

Mecánica cuántica de los condensados de Bose-Einstein

*El largo camino recorrido desde el ^4He líquido
hasta los gases diluidos de átomos alcalinos*

Arturo Polls, Jordi Boronat y Ferran Mazzanti

El de 1995 fue un año importante en la historia de la física. Se creó el primer condensado de Bose-Einstein, una nueva situación de la materia donde se someten los átomos a bajísimas temperaturas y quedan atrapados en un solo estado cuántico. Tal proeza se logró, a partir de un gas diluido de átomos de rubidio, en el JILA de Boulder, un laboratorio estatal compartido por la Universidad de Colorado. Desde entonces se han publicado más de mil artículos sobre el tema y se han constituido más de 20 grupos experimentales distribuidos por todo el mundo.

En los experimentos se consigue que un conjunto de átomos, que oscilan entre los 2000 de los ensayos iniciales y los 10 millones de los ejemplos recientes, queden confinados en una región del espacio a muy baja temperatura ocupando casi todos ellos el mismo estado, el de menor energía. En virtud de esa condensación, pierden su identidad individual, comparten la misma función de onda y se comportan como si fuesen un solo "superátomo".

Se pierde la identidad individual cuando domina el comportamiento ondulatorio sobre el corpuscular. Para que se manifieste el carácter ondulatorio de la materia, la longitud de onda asociada a los átomos tiene que ser del orden de la distancia entre

ellos. La longitud de onda de De Broglie, que podemos asociar a los átomos en su movimiento, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura. Por tanto, si se quiere mantener la condición de gas diluido y evitar así la excesiva frecuencia de los choques entre los átomos, se requieren temperaturas muy bajas. No suelen éstas darse espontáneamente en el universo. Hay que provocarlas en el laboratorio. Hablamos de temperaturas del orden de los nanokelvin (10^{-9} K), nueve órdenes de magnitud inferiores a la temperatura de la transición superfluida del ^4He líquido. Con el de la temperatura, otro problema técnico no menor es el de confinar los átomos sin destruir la estabilidad del condensado.

La observación del fenómeno de condensación de Bose-Einstein (CBE) en los gases diluidos de átomos alcalinos ha requerido, en consecuencia, el desarrollo de refinadas técnicas de enfriamiento, basadas en la utilización de rayos láser. Por los métodos desarrollados para enfriar y atrapar átomos con láser Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji y William D. Phillips recibieron en 1997 el premio Nobel de física.

Una vez logrado el primer enfriamiento con láser, se procede a su confinamiento. Este se realiza mediante

un campo magnético que actúa sobre el espín de cada átomo y crea un pozo de potencial que los atrapa.

En una segunda etapa se continúa el enfriamiento por evaporación. Se trata de dejar escapar a los átomos más energéticos, a la manera en que se enfría una taza de café. Conviene resaltar que no hay ningún aparato de la criogenia tradicional involucrado en el experimento. Todos los dispositivos, que ocupan el reducido espacio de una mesa de escritorio, se mantienen a la temperatura de laboratorio, salvo la pequeña nube atómica donde se produce la condensación, cuyo tamaño característico se sitúa alrededor de los 10.000 angstrom. (1 Å es la diezmilmillonésima de metro.)

La bajísima densidad del sistema facilita su estudio teórico y permite calcular sus propiedades con precisión. Comparada con la separación media entre las partículas, la distancia de interacción característica es pequeña; el sistema se asemeja a un gas de esferas duras de diámetro mucho menor que la distancia media entre átomos. Para hacernos una idea, en el ejemplo del rubidio podemos tomar como diámetro típico ≈ 60 Å, unas veinte veces menor que la distancia media entre los átomos.

En el problema interviene otra magnitud, el tamaño del pozo de potencial que suele tomarse como unidad de longitud en la descripción de estos sistemas. Aunque depende del caso considerado, su valor se cifra en torno a los 10.000 Å. (Para una exposición detallada del fenómeno en gases diluidos de átomos alcalinos puede consultarse el artículo escrito, en el número de mayo de 1998 de *Investigación y Ciencia*, por los propios autores del primer experimento con éxito Eric A. Cornell y Carl E. Wieman.)

ARTURO POLLS, JORDI BORONAT y FERRAN MAZZANTI han venido trabajando sobre los condensados de Bose-Einstein desde ópticas complementarias. Polls, profesor de la facultad de física de la Universidad de Barcelona, investiga en la estadística del fenómeno. Boronat, docente en la Politécnica de Cataluña, dirige un grupo de trabajo sobre métodos de Monte Carlo para líquidos cuánticos. Mazzanti, profesor de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura La Salle, adscrita a la Universidad Ramón Llull de Barcelona, se dedica al estudio de la colisión inelástica de neutrones con líquidos cuánticos.

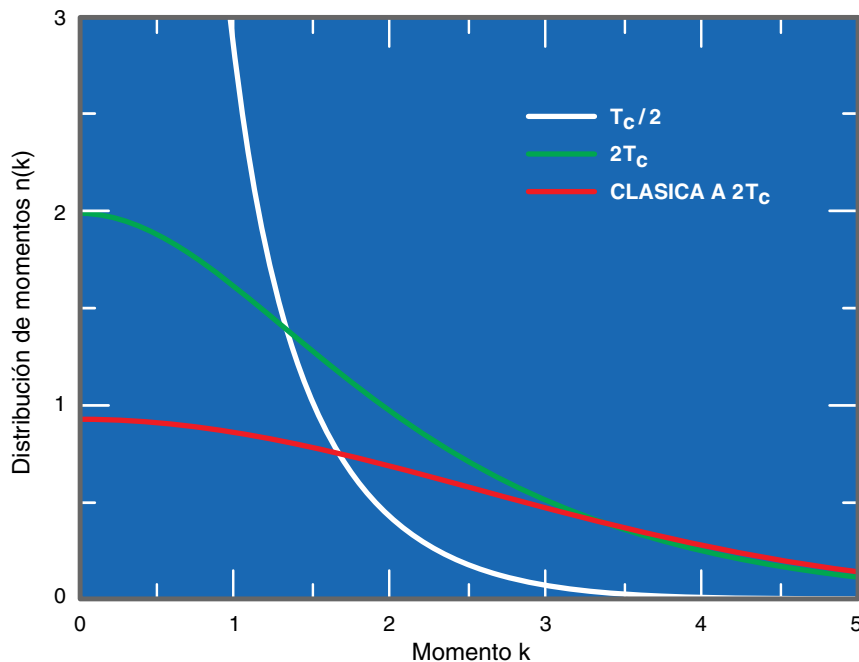
1. DISTRIBUCION de momentos de un gas ideal bosónico a temperaturas por encima y por debajo de la temperatura de transición T_c . A modo de comparación se muestra también la distribución de momentos del gas ideal clásico a temperatura $T = 2T_c$.

El interés por el fenómeno de la condensación de Bose-Einstein tiene una larga historia. Se remonta a 75 años atrás, cuando los físicos S. N. Bose y A. Einstein predijeron su existencia en un gas ideal cuántico sin interacciones.

Un gas ideal de Bose queda caracterizado por la masa de las partículas que lo componen, la densidad y la temperatura. La presencia de efectos cuánticos se manifiesta a través del correcto tratamiento de la imposibilidad de distinguir entre tales partículas. Ante partículas indistinguibles podemos apreciar o un comportamiento fermiónico o un comportamiento bosónico. Cualquiera que sea, el comportamiento va asociado al espín de la partícula, siendo éste el momento angular inherente a la partícula en su sistema en reposo. Sin entrar en pormenores, hemos de saber también que las partículas elementales se dividen en bosones o fermiones, según sea su espín entero o semientero.

Ejemplos típicos de fermiones son los electrones, protones y neutrones, es decir, los constituyentes básicos de los átomos. El comportamiento de los fermiones se rige por el principio de exclusión de Pauli, que prohíbe que dos fermiones idénticos compartan el mismo estado cuántico. La aplicación de esta regla a la ubicación de los electrones en los distintos orbitales atómicos da cuenta de la tabla periódica y explica la propia estabilidad de la materia. En cambio, para las partículas con comportamiento bosónico, cuyo ejemplo por excelencia serían los fotones que constituyen la radiación electromagnética, no hay limitación en el número de ocupación de un mismo estado cuántico.

2. DISTRIBUCION de momentos de un gas ideal fermiónico a temperaturas por encima y por debajo de la temperatura de Fermi ϵ_F (la temperatura de Fermi corresponde a la energía del último nivel ocupado, ϵ_F). A modo de comparación se muestra también la distribución de momentos del gas ideal clásico a temperatura $T = 2\epsilon_F$.

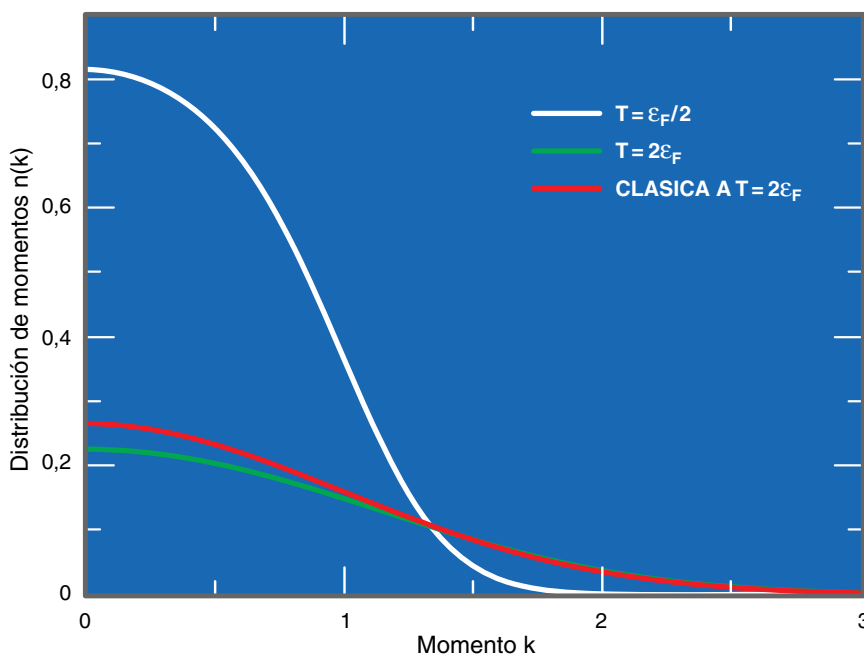


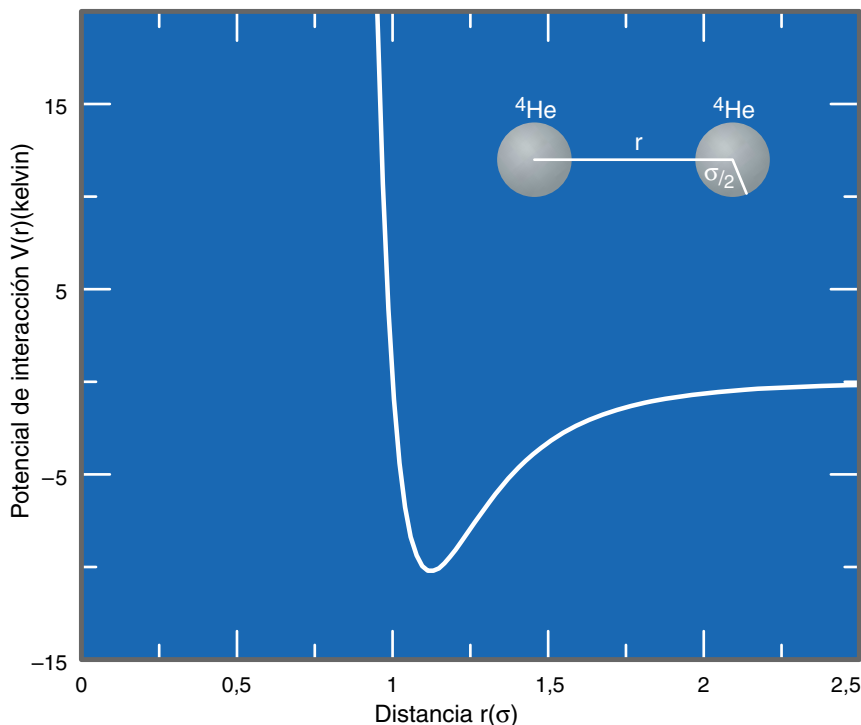
En el caso de un gas ideal, los estados cuánticos monoparticulares vienen caracterizados por el momento lineal, \vec{p} , que equivale al producto de la masa de la partícula por la velocidad, $m\vec{v}$, y cuya energía cinética asociada es $p^2/2m$. La energía total del sistema será suma de las energías cinéticas monoparticulares. A temperatura nula, y en su estado fundamental, todas las partículas ocupan el estado de momento cero, es decir, el estado de energía más baja.

En un sistema bosónico genérico, a la fracción de partículas, n_0 , que

ocupan el estado de momento cero se le llama fracción condensada. Su expresión formal, $n_0 = N_0/N$, constituye una medida de la condensación de Bose-Einstein en un sistema homogéneo, caracterizada por la ocupación macroscópica de un estado en el espacio de momentos.

De estas definiciones se desprende que el valor de n_0 para el gas ideal de bosones a temperatura cero es la unidad. En este sentido, la condensación de Bose-Einstein en un sistema homogéneo, como en el gas ideal o en el ^4He líquido, se carac-





teriza de forma distinta que en el caso de los átomos alcalinos atrapados en trampas magnéticas, donde la CBE se manifiesta por una ocupación macroscópica de un estado espacialmente localizado.

Cuando la temperatura del gas ideal aumenta, la distribución de momentos, que indica la probabilidad de ocupación de cada estado de momento definido de un sistema en equilibrio térmico, no mantiene a todas las partículas en el estado de momento cero. Ahora la distribución minimiza la energía libre F , que es combinación de la energía, (U) y del producto de la temperatura por la entropía ($F = U - TS$).

La entropía (S), una medida del desorden en un sistema, es proporcional al logaritmo del número de estados microscópicos compatibles con determinado estado macroscópico del sistema. La entropía es cero a temperatura nula, porque no hay desorden; sólo existe un estado accesible, que es el estado fundamental.

A temperatura mayor que cero, y debido a la presencia del término entrópico, al sistema le resulta más rentable dejar algunas partículas fuera del estado de momento cero, ya que así aumenta su contribución, que, por ser negativa, hace disminuir la energía libre. A una temperatura dada, este argumento es válido para densidades menores que una densidad crítica. Para densidades superiores al va-

lor crítico, la minimización de la energía libre se consigue situando las partículas adicionales en el estado de momento cero, iniciándose así el proceso de condensación. Alternativamente, para una densidad determinada se consigue llegar al régimen CBE disminuyendo la temperatura por debajo de un cierto valor crítico.

Antes de proseguir con las consideraciones termodinámicas, conviene conocer las condiciones para que se manifieste el comportamiento ondulatorio de la materia. Podemos partir de un suceso análogo, el de difracción óptica. Cuando la luz atraviesa una rendija, se observan fenómenos de difracción si la longitud de onda de la luz es del orden de la anchura de la rendija. Pero si, comparada con la anchura de la rendija, la longitud de onda es muy pequeña el fenómeno acontecido admite una interpretación corpuscular de la luz mediante fotones que viajan en trayectorias rectilíneas.

Se observan efectos cuánticos cuando la longitud de onda de De Broglie es del orden de la distancia entre las partículas. En cambio, asistiremos a un comportamiento clásico, newtoniano, cuando la longitud de onda de De Broglie es muy pequeña comparada con la distancia media entre las partículas. Pues bien, cuando la temperatura es alta, y disminuye la longitud de onda, la distribución de momentos de un

3. POTENCIAL DE INTERACCIÓN entre dos átomos de helio, dónde se observa la fuerte componente repulsiva a cortas distancias y la cola atractiva a largas distancias. La unidad de longitud es $\sigma = 2,556 \text{ \AA}$.

gas ideal tiende a la distribución clásica de Maxwell-Boltzman, en forma de campana y con una amplitud que es proporcional a la temperatura. La energía cinética media por partícula asociada a esta distribución es $3/2 kT$, donde k es la constante de Boltzman.

Por tanto, a cierta densidad, la temperatura crítica, por debajo de la cual aparece la fracción condensada, viene determinada por la condición de que la longitud de onda de De Broglie sea del mismo orden que la distancia media entre las partículas. La temperatura crítica, $T_c \propto \hbar^2 \rho^{2/3}/m$, aumenta con la densidad y disminuye con la masa.

En un gas ideal de bosones a una cierta densidad y a una temperatura por debajo de la temperatura crítica, la fracción condensada sigue la ley $n_0(T) = 1 - (T/T_c)^{3/2}$, donde T_c designa la temperatura crítica. Y no sólo se desarrolla una ocupación macroscópica del estado de momento cero, sino que el límite de la distribución de momentos al tender el momento a cero diverge de una manera inversamente proporcional al cuadrado del momento lineal.

El comportamiento de un gas ideal de fermiones difiere del caso bosónico: no puede haber dos fermiones ocupando el mismo estado. La distribución de momentos a temperatura nula corresponde a la llamada función escalón; se trata de una distribución que minimiza la energía respetando la naturaleza fermiónica de los constituyentes. Todos los momentos están ocupados hasta el denominado nivel de Fermi (k_F). La distribución de momentos viene caracterizada por la discontinuidad en la superficie de Fermi. Al aumentar la temperatura, los efectos estadístico-cuánticos desaparecen y las dos distribuciones, tanto la bosónica como la fermiónica, terminan por aproximarse a la distribución clásica.

Todos estos efectos dependen de una manera muy estricta de la dimensionalidad del sistema, por la sencilla razón de que la densidad de estados cuánticos por unidad de energía es función del número de dimensiones. Por ejemplo, en un gas ideal de bosones en una y dos dimensiones, no hay ocupación macroscópica del estado de momento cero a tempera-

tura finita; la temperatura crítica es nula. Ahora bien, a temperatura cero todas las partículas se encuentran en el estado de momento cero, configuración que obviamente minimiza la energía interna. Sin embargo, la ausencia de fracción condensada a temperatura finita no implica la desaparición de los efectos cuánticos. La distribución de momentos a bajas temperaturas continúa siendo muy distinta de la distribución clásica de Maxwell.

Todos estos fenómenos se han intentado comprobar en el helio, elemento del cual existen dos isótopos estables en la naturaleza. Simbolizados por ^4He y ^3He , tienen el mismo número de protones y diferente de neutrones; el núcleo del primero consta de dos protones y dos neutrones, en tanto que el del ^3He aloja dos protones y un neutrón. En ambos isótopos los efectos cuánticos se manifiestan de forma espectacular, originando así su extraño comportamiento a temperaturas próximas al 0 absoluto (-273°C).

Nos muestra la experiencia diaria que, a temperaturas altas, las sustancias están en fase gaseosa. Cuando baja la temperatura, el gas pasa a fase líquida y, si la temperatura continúa descendiendo, se transforma en un sólido. La interpretación microscópica atribuye el fenómeno a la disminución de la energía cinética media de sus constituyentes, que guarda relación directa con la temperatura. La movilidad de las partículas disminuye al bajar la temperatura y, en el cero absoluto, todas las sustancias estarían en la fase sólida.

Pues bien, con ninguno de los dos isótopos del helio ocurre tal cosa. Al disminuir la temperatura los isótopos continúan en fase líquida. Para pasarlos a fase sólida se requiere una presión externa notable, del orden de 20 atmósferas para el ^4He y de 35 atmósferas para el ^3He . Que el helio no solidifique es un efecto cuántico macroscópico. Se debe, en primer lugar, a la débil atracción que existe entre sus átomos y, en segundo lugar, a una razón más sutil. Cuando afirmamos que la temperatura es una medida directa de la energía cinética, debiéramos hacer una salvedad. Tal proposición no resulta del todo cierta en situaciones donde importan los efectos ondulatorios; dicho con propiedad, allí donde la posición y el momento de los átomos no pueden especificarse simultáneamente con precisión infinita, esto es, cuando se ha de tomar en consideración el principio de indeterminación de Heisenberg.

Una partícula localizada en una región del espacio posee siempre una incertidumbre en su momento y, por tanto, una energía cinética media mínima, la así llamada energía del punto cero. En el helio basta esa energía, junto con la ligera masa de los átomos, para contrarrestar la débil atracción entre éstos que intenta fijarlos en sus posiciones de equilibrio. Debido a este hecho, el líquido no solidifica.

No acaban ahí las sorprendentes propiedades de estos isótopos. Por debajo de cierta temperatura se convierten en superfluidos, capaces de discurrir por capilares estrechísimos sin un gradiente de presión. Esta transición ocurre a una temperatura de 2,2 kelvin en el ^4He y a una temperatura tres órdenes de magnitud inferior, 2,6 milikelvin, en el ^3He . La superfluidez del ^4He fue experimentalmente observada en 1938 por Pyotr Kapitza. Debido a las dificultades técnicas para conseguir bajas temperaturas, la superfluidez del ^3He no se logró hasta 1975 cuando Lee, Osheff y Richardson realizaron los primeros experimentos concluyentes. Ambos descubrimientos merecieron el premio Nobel, el del ^4He en 1978 y el del ^3He , mucho más tarde, en 1996.

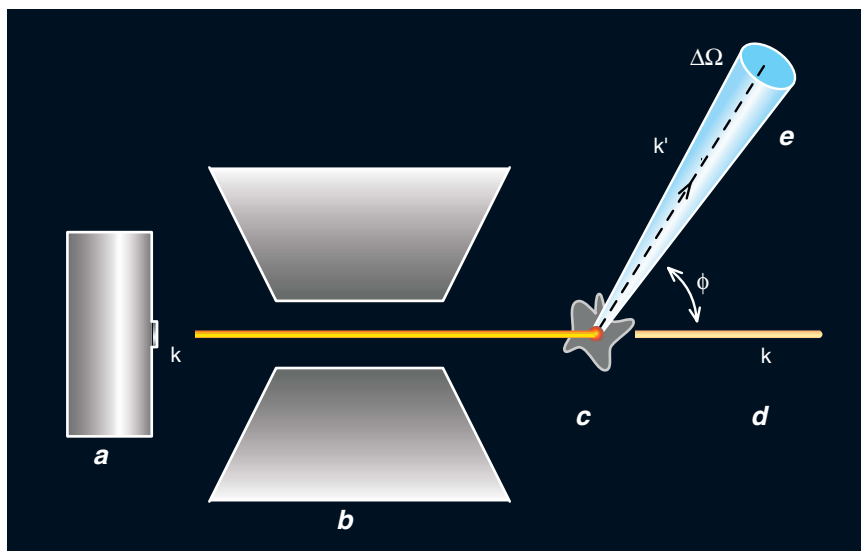
¿Qué tiene que ver todo esto con la condensación de Bose-Einstein? Mucho. Los átomos de ^4He se comportan como bosones y los de ^3He como fermiones. No sólo las partículas elementales tienen un carácter bosónico o fermiónico definido,

sino que se trata también de una propiedad de los átomos.

En la descripción mecánico-cuántica de los constituyentes fundamentales de la materia, los quarks y los leptones (electrón incluido) se caracterizan por tener espín $1/2$, semientero; son, por tanto, fermiones. Por su parte, los bosones fundamentales comprenden el fotón, responsable de la interacción electromagnética, los tres bosones masivos mediadores de la interacción débil, los gluones, que transmiten la interacción fuerte entre hadrones, y los gravitones, encargados de la interacción gravitatoria.

El carácter bosónico o fermiónico de las otras partículas observadas y de los propios átomos es, en general, compuesto. Aunque la explicación pueda resultar un tanto complicada, la regla es muy simple. Las partículas compuestas por tres quarks, como los protones y neutrones, poseen espín semientero y se comportan como fermiones, mientras que las partículas integradas por dos quarks, como los mesones, tienen espín entero y se comportan como bosones. La regla resulta, a su vez, válida para los átomos.

El átomo de ^4He formado por un número par de componentes de carácter fermiónico se comporta como un bosón, en cambio el átomo de ^3He se comporta como un fermión. Se trata de una distinción importante cuando se estudia un conjunto de estos átomos, porque impone severas restricciones en su comportamiento y en su descripción mecánico-cuántica. En úl-



4. ESQUEMA DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL utilizado para realizar dispersión inelástica de neutrones: (a) fuente de neutrones; (b) selector de velocidades; (c) muestra de helio; (d) neutrones transmitidos; (e) neutrones que han colisionado con el blanco y han cambiado su momento (k').

Nociones clave: Sección eficaz y aproximación de impulso

La sección eficaz diferencial describe la difusión inelástica de neutrones en sistemas como el ^4He líquido. Se mide contando el número de neutrones de energía fija difundidos en un cierto ángulo sólido Ω :

$$\frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} = \frac{\sigma_{\text{tot}}}{4\pi} \frac{k_i}{k_f} S(q, E).$$

Esta fórmula tiene tres términos bien diferenciados: σ_{tot} , que es la sección eficaz total del neutrón con un átomo de ^4He aislado, los factores cinemáticos que contienen el momento inicial k_i y final k_f del neutrón difundido y, por último, la información del sistema que estamos explorando con la sonda neutrónica y que está incluida en la función de estructura dinámica, $S(q, E)$. La función de estructura dinámica depende del momento $q = k_f - k_i$ y de la energía $E = (k_f^2 - k_i^2)/(2m_n)$ transferidos al sistema.

Cuando el momento transferido es muy grande, es decir, cuando la longitud de onda asociada es pequeña comparada con la distancia entre los átomos, el proceso de difusión puede considerarse como si ocurriera con átomos libres con una cierta distribución de momentos. La función de estructura se expresa como la suma de las contribuciones individuales de cada átomo, teniendo en cuenta la distribución de momentos y la conservación de energía y momento:

$$S(q, E) = \frac{1}{(2\pi)^3 \rho} \int d^3k n(k) \delta \left[E - \left(\frac{\hbar^2(\vec{k} + \vec{q})^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) \right].$$

Esta fórmula, conocida como aproximación de impulso, expresa matemáticamente el hecho de que un neutrón choca con un átomo de la muestra que tiene un momento k , le comunica un momento q grande y, como consecuencia, el átomo adquiere una energía cinética $\hbar^2(k + q)^2/2m$, siendo m la masa del átomo de helio. En esta aproximación se supone que el átomo de helio, que no detectamos, escapa del sistema sin interactuar con los otros átomos.

Normalmente, para momentos altos, en lugar de $S(q, E)$ se suele mostrar el perfil de Compton:

$$J(Y, q) = \frac{\hbar^2 q}{m} S(q, E),$$

donde $Y = (E - \hbar^2 q^2/(2m)) (m/(\hbar^2 q))$. Bajo ciertas condiciones, por ejemplo en el caso de que sea válida la aproximación de impulso, esta función depende sólo de la variable Y . En este caso, hablamos de escalado en Y (Y -scaling) de la función de estructura dinámica.

tima instancia, explica el dispar comportamiento de uno y otro isótopo. Esto es cierto en tanto en cuanto el experimento que realicemos aborde al átomo como un todo y no entre a explorar sus componentes individuales.

Una vez aceptado que el ^4He líquido es un sistema bosónico, podemos estimar la temperatura crítica por debajo de la cual se produce la CBE. Basta con volver a la expresión obtenida para el gas ideal de bosones, aunque con la masa de los átomos de ^4He y la densidad del líquido correspondiente. El resultado de esta estimación es $T_c \approx 3,13\text{K}$ que resulta ser muy cercana a la temperatura por debajo de la cual empieza a manifestarse el fenómeno de la superfluidez en el ^4He . Fritz London observó esa coincidencia ya en 1938, año en que se estableció el comportamiento superfluido del ^4He , lo que

permitió especular con la posibilidad de que la transición superfluida estuviera asociada a la condensación de Bose-Einstein.

Comenzó entonces una tenaz carrera hacia la identificación del fenómeno CBE en ^4He líquido a baja temperatura. ¿Existe realmente la condensación de Bose-Einstein en ^4He líquido? ¿Cómo se manifiesta? ¿Cuál es la fracción condensada a temperatura nula y cuál es su dependencia con la temperatura? ¿Qué relación existe entre la CBE y la superfluidez? En la resolución de esas y otras cuestiones similares se han afanado físicos teóricos y experimentales durante los 70 últimos años.

Antes de proseguir, aclaremos que la condensación de Bose-Einstein no es una condición ni necesaria ni suficiente para la existencia de superfluidez en un sistema bosónico.

Puede darse superfluidez sin que se produzca CBE; por ejemplo, en dos dimensiones. Y presentarse la CBE sin superfluidez; por ejemplo, en el gas ideal de bosones en tres dimensiones.

Se trata, empero, de una vieja controversia. Lev Landau, que recibió el premio Nobel en 1962, dio una explicación para la superfluidez sin necesidad de suponer la existencia de CBE, sino advirtiendo que los estados excitados del sistema son difícilmente accesibles cuando el ^4He fluye a lo largo de un capilar. Por lo tanto, la viscosidad que mide la pérdida de energía del sistema en forma de energía térmica, producida al poblarse estados excitados, disminuye notablemente hasta merecer el calificativo de superfluido. Por debajo de cierta velocidad crítica, estas excitaciones resultaban inaccesi-

5. DISTRIBUCION DE MOMENTOS de ^4He líquido a temperatura cero. Con trazo grueso se muestra la señal procedente del condensado de Bose-Einstein.

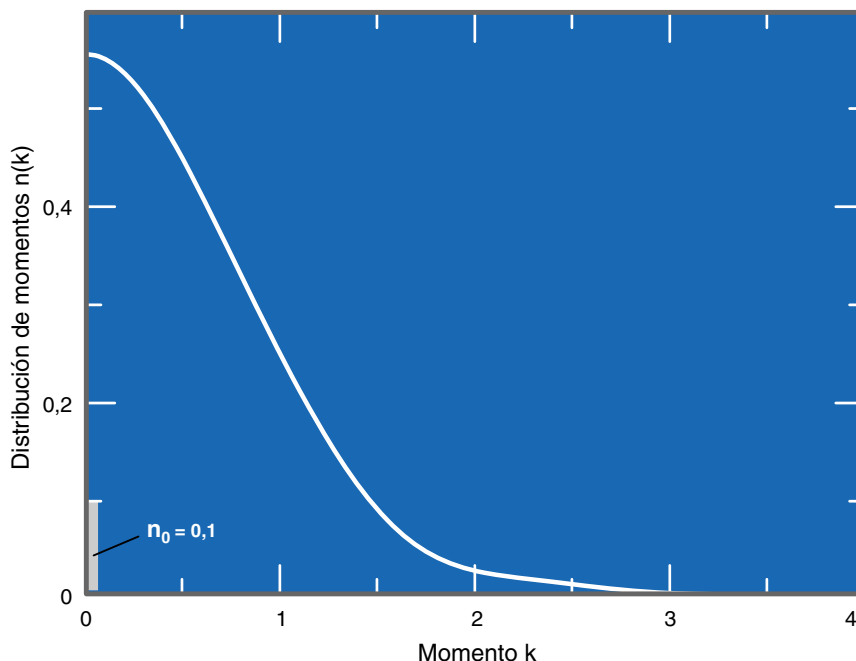
bles y, por tanto, el sistema fluía sin perder energía cinética.

No ocurre así con el gas ideal bosónico, cuyo espectro de excitación es parabólico y nula, por tanto, la velocidad crítica. Para calcular el espectro de excitación del ^4He que Landau determinó de forma fenomenológica, hay que llevar la mecánica cuántica hasta sus últimas consecuencias. En especial, en lo concerniente a su naturaleza bosónica. En el ^4He , superfluidez y condensación de Bose-Einstein comparten, en efecto, un mismo origen, la naturaleza bosónica de sus átomos. Está bien establecido, experimental y teóricamente, que los dos fenómenos aparecen en el ^4He líquido a la misma temperatura crítica.

Además de la estadística, en el espectro de excitación influye también la interacción entre los átomos. El ^4He líquido dista mucho de ser un gas ideal. Sus átomos interactúan entre sí por medio de un potencial que depende de la distancia que los separa; a cortas distancias se produce una fuerte repulsión y, a distancias grandes, una débil atracción. Predomina tanto la característica repulsiva, que los átomos pueden considerarse, en una primera aproximación, esferas duras de unos $2,6 \text{ \AA}$ de diámetro.

Para describir tal interacción se puede emplear el potencial de Lennard-Jones. Este es fuertemente repulsivo a cortas distancias y ligeramente atractivo a distancias mayores. Formalmente, $V(r) = 4\epsilon [(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6]$, donde $\epsilon = 10,22 \text{ K}$ define la profundidad del potencial y $\sigma = 2,556 \text{ \AA}$ la escala de longitud.

La acción atractiva se debe a la polarización que sufre la nube electrónica de los átomos. Así, aunque éstos no tienen carga neta, existe una atracción débil entre las dos distribuciones de carga polarizadas. Por ser idéntica la distribución electrónica en ambos isótopos, la interacción no distingue entre ellos; es la misma tanto para una pareja de átomos de ^4He como de ^3He . Las diferencias que se observan en su comportamiento resultan de la diferencia de masa y, sobre todo, de la diferente estadística, es decir, del carácter bosónico o fermiónico de dichos isótopos.



El potencial de ionización del helio, la energía mínima necesaria para arrancar un electrón, es de $24,56 \text{ eV}$. Para que el átomo pase de su estado fundamental a su primer estado excitado se requieren 20 eV . En ambos casos, se trata de las energías mayores de toda la tabla periódica. Valores que resultan asombrosos si los comparamos con los de las energías importantes en la física del helio, que se sitúan en torno a unos pocos kelvin. (Recuérdese que $1 \text{ eV} \approx 11.000 \text{ K}$.)

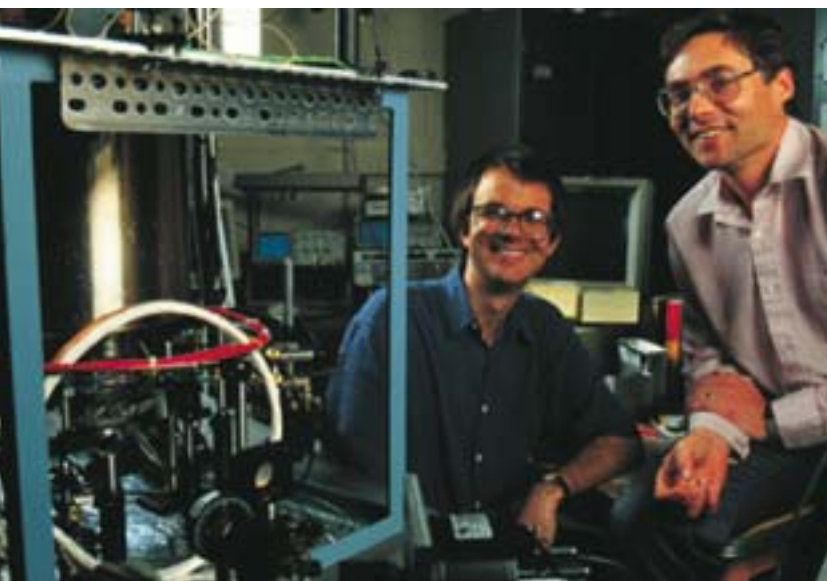
Para avanzar en la explicación, conviene entender bien el concepto de densidad de saturación. A esta densidad, la energía de ligadura presenta un mínimo y la presión es nula. Pensemos en el líquido contenido en un cilindro limitado por un émbolo; para mantener el líquido a la densidad de saturación, no hay que aplicar fuerza sobre el émbolo.

En el ^4He líquido, la energía de ligadura por átomo, a una densidad de saturación, ρ , de $0,365 \sigma^{-3}$, resulta ser de $7,17 \text{ K}$; en cambio para el ^3He , la densidad de saturación es un poquito menor, $\rho = 0,273 \sigma^{-3}$, y la energía de ligadura $2,5 \text{ K}$. Estas energías coinciden con los potenciales químicos para tales densidades y se identifican con la energía necesaria para arrancar un átomo del sistema. Para una densidad dada, la menor masa del átomo de ^3He se traduce en una mayor movilidad y, por tanto, una energía de ligadura y una densidad de saturación menores.

¿Cuál es el valor de la fracción condensada en el ^4He líquido? ¿Es del 100% como en el gas ideal? La determinación experimental de la fracción condensada está asociada con la medida de la distribución de momentos, ya que ésta mide la ocupación de los diversos estados de momento fijo y la condensación se produce cuando se ocupa macroscópicamente el estado de momento cero. Pero, ¿podemos medir la distribución de momentos del ^4He ? A mediados de los años sesenta se propuso medir la distribución de momentos del helio líquido mediante difusión inelástica de neutrones.

Actualmente, los cálculos más fiables predicen una fracción condensada a temperatura nula entre el 8% y el 10% y una distribución de momentos fuera del condensado que no sigue una curva gaussiana. La cola en la distribución de momentos produce una energía cinética alrededor de los 14 K . De ello se desprende que la energía de ligadura del ^4He líquido es la consecuencia de una fuerte cancelación entre la energía potencial ($\approx -21 \text{ K}$) y la energía cinética.

El ^4He líquido es un sistema muy correlacionado, donde los átomos tienen poco espacio para moverse en libertad y colisionan sin cesar. Basta, para ratificarlo, comparar el volumen que cada átomo tiene a su disposición, volumen que se obtiene del inverso de la densidad ($V = 1/\rho$), con el "volumen" de cada átomo, estimado mediante el potencial de interacción.



6. LOS LABORATORIOS dedicados al estudio de la condensación de Bose-Einstein son de características muy distintas dependiendo de si trabajan con gases alcalinos diluidos o bien con ^4He . En la fotografía superior observamos la pequeña escala de los dispositivos utilizados para atrapar y enfriar gases alcalinos. Junto al equipo experimental, aparecen los dos científicos que consiguieron por primera vez observar el condensado de Bose-Einstein (E. Cornell, a la izquierda; C. Wieman, a la derecha). En la fotografía de la derecha, aparece una de las salas del Rutherford Appleton Laboratory, en Gran Bretaña, especializado en difracción de neutrones. A pesar de que los dos laboratorios estudian un mismo fenómeno físico, la diferencia de escala entre ambos es bien patente.



Para ello se asocia el átomo a una esfera dura (de radio $R \approx 1,3\text{\AA}$ y, por tanto, volumen $V_{\text{He}} = 4\pi R^3/3$). Una relación V_{He}/V de 0,2 resulta grande, incluso comparada con la materia nuclear, que esperamos encontrar en el interior de los núcleos atómicos. En efecto, tomando una densidad de saturación de materia nuclear ρ_{NM} equivalente a 0,17 nucleones por fentómetro cúbico, y un tamaño del nucleón de radio igual a unos 0,4 fentómetros (1 fentómetro es la cienmilésima de angstrom), se obtiene una relación V_{NM}/V igual a 0,05, unas cuatro veces menor que en el caso del ^4He líquido.

Uno de los objetivos principales de la dispersión inelástica de neutrones es la determinación de la distribución de momentos del líquido; para el ^4He en particular, se trata de detectar y medir la fracción condensada. Para estudiar la estructura atómica, la física de la materia condensada halla una sonda excelente en los neutrones. Debido a su carga nula, estas partículas no "sienten" a los electrones, sino que interaccionan, por medio de la fuerza fuerte, con el núcleo de los átomos. Además el rango

de energías y momentos de los neutrones que se utilizan como proyectiles, permite explorar todo el espectro de excitación, desde las excitaciones colectivas de baja energía hasta los grados de libertad individuales.

Resumiendo, un típico experimento de difusión inelástica de neutrones procede como sigue. Se manda un haz monocromático de neutrones contra una muestra de helio líquido. Debido a la débil interacción entre los neutrones y los átomos de la muestra, la mayoría de aquéllos atraviesan ésta sin verse afectados; mientras que el resto sufre desviaciones de su trayectoria inicial al interactuar con los átomos de helio. Los detectores, ubicados a determinada distancia de la muestra, miden la velocidad y el ángulo de desviación de los neutrones difundidos. Mediante relaciones cinemáticas sencillas, basadas en la conservación del momento y la energía, se puede calcular el momento \vec{q} y la energía E transferidos a la muestra.

Guiados por los mismos principios se han realizado experimentos en otros

campos donde se manipulan sondas y blancos diferentes, así como escalas de energía y longitud completamente distintas. Por ejemplo, se ha recurrido a la dispersión Compton de rayos X de varias decenas de kiloelectrovolt para estudiar la distribución de momentos en átomos y sólidos, y se ha utilizado la difusión profundamente inelástica de electrones de varios gigaelectrovolt para investigar la distribución de quarks en el interior de un nucleón.

En la difusión neutrónica se detectan sólo los neutrones difundidos y se calcula el número de neutrones que han depositado un cierto momento y energía en la muestra en relación con el flujo inicial de neutrones, es decir, se mide la sección eficaz. (La sección eficaz permite obtener información sobre el espectro de excitación de la muestra activada por la sonda.).

La longitud de onda de los neutrones incidentes es muy grande comparada con el alcance de la interacción fuerte, responsable de la interacción entre los neutrones y el núcleo de los átomos. Bajo estas condiciones, la sección eficaz es proporcional a la fun-

ción de estructura dinámica del sistema, que mide la respuesta del sistema cuando éste absorbe un cierto momento y energía. Si el momento transferido adquiere un valor alto, es decir, si su longitud de onda asociada es pequeña comparada con la distancia entre los átomos, cada átomo actúa de manera independiente, sin que se produzcan efectos de interferencia entre centros difusores (los átomos de la muestra). Cuando tal hecho sucede, se obtiene la intensidad de la función de estructura dinámica, para un cierto momento y energía transferidas al sistema, mediante la suma de la contribución individual de cada átomo, teniendo en cuenta su distribución de momentos y la conservación de energía y momento.

En términos técnicos, la suma aludida puede expresarse por medio de la fórmula conocida como *aproximación de impulso*, una integral donde interviene la distribución de momentos y la función δ -Dirac que garantiza la conservación de la energía. En términos físicos nos indica que un neutrón golpea a un átomo de la muestra que tiene momento \vec{k} , le comunica un momento \vec{q} grande y, como consecuencia, el átomo adquiere una energía cinética $\hbar^2(\vec{k} + \vec{q})^2/2m$, escapando sin interactuar con los otros átomos.

Se supone, pues, que las energías cinéticas involucradas son tan altas que permiten despreciar las interacciones del átomo golpeado por el neutrón con los otros átomos. (La verdad es que tales interacciones de estado final, así se llaman, no pueden despreciarse del todo.) Si todas las partículas estuviesen en el estado $\vec{k} = 0$, la función de estructura dinámica del sistema sería un simple pico de anchura cero y altura infinita.

Si la fracción condensada no es nula debería aparecer un pico en la sección eficaz situado a una energía $E = \vec{q}^2/2m$ y con una intensidad proporcional a la fracción condensada, además de la contribución del resto de momentos. En los primeros experimentos no se observaba la presencia de este pico, pero su ausencia se atribuyó al escaso momento transferido, razón por la cual no se cumplían las condiciones para la validez de la aproximación de impulso.

7. ESQUEMA del perfil de Compton de un líquido bosónico correlacionado como el ^4He . La flecha de trazo grueso indica la esperada señal del condensado de Bose-Einstein.

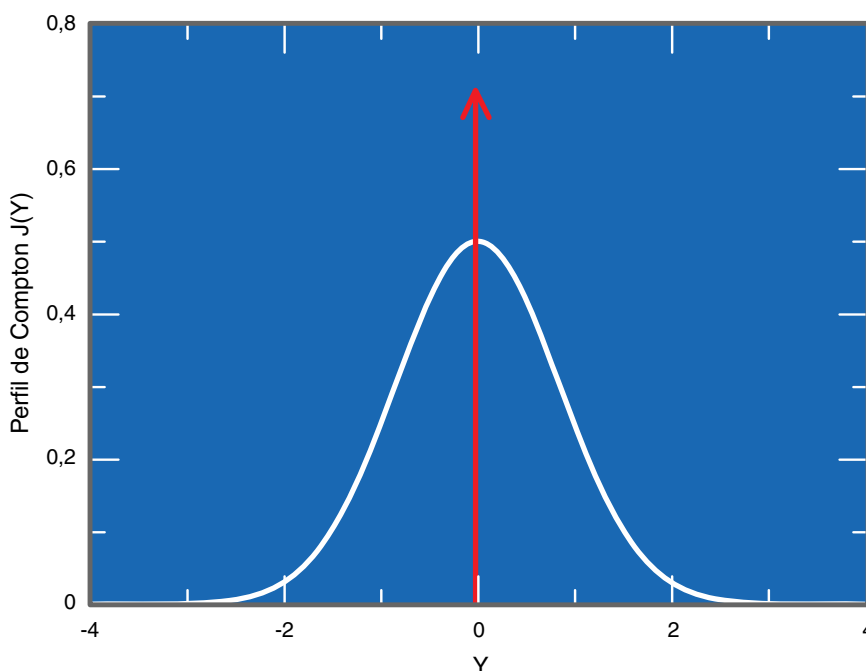
Empezó así un arduo trabajo experimental para aumentar el rango de momento transferido, elaborar una estadística razonable y disponer de detectores con buena resolución. A finales de los ochenta e inicios de los noventa se habían conseguido esos objetivos técnicos. Pero aun así no pudo determinarse la fracción condensada, ya que al estudiar los resultados experimentales para momentos transferidos altos no se observó el pico correspondiente a la fracción condensada predicho por la aproximación de impulso.

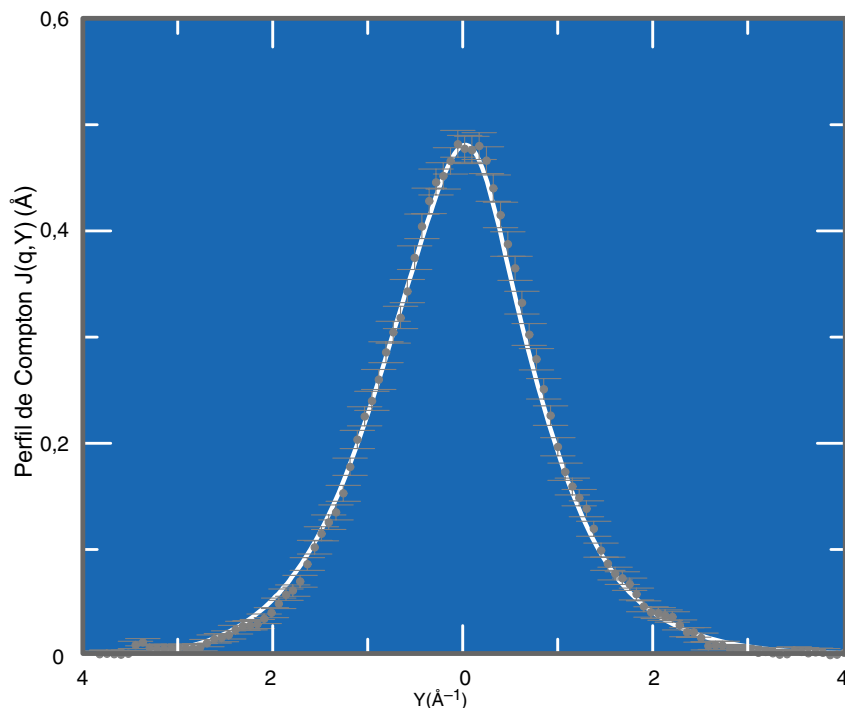
La explicación de este fracaso radica en el ensanchamiento del pico, causado por un doble motivo: las limitaciones de los detectores y las interacciones de estado final entre el átomo arrancado y el resto de los átomos. De ahí que el análisis de los resultados sólo pudiera dar una medida indirecta de la fracción condensada. Había que tener en cuenta todos estos efectos para corregir la aproximación de impulso y comparar los cálculos con los resultados experimentales.

Los estudios teóricos recientes y los esfuerzos experimentales por aumentar el momento transferido indican que, en realidad, las condiciones de validez de la aproximación de impulso, que permite despreciar las interacciones de estado final, sólo se alcanzan asintóticamente. Aunque el momento transferido sea muy alto, siempre deben considerarse las correcciones oportunas.

Cuando se tienen en cuenta todas estas consideraciones, se logra un buen acuerdo entre los cálculos teóricos y los resultados experimentales para la función de dispersión. Simbolizada por $J(q,Y)$, esta función es proporcional a la función de estructura dinámica. En la aproximación de impulso, la función depende sólo de Y , combinación de la energía y momento transferidos, y no de cada uno de ellos por separado, obteniéndose así una propiedad de escalado (*scaling*). Con frecuencia, se comprueba si los datos experimentales a diversos momentos escalan, para confirmar que se ha alcanzado el régimen de la aproximación de impulso. En última instancia, y en el caso concreto del ^4He , el acuerdo teoría-experimento es excelente y este es el único tipo de prueba que podemos obtener de la existencia de la fracción condensada por medio de la dispersión de neutrones.

En un principio esta comparación entre teoría y experimentación es la única posible. Si se utilizan las correcciones de estado final para extraer de los resultados experimentales la distribución de momentos, siguiendo un tipo de proceso inverso, las barras de error experimentales producen una incertidumbre enorme; los resultados podrían ser compatibles incluso con una ausencia de fracción condensada. Por otro lado, las dificultades presentan un lado positivo. Estimulan la actividad teórica y experimental, que colateralmente ha contribuido al desarrollo de avanzados algoritmos de análisis de datos.





8. PERFIL DE COMPTON de ^4He líquido. Los puntos corresponden a las medidas de dispersión inelástica experimentales y la línea a la predicción teórica.

Tal y como sucedía con el gas libre de bosones, muchos de estos efectos dependen de la dimensionalidad del sistema. La investigación experimental explora nuevas situaciones. Se han logrado ya sistemas cuasibidimensionales y monodimensionales. Se ha comprobado que las películas de ^4He absorbidas en sustratos de grafito se comportan como si el grado de libertad perpendicular a la superficie estuviera completamente congelado y, por tanto, el sistema fuera bidimensional. De forma similar, si introducimos ^4He líquido en nanotubos de carbono obtenemos un sistema que se comporta como si fuera monodimensional. Los cálculos teóricos a temperatura cero muestran que $n_0 = 23\%$ en el caso bidimensional y $n_0 = 0$ en el caso monodimensional. Igual que en el gas libre, la fracción condensada en sistemas bi- y monodimensionales es nula a temperatura distinta de cero.

Así pues, la fracción condensada debe hacer frente a dos enemigos importantes, la temperatura y las correlaciones. Si nos ceñimos al helio, basta una temperatura inferior a ≈ 2 kelvin para tener fracción condensada; la densidad es grande, pero los efectos de las correlaciones, drásticos, reducen de forma sustancial el valor de la fracción condensada a temperatura nula. En los experimentos con átomos alcalinos los sistemas

son muy diluidos y las correlaciones, poco importantes; por eso se necesita una temperatura mucho menor para conseguir poner de manifiesto el comportamiento ondulatorio.

La condensación de Bose-Einstein ha pasado de ser un tema restringido, limitado al gas libre de bosones y a su búsqueda en ^4He líquido, para convertirse en asunto multidisciplinario. Gases alcalinos y ^4He líquido aparte, se consideran también fenómenos de condensación de bosones en ámbitos muy dispares de la física, con escalas de energía y longitud muy diferentes.

Hemos visto que los condensados de Bose-Einstein pueden producirse en conjuntos de átomos con comportamiento bosónico. Sin embargo, nada impide crear un sistema de fermiones inestable frente a la formación de pares de fermiones. Desde una óptica energética, al sistema le puede resultar más ventajoso tener apareados sus constituyentes, dando lugar a pares de fermiones que desarrollan un comportamiento bosónico. Un ejemplo típico son los pares de Cooper formados por electrones, que dan origen a la superconductividad de los metales. De forma parecida ocurre con el apareamiento de átomos de ^3He por debajo de 2,6 milikelvin, razón de la superfluidez del ^3He líquido. Y en otro marco completamente distinto, el de las estre-

llas de neutrones, se buscan pruebas de la posible existencia de condensados de kaones o piones (ambos bosones).

Muy recientemente, la posibilidad de estudiar los efectos de la estadística en sistemas muy diluidos se ha extendido al caso fermiónico. En el laboratorio de Boulder, donde se consiguieron los primeros condensados bosónicos con átomos de rubidio, se ha logrado confinar, a temperaturas de 100 nanokelvin, átomos de potasio que se comportan como fermiones.

Estos experimentos abren nuevas posibilidades para profundizar en el comportamiento fermiónico. Quizás, a temperaturas inferiores, la interacción residual podría convertir al sistema en inestable frente a la formación de pares de átomos, que se comportarían bosónicamente y que podrían dar lugar a un gas atómico fermiónico superfluido. Y hay quien, presa de la excitación, imagina una nueva era de relojes y láseres atómicos.

En su largo camino, el estudio de la condensación de Bose-Einstein nos ha traído notables avances técnicos y aportaciones a la teoría de la materia. El descubrimiento de la CBE en gases diluidos de átomos alcalinos, así como el reconocimiento del fenómeno en distintos campos de la física, han dotado a la condensación de Bose-Einstein de entidad propia, un campo fecundo de investigación donde germinan e inciden ideas y técnicas avanzadas cuyos frutos seguirán cosechándose en un futuro próximo.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

EXCITATIONS IN LIQUID AND SOLID HELIUM. Henry R. Glyde, Clarendon Press, Oxford, 1994.

FINAL-STATE EFFECTS ON SUPERFLUID ^4He IN THE DEEP INELASTIC REGIME. F. Mazzanti, J. Boronat y A. Polls en *Physical Review*, B 53, n.º 5661, 1996.

EL CONDENSADO DE BOSE-EINSTEIN. Eric Cornell y Carl E. Wieman, en *Investigación y Ciencia*, n.º 260, págs. 6-12, Mayo de 1998.

ONSET OF FERMI DEGENERACY IN A TRAPPED ATOMIC GAS. B. DeMarco y D. Jin en *Science*, vol. 285, n.º 1703, 1999.

<http://amo.phy.gasou.edu:80/bec.html>;
<http://jilawww.colorado.edu/bec>