Solución de los Límites

En este ejercicio, se nos piden calcular dos límites fundamentales en análisis matemático que involucran la función seno.

Ejercicio i) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{x}$

Queremos calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{x}$$

Sabemos que:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

Sin embargo, en este caso tenemos $\sin(3x)$, y necesitamos hacer un cambio de variable para poder aplicar el resultado conocido. Escribimos la expresión de la siguiente manera:

$$\frac{\sin(3x)}{x} = \frac{\sin(3x)}{3x} \cdot 3$$

Sabemos que:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{3x} = 1$$

Por lo tanto, el límite es:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{x} = 1 \cdot 3 = 3$$

Resultado: El límite es 3.

Ejercicio ii) $\lim_{x\to 0} \frac{(\sin(2x))^2}{x}$

En este ejercicio, tenemos que calcular el límite de:

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\sin(2x))^2}{x}$$

Reescribimos la expresión para separar los términos:

$$\frac{(\sin(2x))^2}{x} = \frac{\sin(2x)}{x} \cdot \sin(2x)$$

Ahora, evaluamos cada término por separado.

Paso 1: Evaluar $\frac{\sin(2x)}{x}$

Aplicamos un cambio de variable similar al ejercicio anterior:

$$\frac{\sin(2x)}{x} = \frac{\sin(2x)}{2x} \cdot 2$$

Sabemos que:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{2x} = 1$$

Por lo tanto:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{x} = 2$$

Paso 2: Evaluar $\sin(2x)$

Sabemos que:

$$\lim_{x\to 0} \sin(2x) = 0$$

Paso 3: Multiplicar los resultados

Ahora multiplicamos ambos términos:

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\sin(2x))^2}{x} = 2 \cdot 0 = 0$$

Resultado: El límite es 0.