Escuela Politécnica Nacional

Nombre: Marco Marcillo

Fecha: 27/04/2025

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1

Resuelva los siguientes ejercicios, tome en cuenta que debe mostrar el desarrollo completo del ejercicio.

1. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por $p*$

a. $p = \pi, p* = 22/7$

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert \pi - 22/7 \rvert$ $error_{abs} = 0.001264489$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$ $error_{rel} = \left\lvert \frac{\pi - 22/7}{\pi} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.000402499$

b. $p = \pi, p* = 3.1416$

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert \pi - 3.1416 \rvert$ $error_{abs} = 0.000007346$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$ $error_{rel} = \left\lvert \frac{\pi - 3.1416}{\pi} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.000002338$

c. $p = e, p* = 2.718$

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert e - 2.718 \rvert$ $error_{abs} = 0.000281845$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$ $error_{rel} = \left\lvert \frac{e - 2.718}{e} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.00010367889$

d. $p = \sqrt{2}, p * = 1.414$

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert \sqrt{2} - 1.414 \rvert$ $error_{abs} = 0.00021356237$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$ $error_{rel} = \left\lvert \frac{\sqrt{2} - 1.414}{\sqrt{2}} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.00015101140222$

2. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por $p *$.

a. $p = e^{10}$ **,** $p * = 22000$

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert e^{10} - 22000 \rvert$ $error_{abs} = 26.4657948067$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$ $error_{rel} = \left\lvert \frac{e^{10} - 22000}{e^{10}} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.0012015452253$

b. $p = 10^{\pi}$ **,** $p * = 1400$

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert 10^{\pi} - 1400 \rvert$ $error_{abs} = 14.544280084$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$ $error_{rel} = \left\lvert \frac{10^{\pi} - 1400}{10^{\pi}} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.01049783105$

c. $p = 8!, p * = 39900$

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert 8! - 39900 \rvert$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$

$error_{abs} = 420$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{8! - 39900}{8!} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.01041666666$

d. p = 9!, $p*$ = √18π(9/e)⁹

Error absoluto	Error relativo
$error_{abs} = \lvert p - p^* \rvert$ $error_{abs} = \lvert 9! - \sqrt{18\pi}(9/e)9 \rvert$ $error_{abs} = 3343.1273634670$	$error_{rel} = \left\lvert \frac{p - p^*}{p} \right\rvert$ $error_{rel} = \left\lvert \frac{9! - \sqrt{18\pi}(9/e)9}{9!} \right\rvert$ $error_{rel} = 0.0092127627961$

3. Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar $p*$ para aproximarse a p con error relativo máximo de 10−4 para cada valor de p.

Para determinar los limites inferiores y superiores utilizaremos la siguiente formula:

$$I_{inferior} = p * (1 - 10^4)$$

$$I_{superior} = p * (1 + 10^4)$$

a. π	$[3.1413 - 3,1419]$
b. e	$[2.7180 - 2.7185]$
c. √2	$[1.4140 - 1.4144]$
d. √7	$[\ 1.9128 - 1.9131]$

4. Use la aritmética de redondeo de tres dígitos para realizar lo siguiente. Calcule los errores absoluto y relativo con el valor exacto determinado para por lo menos cinco dígitos.

	Valor en cinco dígitos	Error absoluto	Error relativo
$\dfrac{\frac{13}{14} - \frac{5}{7}}{2e - 5.4}$	5.860620418 ≈ 5.86062	0.00038	$6.484e - 05$
$-10\pi + 6e - \dfrac{3}{61}$	-15.15541589 ≈ -15.15542	0.00042	$2.771e - 05$
$\left(\dfrac{2}{9}\right) * \left(\dfrac{9}{11}\right)$	0.18181818 ≈ 0.18181	0.00018	0.001

$\dfrac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}$	23.95826074 ≈ 23.95826	0.00026	$1.085\mathrm{e}-05$

5.- Los primeros tres términos diferentes a cero de la serie de Maclaurin para la función arco tangente son: $x - (1/3)x^3 + (1/5)x^5$. Calcule los errores absoluto y relativo en las siguientes aproximaciones de π mediante el polinomio en lugar del arco tangente:

$$a.\, 4[\arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$b.\, 16\arctan\left(\frac{1}{5}\right) - 4\arctan\left(\frac{1}{239}\right)$$

6. El número e se puede definir por medio de $e = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{n!}\right)$, donde n!= n(n-1) … 2*1 para n≠0 y 0!=1. Calcule los errores absoluto y relativo en la siguiente aproximación de e:

$$\sum_{n=0}^{5}\left(\frac{1}{n!}\right) = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} = 2.716666666$$

$$\sum_{n=0}^{10}\left(\frac{1}{n!}\right) = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} + \frac{1}{10!} = 2.7182818011$$

7. Suponga que dos puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_2) se encuentran en línea recta con $y_1 \neq y_0$. Existen dos fórmulas para encontrar la intersección x de la línea:

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0}$$

$$x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0)y_0}{y_1 - y_0}$$

a. Use los datos $(x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$ y $(x_1, y_1) = (1.93, 5.76)$ y la aritmética de redondeo de tres dígitos para calcular la intersección con x de ambas maneras. ¿Cuál método es mejor y por qué?

Primera Formula:

$$x = \frac{1.31 * 5.76 - 1.93 * 3.24}{5.76 - 3.24}$$

$$x = 0.513$$

Segunda Formula:

$$x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0)y_0}{y_1 - y_0}$$

$$x = x_0 - \frac{(1.93 - 1.31)3.24}{5.76 - 3.24}$$

$$x = 0.513$$

Conclusión: La segunda fórmula resulta preferible debido a su mayor estabilidad numérica, lo que ayuda a reducir la acumulación de errores por redondeo durante el proceso de cálculo. Además, evita multiplicaciones superfluas que podrían aumentar esos errores