Nahuel Notes

Alejandro Ceccheto

February 2024

Contents

1 Números Reales y sus operaciones

Theorem 1 *Los números reales comprende todos los números que pueden llegar a aparecer dentro de una recta real* $\mathbb{R}$*, sean enteros* $\mathbb{Z}$*, naturales* $\mathbb{N}$*, racionales* $\mathbb{Q}$ *e irracionales* $\mathbb{I}$

Example :

$\mathbb{N} = 1, 2, 3, \ldots$

$\mathbb{Q} = \frac{1}{2}, 0.4, \ldots$

$\mathbb{I} = \sqrt{2}, \sqrt{7}, \pi, e, \ldots$

$\mathbb{Z} = -536, -345, -1, -2, \ldots$

En resumen, los numeros $\mathbb{R}$ comprendes todos los numeros que existen siempre y cuando no nos metamos en los numero complejos $\mathbb{C}$.

1.1 Reglas de Fracciones

- Suma de Fracciones

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \qquad Ej : \frac{4}{5} + \frac{5}{3} = \frac{4 * 3 + 5 * 5}{5 * 3} = \frac{37}{15} = 2, 4\widehat{6}$$

- Resta de fracciones

$$\frac{a}{b} - \frac{d}{c} = \frac{ad - bc}{bd} \qquad Ej : \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \rightarrow \frac{2 * 4 + 3 * 3}{3 * 4} = \frac{8 - 9}{12} = \frac{-1}{12}$$

- multiplicación de fracciones

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad ej \qquad \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{2}$$

- División de fracciones

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \qquad ej \qquad \frac{5}{7} \div \frac{1}{6} = \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{1} = \frac{30}{1}$$

1.2 Pasar de Fracción a mixto o decimal y vice-versa

Theorem 2 *Para pasar un numero de Fracción a decimal, lo único que tenemos que hacer dividir los números dados en la fracción, pero de decimal, mixto o periódico a fracción es algo mas complicado.*

Ejemplos de como se hace :

De fracción a decimal

$$\frac{1}{2} = 0.5$$

De decimal a fracción (siendo este un numero ni peridico ni mixto lo que se hace es poner ceros tantos numeros haya atras del punto)

$$0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

de decimal periódico a fracción (en este caso, tenemos un numero periódico, por lo tanto se re escribe el numerador (parte de arriba), como la resta entre todo el numero sin coma, menos la parte entera, y luego siempre que tengamos un numero periódico, en el denominador va tantos 9 como numeros periodicos haya).

$$2.\widehat{5} = \frac{25-2}{9} = \frac{23}{9}$$

Para convertir un numero periódico mixto a fracción es también algo mas complicado, requiere saber las propiedades anteriores, por ejemplo, supongamos que quiero convertir $3.12\widehat{3}$ a fracción, esto es lo que se tiene que hacer.

$$3.12\widehat{3} = \frac{3123-312}{900} = \frac{2811}{900} = \frac{937}{300}$$

Acá lo que se hizo fue simplemente lo mismo de arriba, que por cada numero que este atrás de la coma y no sea periódico, se agregaron 0, pero por cada numero que si fue periódico, se agrega un 9. y el resto se resuelve tal como esta.

1.3 Reglas de Exponentes

Theorem 3 *En pocas palabras, Exponentes hace referencia a la elevación de un numero a otro* x^n *y radicales hace referencia a la raíz de un numero* $\sqrt{x}$

con esto en mente, los exponentes y radicales llevan de por si propiedades que se deberían saber para operar con ellos cada ves que se presente un ejercicio

- potencia de 0 = 0
$$a^0 = 0 \quad ej \quad 2^0 = 0$$
- Potencia de 1 = n
$$a^1 = a \quad ej \quad 2^1 = 2$$
- Potencia de exponente entero negativo a^{-1}
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad ej \quad 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{6} \qquad a \neq 0$$
- Potencia de exponente racional
$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad ej \quad 2\frac{1}{2} = \sqrt{2}$$
- Potencia de exponente racional y negativo
$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad ej \quad 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$
- Multiplicación de potencias con la misma base
$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad ej \quad 2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$
- División de potencias con la misma base
$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad ej \quad \frac{2^2}{2^5} = 2^{2-5} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{6}$$
- Potencia de una Potencia
$$a^{nm} = a^{n+m} \quad ej \quad 2^{2^2} = 2^{2+2} = 2^4 = 16$$
- Producto de potencia con el mismo exponente
$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad ej \quad 2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2$$
- Cociente de potencias con el mismo exponente
$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad ej \quad \frac{-6^3}{2^3} = \left(\frac{-6}{2}\right)^3 = (-3)^3 = -27$$

1.4 Reglas de radicales

- ley de cancelación de radical

  Una raiz n elevada a la potencia n se cancela

$$\sqrt[n]{a}^{n} = a \quad ej \quad \sqrt{6}^{2} = 6$$

- Raiz de una multiplicación o producto Una raiz de una multiplicacion se puede separar como una multiplicacion de raices, sin importar el tipo de raiz.

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} \quad ej \quad \sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} = 3 \cdot 10 = 30$$

- Raíz de una división o cociente La raiz de una fraccion es igual a la division de la raiz del numeroador y la raiz del denominador.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad ej \quad \sqrt{\frac{18}{2}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3$$

- Raíz de una Raíz Cuando dentro de una raíz hay una raíz se pueden multiplicar los índices de ambas raíces a fin de reducir la operación numérica a una sola raíz, y se mantiene el radicando.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \quad ej \quad \sqrt[2]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[2 \cdot 2]{64} = \sqrt[4]{64}$$

- Raíz de una potencia Cuando se tiene dentro de una raíz un número elevado un exponente, se expresa como el número elevado a la división del exponente entre el índice del radical.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad ej \quad \sqrt[3]{5^6} = 5^{\frac{6}{3}} = 5^2 = 25$$

2 Intervalos

Theorem 4 *Los intervalos están determinados por dos números que se llaman extremos. En un intervalo se encuentran todos los números comprendidos entre ambos y también pueden estar los extremos. Estos estan representados por distintos tipos de intervalos, (abiertos, cerrados, semi-abiertos y semi-cerrados) y su misma vez, por 4 categorías distintas. (lenguaje coloquial, intervalo, conjunto y grafico).*

- Intervalos Abiertos.
  es el conjunto de todos los numeros reales mayores que a y menores que b.

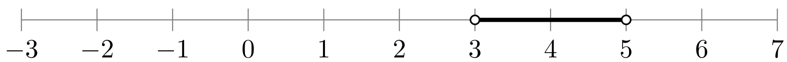
1. Forma intervalo.

$$(3, 5)$$

2. Conjunto.

$$x : x \in \mathbb{R}/3 < x < 5$$

3. Forma Grafica.



- Intervalo Cerrado.
  Intervalo cerrado, [a, b], es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b.

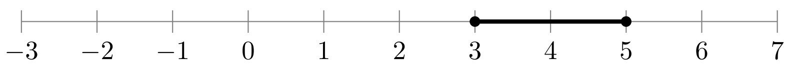
1. Forma Intervalo.

$$[3, 5]$$

2. Forma Conjunto.

$$x : x \in \mathbb{R}/3 \leq x \leq 5$$

3. Forma Grafica



- Intervalo semi abierto por izquierda.
  Intervalo semiabierto por la izquierda, (a, b], es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores o iguales que b.

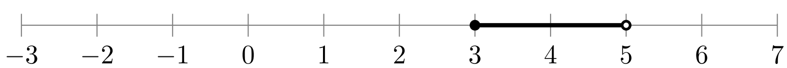
1. Forma Intervalo.

$$(3, 5]$$

2. Forma Conjunto.

$$x : x \in \mathbb{R}/3 < x \leq 5$$

3. Forma grafica.



- Intervalo semi abierto por derecha.
  Intervalo semiabierto por la derecha, [a, b), es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores que b.

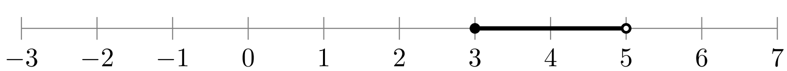
1. Forma Intervalo.

$$[3, 5)$$

2. Forma Conjunto.

$$x : x \in \mathbb{R}/3 \leq x < 5$$

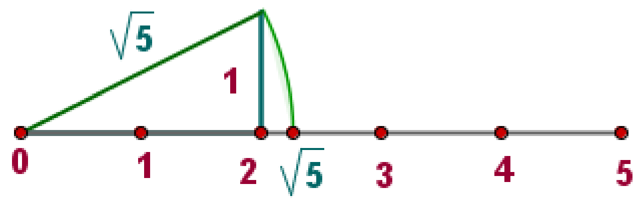
3. Forma grafica.



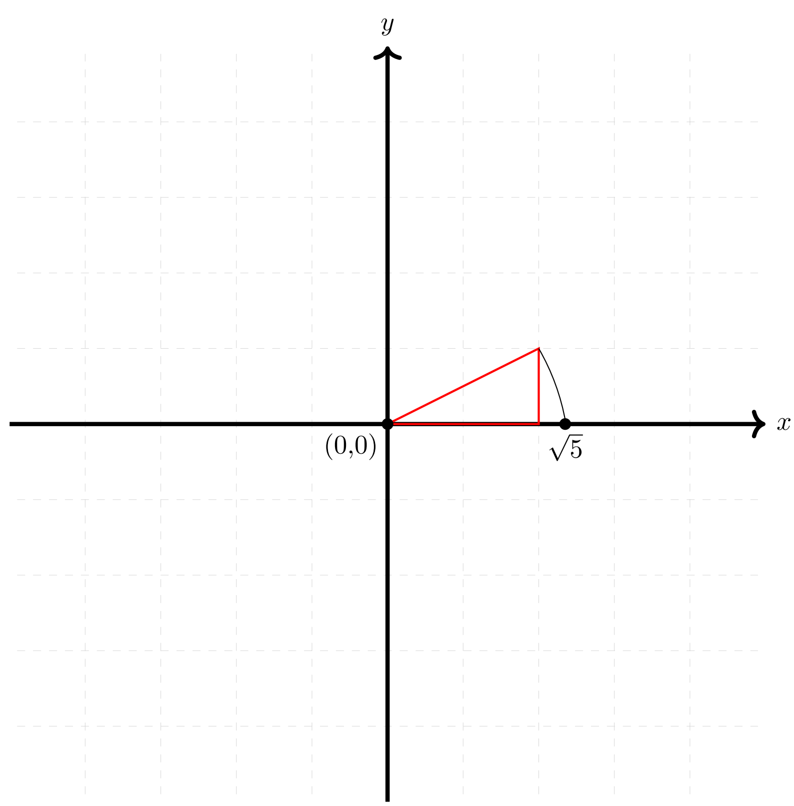
3 Pitagóricas en recta real

Theorem 5 *Representar números reales en una recata real con tanta aproximación puede ser a menudo algo muy complejo, pero hay casos que se puede hacer con el famoso teorema de pitagoras, de una forma exacta.*

Ejemplo de esto:
Representar en una recta real $\sqrt{5}$.



1. Tomamos un rectángulo de base 2 y lado 1 . Entonces, usando el teorema de Pitágoras sabemos que su diagonal mide $\sqrt{5}$
2. En efecto, Pues $2^2 + 1^2 = d^2$, de donde $5 = d^2$, por lo tanto $d = \sqrt{5}$
3. Basta agarrar esta medida y transportarla con el compás (tomando centro en 0 y con radio la diagonal de nuestro rectángulo). De este modo, representamos en la recta real el número $\sqrt{5}$



4 Errores, relativos, porcentuales y absolutos

4.1 Error Relativo

4.2 Error Absoluto

4.3 Error Porcentual %

5 Funciones

5.1 Función Cuadrática

5.2 Función Modulo

5.3 Función Polinómica

5.4 Función Exponencial y Logarítmica

5.5 Función Homogénea

6 Números Complejos

6.1 Operaciones con números complejos

6.2 Operaciones combinadas con números complejos

Theorem 6