MODELO DEL COMPORTAMIENTO DEL VIH/SIDA EN ALGUNOS PAÍSES DE LATINOAMÉRICA

Alejandra Ossa Yepes Jóse Andres Carvajal Bautista Brian Fernando Morales Arredondo

21/11/2018

Resumen

El VIH/SIDA es un virus que no tiene cura conocida y puede llegar a afectar a un gran número de personas sexualmente activas. El conocimiento de la dinámica de su contagio puede ser fundamental para la prevención de la población frente a este virus. En el siguiente documento se explica la importancia de esta problemática y cómo se llevó a cabo la investigación, la cual cuenta con un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden compuestas con parámetros de interés para el modelo donde se intenta generar una aproximación al comportamiento de la dinámica del virus. El proyecto compara los datos de los principales países de Latinoamérica que han presentado un alto índice de este virus en la población para el análisis de la conducta del contagio la cual se genera por medio del software MATLAB-Simulink que permite la comparación de los datos reales con los datos de simulación de modo que se pueda concluir que el modelo se puede acoplar al comportamiento real, en cuanto a crecimiento de las tasas de la infección se refiere.

Palabras claves: VIH/SIDA, LInealización, Simulacion, SimuLink, Contagio.

VIH/SIDA is a virus that has no known cure and can affect a large number of sexually active people. The knowledge of the dynamics of its contagion can be fundamental for the prevention of the population in front of this virus, in the following document the importance of this problem is explained and

how the investigation was carried out which has a system of differential equations of first order composed with parameters of interest for the model where an attempt is made to generate an approximation to the behavior of the virus dynamics. The project compares the data of the main countries of Latin America that have presented a high rate of this virus in the population for the analysis of the contagion behavior which will be generated through the MATLAB-Simulink software that allows us to compare the data real with the simulation data so that it can be concluded that the model can be coupled to the real behavior, as far as growth of infection rates is concerned.

keywords: HIV/AIDS, Linearitation, Simulation, SimuLink, Contagion.

1. Introducción

El principal objetivo de la investigación es hacer una comparación del modelo elegido con diferentes índices poblacionales de las afectaciones del VIH/SIDA en países de Latinoamérica, teniendo en cuenta todos los parámetros necesarios que nos permiten hacer una buena simulación y observación del Virus de Inmunodeficiencia Humana.

Debido al gran aumento de los casos de expansión de VIH/SIDA en Colombia se decido generar un análisis del comportamiento de la población con respecto a esta enfermedad para así determinar en qué

país se expresa más y con qué patrón llega a afectar a la población, todo esto depende de las características poblacionales de cada país y su evolución social frente a la enfermedad.

El VIH produce una destrucción progresiva del sistema inmunológico, es decir que, frente a una enfermedad, el organismo del individuo afectado no puede defenderse de los microorganismos patógenos, lo que significa que una vez el virus penetra la célula, la persona crea anticuerpos que no le permiten responder a cualquier enfermedad debido a que estos son el medio de multiplicación del virus lo que conduce finalmente a la muerte del infectado. Se estima que más de 25 millones de personas en el mundo han muerto por esta enfermedad y que en la actualidad el número de infectados a nivel mundial es de 40 millones, lo que indica que se presenta una pandemia que ha concentrado la atención de numerosos científicos, médicos y organizaciones mundiales de la salud para contrarrestar el avance de este temible retrovirus. [1]

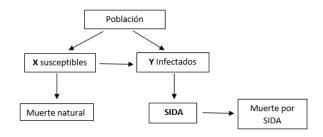


Figura 1: Resumen gráfico [2]

En la figura [1] se presenta un resumen grafico de la estructura del modelo, el cual tiene una división de la población susceptibles e infectado y a la vez esta se encuentra dividida en hombres y mujeres con sus determinados factores de mortalidad, ya sea por muerte por la enfermedad o natural, estas suposiciones se generan para hacer el modelo más maleable a los datos que se investigaron.

2. Marco Teórico

Se va a considerar el siguiente modelo, que describe la propagación del VIH en una población, para ello se va a realizar la siguiente suposición: Dada una población P en la que los individuos in-

fectados por el virus no se recuperan y mueren, además su muerte es por causa de la enfermedad, y que la enfermedad se transmite solo por vía sexual en parejas heterosexuales, tenemos que:

Sea S el número de personas susceptibes e I el número de personas infectadas, entonces el número N son las personas en dicha población que esta dado por:

[3]

$$N = I + S$$

Donde la cantidad de personas susceptibles, es la cantidad de hombres no infectados y la cantidad de mujeres no infectadas, denotados como X_h y X_m . Además, el número de individuos infectados viene dado por el número de hombres infectados y el número de mujeres infectadas, denotados como Y_h y Y_m . Dados los siguientes parámetros:

- σ_h : Proporción de hombres que entran a la población sexualmente activa.
- σ_m: Proporción de mujeres que entran a la población sexualmente activa.
- μ : Tasa de mortalidad en personas susceptibles.
- ullet α : Tasa de mortalidad de VIH-SIDA en homres
- lacksquare : Tasa de mortalidad VUH-SIDA en mujeres.

Dadas las siguientes fracciones¹:

- $\sigma_h N$: Fracción de hombres de la población que pasan a ser sexualmente activos.
- $\sigma_m N$: Fracción de mujeres de la población que pasan a ser secualmente activas.
- μX_h: Fracción de hombres que mueren de manera natural.
- μX_m: Fracción de mujeres que mueren de manera natural.

 $^{^1{\}rm Nota}$ 1: Cuando se habla de muerte natural, se hace referencia a cualquier muerte que no este relacionada con la .

Nota 2: Si un individuo es contagiado por VIH-SIDA automáticamente su muerte va a ser causada por la enfermedad, así está no haya sido el motivo.

- αY_h : Fracción de hombres que mueren a causa de la enfermedad.
- εY_m: Fracción de mujeres que mueren a causa de la enfermedad.
- β_h : Tasa de infección de hombres por contagio con mujeres infectadas.
- β_m : Tasa de infección de mujeres por contagio con hombres infectados.
- $\frac{Y_m}{M}$: Fracción de mujeres que infectan a los hombres por contacto sexual.
- Y_h/H: Fracción de hombres que infectan a las mujeres por contacto sexual.
- $\frac{-\beta_m Y_m}{M} X_h$: Fracción de hombres que pasan de ser susceptibles y llegan al estado infeccioso.
- $\frac{-\beta_h Y_h}{H} X_m$: Fracción de mujeres que pasan de ser susceptibles y llegan al estado infeccioso.

Con los anterior se puede llegar al siguiente modelo propuesto para la dinámica del VIH-SIDA [1]

$$\frac{dX_h}{dt} = \sigma_h N - \beta_m \frac{Y_m}{M} X_h - \mu X_h$$

$$\frac{dY_h}{dt} = \beta_m \frac{Y_m}{M} X_h - \alpha Y_h$$

$$\frac{dX_m}{dt} = \sigma_m N - \beta_h \frac{Y_h}{H} X_m - \mu X_m$$

$$\frac{dY_m}{dt} = \beta_h \frac{Y_h}{H} X_m - \epsilon Y_m$$

3. Metodología

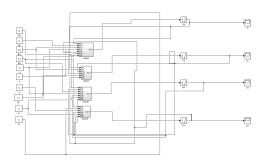


Figura 2: Modelo sin control

Se realizará una extracción de los datos poblacionales de diferentes países para generar el análisis comparativo por medio de un modelo epidemiológico en bases matemáticas, el cual está fundamentado en una población heterosexual sexualmente activa, bajo el supuesto de que una persona mayor de 17 años ya hace parte de esta población. La tasa de infección de mujeres hacia hombres (y viceversa) se genera por la relación de población infectada en la susceptible.

El modelo elegido se encuentra simulado en MATLAB Simulink, debido a que permite una interacción verosímil de los parámetros poblacionales de cada sistema epidemiológico, además que ofrece un paquete de gráficas para cada variable que se requiere para el análisis y comparación de diferentes resultados. En la figura [2] se muestra la estructura de la plataforma.

4. Resultados obtenidos

Para ver la relación del modelo con la realidad, se tomaron los datos de la población de hombres, mujeres, personas infectadas de cada género y la tasa de mortalidad de la población en general y de personas infectadas de tres países: Colombia, Brasil y Uruguay.

Datos de Brasil [5]

2010		
Hombres	Total	96931915
	Infectada de VIH	359561
Mujeres	Total	99864354
	Infectada de VIH	370438

Cuadro 1: Población de hombres y mujeres general y con VIH de Brasil en el año 2010.

2017		
Hombres	Total	102855016
	Infectada de VIH	406282
Mujeres	Total	106433262
	Infectada de VIH	420417

Cuadro 2: Población de hombres y mujeres general y con VIH de Brasil en el año 2017.

	%
Tasa de muerte VIH hombres	0,16801958
Tasa de muerte VIH mujeres	0,11823647
Tasa de muerte en Brasil 2010	9,06
Tasa mujeres entre 15-65	0,44805667
Tasa de hombres de 15-64	0,57360269

Cuadro 6: Tasas relevantes ante la problemática en Uruguay.

Gráficas de simulación: Brasil

	%
Tasa de muerte VIH hombres	1,76051261
Tasa de muerte VIH mujeres	1,82445762
Tasa de muerte en Brasil 2010	6,35
Tasa mujeres entre 15-65	1,14855835
Tasa de hombres de 15-64	0,26153391

Cuadro 3: Tasas relevantes ante la problemática en Brasil.

8 6 4 2 2

Figura 3: Hombres de Brasil de 2010 a 2030 sin $\operatorname{VIH}/\operatorname{SIDA}$

Datos de Uruguay [4]

2010		
Hombres	Total	1627195
	Infectada de VIH	4822
Mujeres	Total	1747220
	Infectada de VIH	5177

Cuadro 4: Población de hombres y mujeres general y con VIH de Uruguay en el año 2010.

2017		
Hombres	Total	1669888
	Infectada de VIH	4879
Mujeres	Total	1786862
	Infectada de VIH	5220

Cuadro 5: Población de hombres y mujeres general y con VIH de Uruguay en el año 2017.

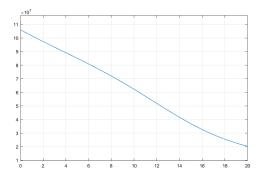


Figura 4: Mujeres de Brasil de 2010 a 2030 sin $\operatorname{VIH}/\operatorname{SIDA}$

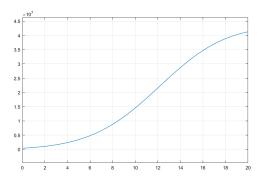


Figura 5: Hombres de Brasil de 2010 a 2030 con $\operatorname{VIH}/\operatorname{SIDA}$

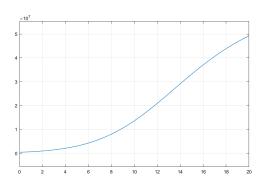


Figura 6: Mujeres de Brasil de 2010 a 2030 con $\operatorname{VIH}/\operatorname{SIDA}$

Graficas de la simulación: Uruguay

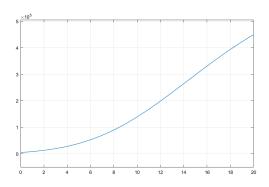


Figura 7: Hombres en Uruguay de 2010 a 2030 sin $\mathrm{VIH}/\mathrm{SIDA}$

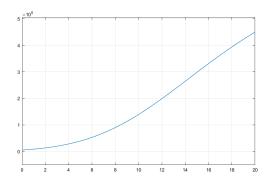


Figura 10: Hombres de Brasil de 2010 a 2030 con $\operatorname{VIH}/\operatorname{SIDA}$

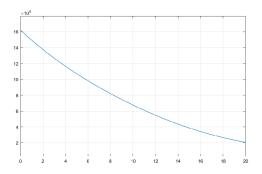


Figura 8: Mujeres de Uruguay de 2010 a 2030 sin $\operatorname{VIH}/\operatorname{SIDA}$

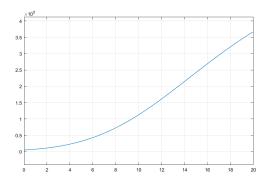


Figura 9: Mujeres de Brasil de 2010 a 2030 con $\operatorname{VIH}/\operatorname{SIDA}$

5. Linealización

En la siguiente gráfica (Figura 11) se encuentran las variables de estado de interés del sistema las

σ_m	0.025
σ_h	0.025
β_m	0.6
β_h	0.4
μ	0.0138
α	0.054
ϵ	0.054
M	1.7×10^{6}
H	1.8×10^{6}
N	3.5×10^{6}
$X_h(Inicial)$	$3,46 \times 10^{6}$
$Y_h(Inicial)$	1000
$X_m(Inicial)$	$3,49 \times 10^{6}$
$Y_m(Inicial)$	500

Cuadro 7: Tabla 1

cuales se encuentran graficadas con respecto al eje X que son los valores obtenidos de la simulación. Con verde se puede observar la relación de la población de hombres susceptibles "Xh" y en rojo la población de mujeres "Xm" donde se evidencia un comportamiento similar pero con un pequeño grado de diferencia debido a los índices poblacionales de cada genero así mismo la disminución agresiva de esta población susceptibles a causa de los factores de influencia de la enfermedad ya que el índice de población que entra a la vida sexualmente activa es muy grande y la edad promedio de pertenecer a esta es temprana. Además en la grafica comparativa se muestra los valores de "Yh" hombres infectados v "Ym" mujeres infectadas donde se percibe el gran aumento de la población por los mismo factores ya mencionados antes y deja indicado que las personas infectadas al hacer parte del mismo grupo de población sexualmente activa genera un alto grado de contagiar a la población susceptible llegando así a que disminuya la población total dado que esta enfermedad no tiene cura ocasiona un gran descontrol poblacional.

La linealización del sistema se generó bajo la afirmación de la convergencia de los valores de salida y se realizó el análisis del sistema a través del seguimiento del comportamiento de este donde se agrego el decimation para todos los valores de salida. (Figura 12)

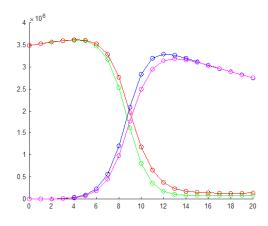


Figura 11: Valores de Xh,Xm,Yh,Ym

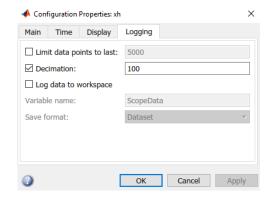


Figura 12: Valor de *Decimation* en las variables de estado.

calculo de los elementos de la matriz principal compuesta por las matrices A, B, C, D encargadas del proceso de linealización de AX+Bu. En el presente modelo se observa que los valores del vector \mathbf{u} son las entradas del sistema (Tabla 1)

La presente tabla (Tabla 1) muestra los índices necesarios para la ejecución del sistema en donde se genero un punto de estabilidad en el punto (9, 1.25) de equivalencia entre susceptibles y infectados y donde se debería estar oscilando los de las poblaciones.

Control 6.

Bajo el sistema que estamos trabajando, no pode-La linealización por medio del Linmod permite el mos dar un control matemático debido a que existen

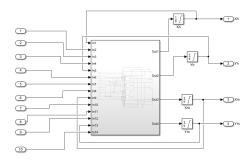


Figura 13: Sistema de bloques de linealización

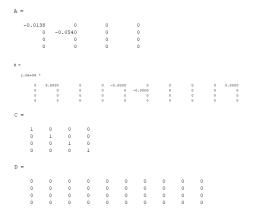


Figura 14: Valores de A, B, C, D

factores que lo imposibilitan. Se puede considerar que el principal factor es que no haya cura conocida para el VIH-SIDA, debido a esto, en el modelo se hace inevitable el crecimiento de la población infectada. Otro factor es que no se puede bajar los índices de población sexualmente activa, debido a que estamos bajo la suposición de que toda persona mayor de 17 hace parte de esta. Por último, también se pude tener en cuenta que no haya personas infectadas, pero este parámetro no puede ser 0, lo que, debido a la dinámica del sistema, hará que siempre haya personas infectadas.

Ahora bien, analíticamente se puede llegar a algunas herramientas de control, como lo puede ser la promoción de formas de prevención. Se ha mostrado que se aumenta el uso de preservativos con esta y, evidentemente, bajaría los índices de personas infectadas con enfermedades de trasmisión sexual, en

particular, de VIH-SIDA. [6]

7. Análisis de sensibilidad

Se realiza el análisis de sensibilidad por medio de la herramienta Simulink. Para esto se extrajeron los siguientes datos de los años 2010 a 2017 de la población de Brasil:

1. Población total de Brasil

Año	Poblacion Total
2010	195488000
2011	197394000
2012	199245000
2013	201041000
2014	202783000
2015	204470000
2016	206102000
2017	209288278

Cuadro 8: Población de Brasil de los años 2010 a 2017.

2. Población de hombres infectados

Año	Hombres
	infectados
2010	400000
2011	420000
2012	440000
2013	460000
2014	480000
2015	510000
2016	530000
2017	550000

Cuadro 9: Población de hombres infectados con VIH en Brasil de 2010 a 2017.

3. Población de mujeres infectados

Año	Mujeres
	infectadas
2010	240000
2011	260000
2012	270000
2013	280000
2014	290000
2015	290000
2016	300000
2017	310000

Cuadro 10: Población de mujeres infectadas con VIH en Brasil de 2010 a 2017.

3. Población de hombres no infectados

	TT 1
Año	${f Hombres}$
	no infectados
2010	95223646
2011	96117844
2012	96965365
2013	97771409
2014	98545113
2015	99281599
2016	100002247
2017	102305016

Cuadro 11: Población de hombres sin VIH en Brasil de 2010 a 2017

4. Población de mujeres no infectados

Año	Mujeres
	no infectadas
2010	99624354
2011	100596156
2012	101569635
2013	102529591
2014	103467887
2015	104388401
2016	105269753
2017	106123262

Cuadro 12: Población de mujeres sin VIH en Brasil de 2010 a 2017

Ingresando estos datos en la herramienta, se obtienen los siguentes resultados:



Figura 15: Histograma de hombres no infectados.



Figura 16: Histograma de hombres infectados.



Figura 17: Histograma de mujeres no infectadas.

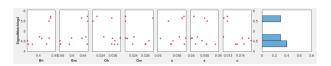


Figura 18: Histograma de mujeres infectadas.

Los histogramas mostrados se obtienen mediante la generación aleatoria de datos que se distribuyen uniformemente para cada uno de los parámetros a estimar y como salida obtenemos el comportamiento de cada una de las variables del sistema. Estos histogramas también nos dicen que tipo de distribución sigue cada uno de los datos. A continuación se va mostrar un estudio mas detallado que se realizó, acerca de estos histogramas usando el programa Stat :: Fit. Los resultados obtenidos fueron:

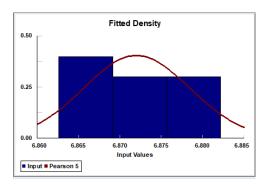


Figura 19: Distribución de hombres no infectados.

La gráfica anterior muestra el comportamiento de la variable que indica el número de hombres no infectados y esta se distribuye Pearson-5 con parametros $\alpha=18432,7$ y $\beta=16074,$ cuando los parámetros del modelo siguen una distribución uniforme. Esto es muy útil en el momento de realizar un estimación acerca de la variable y de su comportamiento.

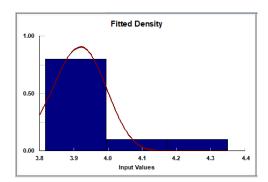


Figura 20: Distribución de hombres infectados.

La gráfica anterior muestra el comportamiento de la variable que indica el número de hombres infectados y esta se distribuye Beta con parametros p=44,2499 y q=21,1678, cuando los parámetros del modelo siguen una distribución uniforme. Esto es muy útil en el momento de realizar un estimación acerca de la variable y de su comportamiento.

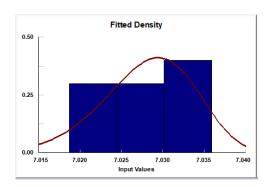


Figura 21: Distribución de mujeres no infectados.

La gráfica anterior muestra el comportamiento de la variable que indica el número de mujeres no infectadas y esta se distribuye Weibull con parametros $\alpha=5,8403$ y $\beta=3,04175e-002$, cuando los parámetros del modelo siguen una distribución uniforme. Esto es muy útil en el momento de realizar un estimación acerca de la variable y de su comportamiento.

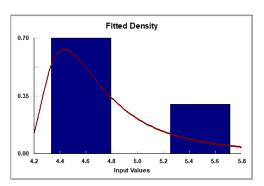


Figura 22: Distribución de mujeres infectadas.

La gráfica anterior muestra el comportamiento de la variable que indica el número de mujeres infectadas y esta se distribuye Pearson-5 con parametros $\alpha=3{,}0879$ y $\beta=1{,}78128$, cuando los parámetros del modelo siguen una distribución uniforme. Esto es muy útil en el momento de realizar un estimación acerca de la variable y de su comportamiento.

8. Estimación de parámetros

De la misma manera en la que se realizo el análisis de sensibilidad, se ingresan los datos mostrados en la sección anterior para realizar la estimación de parámetros por medio de la herramienta Simulink, obteniendo los siguientes resultados:

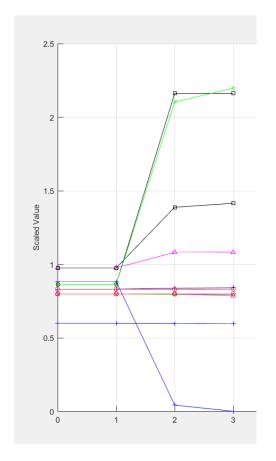


Figura 23: Caracterización de los valores de entrada.

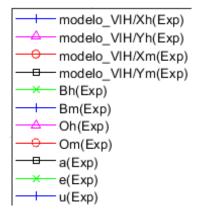


Figura 24: Caracterización de los valores de entrada.

En las figuras anteriores se puede ver cual es el comportamiento de cada uno de los parámetros en cada iteración cuando se realiza el proceso de estimación, claramente se puede ver que esta estimación se dio en 4 iteraciones, donde el ultima se encontró el óptimo del modelo. A continuación se muestra cuales son los valores que toman cada uno de los parametros.

Parámetro	Valor estimado
B_h	0.398135211953967
B_m	0.59562080317776
O_h	0.0245766640860106
O_m	0.0249865927626715
a	0.135169658545556
e	0.137383775953187
u	3.45000000000001e-05

Cuadro 13: Parametros estimados

Es importante recalcar que los valores de cada uno de los parametros se pueden encontrar en el intervalo $[0,\infty)$.

Ahora se muestra los valores de los estados iniciales, que toman las variables de salida cuando se realiza este proceso de estimación.

Variables	Valor estimado
X_h	3527830.90847089
Y_h	1110.37212803428
X_m	3491952.51185463
Y_m	724.73369707268

Cuadro 14: Estados iniciales de las variables

Ahora se muestra el comportamiento de las salidas, mediante una gráfica que compara los datos medidos y los datos simulados.

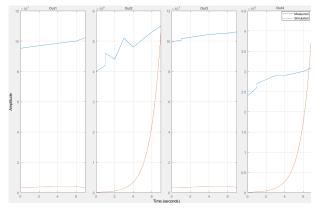


Figura 25: Comportamiento de las variables de salida bajo la estimación.

Cada una de las gráficas muestra el comportamiento de las variables , hombres infectados, hombres no infectados, mujeres infectadas y mujeres no infectadas respectivamente. Donde la gráfica de color naranja muestra el comportamiento simulado y la de color azul muestra el comportamiento del modelo medido. Claramente se puede ver que en en todas las variables estos dos comportamientos son muy diferentes, con lo que la estimación que se tiene con respecto a las variables no es muy buena.

9. Discusión

Como se puede apreciar, los datos de simulación no están muy aproximados a la realidad; esto es debido a las suposiciones que se deben tener. Aun así, el modelo ayuda a inferir ciertas cosas bajo este estado de conveniencia.

Se puede observar que, aunque los índices de población sexualmente activa (tanto en hombres como mujeres) fueran distintos en los países, el crecimiento de contagio es demasiado rápido. Una solución para esta problemática podría ser bajar los índices de actividad sexual, lo cual es poco realista. Ahora bien, si no es posible bajar los índices de actividad sexual, se puede promover el uso de preservativo, el cual ayudaría considerablemente el número de personas contagio. Esto incluiría campañas de educación sexual, las cuales haría que hubiese más comprensión sobre este asunto, y así, más conciencia.

10. Conclusiones

Aunque el modelo tiene muchas suposiciones para poderse llevar a cabo, claramente se acopla a los resultados consultados acerca de la propagación del VIH/SIDA, en cuanto a crecimiento se refiere, en Brasil y Uruguay en los años 2010 a 2017. Como la simulación se hizo del 2010 al 2030, según las gráficas, la población infectada en ambos países va a crecer de manera rápida, hasta un punto de apalancamiento. Claramente se puede ver que el modelo no tiene ningún tipo de control debido que su crecimiento es muy rápido; esto se puede dar porque en el modelo trabajado la infección no se puede controlar con ningún tratamiento, y, además, si una persona es contagiada con este virus, su muerte en el modelo ya es catalogada como muerte por infección de VIH/SIDA; esto nos dice que el modelo no toma en cuenta si esta persona murió por causas diferentes, aumentando así la tasa de mortalidad por VIH/SIDA.

Referencias

- [1] Title: MODELO MATEMÁTICO PARA LA DINÁMICA DE TRANSMISIÓN DEL VIH/SIDA EN UNA POBLACIÓN SEXUAL-MENTE ACTIVA, Author: Mónica J. Mesa-Mazo, Juan G. Vergaño-Salazar, Claudia E. Sánchez-Botero y Aníbal Muñoz-Loaiza, Year: 2009, Note: http://www.scielo.org.co/pdf/ rsap/v12n2/v12n2a14.pdf
- [2] Title: MODELOS MATEMATICOS DEL SID A , Author: JUA N JOSE RODRIGUEZ SA-LINA S , Year: 2001, Note: http://eprints.uanl.mx/1042/1/1020145486.PDF
- [3] Title: UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL ESTUDIO DE LA INCIDENCIA DEL SIDA EN LA TUBERCULOSIS, Author: MAURICIO LÓPEZ HERNÁNDEZ, IG-NACIO MANTILLA PRADA Year: 2000, Note:http://bdigital.unal.edu.co/21752/ 1/18258-59096-1-PB.pdf
- [4] Title: BANCO MUNDIAL , Author: Banco Mundial Year: 2017, Note:https://datos.bancomundial.org/indicator/

- SP.POP.1564.MA.IN?locations=UY&name_desc=false&view=chart
- [5] Title: IMDEXMUND, Author: Imdexmund, Year: S.F , Note: https://www.indexmundi. com/g/g.aspx?v=37&c=br&l=es
- [6] Title: IMPACTO DE LA EDUCACIÓN EN MATERIA DE SALUD SEXUAL Y VIH SOBRE EL COMPORTAMIENTO SEXUAL DE LOS JÓVENES, Author: ONUSIDA, Year: 1997, Note: http://data.unaids.org/publications/irc-pub01/jc010-impactyoungpeople_es.pdf?preview=true