $12[V]$), cada una tendrá una caída de potencial menor a $12[V]$ (específicamente $1,2[V]$) con lo cual su potencia disipada será menor a $5[W]$ (en este caso $0,05[W]$).

- II:** Se forma un circuito con las 10 ampolletas en paralelo y se conectan a la fuente. Si una de las ampolletas se quema, entonces todas las otras ampolletas se apagarán.

Respuesta: Falso. Al estar las ampolletas conectadas en paralelo y quemarse una de ellas, el circuito de corriente se corta por la rama donde está la ampolleta, pero las otras siguen conectadas a la fuente, por lo tanto siguen prendidas y con el mismo brillo.

- (2) La figura adjunta muestra el circuito “ $\varepsilon - R_1 - R_2 - C$ ” y el ciclo de carga del condensador (carga en función del tiempo), en el gráfico se especifican tres tiempos, t_1 , t_2 y t_3 , donde $t_1 < t_2 < t_3$. Inicialmente el condensador tiene una carga $0,2\bar{Q}$, donde \bar{Q} corresponde a su nivel de carga luego de largo tiempo. El interruptor (S_1) se cierra en $t = 0$ y comienza el ciclo de carga.



Entonces, para cada una de las siguientes aseveraciones determine si es **verdadera o falsa**.

- I:** Si comparamos la potencia disipada en la resistencia R_2 en los instantes t_1 y t_2 , entonces podemos decir que será mayor en el instante t_1 .

Respuesta: Falso. La potencia disipada en la resistencia R_2 se puede determinar como $P_2 = i_2^2 R_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$, donde V_2 es la diferencia de potencial en la resistencia 2. Como la resistencia 2 y el condensador están en paralelo, sus diferencias de potencial son iguales en todo instante de tiempo. Entonces: Sabemos que $V_C = \frac{qC}{C}$, del gráfico vemos que la carga en t_2 es mayor que en t_1 , por lo tanto $V_C(t_2) > V_C(t_1)$, lo que indica que $V_2(t_2) > V_2(t_1) \Rightarrow P_2(t_2) > P_2(t_1)$.

- II:** Si ambas resistencias fueran iguales ($R_1 = R_2$), entonces podríamos decir que la carga del condensador en el instante t_3 es $\bar{Q} = 0,5C\varepsilon$.

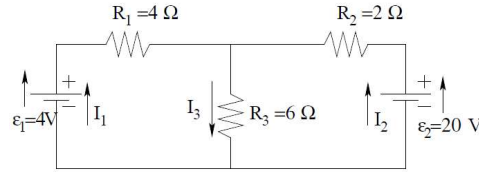
Respuesta: Verdadero. En el instante t_3 observamos del gráfico que el condensador ya se encuentra cargado, por lo tanto la corriente que circula por él es cero (pendiente del gráfico). Dado lo anterior, las dos resistencias quedan en serie, al ser ambas iguales y circular por ellas la misma corriente, su diferencia de potencial es la misma ($iR_1 = iR_2$). Entonces, una ley de malla en el circuito: $\varepsilon - V_1 - V_2 = 0$, donde $V_1 = V_2$, reemplazando en la ecuación: $V_2 = 0,5\varepsilon$, como la resistencia 2 y el condensador están en paralelo: $\bar{Q} = CV_C(t_3) = CV_2(t_3) = 0,5C\varepsilon$

- (3) Los protones que emergen desde un acelerador de partículas conforman un haz con simetría cilíndrica de radio $R = 1[mm]$. La corriente asociada a este flujo de carga es de $3[mA]$. La densidad de corriente del haz tiene dependencia radial y está dada por $\vec{J}(r) = J_0(1 - \frac{r}{R})\hat{z}$, donde el eje del cilindro está en la dirección del eje z . Entonces, la densidad de referencia J_0 es aproximadamente igual a:

Respuesta:

$$\begin{aligned}
 i &= \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \\
 i &= \int_0^R J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 2\pi r dr \\
 i &= J_0 2\pi \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^3}{3R} \right] \\
 i &= J_0 \pi \frac{R^2}{6} \\
 3 \cdot 10^3[A] &= J_0 2\pi \frac{(10^{-3}[m])^2}{6} \\
 J_0 &\approx 3 \cdot 10^3 \left[\frac{A}{m^2} \right]
 \end{aligned}$$

- (4) La figura muestra un circuito con dos baterías y tres resistencias, los valores de cada una se disponen en la figura.



- (a) Plantee las ecuaciones de Kirchhoff necesarias para resolver el circuito y calcule los valores de las corrientes I_1 , I_2 e I_3 (use la convención de signos para las corrientes, dada por las flechas de la figura.)

Respuesta: Planteando la ley de nodo:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

planteando la ley de malla (observación: sólo es necesario plantear dos (L.I) de estas tres ecuaciones).

$$\varepsilon_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0 \quad (2)$$

$$\varepsilon_2 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0 \quad (3)$$

$$\varepsilon_1 - R_1 I_1 + R_2 I_2 - \varepsilon_2 = 0 \quad (4)$$

Usando la ecuación (1) y dos de las ecuaciones (2), (3) ó (4), despejamos el valor de las corrientes:

$$I_1 = -2[A] \quad (5)$$

$$I_2 = 4[A] \quad (6)$$

$$I_3 = 2[A] \quad (7)$$

- (b) Determine el trabajo realizado por cada batería en un intervalo de tiempo de 10[s], sea riguroso en el signo de cada trabajo e interprete sus resultados.

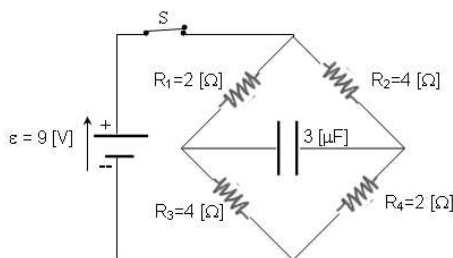
Respuesta: El trabajo realizado por la batería j es: $W_j = \int \varepsilon_j I_j dt$ como la corriente es constante en el tiempo: $W_j = \varepsilon_j I_j \Delta t$, luego:

$$W_{\varepsilon_1} = -80[J] \quad (8)$$

$$W_{\varepsilon_2} = 800[J] \quad (9)$$

Como la corriente I_1 circula en el sentido contrario a la batería ε_1 esa batería en vez de entregar energía al sistema, está realizando un trabajo negativo impidiendo la circulación de carga. La batería ε_2 entrega energía al sistema.

- (5) En el circuito de la figura, se abre el interruptor en el instante $t = 0[s]$, cuando el condensador se encuentra completamente cargado.



- a) Para el instante $t = 0[s]$ ¿Cuál es la potencia entregada por la batería?

Respuesta: $P_{bat} = \varepsilon \cdot i_{bat} = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}} = \frac{9^2}{3} = 27[W]$

- b) Justo antes de $t = 0[s]$ la carga en el condensador es:

Respuesta: Cuando el circuito está cerrado y el condensador cargado, circula corriente por ambas ramas del circuito, excepto por la línea donde está el condensador, $Q_C = CV_C$, usando un circuito equivalente $i_{bat} = 3[A]$, luego por cada rama $i_1 = i_2 = 1,5[A]$. Haciendo una ley de malla que incluye al condensador, tenemos que:

$$V_C + i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0 \Rightarrow V_C = 3[V]$$

$$Q_C = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 3 = 9 \cdot 10^{-6}[C]$$

- c) Justo después de $t = 0[s]$ la corriente que circula por la resistencia, R_2 es:

Respuesta: Se abre el interruptor y ya no circula corriente por la batería, pero si por el resto del circuito hasta que el condensador se descargue, luego:

$$V_C + i R_1 - i R_2 = 0 \Rightarrow i = \frac{V_C}{R_1 + R_2} = 0,5[A]$$