FIS120: FÍSICA GENERAL II

GUÍA#7: Campo magnético, origen.

Objetivos de aprendizaje.

Esta guía es una herramienta que usted debe usar para lograr los siguientes objetivos:

- Analizar los fenómenos que origan los campos magnéticos.
- Determinar el campo magnético provocado por cargas en movimiento.

I. Preguntas Conceptuales

Responda usando argumentos técnicos las siguientes preguntas. Apóyese en gráficos y ecuaciones según corresponda. Sea preciso y claro en sus respuestas. Ver capítulo 35 del libro[1]

a) ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de la lay de Ampere y la ley de Biot-Savart respecto del cálculo práctico del campo magnético?

b) ¿Bajo qué condiciones se puede utilizar la Ley de Ampere para determinar el campo magnético?

c) Dibuje las líneas de campo magnético en el interior y exterior de un cilindro, por el cual circula una corriente distribuida uniformemente en la dirección longitudinal del cilindro.

d) Suponga que tiene tres alambres paralelos largos, dispuestos de modo que, vistos en sección transversal, se hallan en los vértices de un triángulo equilátero. ¿Hay alguna manera de disponer la corrientes de modo que los tres alambres se atraigan mutuamente? ¿Y de modo que los tres alambres se repelen unos a otros? Explique su respuesta.

e) Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones:

  i. El campo magnético debido a un elemento de corriente es paralelo a este elemento.

  ii. El campo magnético producido por un elemento de corriente varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia al elemento.

  iii. El campo magnético debido a un conductor largo varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia al conductor.

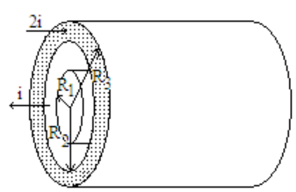
  iv. las líneas de campo magnético son siempre curvas cerradas.

[1] Halliday, Resnick and Krane, volumen 2 cuarta edición. Y/O los capítulos correspondientes de cualquiera de los otros libros de consulta.

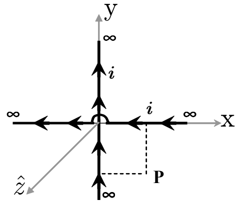
II. Problemas propuestos.

(1) Un delgado solenoide de $12[cm]$ de largo tiene un total de 420 vueltas de alambre y porta una corriente de $2[A]$. Calcule la magnitud del campo en el interior del solenoide, cerca del centro.

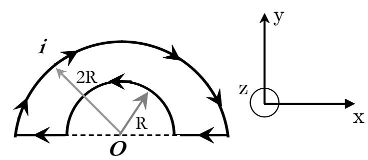
(2) Se tiene un cable formado por dos conductores concéntricos, tal como se muestra en la figura. El del centro, cilíndrico de radio R_1 lleva una corriente i y el del exterior, cascaron cilíndrico de radios interior R_2 y exterior R_3, lleva una corriente $2i$ en sentido contrario, determinar a que distancia r del eje, el campo magnético es cero.



(3) La figura representa dos conductores infinitos que están en direcciones perpendiculares sobre los ejes x e y respectivamente, por ambos conductores circula una corriente de magnitud i y direcciones mostradas en la figura. Determine el vector de campo magnético en el punto P, ubicado en la posición $\overrightarrow{r}_P = (R, -2R, 0)$. *Hint: desprecie el efecto de la ondulación en el origen del sistema de coordenadas. Los alambres no están unidos*

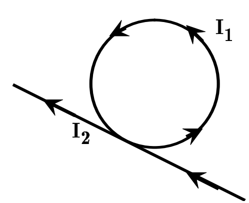


(4) Considere una espira formada por dos semicírculos coplanares concéntricos, de radios R y 2R respectivamente, unidos por dos segmentos como muestra la figura. Suponga que por la espira circula una corriente de magnitud I, determine el vector de campo magnético en el centro O de los semicírculos.



(5) 4 cables verticales, infinitos, paralelos y equidistantes (separados por distancia L) se colocan en un plano vertical. Por cada uno de ellos circula una corriente I hacia arriba. Calcule la magnitud de la fuerza magnética, por unidad de largo, que actúa sobre el segundo cable.

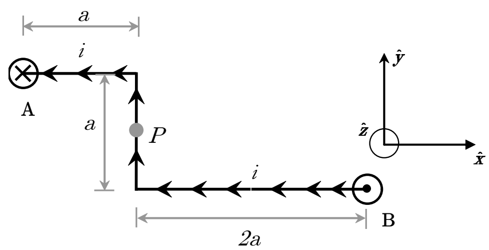
(6) Una espira de radio $R = 0,3[m]$, por la cual circula una corriente $I_1 = 5[A]$, está ubicada al costado de un alambre infinito por el cual circula una corriente I_2, como muestra la figura. Para que el campo magnético en el centro de la espira sea nulo, la corriente I_2 debe ser aproximadamente. (use $\pi \approx 3$)



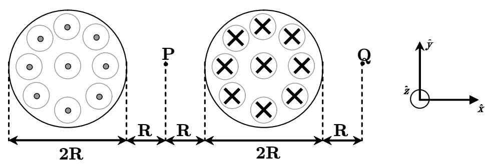
(7) Por el alambre de la figura, circula una corriente i. El campo magnético en el punto P (punto medio tramo vertical) producido por la corriente que circula por el trazo $A-B$ del conductor de la figura, se puede escribir como: $\vec{B}(P) = (B_x, B_y, B_z)$.

a) Determine el signo de cada una de las componentes de dicho vector.

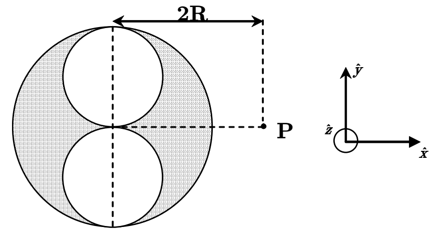
b) Además si le gustan los desafíos, determine el vector $\vec{B}(P)$.



(8) La figura muestra las secciones circulares de dos cilindros muy largos de radio R, de ejes paralelos, por los cuales circulan corrientes de igual intensidad I, en sentidos opuestos. Calcule el vector de campo magnético que producen en los puntos P y Q, suponiendo que las corrientes están uniformemente distribuidas y los puntos están frente al centro de ambos cilindros.



(9) Un largo conductor cilíndrico de radio R tiene dos cavidades de diámetro R a través de toda su longitud, como se ve en la figura. Una corriente de intensidad I, dirigida hacia afuera de esta hoja, está uniformemente distribuida a través de la sección transversal del conductor (parte "achurada"). Determine el vector de campo magnético en el punto P.



Respuesta a problemas propuestos:

(1) $\|\vec{B}\| = 280\pi \cdot 10^{-5}[T]$

(2) $r = \sqrt{\frac{R_2^2+R_3^2}{2}}$

(3) $\vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\hat{z}$

(4) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{8R}\hat{z}$

(5) $\vec{F}/L = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi L}$

(6) $I_2 \approx 15[A]$

(7) *a)* $B_x = B_y = 0$ y $B_z < 0$

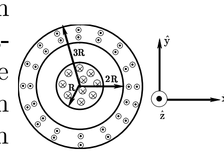
b) $\vec{B} = -\frac{\mu_o i}{2\pi a}\left(\frac{\sqrt{17}-\sqrt{5}}{\sqrt{85}}\right)$

(8) $\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\hat{y}$, $\vec{B}(Q) = -\frac{\mu_0 i}{6\pi R}\hat{y}$

(9) $\vec{B} = \frac{9\mu_0 I}{34\pi R}\hat{y}$

III. Problemas resueltos.

(1) Dos conductores uno cilíndrico de radio R (central) y otro con forma de cascaron cilíndrico de radios $2R$ y $3R$ (periférico), de largo infinito, se ubican concéntricamente como muestra la Figura. Por el conductor central circula uniformemente distribuida una corriente I_0 en dirección $-\hat{z}$, por el conductor periférico también circula una corriente total de igual magnitud I_0, uniformemente distribuida en dirección $+\hat{z}$.



Para responder las siguientes preguntas, suponga que el origen del sistema coordenado $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ está ubicado en el centro del conductor cilíndrico.

a) Determine la veracidad de la siguiente afirmación: El vector de campo magnético en el punto $(x, y, z) = (5R/2, 0, 0)$ tiene dirección $-\hat{y}$.

Respuesta: Verdadero. El punto $(x, y, z) = (5R/2, 0, 0)$ se encuentra en el interior del cascaron cilíndrico, dada la simetría radial de la distribución de corrientes, podemos usar la ley de Ampere, si tomamos una circunferencia de radio $5R/2$ centrada en el origen, podemos asegurar que el campo magnético tiene una magnitud constante sobre dicha circunferencia y una dirección tangencial en cada punto. Como la corriente encerrada neta va en dirección $-\widehat{z}$ (la corriente del cilindro I_0 va en $-\widehat{z}$ y la corriente del cascaron de un valor menor que I_0 en dirección $\widehat{z}$). Usando regla de la mano derecha el campo ira tangencial al circulo dando vuelta en el sentido de las manecillas del reloj. Luego en $(x, y, z) = (5R/2, 0, 0)$ tiene dirección $-\hat{y}$.

b) Determine la veracidad de la siguiente afirmación: El vector de campo magnético en el punto $(x, y, z) = (4R, 4R, 0)$ tiene magnitud nula.

Respuesta: Verdadero. Una circunferencia de radio $4\sqrt{2}R$ pasa por el punto $(x, y, z) = (4R, 4R, 0)$ y encierra ambos conductores, luego dada la simetría de las corrientes estamos seguros que el campo magnético no es perpendicular al vector de trayectoria sobre dicha circunferencia (el producto punto es distinto de cero), luego como la corriente encerrada es cero, de a ley de Ampere $\oint \overrightarrow{B} \cdot d\overrightarrow{l} = 0$, como $\overrightarrow{B}$ tangencial, la única solución es que el campo magnético sea nulo.

c) Determine el vector de campo magnético en los puntos $P_1 = (R/2, 0, 0)$, $P_2 = (R, R, 0)$ y $P_3 = (5R/2, 0, 0)$.

Respuesta: En base a la argumentación dada en las preguntas anteriores podemos usar la ley de Ampere para determinar el campo magnético:

- Para $P_1 = (R/2, 0, 0)$ dada la simetría de las corrientes, podemos asegurar que el campo magnético en una circunferencia de radio $R/2$, tiene magnitud constante y dirección tangencial a dicha trayectoria circular. Además como la corriente está distribuida uniformemente, $\overrightarrow{J}$ es constante igual a la corriente total divido por la área total del conductor central, luego:

$$\begin{aligned}
\oint \overrightarrow{B} \cdot d\overrightarrow{l} &= \mu_0 \int_0^R \overrightarrow{J} \cdot d\overrightarrow{A} \\
\|\overrightarrow{B}\| 2\pi \frac{R}{2} &= \mu_0 \int_0^{R/2} \left(\frac{I_0}{\pi R^2}\right) \cdot 2\pi r dr \\
\|\overrightarrow{B}\| 2\pi \frac{R}{2} &= \mu_0 \left(\frac{I_0}{\pi R^2}\right) \cdot \pi \frac{R^2}{4} \\
\|\overrightarrow{B}\| &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi R}
\end{aligned}$$

Como la dirección del campo magnético es tangencial a la circunferencia de radio $R/2$ y sigue la regla de la mano derecha, en el punto $P_1 = (R/2, 0, 0)$ es:

$$\overrightarrow{B}(P_1) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi R}(-\hat{y})$$

- Para $P_2 = (R, R, 0)$, la corriente encerrada es sólo I_0, si tomamos una circunferencia de radio $r = \sqrt{2}R$ el campo magnético tiene magnitud constante y dirección tangencial a dicha circunferencia girando en sentido del reloj, luego:

$$\begin{aligned}
\int \vec{B} \cdot \vec{dl} &= \mu_0 I_{enc} \\
\| \vec{B} \| \, 2\pi r &= \mu_0 I_0 \\
\| \vec{B} \| &= \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}
\end{aligned}$$

Sabemos que el campo magnético es tangencial a dicha circunferencia en el punto P_2, luego el vector será:

$$\begin{aligned}
\vec{B}(P_2) &= \parallel \vec{B} \parallel (cos45^\circ \hat{x} - sen45^\circ \hat{y}) \\
\vec{B}(P_2) &= \frac{\mu_0 I_0}{2\sqrt{2}\pi R}(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{x} - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{y}) \\
\vec{B}(P_2) &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi R}(\hat{x} - \hat{y})
\end{aligned}$$

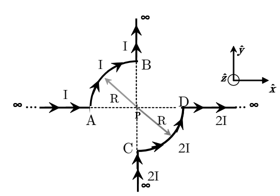
- Para $P_3 = (5R/2, 0, 0)$, la corriente encerrada es I_0 más parte de cascaron cilíndrico que encierra una circunferencia de radio $r = 5R/2$, en dicha circunferencia el campo magnético tiene magnitud constante y dirección tangencial en sentido del reloj, luego:

$$\begin{aligned}
\int \vec{B} \cdot \vec{dl} &= \mu_0 I_{enc} \\
\parallel \vec{B} \parallel 2\pi r &= \mu_0 \left[I_0 - \left(\frac{I_0}{5\pi R^2} \right) \left(\pi \left(\frac{5R}{2} \right)^2 - 4\pi R^2 \right) \right] \\
\parallel \vec{B} \parallel 2\pi \frac{5R}{2} &= \mu_0 \left(I_0 - \frac{9I_0}{20} \right) \\
\parallel \vec{B} \parallel &= \frac{11\mu_0 I_0}{100\pi R}
\end{aligned}$$

Sabemos que el campo magnético es tangencial a dicha circunferencia en el punto P_3, luego el vector será:

$$\begin{aligned}
\vec{B}(P_3) &= \parallel \vec{B} \parallel (-\hat{y}) \\
\vec{B}(P_3) &= \frac{11\mu_0 I_0}{100\pi R}(-\hat{y})
\end{aligned}$$

(2) Dos alambres conductores infinitos tienen la forma mostrada en la figura, ambos con dos tramos rectos y un tramo circular (1/4 de circunferencia) de radio R. Por uno de los alambres circula una corriente de magnitud igual al doble del otro, en las direcciones que se indican. ¿Cuál es el vector de campo magnético en el punto P, que representa el centro de los tramos circulares?



Respuesta: Usando la ley de Biot-Savart, sabemos que el campo magnético es: $\overrightarrow{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ donde $\vec{r}$ es el vector que va desde el elemento de corriente hasta el punto donde queremos medir el campo magnético. Si calculamos por tramos tenemos:

- Tramo desde el infinito hasta el punto A, de B hasta el infinito, de D hasta el infinito y desde el infinito hasta C: En estos casos en todo el tramo el vector $\vec{r}$ y $\vec{dl}$ son paralelos, por lo tanto el campo debido a esos tramos es cero.
- Tramo desde punto A hasta B: Es un tramo circular de radio R, en este caso el vector $\vec{r}$ va, en todo el tramo, en dirección radial y el vector $\vec{dl}$ es tangencial a la trayectoria circular, por lo cual

ambos vectores son perpendiculares para todo punto en el cuarto de circunferencia, luego:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{B}_1 &= \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} \\
\overrightarrow{B}_1 &= \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(dl\cdot\hat{t})\times\hat{r}}{R^2} \\
\overrightarrow{B}_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int dl\cdot(-\hat{z}) \\
\overrightarrow{B}_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\frac{\pi R}{2}(-\hat{z}) \\
\overrightarrow{B}_1 &= \frac{\mu_0 I}{8R}(-\hat{z})
\end{aligned}$$

Observación: la dirección del vector se determina usando regla de la mano derecha.

- Tramo desde punto C hasta D: Es un tramo circular de radio R, en este caso el vector $\vec{r}$ va, en todo el tramo, en dirección radial y el vector $d\vec{l}$ es tangencial a la trayectoria circular, por lo cual ambos vectores son perpendiculares para todo punto en el cuarto de circunferencia, luego:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{B}_2 &= \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} \\
\overrightarrow{B}_2 &= \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I(dl\cdot\hat{t})\times\hat{r}}{R^2} \\
\overrightarrow{B}_2 &= \frac{\mu_0 2I}{4\pi R^2}\int dl\cdot(\hat{z}) \\
\overrightarrow{B}_2 &= \frac{\mu_0 2I}{4\pi R^2}\frac{\pi R}{2}(\hat{z}) \\
\overrightarrow{B}_2 &= \frac{\mu_0 I}{4R}(\hat{z})
\end{aligned}$$

Observación: la dirección del vector se determina usando regla de la mano derecha.

- El campo magnético total es la suma del campo producido por cada tramo del alambre:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{B} &= \overrightarrow{B}_1 + \overrightarrow{B}_2 \\
\overrightarrow{B} &= \frac{\mu_0 I}{8R}(-\hat{z}) + \frac{\mu_0 I}{4R}(\hat{z}) \\
\overrightarrow{B} &= \frac{\mu_0 I}{8R}(\hat{z})
\end{aligned}$$