



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A

ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos

GRUPO: GR2

TIPO DE INSTRUMENTO: Práctica1

FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 04/05/2025

ALUMNO: Sebastián Chicaiza

TEMA

Tipos de Errores

OBJETIVOS

- Identificar los tipos de errores junto con su significado.
- Lograr resolver problemas con los diferentes tipos de errores.

MARCO TEÓRICO

Los errores numéricos surgen del uso de aproximaciones, por la necesidad de representar operaciones y cantidades matemáticas exactas. Entre los tipos de errores tenemos a los errores por truncamiento que resultan de las aproximaciones como un procedimiento matemático exacto. Los errores por redondeo se producen cuando se usan números que tienen un límite de cifras significativas para representar números exactos. Para los dos tipos de errores, el valor del error está dado por:

$$error = Valor_{Exacto} - Valor_{Aproximado}$$

[1]

Donde *error* se usa para representar el valor exacto del error. Esta forma de representar el valor del error es también llamada **error verdadero**.

Las diferentes formas de calcular el error:

- Error absoluto:

$$error_{absoluto} = |Valor_{Exacto} - Valor_{Aproximado}|$$

- Error relativo:

$$error_{relativo} = \left| \frac{Valor_{Exacto} - Valor_{Aproximado}}{Valor_{Exacto}} \right|$$

- Error Porcental:

$$error_{porcentual} = \left| \frac{Valor_{Exacto} - Valor_{Aproximado}}{Valor_{Exacto}} \right| \cdot 100 \%$$

DESARROLLO

Conjunto de Ejercicios

1. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por p^* .

a. $p = \pi, p^* = \frac{22}{7}$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= \left| \pi - \frac{22}{7} \right| \\ &= |-0,0012644892673496777| = 0,0012644892673496777 \\ &\approx 0,00126449 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \frac{0,00126449}{\pi} \\ &= 0,0004024996679805415 \\ &\approx 0,0004025 \end{aligned}$$

b. $p = \pi, p^* = 3,1416$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= |\pi - 3,1416| \\ &= |-0,000007346410206832132| = 0,000007346410206832132 \\ &\approx 0,00000735 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \frac{0,00000735}{\pi} \\ &= 0,0000023395776634508616 \\ &\approx 0,00000234 \end{aligned}$$

c. $p = e, p^* = 2,718$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= |e - 2,718| \\ &= |0,0002818284590451192| = 0,0002818284590451192 \\ &\approx 0,0003 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \frac{0,0003}{e} \\ &= 0,00011036383235143269 \\ &\approx 0,0001104 \end{aligned}$$

d. $p = \sqrt{2}, p^* = 1,414$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= |\sqrt{2} - 1,414| \\ &= |0,00021356237309522186| = 0,00021356237309522186 \\ &\approx 0,0002136 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \frac{0,0002136}{\sqrt{2}} \\ &= 0,00015103800846144654 \\ &\approx 0,00015104 \end{aligned}$$

2. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por p^* .

a. $p = e^{10}, p^* = 22000$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= |e^{10} - 22000| \\ &= |26,465794806703343| = 26,465794806703343 \\ &\approx 26,4658 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \frac{26,4658}{e^{10}} \\ &= 0,0012015454611079724 \\ &\approx 0,0012015455 \end{aligned}$$

b. $p = 10^\pi, p^* = 1400$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= |10^\pi - 1400| \\ &= |-14,544268632989315| = 14,544268632989315 \\ &\approx 14,54427 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \frac{14,54427}{10^\pi} \\ &= 0,010497823691305794 \\ &\approx 0,0105 \end{aligned}$$

c. $p = 8!, p^* = 39900$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= |8! - 39900| \\ &= |420| = 420 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \frac{420}{8!} \\ &= 0,01041\bar{6} \\ &\approx 0,01042 \end{aligned}$$

d. $p = 9!, p^* = \sqrt{18\pi} \left(\frac{9}{e}\right)^9$

$$\begin{aligned} error_{absoluto} &= |p - p^*| \\ &= \left| 9! - \sqrt{18\pi} \left(\frac{9}{e}\right)^9 \right| \\ &= |3343,1271580516477| \approx 3343,13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
error_{relativo} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\
&= \frac{3343,13}{9!} \\
&= 0,009212770061728395 \approx 0,01
\end{aligned}$$

3. Encuentro el intervalo más largo en el que se debe encontrar p^* para aproximarse a p con error relativo máximo de 10^{-4} para cada valor de p .

$$\begin{aligned}
error_{relativo} &\leq 10^{-4} \\
\left| \frac{p - p^*}{p} \right| &\leq 10^{-4} \\
|p - p^*| &\leq 10^{-4} \cdot |p| \\
p^* &\in [p - 10^{-4} \cdot |p|, p + 10^{-4} \cdot |p|]
\end{aligned}$$

a. π

$$\begin{aligned}
p &= \pi \\
p^* &\in [\pi - 10^{-4} \cdot \pi, \pi + 10^{-4} \cdot \pi] \\
p^* &\in [3,141278494324434, 3,141906812855152]
\end{aligned}$$

b. e

$$\begin{aligned}
p &= e \\
p^* &\in [e - 10^{-4} \cdot e, e + 10^{-4} \cdot e] \\
p^* &\in [2,718010000276199, 2,718553656641891]
\end{aligned}$$

c. $\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
p &= \sqrt{2} \\
p^* &\in [\sqrt{2} - 10^{-4} \cdot \sqrt{2}, \sqrt{2} + 10^{-4} \cdot \sqrt{2}] \\
p^* &\in [1,4140721410168577, 1,4143549837293325]
\end{aligned}$$

d. $\sqrt[3]{7}$

$$\begin{aligned}
p &= \sqrt[3]{7} \\
p^* &\in [\sqrt[3]{7} - 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{7}, \sqrt[3]{7} + 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{7}] \\
p^* &\in [1,9127398896541117, 1,9131224758906662]
\end{aligned}$$

4. El número e se puede definir por medio de $e = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n!}\right)$, donde $n! = n(n-1) \dots 2 \cdot 1$ para $n \neq 0$ y $0! = 1$. Calcule los errores absoluto y relativo en la siguiente aproximación de e :

a. $\sum_{n=0}^5 \left(\frac{1}{n!}\right)$

$$\sum_{n=0}^5 \left(\frac{1}{n!}\right) = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} = 2,71\bar{6} \approx 2,72$$

$$\begin{aligned}
error_{absoluto} &= \left| e - \sum_{n=0}^5 \left(\frac{1}{n!} \right) \right| \\
&= |e - 2,72| = |-0,0017181715409551046| \\
&= 0,0017181715409551046 \approx 0,00172 \\
error_{relativo} &= \left| \frac{e - \sum_{n=0}^5 \left(\frac{1}{n!} \right)}{e} \right| \\
&= \frac{0,00172}{e} = 0,0006327526388148809 \approx 0,00633
\end{aligned}$$

b. $\sum_{n=0}^{10} \left(\frac{1}{n!} \right)$

$$\sum_{n=0}^{10} \left(\frac{1}{n!} \right) = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} + \frac{1}{10!} \approx 2,7182818$$

$$\begin{aligned}
error_{absoluto} &= \left| e - \sum_{n=0}^{10} \left(\frac{1}{n!} \right) \right| \\
&= |e - 2,7182818| = |0,000000028459044898454522| \\
&= 0,000000028459044898454522 \approx 0,00000002846 \\
error_{relativo} &= \left| \frac{e - \sum_{n=0}^{10} \left(\frac{1}{n!} \right)}{e} \right| \\
&= \frac{0,00000002846}{e} = 0,000000010469848895739249 \approx 0,00000001047
\end{aligned}$$

5. Suponga que dos puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) se encuentran en línea recta con $y_1 \neq y_0$. Existen dos fórmulas para encontrar la intersección x de la línea:

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \quad \text{y} \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$

- a. Use los datos $(x_0, y_0) = (1,31, 3,24)$ y $(x_1, y_1) = (1,93, 4,76)$ y la aritmética de redondeo de tres dígitos para calcular la intersección con x de ambas maneras. ¿Cuál método es mejor y por qué?

$$\begin{aligned}
x_a &= \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \\
&= \frac{1,31 \cdot 4,76 - 1,93 \cdot 3,24}{4,76 - 3,24} \\
&= -0,011578947368421534 \approx -0,0116 \\
x_b &= x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0} \\
&= 1,31 - \frac{(1,93 - 1,31) \cdot 3,24}{4,76 - 3,24} \\
&= -0,011578947368421355 \approx -0,0116
\end{aligned}$$

Las dos formulas dan el mismo resultado. Entre las dos la segunda formula x_b da menos errores ya que no tiene tantas multiplicaciones, lo que la hace mas efectiva.

CONCLUSIONES

- Comprender los errores nos ayuda a identificar qué tanto nos estamos acercando al valor real de una operación.
- Se comprobó que las formulas que incluyen más multiplicaciones son mas propensas a errores.

RECOMENDACIONES

Usar error absoluto y relativo para evaluar los resultados, ya que cada uno aporta información única. El absoluto da el valor de la diferencia entre el valor exacto y la aproximación. El relativo da una comparación entre el valor del error absoluto y el valor exacto.

REFERENCIAS

- [1] S. C. Chapra, R. P. Canale, R. S. G. Ruiz, V. H. I. Mercado, E. M. Díaz, and G. E. Benites, *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill New York, NY, USA, 2011, vol. 5.