Universidad Rey Juan Carlos

Grado en Matemáticas

Práctica 5

Geometría Computacional

Autores: Guillermo Grande Santi y

Alejandro López Adrados

Abril, 2022

Índice

1 Objetivos

El objetivo de esta práctica es realizar diversas transformaciones a un conjunto de puntos en el plano afín $\mathbb{R}^2$. Entre estas transformaciones se encuentran:

- Traslación: Consiste en mover un punto dada una dirección.
- Rotación: Consiste en girar un punto respecto a un centro con un ángulo de giro dado.
- Simetría respecto a una recta: Consiste en trasladar de manera simétrica dichos puntos con respecto a una recta dada.
- Homotecia: Deformación de los puntos, que se hace más grande o más pequeña según una razón dada y respecto a un centro.

2 Metodología

En esta práctica hemos usado 5 puntos de manera aleatoria (podrían ser cualquier conjunto de puntos incluyéndolos en el array). Posteriormente, se hace lo mismo con un conjunto de puntos que forman una mariposa (Práctica 1). Con cada uno de ellos se irá haciendo una a una las funciones pedidas en el ejercicio, y por cada función se dibujará un gráfico en el que se podrán observar los puntos originales junto con los puntos que han sufrido el movimiento. Finalmente, se podrá ver un gráfico de todos los puntos juntos. Los colores de los puntos están distribuidos de la siguiente forma:

- Verde: Puntos originales
- Rojo: Puntos trasladados
- Azul: Puntos rotados tras el giro
- Naranja: Puntos simétricos respecto a la recta dada
- Negro: Puntos tras la homotecia

2.1 Traslación

Sea el punto $P = (x, y)$ y el vector de la dirección dado por $v = (v_1, v_2)$. El nuevo punto $P' = (x', y')$ se obtiene:

$$x' = x + v_1$$

$$y' = y + v_2$$

2.2 Rotación

Sea el punto $P = (x, y)$, el centro $C = (x_0, y_0)$ y el ángulo de giro α. El nuevo punto $P' = (x', y')$ se obtiene:

$$x' = cos(\alpha) \cdot (x - x_0) - sen(\alpha) \cdot (y - y_0) + x_0$$

$$y' = sen(\alpha) \cdot (x - x_0) + cos(\alpha) \cdot (y - y_0) + y_0$$

2.3 Simetría respecto de una recta

Sea el punto $P = (x, y)$ y la recta $y_r(x) = m \cdot x_r + n$. Ahora, sea un vector $v = (0, y(0))$ y dos valores $A = (y(1) - y(0))$ y $B = -1$. El nuevo punto $P' = (x', y')$ se obtiene:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{A^2 + B^2} \cdot \begin{pmatrix} B^2 - A^2 & -2AB \\ -2AB & A^2 - B^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x - v_1 \\ y - v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

2.4 Homotecia

Sea el punto $P = (x, y)$, el centro $C = (x_0, y_0)$ y el ángulo de giro α. El nuevo punto $P' = (x', y')$ se obtiene:

$$x' = x_0 \cdot (1 - \alpha) + \alpha \cdot x$$

$$y' = y_0 \cdot (1 - \alpha) + \alpha \cdot y$$

3 Conclusiones

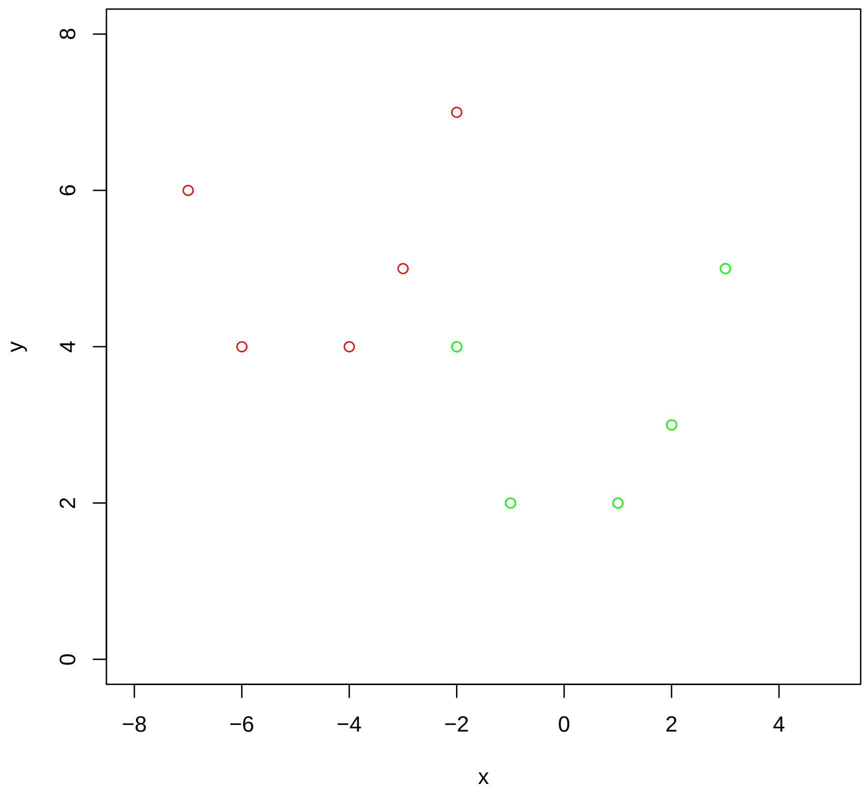
Gracias a esta práctica hemos refrescado los conocimientos de geometría afín y movimientos en el plano afín, pues gracias a R se pueden visualizar los movimientos en un gráfico y el aprendizaje se hace mucho más sencillo. Además, hemos aprendido a manejar la función "plot" cuando queremos dibujar varios gráficos en uno mismo o en distintos, lo cuál nos será muy útil para el resto de prácticas.

4 Anexos

4.1 Código y Gráficos

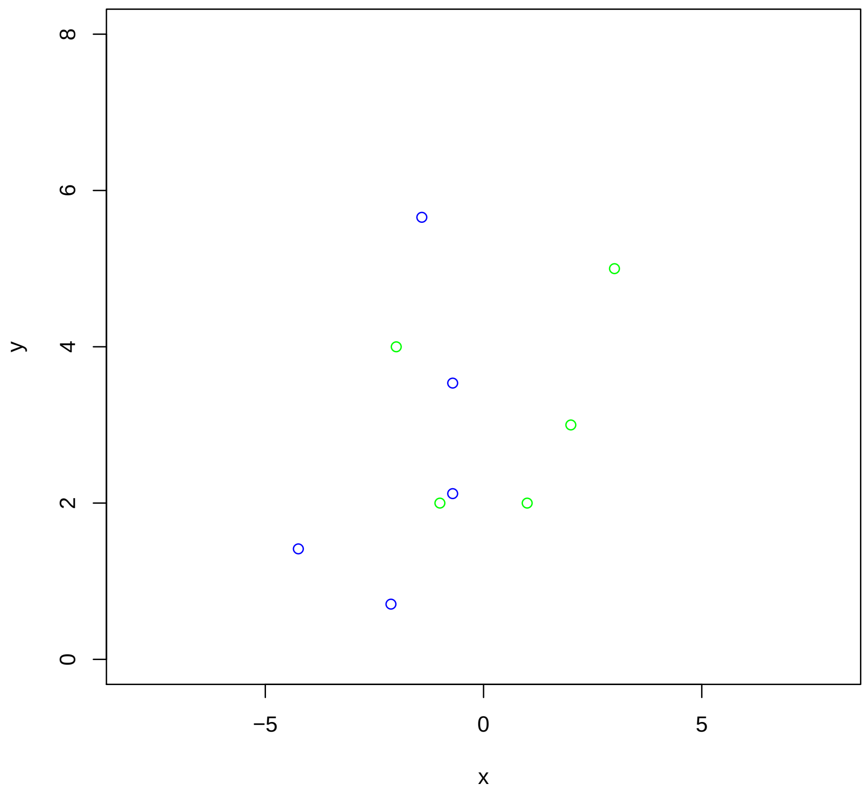
```
punto1<-c(1,2)
punto2<-c(2,3)
punto3<-c(3,5)
punto4<-c(-1,2)
punto5<-c(-2,4)

puntos<-rbind(punto1,punto2,punto3,punto4,punto5)
colnames(puntos)<-c("x","y")

#TRASLACIÓN
vectorTraslacion<-c(-5,2)
traslacion<-function(puntos,q){
  p_nuevo<-matrix(nrow = length(puntos[,1]) , ncol = 2)
  i<-1
  for (i in 1:length(puntos[,1])) {
    p<-puntos[i,]
    p_nuevo[i,1]=p[1]+q[1]
    p_nuevo[i,2]=p[2]+q[2]
  }
```

```
  p_nuevo
}
puntosTraslacion<-traslacion(puntos,vectorTraslacion)
colnames(puntosTraslacion)<-c("x","y")
plot(puntos,xlim=c(-8,5),ylim=c(0,8),type="p",col="green")
points(puntosTraslacion,type="p",col="red")
```



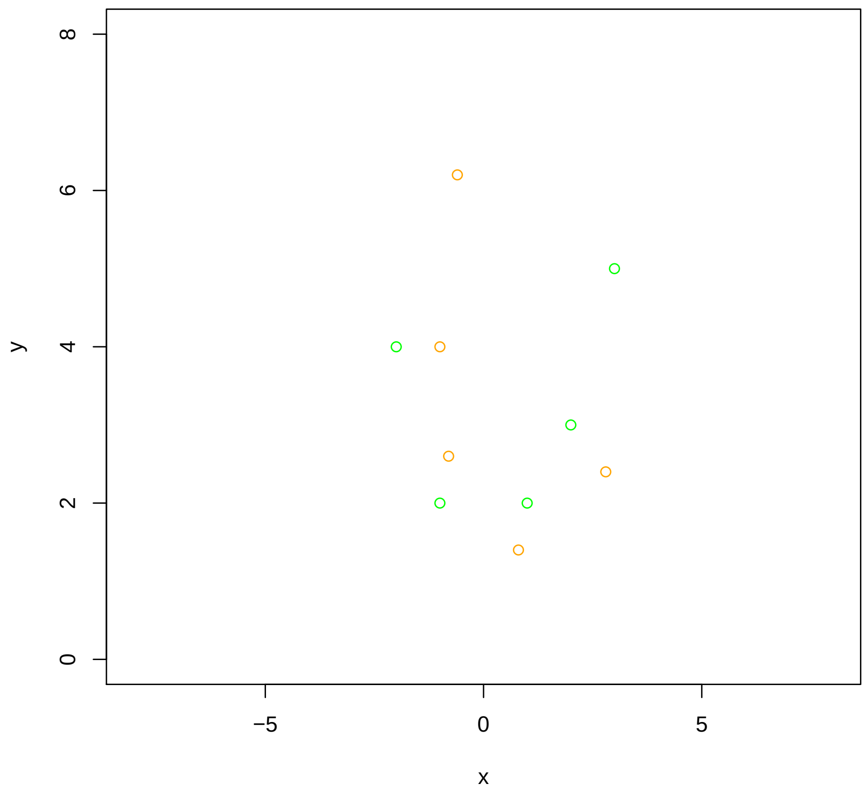

```
#ROTACIÓN
alfa<-pi/4
centroRotacion<-c(0,0)
```

```
Rotacion<-function(puntos,q,alfa){
  p_nuevo<-matrix(nrow = length(puntos[,1]) , ncol = 2)
  i<-1
  for (i in 1:length(puntos[,1])) {
    p<-puntos[i,]
    p_nuevo[i,1]=cos(alfa)*(p[1]-q[1])-sin(alfa)*(p[2]-q[2])+q[1]
    p_nuevo[i,2]=sin(alfa)*(p[1]-q[1])+cos(alfa)*(p[2]-q[2])+q[2]
  }
  p_nuevo
}

puntosRotacion<-Rotacion(puntos,centroRotacion,alfa)
colnames(puntosRotacion)<-c("x","y")
plot(puntos,xlim=c(-8,8),ylim=c(0,8),type="p",col="green")
points(puntosRotacion,type="p",col="blue")
```



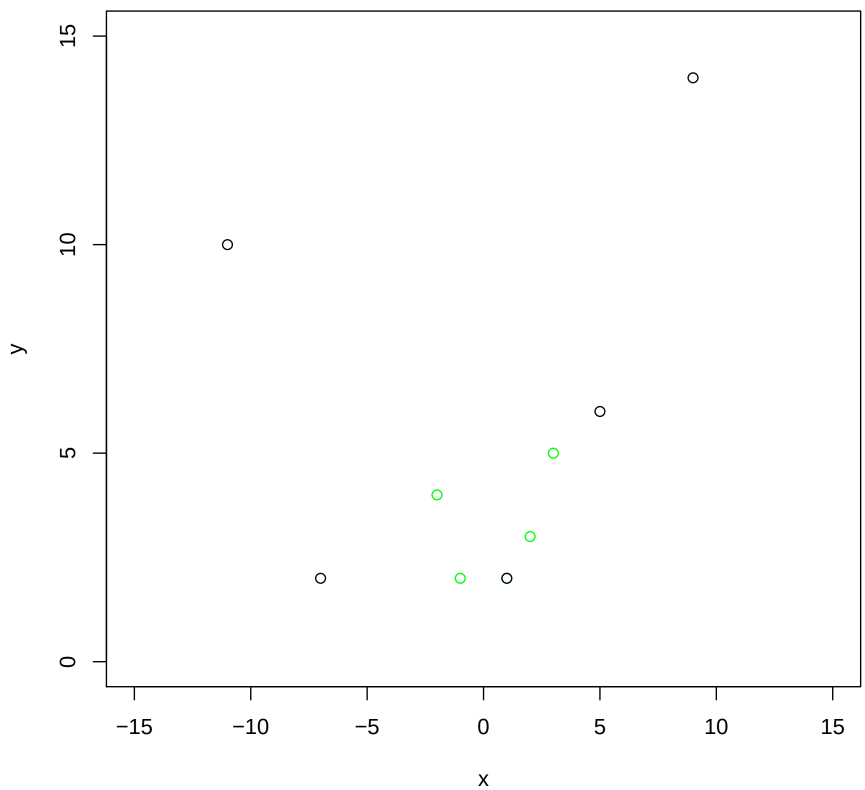

```r
#SIMETRÍA RESPECTO RECTA
recta<-function(x) {3*x+2}


Simetria<-function(puntos,r){
  p_nuevo<-matrix(nrow = length(puntos[,1]) , ncol = 2)
  c=c(0,r(0))
  a=r(1)-r(0)
  b=-1
  aux=1/(a^2+b^2)
  M= matrix(c(b^2-a^2,-2*a*b,-2*a*b, a^2-b^2), nrow=2, ncol=2, byrow=TRUE)
```

```
  i<-1
  for (i in 1:length(puntos[,1])) {
    p<-puntos[i,]
    p_nuevo[i,]=aux*M%*%(p-c)+c
    p_nuevo[i,]<-t(p_nuevo[i,])
  }
  p_nuevo
}

puntosSimetria<-Simetria(puntos,recta)
colnames(puntosSimetria)<-c("x","y")
plot(puntos,xlim=c(-8,8),ylim=c(0,8),type="p",col="green")
points(puntosSimetria,type="p",col="orange")
```

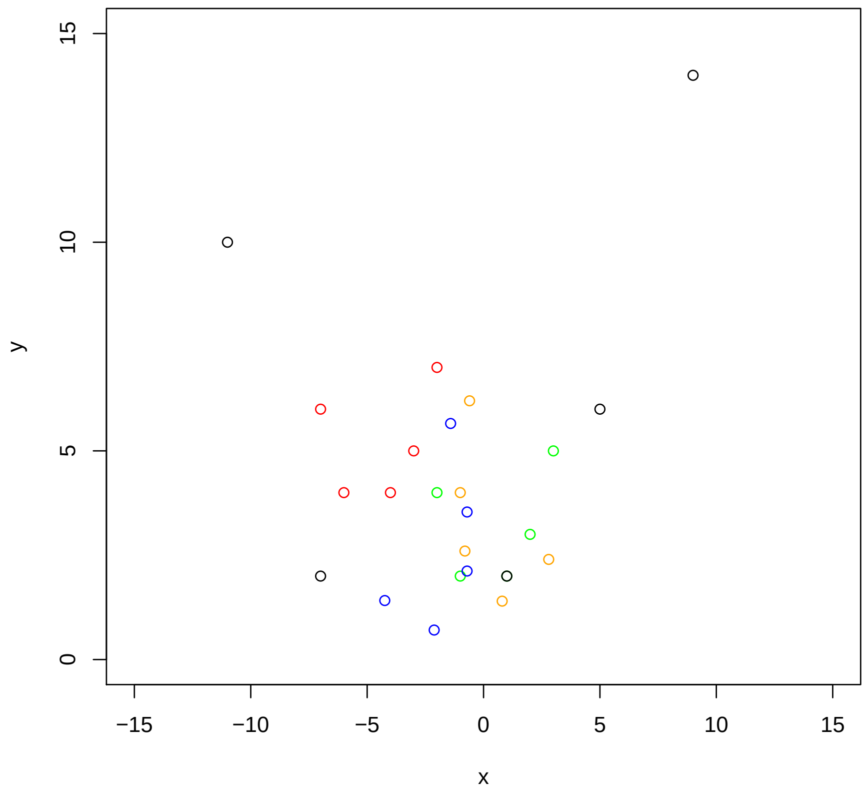



```
#HOMOTECIA
razon<-4
centroHomotecia<-c(1,2)

Homotecia<-function(puntos,q,razon){
  p_nuevo<-matrix(nrow = length(puntos[,1]) , ncol = 2)
  i<-1
  for (i in 1:length(puntos[,1])) {
    p<-puntos[i,]
    p_nuevo[i,1]=q[1]*(1-razon)+razon*p[1]
```

```
    p_nuevo[i,2]=q[2]*(1-razon)+razon*p[2]
  }
  p_nuevo
}

puntosHomotecia<-Homotecia(puntos,centroHomotecia,razon)
colnames(puntosHomotecia)<-c("x","y")
plot(puntos,xlim=c(-15,15),ylim=c(0,15),type="p",col="green")
points(puntosHomotecia,type="p",col="black")
```

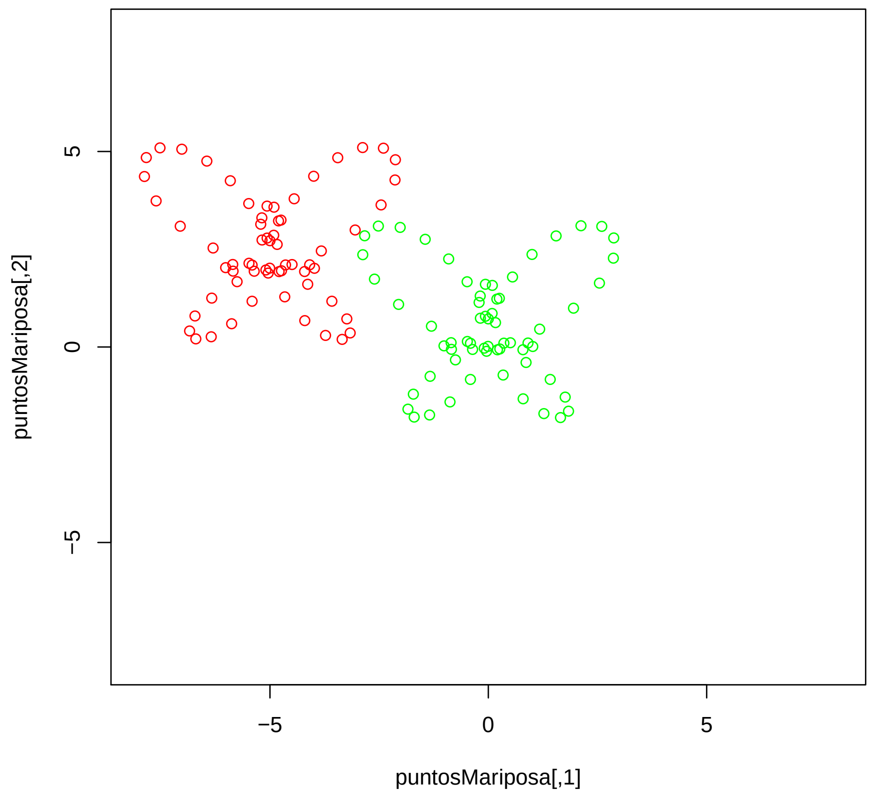


```r
#Ahora se muestra el gráfico con todos los conjuntos de puntos
plot(puntos,xlim=c(-15,15),ylim=c(0,15),type="p",col="green")
points(puntosTraslacion,type="p",col="red")
points(puntosRotacion,type="p",col="blue")
points(puntosSimetria,type="p",col="orange")
points(puntosHomotecia,type="p",col="black")
```

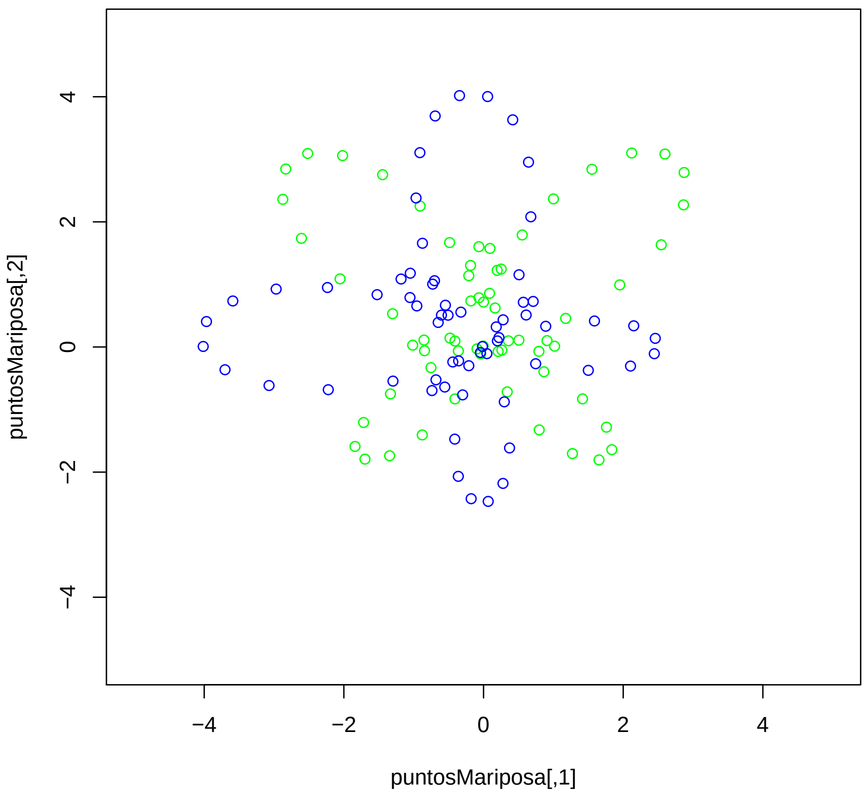



```r
#Ahora lo haremos para la mariposa:


    #Segun la practica anterior:
    t<-seq(0,2*pi,0.1)
```

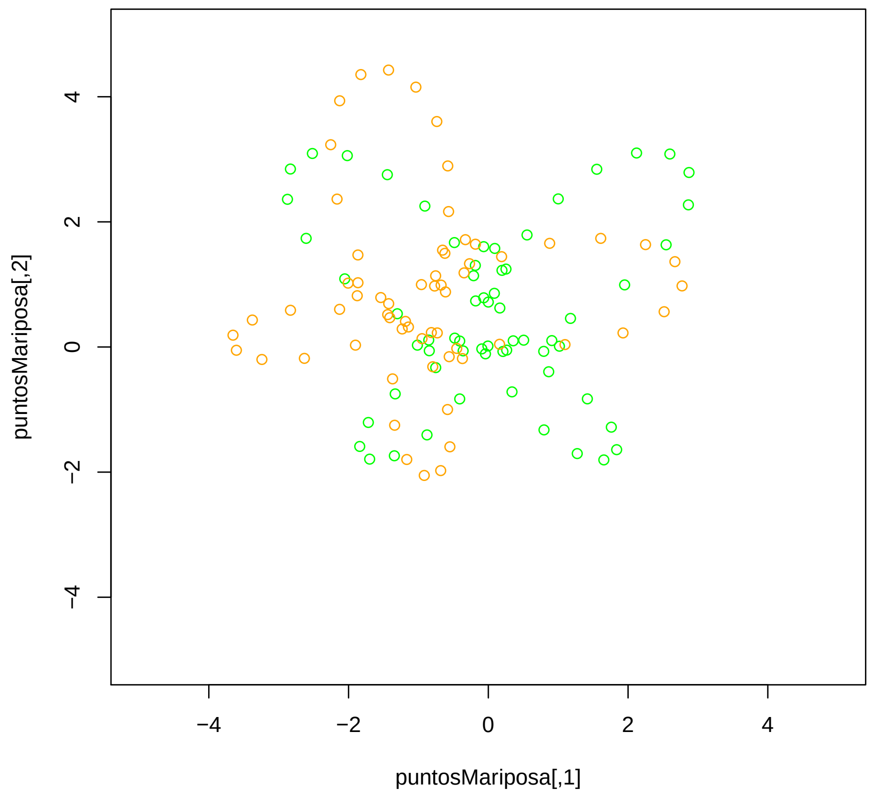
```
x<-sin(t)*(exp(1)^cos(t)-2*cos(4*t)-sin(t/12)^5)
y<-cos(t)*(exp(1)^cos(t)-2*cos(4*t)-sin(t/12)^5)
puntosMariposa<-matrix(nrow=63,ncol=2)
for(j in 1:63){
 puntosMariposa[j,1]<-x[j]
    puntosMariposa[j,2]<-y[j]
}
plot(puntosMariposa,xlim=c(-8,8),ylim=c(-8,8),type="p",
col="green")
puntosTraslacion<-traslacion(puntosMariposa,vectorTraslacion)
colnames(puntosTraslacion)<-c("x","y")
points(puntosTraslacion,type="p",col="red")
```



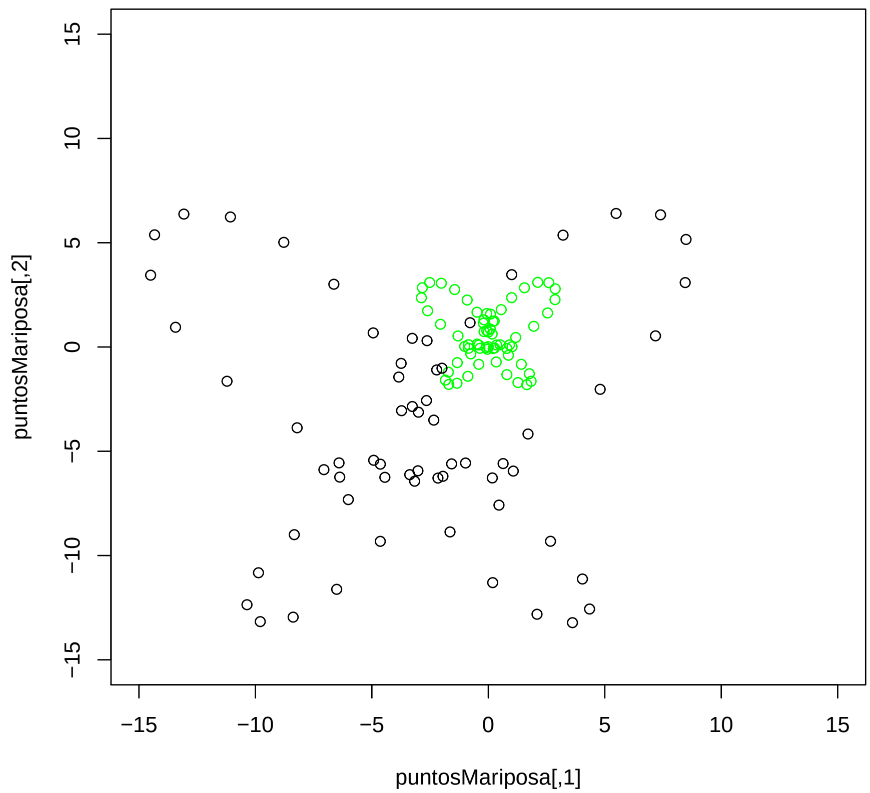

```
plot(puntosMariposa,xlim=c(-5,5),ylim=c(-5,5),type="p",
col="green")
puntosRotacion<-Rotacion(puntosMariposa,centroRotacion,alfa)
colnames(puntosRotacion)<-c("x","y")
points(puntosRotacion,type="p",col="blue")
```



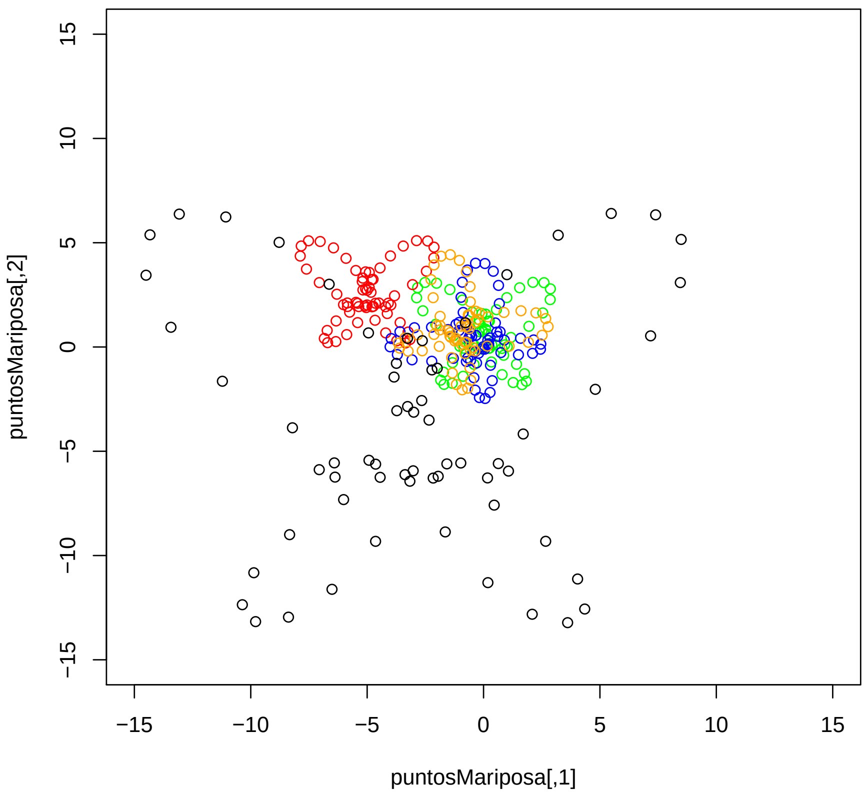

```
plot(puntosMariposa,xlim=c(-5,5),ylim=c(-5,5),type="p",
col="green")
puntosSimetria<-Simetria(puntosMariposa,recta)
colnames(puntosRotacion)<-c("x","y")
points(puntosSimetria,type="p",col="orange")
```




```
plot(puntosMariposa,xlim=c(-15,15),ylim=c(-15,15),type="p",
col="green")
puntosHomotecia<-Homotecia(puntosMariposa,centroHomotecia,razon)
colnames(puntosHomotecia)<-c("x","y")
points(puntosHomotecia,type="p",col="black")
```




```
#Ahora se muestra el gráfico con todos los conjuntos de puntos
plot(puntosMariposa,xlim=c(-15,15),ylim=c(-15,15),type="p",
col="green")
points(puntosTraslacion,type="p",col="red")
points(puntosRotacion,type="p",col="blue")
points(puntosSimetria,type="p",col="orange")
points(puntosHomotecia,type="p",col="black")
```



15
10
5
0
−5
−10
−15
puntosMariposa[,2]
−15
−10
−5
0
5
10
15
puntosMariposa[,1]