Análisis taller 1

David Alejandro Antolínez Socha, Diego Alejandro Cardozo Rojas

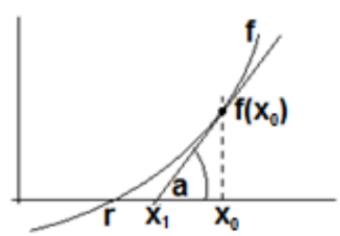
Agosto 19 2021

1 ¿Cuáles son las condiciones para aplicar el método?

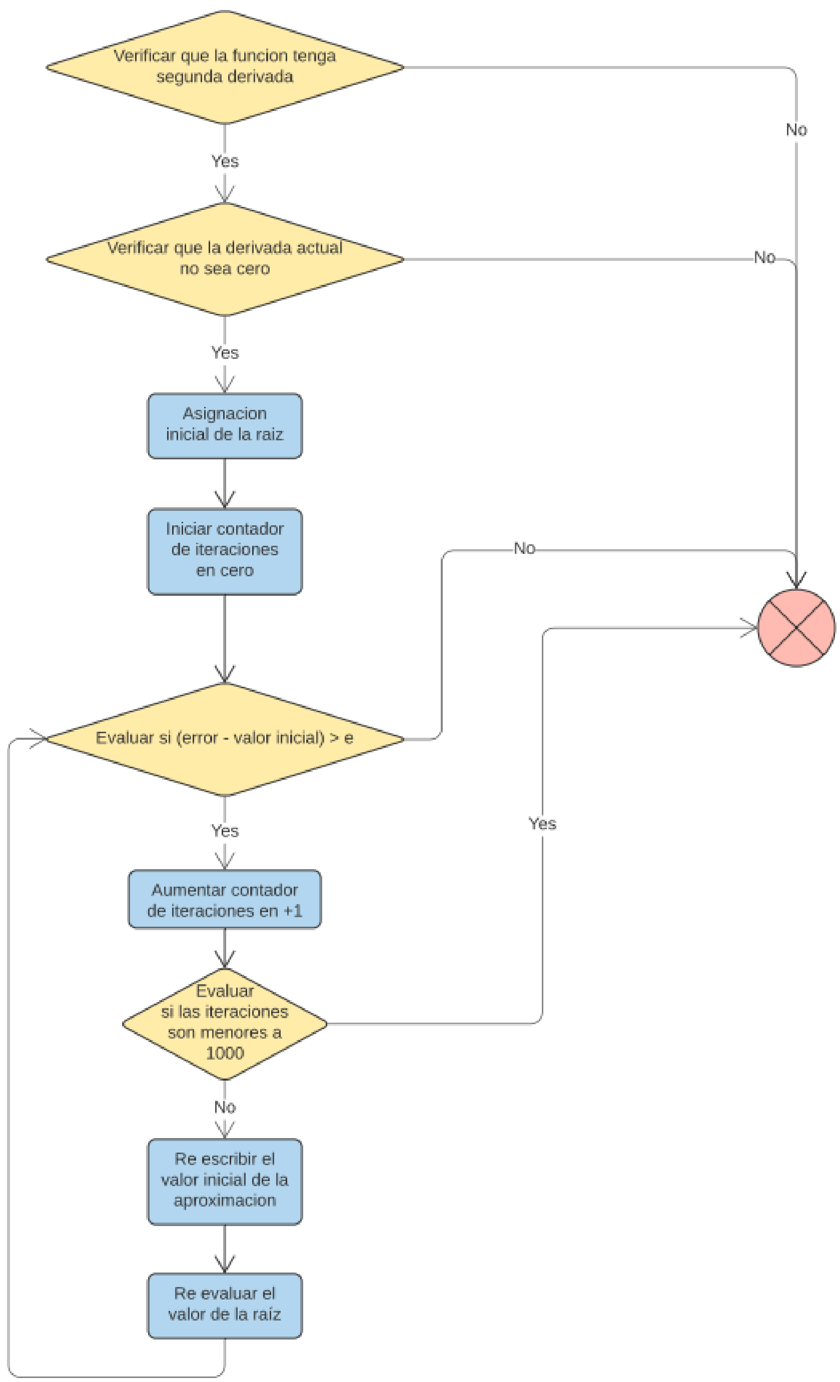
Bisección: Para la aplicación del método de bisección es necesario comprobar que el valor del número a calcular sea positivo, ya que en el caso contrario el computador no puede realizar el cálculo generando error, el usuario de igual forma debe ingresar un valor inicial y final en el rango que se va a evaluar y que cumpla con la condición de ser positivo.
Newton-Rapshon: Para aplicar el método de Newton-Rapshon es se necesita que la función sea continua y que su derivada no sea cero, de igual forma el usuario debe ingresar el valor de inicio con el cual se va a calcular la función.

2 Explicacion geométrica

El método Newton es una variante del método de punto fijo en el cual se reescribe una ecuación que se define como g(x) de tal modo que la convergencia sea de segundo orden.
principalmente lo que se hace es plantear los valores de x0 que es el valor inicial pasado por parámetro y se tiene un valor x1 que representa el valor de la raíz, después de esto se traza una recta tangente al punto que se encuentre dentro de la función para así hallar el valor aproximado de la raíz.[1]



3 Diagrama de flujo



4 Raíces

Usando tolerancia de: 10^{-8}

Función: $f(x) = cos^2(x) - x^2$
Raíz Newton: 0.73908513
Raíz Wolfram: 0.73908513
Error Atrás: 6.8496445e-11
Error Adelante: 2.7939677e-9

Función: $f(x) = x * sen(x) - 1$
Raíz Newton: 1.1141571
Raíz Wolfram: 1.1141571
Error Atrás: 8.5683389e-10
Error Adelante: 7.4505806e-9

Función: $f(x) = x^3 - 2 * (x^2) + ((4/3) * x) - 8/27$
Raíz Newton: No calculable
Raíz Wolfram: 0.66666667
Error Atrás: No calculable
Error Adelante: No calculable

Función: $f(x) = ((68.1 * 9.8)/x) * (1 - (e^{(-(x/68.1)*10)})) - 40$
Raíz Newton: 14.780204
Raíz Wolfram: 14.780204
Error Atrás: 4.903124e-9
Error Adelante: 7.4505806e-9

Función: $f(x) = x^3 - 2 * x - 5 = 0$
Raíz Newton: 2.0945515
Raíz Wolfram: 2.0945515
Error Atrás: 2.6315735e-9
Error Adelante: 0.094551489

Usando tolerancia de: 10^{-16}

Función: $f(x) = cos^2(x) - x^2$
Raíz Newton: 0.7390851332151606
Raíz Wolfram: 0.7390851332151606
Error Atrás: 7.130280318727846e-18
Error Adelante: 2.775557561562891e-17

Función: $f(x) = x * sen(x) - 1$
Raíz Newton: 1.11415714087193
Raíz Wolfram: 1.11415714087193
Error Atrás: 1.850303072870584e-17
Error Adelante: 5.551115123125783e-17

Función: $f(x) = x^3 - 2 * (x^2) + ((4/3) * x) - 8/27$
Raíz Newton: 0.6666698708192892
Raíz Wolfram: 0.6666666666666667
Error Atrás: 1.104314345948838e-28
Error Adelante: 4.163336342344337e-17

Función: $f(x) = ((68.1 * 9.8)/x) * (1 - (e^{(-(x/68.1)*10)})) - 40$
Raíz Newton: 14.78020383166106
Raíz Wolfram: 14.78020383166105
Error Atrás: 4.061723147113741e-18
Error Adelante: 1.78020383166106e-18

Función: $f(x) = x^3 - 2 * x - 5 = 0$
Raíz Newton: 2.094551481542327
Raíz Wolfram: 2.094551481542326
Error Atrás: 2.919921254588773e-16
Error Adelante: 0.09455148154232662

Usando tolerancia de: 10^{-32}

Función: $f(x) = cos^2(x) - x^2$
Raíz Newton: 0.73908513321516064165531208767387
Raíz Wolfram: 0.73908513321516064165531208767387
Error Atrás: 7.9528402442186364483561284129405e-34
Error Adelante: 7.7037197775489434122239117703397e-34

Función: $f(x) = x * sen(x) - 1$
Raíz Newton: 1.1141571408719300873005251781692
Raíz Wolfram: 1.1141571408719300873005251781692
Error Atrás: 1.9461254659689102723327169654235e-34
Error Adelante: 6.1629758220391547297791294162718e-33

Función: $f(x) = x^3 - 2 * (x^2) + ((4/3) * x) - 8/27$
Raíz Newton: 0.66666987081928920008177594108415
Raíz Wolfram: 0.66666666666666666666666666666667
Error Atrás: 7.5920945851540168847046867122735e-45

Error Adelante: 2.3111159332646830236671735311019e-33

Función: $f(x) = ((68.1 * 9.8)/x) * (1 - (e^{(-(x/68.1)*10)})) - 40$
Raíz Newton: 14.780203831661057110173266688696
Raíz Wolfram: 14.780203831661057110173266688695 8
Error Atrás: 4.9357220209268511273197541982991e-33
Error Adelante: 1.780203831661057110173266688696e-33

Función: $f(x) = x^3 - 2 * x - 5 = 0$
Raíz Newton: 2.0945514815423265914823865405793
Raíz Wolfram: 2.0945514815423265914823865405793
Error Atrás: 8.5858310755307703031351350731023e-33
Error Adelante: 0.094551481542326591482386540579308

Usando tolerancia de: 10^{-54}

Función: $f(x) = cos^2(x) - x^2$
Raíz Newton: 0.73908513321516064165531208767387340401341175890075746497
Raíz Wolfram: 0.739085133215160641655312087673873404013411758900757464965
Error Atrás: 1.3579691583966203353561176974722925244932828849530388012e-57
Error Adelante: 3.8234205867178854648693129546425083334186509324622850866e-57

Función: $f(x) = x * sen(x) - 1$
Raíz Newton: 1.1141571408719300873005251781692039039541013760493755953
Raíz Wolfram:1.1141571408719300873005251781692039039541013760493755953
Error Atrás: 1.5476278690302406494648756895873192183359939649016158088e-57
Error Adelante: 2.5489470578119236432462086364283388889457672883081900577e-57

Función: $f(x) = x^3 - 2 * (x^2) + ((4/3) * x) - 8/27$
Raíz Newton: 0.6666698708192892000817759410841537389976379452294160207
Raíz Wolfram: 0.6666666666666666666666666666666666666666666666666666667
Error Atrás: 2.1809504553826718608850262694861128605663697604845443 76e-69
Error Adelante: 1.2744735289059618216231043182141694444728836441540950289e-57

Función: $f(x) = ((68.1 * 9.8)/x) * (1 - (e^{(-(x/68.1)*10)})) - 40$
Raíz Newton: 14.780203831661057110173266688695875358521945848909296984

Raíz Wolfram: 14.780203831661057110173266688695875358521945848909296983 5
Error Atrás: 1.7789963560367895622658002328120645839607586376946819079e-56
Error Adelante: 1.7802038316610571101732666886958753585219458489092969 84e-56

Función: $f(x) = x^3 - 2 * x - 5 = 0$
Raíz Newton: 2.0945514815423265914823865405793029638573061056282391803
Raíz Wolfram: 2.0945514815423265914823865405793029638573061056282391803
Error Atrás: 4.5978265220024498312383751583276930850081552159870834893e-57
Error Adelante: 0.094551481542326591482386540579302963857306105628239180 31

5 Comportamiento del método respecto a la perdida de significancia

después de muchas pruebas se dedujo de qué a pesar de aumentar la tolerancia del algoritmo y de que el programa se forzara para poder trabajar con todo el épsilon de la máquina no era posible el llegar a más cifras significativas en algunos de los casos y que muchos de los resultados obtenidos en el método de newton concordaban con los resultados del método de bisección, esto puede deberse a que se llegó a una limitante por parte de la máquina y no es posible llegar a más cifras significativas de esta manera, adicional a esto, se realizaron pruebas en un portátil y se pudo observar de qué en este se llegaba a menos cifras significativas.

6 ¿Cómo se puede solucionar el problema de significancia?

El error de significancia se encuentra fuertemente ligado al épsilon de la máquina, cuando realizamos la operación de las diferentes funciones el error variaba según la complejidad de la función, también el valor de este lo relacionamos con la eficiencia del algoritmo, ya que en muchos casos se realizó cambios que aumentaban el error, este error se puede solucionar mediante implementaciones más eficientes del código, pero esto se ve limitado según la capacidad de la máquina y una vez se alcanza este límite la única forma de mejorar el error es usando una máquina más eficiente.

7 Que pasa con el método cuando hay más de dos raíces

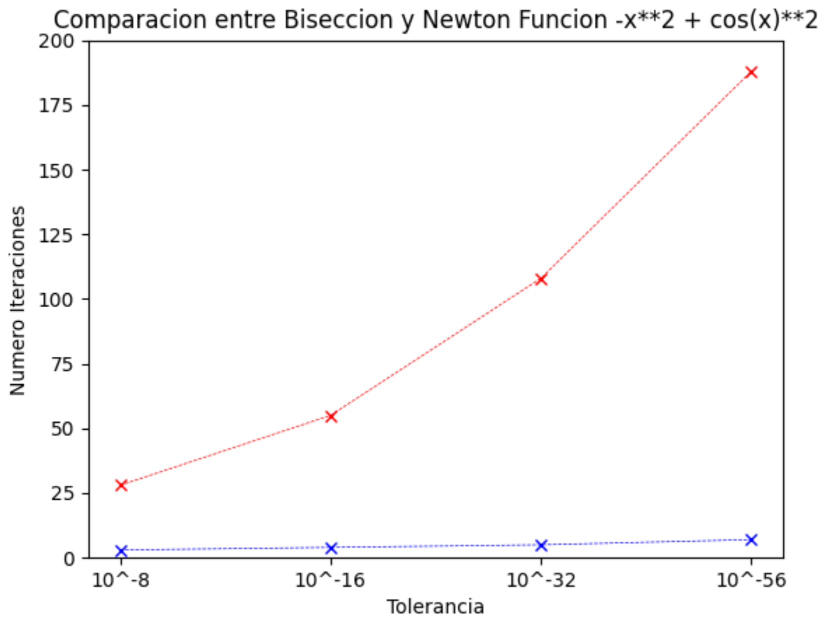
El que existan múltiples raíces hace que el método se complique bastante, ya que no solo la función, sino que su derivad se aproxima a cero en la raíz, esto afecta el método, ya que hace que se realice una división por cero al momento de calcular la raiz. En el caso de que tengamos múltiples raíces tuvimos que comprobar que la función fuera continua, una vez con esto debemos revisar sus derivadas y comprobar sus valores para verificar la multiplicidad de las raíces, para que así con esto se pueda definir la multiplicidad.

8 ¿Qué pasa con el método cuando la función es periódica, par o impar, estas características influyen?

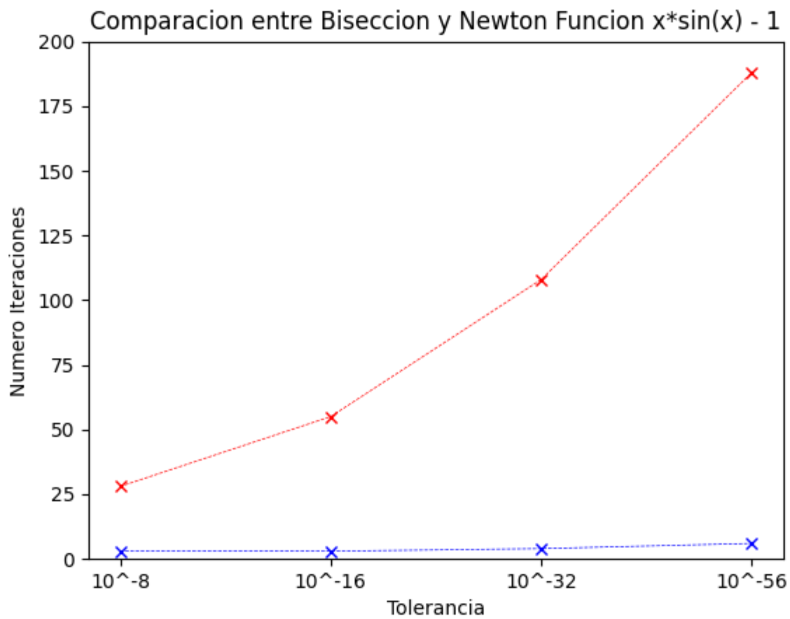
Encontramos que en muchos casos cuando la solución a la ecuación daba un número periódico este no alcanzaba a tomar todos los decimales de la respuesta si lo comparábamos con otras herramientas matemáticas, esto se debe a que el épsilon de la máquina no nos permite llegar al valor exacto del resultado, esto lo evidenciamos en los resultados obtenidos al ver el calculo de las errores hacia atras y hacia adelante en donde se realiza un redonde que afecta los valores exactos del resultado

9 Gráfica Tolerancia vs. Iteraciones

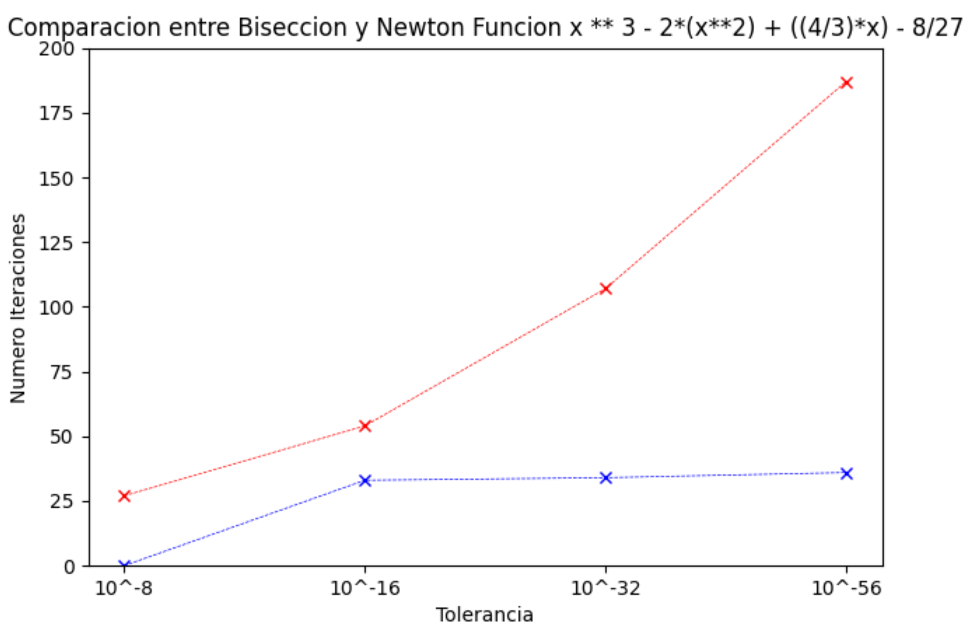
Ecuación 1



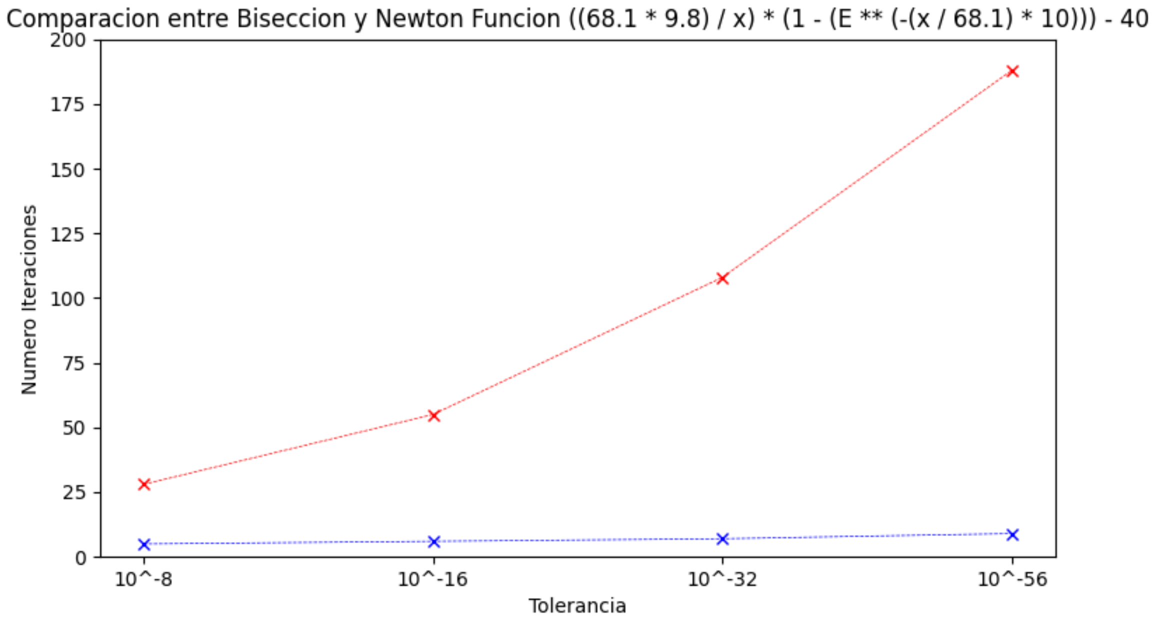
Ecuación 2



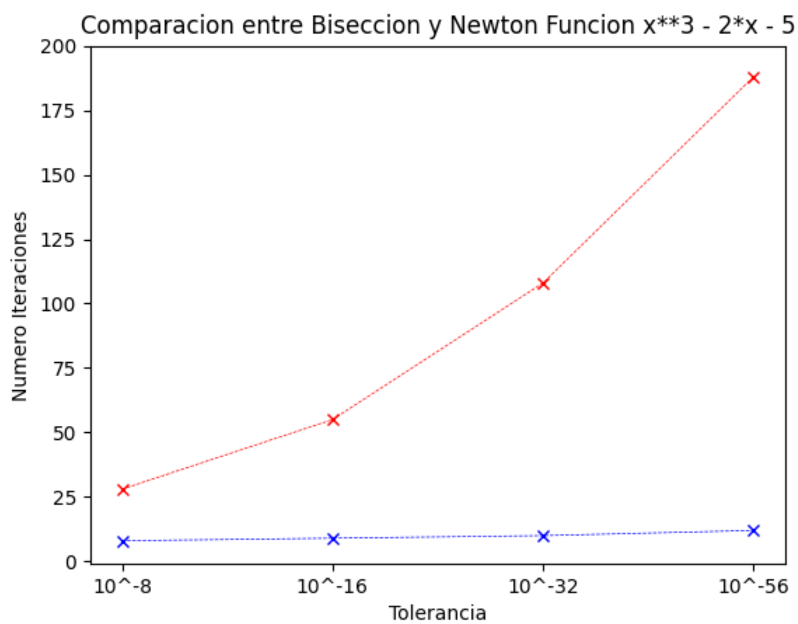
Ecuación 3



Ecuación 4



Ecuación 5



10 Como se comporta el método con respecto al de bisección

Si hacemos una comparación entre el método de bisección y el de newton, podemos ver que existe una gran diferencia entre las iteraciones necesarias para poder llegar a un resultado para la raíz que se quiere calcular, podemos ver que el método de newton podría llegar a ser un buen método, pero tenemos que tener en cuenta las restricciones que este tiene a la hora de calcular las raíces, como se muestra en los resultados con la ecuación 3, el método de newton no pudo llegar a un resultado a pesar de sobrepasar las 1.000 iteraciones, además de esto el método de newton suele hacer más iteraciones si el valor inicial pasado por parámetro es un valor muy cercano al cero, los dos métodos. Los dos métodos son buenos dependiendo de las circunstancias en las que se tengan que aplicar algunas veces uno es mejor que otro.

11 Como se comporta el método con respecto a la solución con Taylor

Al realizar la solución usando el método de Taylor se realiza una aproximación de la función usando funciones más sencillas de evaluar, para esto se aumenta el orden de la función con el fin de expresarla en series más sencillas que se van sumando, estas sumas se realizan calculando la deriva hasta encontrar el valor de convergencia. Cuando se realiza el cálculo usando el método de Newton se realiza una aproximacion iterativa a los ceros de la funcion y de esta forma encontrar la solucion de la funcion. Si observamos se puede considerar el metodo de Newton es mas eficiente que el metodo de Taylor ya que en newton se calcula las raices para encontrar la tangente de la funcion, pero este metodo tiene restricciones y cuando el valor es muy proximo a cero el metodo adquiere una forma lineal y requiere de mas iteracciones para poder encontrar la solucion de la ecuacion.

References

[1] Luis Rodríguez. *Análisis numérico Básico.* 2016.