. Parameter stimation. *.

$A(x_1, x_2, x_3, \ldots)$ donde $A \sim N(\sigma, \mu)$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2$$

$$\mathcal{L}(\vec{x}, \sigma, \mu) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2}$$

Lo cual podemos expresar como

$$\mathcal{L}(\vec{x}, \sigma, \mu) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^n e^{-1/2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\ln(\mathcal{L}(\vec{x}, \sigma, \mu)) = -n \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\sigma}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \hat{\mu}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \hat{\mu} = 0$$

Como $\hat{\mu}$ es una constante para la suma tenemos

$$\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \hat{\mu} = \sum_{i=1}^{n} x_i - \hat{\mu} n = 0$$

$$\hat{\mu} n = \sum_{i=1}^{n} x_i \rightarrow \boxed{\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Ahora queremos determinar la expresión para σ, derivamos respecto a ese parametro y queremos maximizar igualando a cero.

$$\partial Ln(\mathcal{L}(\vec{x}, \sigma, \mu)) = -\frac{n}{\hat{\sigma}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{\hat{\sigma}^3} =$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{\hat{\sigma}^3} = \frac{n}{\hat{\sigma}}$$

Como $\hat{\sigma}$ no afecta la sumatoria:

$$\hat{\sigma}^2 n = \sum_{i=1}^{n} (x_i-\mu)^2$$

$$\boxed{\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i-\mu)^2}$$