

S2 Aritmética Digital

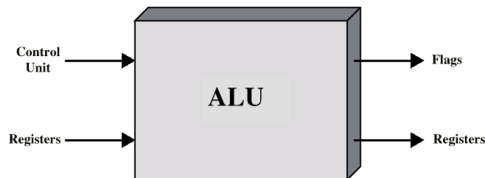
Lenin G. Falconí

2024-04-28

1 Aritmética Digital

Unidad Aritmética Lógica (ALU)

- Está encargada de realizar las operaciones **lógicas** y **aritméticas** sobre los datos
- Está conformada de dispositivos electrónicos que permiten el almacenamiento de dígitos binarios y ejecutar operaciones Booleanas
- La ALU se interconecta por señales de control, utiliza 2 registros y emite flags



Representación de Números Enteros

- No se dispone de signos $+/-$ para representar los números
- No se dispone de un punto decimal
- Un número entero queda representado por un conjunto de 0s y 1s
- Por tanto, un dígito ha de ser usado para representar el signo
- Una secuencia de n dígitos binarios se interpreta como un entero A **sin signo**

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i a_i$$

Representación Signo - Magnitud I

- El bit más significativo de la izquierda (LMSB) se considera el signo
- 0 \rightarrow positivo
- 1 \rightarrow negativo
- Si la palabra tiene n dígitos:
 - El n - simo bit es el signo
 - Los $n - 1$ bits son la magnitud

$$A = \begin{cases} \sum_{i=0}^{n-2} 2^i a_i & \text{if } a_{n-1} = 0 \\ -\sum_{i=0}^{n-2} 2^i a_i & \text{if } a_{n-1} = 1 \end{cases}$$

- El 0 tiene una representación doble como 0^+ y 0^-

$$+18 = 00010010$$

$$-18 = 10010010$$

Definition (Tarea)

Escribir una función en python que permita dado un número binario de 8 bits obtener su negativo usando el criterio de signo magnitud

Complemento a base disminuída $r - 1$

Dado un número A en base r de n dígitos, el complemento a $r - 1$ de A es:

$$(r^n - 1) - A$$

- Caso Decimal $r = 10$ y $r - 1 = 9$. Para un número de n dígitos se tiene: $(10^n - 1) - A$. Donde $(10^n - 1) = 999 \dots 9 \rightarrow n \text{ 9s}$
Ejemplo: El complemento a nueve de 546700 es
 $999999 - 546700 = 453299$
- Caso Binario $r = 2$ y $r - 1 = 1$, entonces $1111 \dots 11 - A$. El resultado es la inversión del número
Ejemplo: Sea $A = 1011000$, el complemento a 1 es
 $1111111 - 1011000 = 0100111$

Representación en Complemento a r

El complemento a r de un número A_r de n dígitos es el complemento a $r^n - A$ i.e.

$$r^n - A = (r^n - 1) - A + 1$$

- Caso Binario: Consiste en obtener el complemento a 1 o inversión del número binario y sumar 1

Sistema de Complemento a 2 I

- Utiliza el bit más significativo como signo
- Dispone de una sola representación para el 0
- Si se define un número de n bits como la secuencia $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0$, entonces el bit del signo es el dígito a_{n-1} y el número A en complemento a 2 se representa por:

$$A = -2^{n-1}a_{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} 2^i a_i$$

- El rango: -2^{n-1} hasta $2^{n-1} - 1$
- Se obtiene de invertir cada bit de la cadena A y luego sumar 1
- **Extensión de la longitud en bits:** Si el número A de n dígitos se ha de representar en m dígitos, donde $m \geq n$ entonces, se añade las posiciones faltantes a la izquierda y se rellenan con el valor del bit del signo original.

- **Overflow:** se produce cuando al sumar dos números A y B en complemento a 2, el resultado tiene signo opuesto.
- **Resta:** dados A y B y se desea obtener $A - B$, entonces

$$A - B = A + (-B)$$

Conversión de binario a decimal en complemento a 2

Consiste en aplicar la ecuación de un número en complemento a 2:

| $\backslash \$-2^7 \backslash \$$ | 2^6 | 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| -128 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | +2 | +1 |

$$A = -2^{n-1}a_{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} 2^i a_i$$

$$A = 1000\,0011_2 = -128 + 2 + 1 = -125$$

Representaciones con Signo

- Los números negativos se representan por su **complemento**
- En un sistema de numeración binaria (e.g. ALU) se usa el **complemento a 2**
- Se asume que el 0 en la MSB es **positivo**

Por ejemplo -9 en una máquina de 8 bits puede representarse como:

| Sistema | -9 |
|----------------|----------|
| Magnitud Signo | 10001001 |
| Complemento 1 | 11110110 |
| Complemento 2 | 11110111 |