

# Algebra I

Alejandro Ceccheto

April 2, 2024

**Theorem 1 (Proposiciones Lógicas)** Si un número es par entonces es múltiplo de 3

$$x \text{ par} \Rightarrow x \text{ mult. de } 3$$

$\{p, q, r\}$  = Proposiciones.

- 1, 0  $\rightarrow$  prop.
- 1 y 0  $\rightarrow p \wedge q$
- 1 o 0  $\rightarrow p \vee q$
- o 1 o 0  $\rightarrow p \underline{\vee} q$
- si 1 entonces 0  $\rightarrow p \Rightarrow q$
- equivalencia  $\rightarrow p \Leftrightarrow q$
- Negación  $\rightarrow >p, \bar{p}, \sim p, -p$

$$\text{Negación} = \begin{array}{c|c} P & \sim P \\ \hline V & F \\ F & V \end{array}$$

$$\text{Conjunción} = \begin{array}{cc|c} P & Q & P \wedge Q \\ \hline V & V & V \\ V & F & F \\ F & V & F \\ F & F & F \end{array}$$

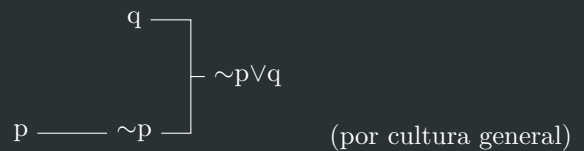
$$\text{Disyunción} = \begin{array}{cc|c} P & Q & P \vee Q \\ \hline V & V & V \\ F & V & V \\ V & F & V \\ F & F & F \end{array}$$

$$\text{Condicional} = \begin{array}{cc|c} P & Q & P \Rightarrow Q \\ \hline V & V & V \\ V & F & F \\ F & V & V \\ F & F & V \end{array}$$

$$\text{Bicondicional} = \begin{array}{cc|c} P & Q & P \Leftrightarrow Q \\ \hline V & V & V \\ V & F & F \\ F & V & F \\ F & F & V \end{array}$$

Entonces, con estas lógicas algebraicas podemos deducir 3 cosas, si son Tautología, que significa que siempre va a ser verdadero, Contradicción, que significa que son siempre falsas, o Contingencia  $\rightarrow$  a veces V, otras F.

$P \quad Q$	$r$	$P \vee Q$	$P \vee Q \Rightarrow r$
V V	V	V	V
V V	F	V	F
V F	V	V	V
V F	F	V	F
F V	V	V	V
F V	F	V	F
F F	V	F	V
F F	F	F	V



1.  $\sim(p \vee q)$

$P$	$Q$	$P \vee Q$	$\sim (p \vee q)$
V	V	V	F
F	V	V	F
V	F	V	F
F	F	F	V

2.  $P \Rightarrow (q \wedge \sim q)$

$P$	$Q$	$\sim Q$	$(Q \wedge \sim P)$	$P \Rightarrow (Q \wedge \sim Q)$
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

3.  $p \Rightarrow (q \vee \sim q)$

$P$	$Q$	$\sim Q$	$(Q \vee \sim Q)$	$P \Rightarrow (Q \vee \sim Q)$
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V

Para mas referencias y ejemplos visitar<sup>1</sup>.

## Chapter 2: Propiedades.

En este capitulo veremos como se aplican las propiedades en álgebra, particularmente en proposiciones. Para eso particularmente a mi tendríamos que tener en mente las 3 tablas de y, ó e implica.

$P$	$Q$	$P \wedge Q$
V	V	V

$P$	$Q$	$P \vee Q$
F	F	F

$P$	$Q$	$P \Rightarrow Q$
V	F	F

<sup>1</sup>Uno de los libros que mas se asemeja a la forma de explicar de la profe.  
<https://archive.org/details/AlgebraIArmandoRojo/page/n13/mode/2up>

## 2 Propiedades.

## 2 PROPIEDADES.

Estas son las 3 cosas que tendríamos que tener en mente siempre al momento de operar con condicionales. Luego las propiedades hay bastantes una leve lista de ellas seria.

- Propiedad conmutativa.
- Propiedad Distributiva.
- Propiedad Absorción.
- Propiedad Semis-Absorción.
- Propiedad de Morgan.

Entre muchas otras, estas son las que mas se suelen usar.

### Propiedad Distributiva.

#### Theorem 2

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

*lo que plantea la teoría es que  $P$  y  $(Q \vee R)$  es equivalente a  $(P \wedge Q)$  y  $(P \wedge R)$  siendo que la  $P$  se reparte entre  $Q$  y  $R$ .*

#### Ejemplo

$$(P \wedge (Q \vee R)) \equiv ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R))$$

### Propiedad Asociativa.

#### Theorem 3

$$((P \vee Q) \vee R) \equiv (P \vee (Q \vee R))$$

$$((P \wedge Q) \wedge R) \equiv (P \wedge (Q \wedge R))$$

*Planteo de la propiedad, es lo mismo escribir  $(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$  lo mismo sucede si tenemos y's  $(\wedge)$ .*

**Theorem 4**

$$\begin{aligned}
 (P \wedge Q) &\equiv (Q \wedge P) \\
 (P \vee Q) &\equiv (Q \vee P) \\
 (P \Leftrightarrow Q) &\equiv (Q \Leftrightarrow P) \\
 (P \underline{\vee} Q) &\equiv (Q \underline{\vee} P)
 \end{aligned}$$

La propiedad plantea que siempre se puede escribir de distinta forma una operacion siempre y cuando esta sea llevada a la simpleza de  $n$  y/o  $m/n$ .

**Negación de** Conjuncion/Dijuncion.  
 Propiedad de Morgan

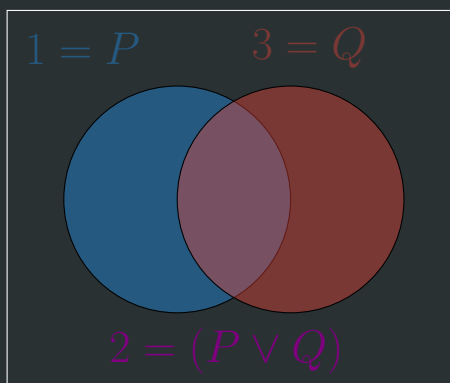
**Theorem 5** Esta propiedad plantea que si tengo una negación antes que un conjunto, dicha negacion puede negar los dos conjuntos por separado e invertir su unión ( $\vee, \wedge, \Leftrightarrow$ )

$$\begin{aligned}
 \sim (P \vee Q) &\equiv \sim P \wedge \sim Q \\
 \sim (P \wedge Q) &\equiv \sim P \vee \sim Q
 \end{aligned}$$

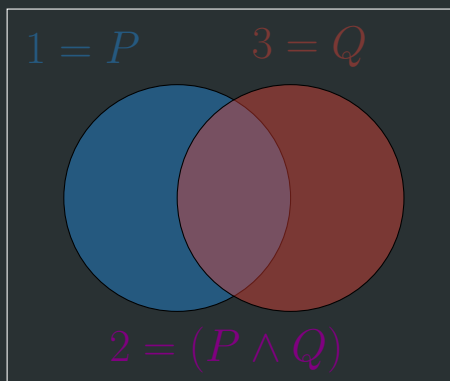
**Absorción y Semi-Absorción.**

F = Contradiccion	V = Tautologia
$\sim (\sim P) \equiv P$	$P \vee \mathbb{V} \equiv \mathbb{V}$
—	$P \vee \sim P \equiv \mathbb{V}$
$P \wedge \sim P \equiv \mathbb{F}$	—
$P \wedge \mathbb{F} \equiv \mathbb{F}$	—
$P \vee \mathbb{F} \equiv P$	—

## Propiedades de absorción.

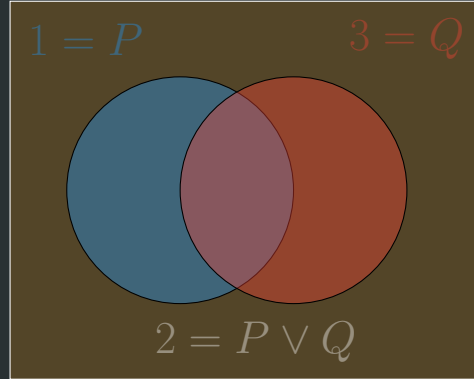


Esto es un diagrama de venn explicando de forma gráfica como seria la composición lógica de  $P \wedge (P \vee Q)$  siendo que esto es equivalente a  $P$   
 $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$ .



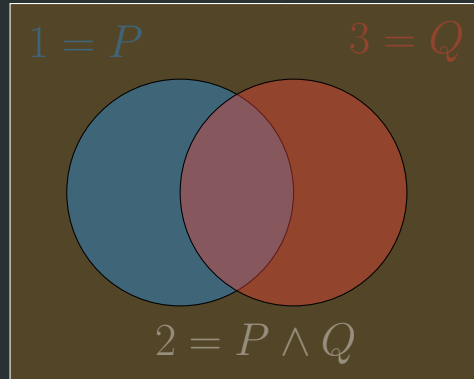
Esto es un diagrama de venn explicando de forma gráfica como seria la composición lógica de  $P \vee (P \wedge Q)$  siendo que esto es equivalente a  $P$   
 $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$ .

$$4 = (\sim P \vee Q)$$



Esto es un diagrama de venn explicando de forma gráfica como seria la composición lógica de  $P \vee (\sim P \vee Q)$  siendo que esto es equivalente a  $P$  y  $Q$   $P \wedge (\sim P \vee Q) \equiv P \wedge Q$ .

$$4 = (\sim P \vee Q)$$



Esto es un diagrama de venn explicando de forma gráfica como seria la composición lógica de  $P \vee (\sim P \wedge Q)$  siendo que esto es equivalente a  $P$  ó  $Q$

$$\underbrace{P}_{1,2} \vee (\underbrace{\sim P}_{3,4} \wedge \underbrace{Q}_{2,3}) \equiv P \vee Q.$$

### Propiedad de morgan.

**Theorem 6** Esta propiedad se mete con los implica  $\Rightarrow$ , de forma que podemos convertirlos en expresiones mucho mas faciles de resolver sin tener que pensar en la tabla del implica.

$$(P \Rightarrow Q) \equiv (\sim P \vee Q)$$

## Ejercicio hecho.

Ejercicio de ejemplo.

$$\sim (Q \Rightarrow P) \Rightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow (Q \wedge \sim P))$$

$$\underbrace{\sim (Q \Rightarrow P)}_P \Rightarrow \underbrace{((P \vee Q) \Rightarrow (Q \wedge \sim P))}_Q$$

$$\sim (Q \Rightarrow P) \Rightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow (Q \wedge \sim P)) \quad (1)$$

$$\sim (Q \vee P) \vee ((P \vee Q) \Rightarrow (Q \wedge \sim P)) \quad (2)$$

$$\sim (Q \vee P) \vee (\sim (P \vee Q) \vee (Q \wedge \sim P)) \quad (3)$$

$$\sim (\sim Q \vee \sim P) \vee ((\sim P \wedge \sim Q) \vee (Q \wedge \sim P)) \quad (4)$$

$$(Q \wedge \sim P) \vee ((\sim P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge Q)) \quad (5)$$

$$\sim P \wedge (\sim Q \vee Q) \quad (6)$$

$$\sim P \wedge \mathbb{V} \equiv \text{Absorción} \quad (7)$$

$$(\sim P \wedge Q) \vee \sim P \equiv \sim P \quad (8)$$

En<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>Fecha de modificación y adición al 2/4/2024