Relación 2 de EDIP.

Alejandro Villanueva Prados

29 de marzo de 2019

1. De las estadísticas de "Tiempos de vuelo y consumos de combustible" de una compañía aérea, se han obtenido datos relativos a 24 trayectos distintos realizados por eel avión DC-9. A partir de estos datos se han obtenido las siguientes medidas:

$$\sum y_i = 219{,}719 \qquad \sum y_i^2 = 2396{,}504 \qquad \sum x_i y_i = 349{,}486$$

$$\sum x_i = 31{,}470 \qquad \sum x_i^2 = 51{,}075 \qquad \sum x_i^2 y_i = 633{,}993$$

$$\sum x_i^4 = 182{,}977 \qquad \sum x_i^3 = 93{,}6$$

La variable Y expresa el consumo total de combustible, en miles de libras, correspondiente a un vuelo de duración X (el tiempo se expresa en horas, y se utilizan como unidades de orden inferior fracciones decimales de la hora).

a) Ajustar un modelo del tipo $Y = aX + b$. ¿Qué consumo total se estimaría para un programa de vuelos compuesto de 100 vuelos de media hora, 200 de una hora y 100 de dos horas? ¿Es fiable esta estimación?

Solución: Comenzamos analizando nuestra población y los datos que tenemos: observamos que la población es de tamaño $n = 24$, además nos indican que los 24 vuelos son distintos así que $n_i = 1; \quad \forall i \in \{1 \dots 24\}$

Una vez tomadas estas consideraciones, nos centramos en la pregunta: encontrar un ajuste lineal mediante un polinomio de grado 1. La expresión de la función será:

$$y - \overline{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}\left(x - \overline{x}\right),$$

así que pasamos a calcular los datos necearios:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum x_i = \frac{31{,}470}{24} \approx 1{,}311 \text{ Horas de vuelo},$$

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum y_i = \frac{219{,}719}{24} \approx 9{,}155 \text{ Miles de libras de combustible},$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n}\sum(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) = m_{11} - m_{10}m_{01} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \frac{1}{n^2}\sum x_i \sum y_i \approx 2{,}557$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{n}\sum x_i^2 - \overline{x}, \approx 0{,}410$$

finalmente, la recta de regresión queda:

$$y = 6{,}237x - 0{,}979.$$

Pasamos ahora a la segunda cuestión del apartado, para ello aplicamos la función obtenida:

$$6{,}237 \cdot 0{,}5 - 0{,}979 = 2{,}140 \text{ (Consumo estimado para un vuelo de media hora)}$$

$$6{,}237 \cdot 1 - 0{,}979 = 5{,}258 \text{ (Consumo estimado para un vuelo de una hora)}$$

$$6{,}237 \cdot 2 - 0{,}979 = 11{,}495 \text{ (Consumo estimado para un vuelo de dos horas)}$$

Ahora escalamos estos resultados multiplicando por el númmero de vuelos y sumamos todo, obteniendo un consumo total de 2415,1 miles de libras de combustible.

Para cuantificar la fiabilidad de la predicción, vamos a emplear el coeficiente de correlación lineal, dado por

$$r = \pm\sqrt{r^2} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y},$$

calculamos σ_x y σ_y:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{0{,}401} \approx 0{,}640$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\sum y_i^2 - \sum y_i\right)} \approx 9{,}52,$$

con estos datos, el coeficiente de correlación lineal queda 0,42, lo que nos indica un ajuste pobre y una baja fiabiidad.

b) Ajustar un modelo del tipo $Y = a + bX + cX^2$. ¿Qué consumo total se estimaría para el mismo programa de vuelos del apartado a)?

Solución: Los coeficientes de nuestra función de ajuste vienen dados por las soluciones del siguiente sistema: