ANALISIS FACTORIAL:
introducción

INDICE

Aproximación Exploratoria

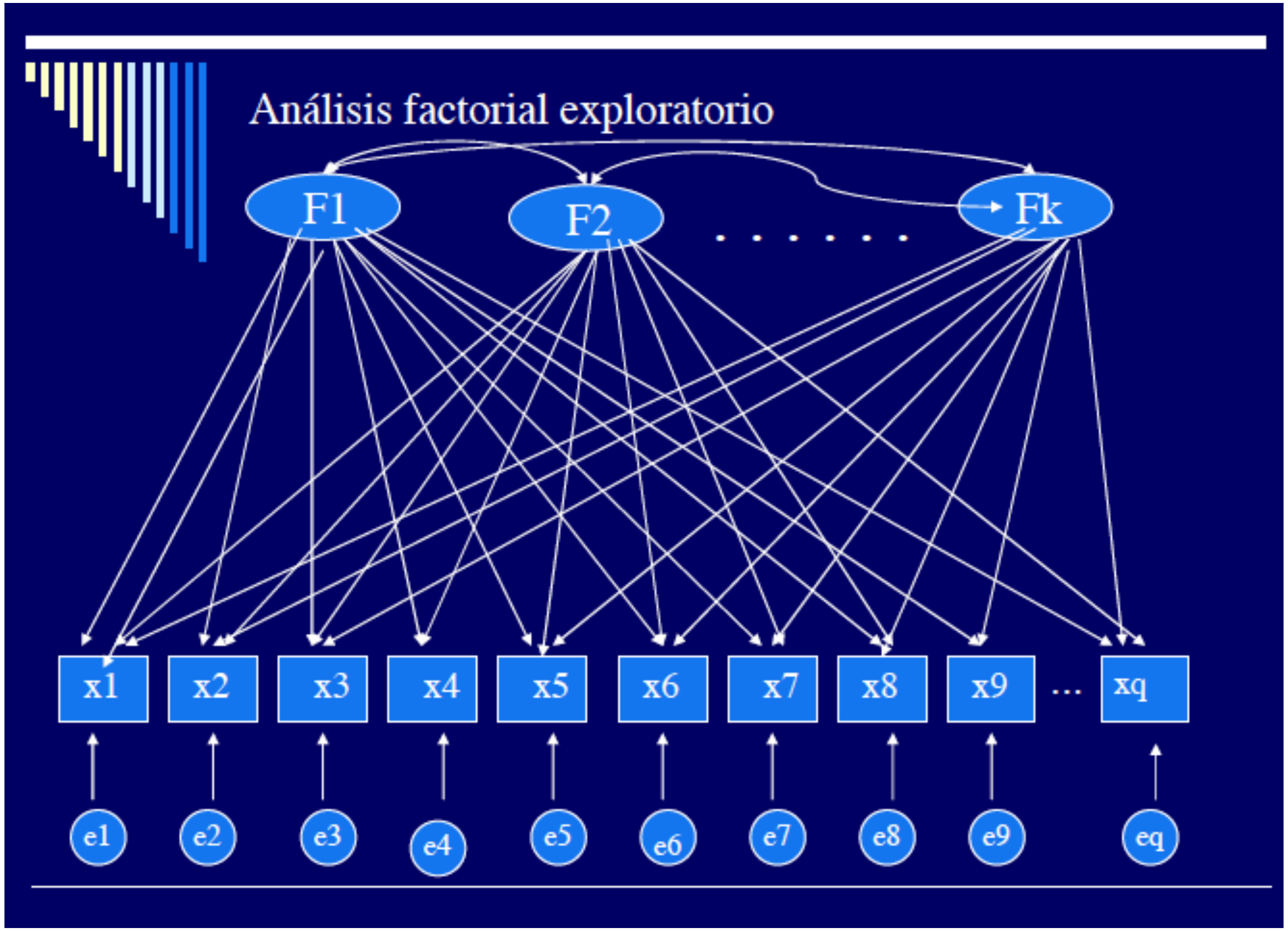
- Tiene como propósito fundamental la búsqueda de una estructura de dimensiones o constructos latentes, a partir de las correlaciones entre las variables observadas.

- No presupone a priori un número determinado de factores (en la figura se considera Fk como un número indeterminado).

- No establece relaciones a priori entre las variables y los correspondientes factores, considerando simplemente que la conducta en las variables observadas, depende de ese número indeterminado de factores, que pueden afectar a priori a cualquiera

  de las variables, como se ve en las flechas dirigidas desde todos los factores a todas las variables.

Aproximación Exploratoria



Preparación de los datos y examen de la matriz

Aunque podría haber tantos factores latentes como variables observadas, se supone que las correlaciones entre las variables observadas se deben a la presencia de **factores comunes,** que permiten explicar dichas correlaciones.

Algunas variables se parecen más entre sí que otras (muestran más correlación) lo que indicará la presencia de un factor común que influye sobre ellas y en menor medida sobre las demás.

Estos factores comunes serán en número, para que tengan significado, menos que el número de variables, por lo que el AF se considera una técnica para reducir la dimensionalidad.

Supuestos del modelo

- Las variables deben ser cuantitativas o métricas

- Linealidad en las relaciones entre las variables

- Variabilidad en las muestras que permita mostrar correlaciones

- Un número mínimo de variables por factor (7? 10? Depende!!)

Supuestos del modelo

- Multicolinealidad o correlaciones elevadas entre las variables
- Un número suficiente de correlaciones elevadas (>.30)

  Pruebas: Correlaciones parciales eliminando el efecto de otras variables (matriz anti-imagen)

  Prueba de esfericidad de Bartlett (prueba si la matriz es una matriz identidad, sensible al tamaño muestral)

  Medida de Kaiser-Meyer-Olkin de la adecuación muestral con valores 0-1 que expresa el grado de predicción de las variables a partir de las demás (superior a 0,80; 0,70 aceptable).

Correlación Anti-imagen

Es el negativo del coeficiente de correlación parcial, deberá haber pocos coeficientes altos para que sea razonable aplicar el Análisis Factorial.

Sirve especialmente para detectar aquellas variables que se deberían de excluir del modelo

Test de Esfericidad de Bartlett:

Comprueba que la matriz de correlaciones se ajuste a la matriz identidad (I), es decir ausencia de correlación significativa entre las variables. Esto significa que la nube de puntos se ajusta a una esfera perfecta.

- INTERPRETACION: si se acepta la hipótesis nula ($p>0.05$) significa que las variables no están intercorrelacionadas y por tanto no tiene mucho sentido llevar a cabo un Análisis Factorial

Indice KMO de Kaiser-Meyer-Olkin

- Es un indice de la de la adecuación muestral (calculado a partir de las correlaciones y de las correlaciones parciales) con valores 0-1 que expresa el grado de predicción de las variables a partir de las demás.

- interpretación

  1 >= KMO >= 0.9 muy bueno
  0.9 >= KMO >= 0.8 bueno
  0.8 >= KMO >= 0.7 mediano
  0.7 >= KMO >= 0.6 mediocre
  0.6 >= KMO > 0.5 bajo
  KMO <= 0.5 muy bajo

Preparación de los datos

- En esta fase el investigador debe seleccionar las variables que pretende analizar y recoger datos en muestras de tamaño adecuado.

- Pre-análisis que se han visto en estadística bajo la etiqueta de *exploración de los datos*: depuración de errores, imputación de datos ausentes si fuese necesaria, comprobación de la linealidad de las relaciones, etc.

- Se concluye con la *matriz de correlaciones* o la *matriz de covarianzas* entre las variables. En el caso del AFE es habitual utilizar la matriz de correlaciones, que denotamos como **R**, y es una matriz cuadrada de orden p (número de variables)

- Supuestos sobre la matriz **R**

Ejemplo 1

V1: Figuras desplegadas
V2: Cubos
V3: Rombos
V4: Antónimos
V5: Sinónimos
V6: Comprensión de frases
V7: Verificación de sumas
V8: Tachado de un estímulo
V9: Localización de diferencias de figuras

Ejemplo 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	-								
V2	0,297**	-							
V3	0,441**	0,340**	-						
V4	0,373**	0,153**	0,159**	-					
V5	0,293**	0,139*	0,077	0,733**	-				
V6	0,357**	0,193**	0,198**	0,704**	0,720**	-			
V7	0,067	-0,076	0,072	0,174**	0,102	0,121*	-		
V8	0,224**	0,092	0,186**	0,107	0,139*	0,150**	0,487**	-	
V9	0,390	0,206**	0,329**	0,208**	0,227**	0,214**	0,341**	0,449**	-

Observamos la matriz: que nos sujiere?

Ejemplo 1

En el ejemplo, el índice de adecuación muestrál proporciona un valor KMO = 0,752.

El test de Bartlett proporciona un valor que

se distribuye aproximadamente como con

36 grados de libertad (gl=*p(p-1)/2)* de 904,91, lo que corresponde a un p-valor menor que 0,001.

Puesto que la matriz parece adecuada, puede procederse a la extracci—n de factores.

Ejemplo 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	-								
V2	0,297**	-							
V3	0,441**	0,340**	-						
V4	0,373**	0,153**	0,159**	-					
V5	0,293**	0,139*	0,077	0,733**	-				
V6	0,357**	0,193**	0,198**	0,704**	0,720**	-			
V7	0,067	-0,076	0,072	0,174**	0,102	0,121*	-		
V8	0,224**	0,092	0,186**	0,107	0,139*	0,150**	0,487**	-	
V9	0,390	0,206**	0,329**	0,208**	0,227**	0,214**	0,341**	0,449**	-

La mayor parte de las correlaciones son estadísticamente significativas (** P<.01), Hay un buen numero de correlaciones altas (superiores a 0,3). Hay bloques que muestran mayores correlaciones entre ellas que con las restantes, así es destacable el bloque formado por V4, V5 y V6, que son todos tests de aptitudes verbales.

Además, las pruebas precedentes nos informan de que la matriz parece adecuada, puede procederse a la extracción de factores.

3. Extracción de factores y sus métodos

Ecuación del modelo

Ecuación del modelo (escala tipificada):

$$Xj = aj1F1 + aj2F2 + ... + ajkFk + ujDj$$

Donde Xj representa una variable observada en puntuaciones típicas, que se puede expresar como una combinación lineal de los Factores latentes (F) y del factor único (U).

Cada uno de los factores latentes tiene un **peso, ajh** que denominamos **saturaci—n** (loading), que expresa la importancia que tiene cada uno de los factores comunes para explicar la variable observada. Estas saturaciones pueden interpretarse como coeficientes de correlación con valores entre -1 y +1.

Elementos del modelo

Un conjunto de *p* variables observadas o medidas, como cuadrados en el diagrama o VV.DD

Un conjunto de *k+p* variables latentes (círculos en el diagrama) o no observadas (VV.II), de las que *k* pueden incidir sobre más de una de las observadas y son los *factores comunes,* cuya determinación es el objetivo del AF

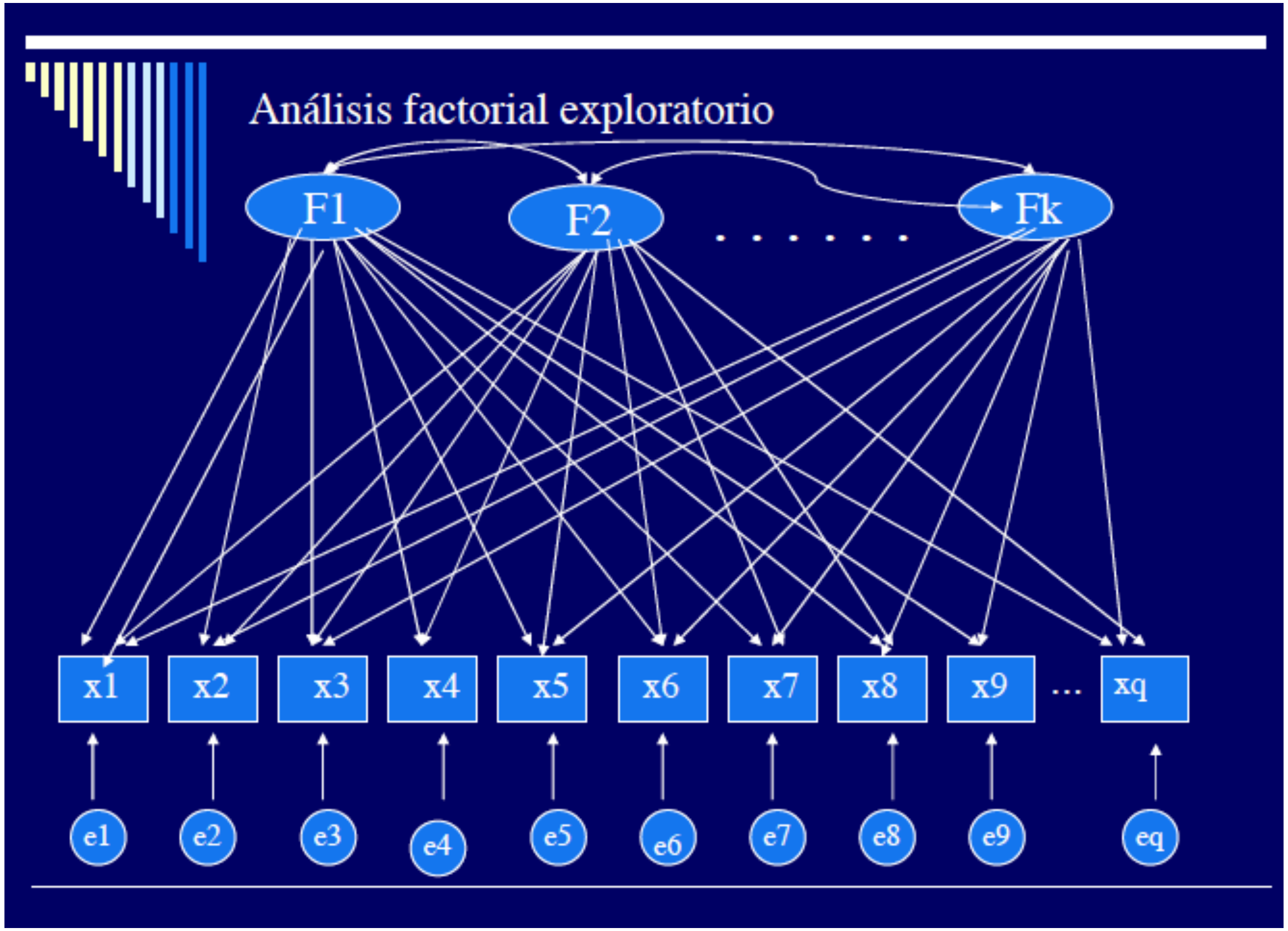
Las *p* restantes inciden exclusivamente sobre una variable observada y son los factores únicos o específicos (a veces error)

Elementos del modelo

Los pesos o coeficientes, *ajh,* expresan la contribución de cada factor h sobre cada variable observada j

Mirar la dirección de las flechas en el diagrama!!

Representación de un diagrama



Procedimiento de extracción

- El objetivo será reproducir con el mínimo error la matriz de correlaciones mediante la matriz de pesos o saturaciones factoriales:

  R = AA’

  – Donde A es el vector de pesos o saturaciones.

    • En realidad, esto es así con el procedimiento de Componentes Principales, pero con los otros procedimientos se reproduce la matriz R*, que en la diagonal en vez de 1’s tiene solamente la varianza comœn o comunalidad de las variables.

Comunalidad y Unicidad de la variable

Si consideramos la varianza de la variable zxj puntuaciones típicas representada en la ecuación anterior, cuyo valor es 1, la varianza se divide en dos partes:

- Varianza común o varianza asociada con las variables latentes, que se estima por la varianza compartida con otras variables del análisis, también denominada **comunalidad** (que se obtiene sumando las saturaciones "p" elevadas al cuadrado, ya que la varianza de los factores en típicas también es 1)
- Varianza única que es la varianza del término U también denominada **unicidad.**

Varianza de la Variable = Comunalidad + Unicidad = 1

Reproducción de la matriz **R**

La correlación entre las variables puede expresarse por medio de los factores comunes como.

$$r_{im} = \sum_{j=1}^{k} a_{ij} a_{mj}$$

Esto, junto a las propriedades del modelo, permite la reproduccion de la matriz de correlaciones

Extracción de los factores

La matriz de correlaciones (completa o reducida) es sometida a un procedimiento matemático cuya explicación excede del nivel de este curso.

Técnicamente consiste en resolver la *ecuación característica* de la matriz, cuya solución pasa por obtener los *autovalores* o raíces características de la misma y sus *autovectores* asociados, que una vez normalizados, son los valores que aparecen en la matriz **A** de pesos de los factores en las variables. El proceso para llegar a la solución se basa normalmente en la *diagonalización de la matriz.*

Los autovalores de la matriz R

El número de autovalores asociados a la matriz **R** siempre es igual al número de variables de la matriz analizada

Cada factor extraído lleva asociado un autovalor, cuyo valor refleja, en cierta medida, la cantidad de variación del conjunto de variables que explica dicho factor, lo que puede interpretarse como la cantidad de información que aporta. Los sucesivos autovalores siempre son d*ecrecientes*, lo que hace que el primer factor siempre explique más varianza que el segundo, éste que el tercero, y así sucesivamente.

La suma de los autovalores es igual al nœmero de variables medidas[FSG1] , que en puntuaciones tipificadas, donde la varianza de cada variable vale 1, es igual al número de variables

Los autovalores de la matriz R

Un autovalor dividido por el número de variables medidas indica la proporción de información o de varianza en la matriz que reproduce su factor asociado

La suma de los autovalores de los factores extraídos dividido por el número de variables medidas indica la proporción de información de la matriz que el conjunto de factores reproduce

Una de las condiciones en AF es que todos los autovalores deben ser no negativos. Si todos son positivos, se dice que la matriz es definida positiva; si alguno es 0, semidefinida positiva.

La extracción y la matriz A

La fase de extracción de factores o factorización termina con la matriz **A** de pesos o saturaciones y con la determinación de las comunalidades o proporción de la varianza de cada variable explicada por los factores comunes.

A la matriz **A** se puede llegar por diversos procedimientos o *métodos de extracción de factores*

Ejemplo 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	-								
V2	0,297**	-							
V3	0,441**	0,340**	-						
V4	0,373**	0,153**	0,159**	-					
V5	0,293**	0,139*	0,077	0,733**	-				
V6	0,357**	0,193**	0,198**	0,704**	0,720**	-			
V7	0,067	-0,076	0,072	0,174**	0,102	0,121*	-		
V8	0,224**	0,092	0,186**	0,107	0,139*	0,150**	0,487**	-	
V9	0,390	0,206**	0,329**	0,208**	0,227**	0,214**	0,341**	0,449**	-

La mayor parte de las correlaciones son estadísticamente significativas (** P<.01), Hay un buen numero de correlaciones altas (superiores a 0,3). Hay bloques que muestran mayores correlaciones entre ellas que con las restantes, así es destacable el bloque formado por V4, V5 y V6, que son todos tests de aptitudes verbales.

Además, las pruebas precedentes nos informan de que la matriz parece adecuada, puede procederse a la extracción de factores.

Ejemplo 1

Factor	autovalor	% varianza	% var. acumulada
1	3,216	35,737	35,737
2	1,639	18,208	53,945
3	1,365	15,168	69,114
4	0,699	7,766	76,879
5	0,584	6,493	83,372
6	0,500	5,552	88,924
7	0,473	5,257	94,181
8	0,286	3,178	97,359
9	0,238	2,641	100,000

Factorización por ejes principales

Su objetivo es explicar el máximo de la varianza común o comunalidad de las variables y parte de la matriz de correlaciones reducida. Sobre esta matriz se procede a la determinación de los sucesivos autovalores con los autovectores normalizados asociados, que contiene los valores de *aij*. Necesita una estimación inicial de los valores de las comunalidades antes de comenzar el proceso

Componentes principales (ACP) como método de factorización.

El ACP no es propiamente un método de AF ni reproduce el modelo de AFE; no obstante es una práctica extendida su uso como método de extracción de factores. Su principal diferencia con los métodos de AF propiamente dichos es que no establece la distinción entre factores comunes y únicos y parte de la matriz completa, con unos en la diagonal principal, es decir, con toda la varianza de las variables, por lo que su objetivo es explicar la varianza total. No necesita por lo tanto obtener estimaciones iniciales de la comunalidad.

Análisis factorial de imagen

Es una variante del método de ejes principales que utiliza un procedimiento especial para determinar la comunalidad de las variables. Se considera que la imagen es la parte de la variable que es común y que además puede pronosticarse como combinación lineal de las restantes variables del conjunto. Para estimar la imagen se parte de la regresión lineal múltiple de cada variable sobre las restantes. La anti-imagen es la parte no pronosticada o residual. Una vez determinadas las imágenes de cada variable se forma la matriz de correlaciones entre las puntuaciones imagen y a partir de ellas se lleva a cabo la factorización.

Análisis factorial alpha

Este procedimiento fue propuesto por Kaiser y Caffrey (1965) y pretende que los factores extraídos maximicen la fiabilidad como consistencia interna de los factores comunes. Produce como primer factor el que tiene mayor fiabilidad

Residuos mínimos (MCNP)

El método de los ejes principales y sus variaciones alpha e imagen deben determinar a priori estimaciones de la comunalidad o diagonal principal de la matriz **R***. El método de residuos mínimos (Comrey, 1962; Harman y Jones, 1966) ignora en parte estos valores y se centra en maximizar la aproximación a los elementos externos a la diagonal, es decir, las correlaciones entre las variables. Para la minimización de los residuos se utiliza un criterio de mínimos cuadrados, como en la regresión. El procedimiento es iterativo y las comunalidades se calculan después de que se ha estabilizado la solución. Es conocido también con el nombre de “mínimos cuadrados no ponderados”.

Máxima Verosimilitud

Este procedimiento no debe confundirse con los del AFC, que utilizan procedimientos de estimación de MV. A diferencia de los métodos anteriores, este método asume de forma explícita que se están analizando datos muestrales y los procedimientos de MV son los que mejor reproducen los valores poblacionales. Existen soluciones diferentes, pero todas ellas se caracterizan porque:a) el estimador de MV converge asintóticamente al valor del parámetro y b) los estimadores son consistentes y de varianza mínima. Permite obtener la significación estadística de los factores. Una descripción del método puede encontrarse en Lawley y Maxwell (1971)

Extracción: cual elegir

El método más utilizado en la práctica para la extracción de factores es el de Componentes Principales, opción por defecto en la mayor parte de los programas estadísticos (Russell, 2002).

- Se considera más adecuada la utilización de un método de factores principales cuando la finalidad del AFE no es simplemente reducir la dimensionalidad, sino *detectar constructos o factores latentes* (Fabrigar et al., 1999; Prager y McCallum, 2003; Russell, 2002).

- La polémica sobre si factores o componentes, una de las más constantes en la historia del AF, aparece muy bien recogida en un número monográfico de 1990 de la revista *Multivariate Behavioral Research*. Los detractores de los métodos de factores aluden al problema de la *indeterminación de la comunalidad*, que implica la necesidad de su estimación inicial.

Extracción: cual elegir?

- Estadísticamente el mas adecuado es ML:
  - Permite contrastar si los residuos son estadisticamente diferentes de 0, lo que proporciona indices de ajuste
  - Tiene propriedades estadisticas deseables: asintoticamente insesgado, eficiente y consistente

Supuestos para ML

- Distribución normal de las variables.
  - Comprobar en estadísticos descriptivos
    - Asimetria nunca > 2
    - Kurtosis nunca > 7
- Normalidad multivariante:
  - Comprobar la NM en pruebas no paramétricas, Kolmogorov Smirnov comprobando la distribución normal de las variables ($p>.05$)
- La solución sea bien determinada
  - Pesos de las variables bajos
  - Muchas variables pesan en mas factores

Violación de los supuestos ML

- Casos Heywood (1931)
  - EJ. Comunalidades mayor que 1: implicaría que las respuestas en una variable se pueden predecir perfectamente a partir de las puntuaciones en un factor, lo que es altamente improbable
    - Indican que el modelo es inapropiado. En estos casos hay que reducir el numero de factores

Métodos y comunalidades

Todos los procedimientos descritos excepto ACP y los de mínimos cuadrados requieren la estimación previa de las comunalidades.

La elección del método influye en las comunalidades finales o proporción de varianza de cada variable explicada por los factores comunes. En la Tabla que sigue se presenta un resumen de estas comunalidades según los distintos métodos, aplicados e los datos del ejemplo.

Comunalidades finales estimadas por distintos métodos de factorización

Factores principales	*Componentes Principales*	*Imagen*	*Alpha*	*M.C. no ponderados*	*Máxima verosimilitud*
0,477	0,587	0,323	0,458	0,477	0,487
0,255	0,545	0,153	0,255	0,256	0,251
0,453	0,631	0,243	0,465	0,453	0,457
0,728	0,814	0,591	0,735	0,728	0,721
0,753	0,825	0,593	0,751	0,752	0,757
0,691	0,793	0,574	0,689	0,692	0,695
0,514	0,722	0,246	0,539	0,519	0,498
0,523	0,692	0,294	0,510	0,520	0,531
0,461	0,611	0,315	0,462	0,461	0,457

CP = la que mas explica, Imagen la que menos, ML casi igual a CP

4) El número de factores a retener:

Criterios para la retención de factores

Criterios para la retención de factores

Aproximaciones estadísticas al número de factores

- *Métodos basados en los residuos de las correlaciones.*

- *Aproximaciones basadas en los autovalores*
  Regla del autovalor mayor que 1.
  Cálculo del porcentaje de varianza explicada.
  Representación gráfica de los autovalores: el *"scree test"* o *gráfico de sedimentación.*

Basados en los residuos de las correlaciones

- Raíz cuadrática media residual

$$RMSR = \sqrt{\frac{2\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1} res_{ij}^2}{k(k-1)}}$$

- Raíz cuadrática media de las correlaciones parciales

$$RMSP = \sqrt{\frac{2\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} rp_{ij}^2}{k(k-1)}}$$

Otros métodos

- Análisis paralelo (Horn, 1965)
- MAP (mínimas correlaciones parciales, Velicer)

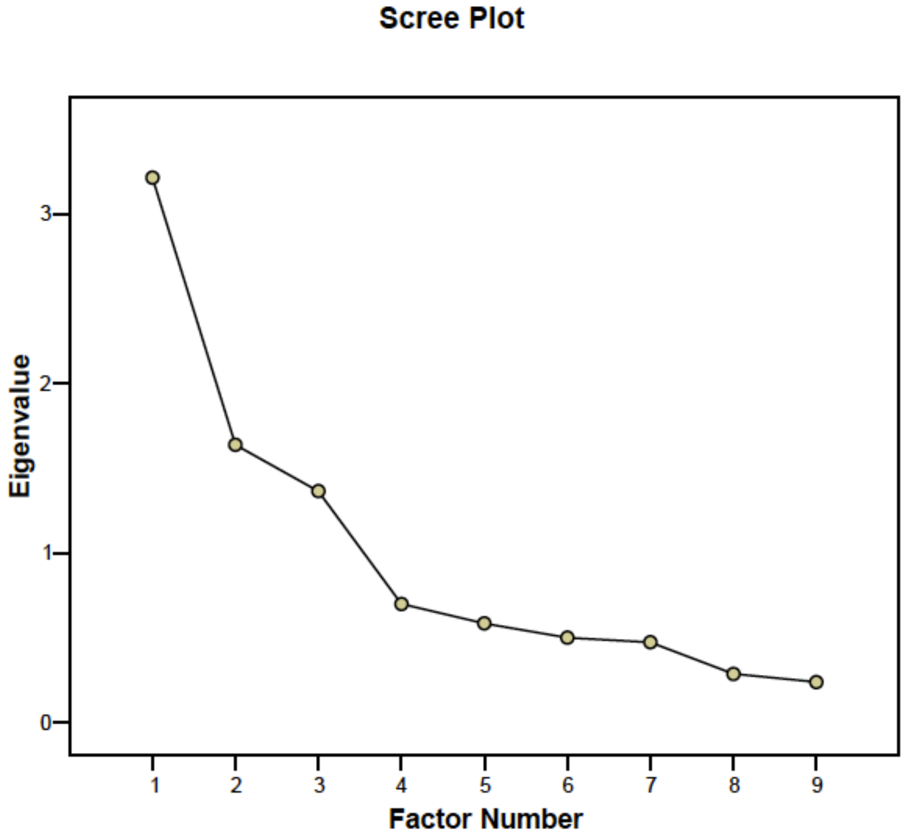
(O'Connor: macros para SPSS y SAS)

http://psico.fcep.urv.es/utilitats/factor

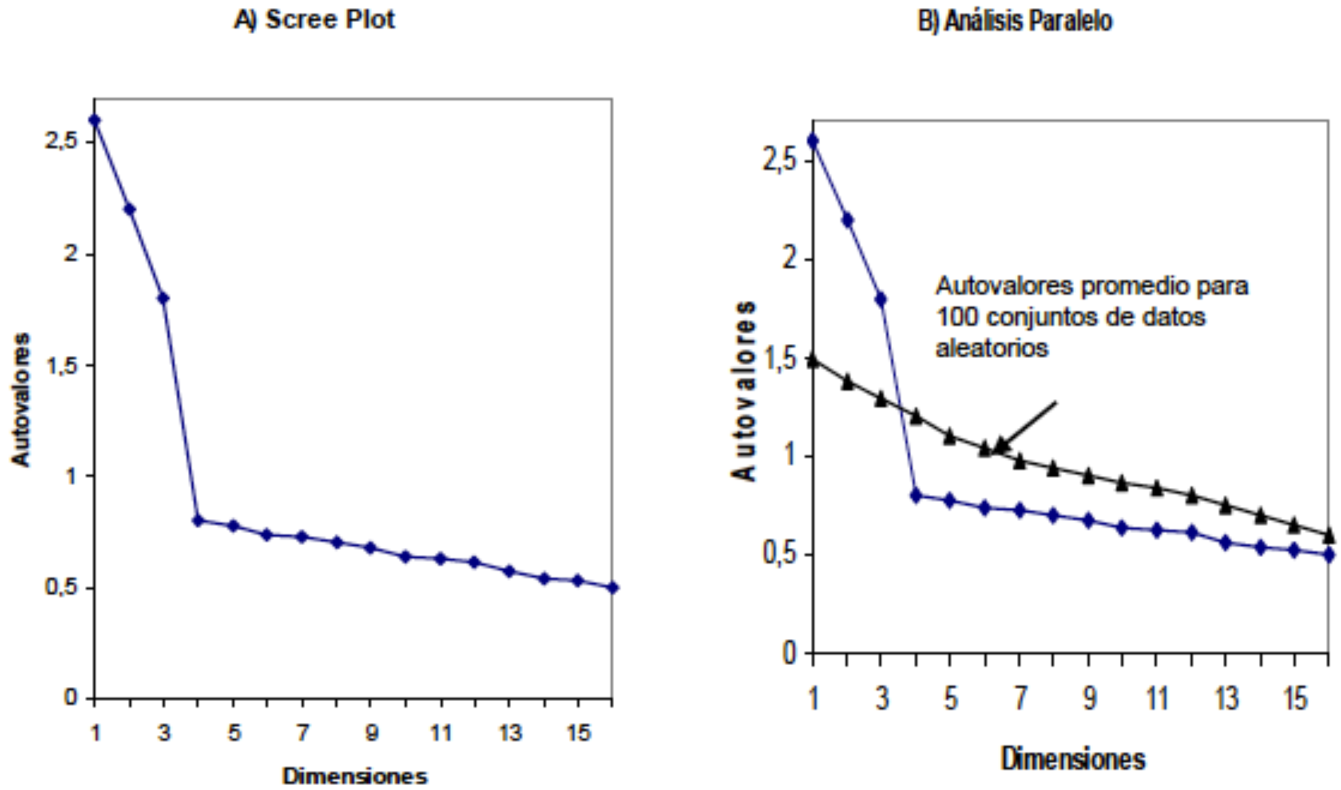
(Programa Factor: Lorenzo y Ferrando)

Scree-test, ejemplo de interpretacion

Scree-test



Análisis paralelo



Resultados de la extracción del ejemplo

	1	*2*	*3*	*Comunalidad*
V1	0,576	0,169	0,342	0,477
V2	0,308	0,097	0,388	0,255
V3	0,400	0,310	0,444	0,453
V4	0,769	-0,355	-0,106	0,728
V5	0,750	-0,404	-0,164	0,753
V6	0,763	-0,327	-0,049	0,691
V7	0,307	0,430	-0,484	0,514
V8	0,394	0,542	-0,272	0,523
V9	0,505	0,453	0,007	0,461

Rotación

- Con la matriz resultante es prácticamente imposible interpretar los factores, ya que todas las variables tienen pesos en todos.

- Los métodos de factorización hacen que el primer factor explique la máxima varianza, el segundo, la máxima de los residuos, y así sucesivamente.

- Es necesario transformar de algún modo la matriz en otra que permita una interpretación mejor. Este proceso de transformación de la matriz es conocido como la *rotación de los factores o soluciones indirectas.*

Rotación

- Los pesos o saturaciones en **A** están indeterminados y pueden transformarse linealmente para lograr una matriz objetivo que permita interpretar los factores.

- Este objetivo suele ser el de la **estructura simple**, consistente en hacer que un factor explique solamente algunas de las variables, o en otras palabras, que en la medida de lo posible, una variable esté explicada únicamente por un factor, siendo muy bajo la saturación que tiene en otros factores.
  - Esto se consigue buscando una matriz de Transformación T (cambio de base del espacio vectorial) de modo que obtengamos una matriz patrón, **P** = **AT**. La fase en la que obtenemos la matriz de configuración **P** con saturaciones interpretables, se denomina ROTACIÖN, que produce un cambio en los ejes de los factores.

Que es la estructura simple?

- Cada fila de la matriz **P** tendrá al menos un 0, es decir, para cada variable habrá al menos un factor que no contribuya a su varianza

- Para cada factor habrá un conjunto de variables cuyas saturaciones serán 0

- Para cada par de columnas de la matriz habrá variables cuyas saturaciones serán 0 en una de ellas, pero no en la otra

- Para cada par de columnas de la matriz (factores) habrá solamente un número reducido de variables con saturaciones próximas a 0 en ambas.

Ejemplo de estructura simple

OJO: este es un ejemplo ideal, por “0” nos referimos a valores bajos y no exactamente 0

Variable	**Saturaciones de las variables en los factores**		
	Factor1	**Factor 2**	**Factor 3**
1	XXX	0	0
2	XXX	0	0
3	XXX	0	0
4	0	XXX	0
5	0	XXX	0
6	0	XXX	0
7	0	0	XXX
8	0	0	XXX
9	0	0	XXX

Rotación

En general puede hablarse de dos tipos de transformaciones:

las *ortogonales*, que mantienen la independencia o ausencia de correlación de los factores originales: Varimax, Equamax, Quartimax, …

las *oblicuas*, en las que se admite que los nuevos factores resultantes están correlacionados: Oblimin, quartimin, promax,…

Resultados de la rotación varimax ejemplo 1

	1	2	3
V1	0,279	0,613	0,153
V2	0,102	0,494	-0,030
V3	0,038	0,660	0,129
V4	0,832	0,161	0,100
V5	0,859	0,089	0,090
V6	0,799	0,214	0,086
V7	0,093	-0,081	0,706
V8	0,050	0,170	0,701
V9	0,129	0,414	0,522

Resultados de la rotación oblicua ejemplo 1

	1	2	3
V1	0,187	0,071	0,583
V2	0,034	-0,089	0,507
V3	-0,073	0,065	0,677
V4	0,846	0,010	0,015
V5	0,886	0,004	-0,065
V6	0,804	-0,007	0,079
V7	0,052	0,728	-0,176
V8	-0,032	0,702	0,098
V9	0,029	0,485	0,360

Correlación entre factores

Factor	1	2	3
1	1,000	0,216	0,329
2	0,216	1,000	0,232
3	0,329	0,232	1,000

Rotaciones ortogonales: criterios

- ***Quartimax:*** Tiende a simplificar las filas de la matriz **P** o composición factorial de las variables. Se recomienda cuando el número de factores es elevado. Es útil cuando se desea destacar un factor general con el que correlacionan todas las variables

- ***Varimax*:** Intenta maximizar la varianza de los factores o las columnas de la matriz. Las rotaciones presentadas en la tabla 12.7 fueron obtenidas según este criterio. Fue diseñado para eliminar factores generales. Capta muy bien la estructura simple dentro de un marco ortogonal y es la más utilizada de las rotaciones (Russell, 2002)

Rotaciones oblicuas: criterios

- *Oblimin*: bajo este nombre se agrupan diversos criterios que suponen la determinación de unos ejes de referencia antes de obtener las matrices patrón y estructura definitivas.

- *Promax* obtiene una solución ponderada de los dos enfoques ortogonal y oblicuo, permitiendo que el usuario elija un parámetro de oblicuidad. El objetivo de Promax es similar al de Varimax intentando maximizar la varianza del factor. Comienza con una estructura ortogonal y luego determina una oblicua que se ajuste mejor a la estructura simple.
    - Esto se logra elevando a una potencia los elementos de la matriz del patrón ortogonal. El usuario establece esta potencia que por lo común es 4. Este escalamiento hace mayores las diferencias absolutas de lo que eran en la ortogonal.

Algunas matizaciones de las soluciones oblicuas

- Después del proceso de rotación oblicua la, comunalidad de la variable ya no es la suma de las saturaciones al cuadrado de la matriz de configuración, sino que deben contemplarse las correlaciones entre los factores.

- La varianza explicada por cada factor sigue siendo el promedio de las saturaciones sobre las variables, pero la varianza total explicada ya no es la suma de las varianzas explicadas por cada factor, ya que hay solapamientos debidos a las correlaciones. Por este motivo, cuando se lleva a cabo una rotación oblicua, no suele hablarse la varianza explicada por cada factor.

Que rotación utilizar?

- Desde el punto de vista estadístico no se puede decir que unas rotaciones sean mejores que otras. Como señalan los autores del *SAS User's Guide* "….las decisiones sobre la rotación deben tomarse sobre bases no estadísticas…" (Vol.1., p. 776, 2012).

- En cualquier caso, puede comenzarse por las rotaciones oblicuas y si las correlaciones entre los factores son bajas, proceder a obtener una solución ortogonal, de más fácil interpretación.

Interpretación de los factores.

Un factor se interpreta examinando las saturaciones que en él muestran las variables. Cuando los factores son ortogonales, la matriz factorial rotada recoge toda la información. Finalmente, para darle un nombre al factor o constructo, es necesario contar con especialistas en el área del constructo.

Que saturaciones se emplean para la interpretación del factor?

¿Qué saturaciones.....?

La primera respuesta es que deberán ser al menos estadísticamente significativas. En los textos de estadística, la fórmula para el error típico de un coeficiente de correlación es y podría utilizarse, en principio, para estudiar la significación de las saturaciones. No obstante, se produce mucha capitalización del azar, especialmente si el número de variables es amplio, infra estimando la cantidad de error.

$$s_r = \frac{1}{\sqrt{N-1}}$$

¿Qué saturaciones…..?

- Stevens (2002) sugiere interpretar solamente las saturaciones superiores a 0,40, señalando además que la variable debe mostrar al menos un 15% de varianza común con el factor, lo que supondrá saturaciones al menos de 0,40. No obstante, la regla no es unánimemente aceptada.

- Thompson (2004) propone obtener la significación estadística utilizando procedimientos “bootstrap” o de remuestreo y presenta macros de SPSS para poder llevarlos a cabo.

V1: Figuras desplegadas
V2: Cubos
V3: Rombos
V4: Antónimos
V5: Sinónimos
V6: Comprensión de frases
V7: Verificación de suma
V8: Tachado de un estímulo
V9: Localización de diferencias de figuras

	1	2	3
V1	0,279	0,613	0,153
V2	0,102	0,494	-0,030
V3	0,038	0,660	0,129
V4	0,832	0,161	0,100
V5	0,859	0,089	0,090
V6	0,799	0,214	0,086
V7	0,093	-0,081	0,706
V8	0,050	0,170	0,701
V9	0,129	0,414	0,522

V1: Figuras desplegadas
V2: Cubos
V3: Rombos
V4: Antónimos
V5: Sinónimos
V6: Comprensión de frases
V7: Verificación de sumas
V8: Tachado de un estímulo
V9: Localización de diferencias de figuras

	1	2	3
V1	0,279	0,613	0,153
V2	0,102	0,494	-0,030
V3	0,038	0,660	0,129
V4	0,832	0,161	0,100
V5	0,859	0,089	0,090
V6	0,799	0,214	0,086
V7	0,093	-0,081	0,706
V8	0,050	0,170	0,701
V9	0,129	0,414	0,522

factor 1: como un factor verbal.
factor 2: Viso-espacial
factor 3 como Rapidez Perceptiva.

“Localización de diferencias de figuras” tiene saturación en los factores 2 y 3, lo que nos hace pensar que, aunque de rapidez perceptiva fundamentalmente, también tiene un componente espacial, ya que supone la diferenciación previa de ciertos patrones.

	1	2	3
V1	0,279	0,613	0,153
V2	0,102	0,494	-0,030
V3	0,038	0,660	0,129
V4	0,832	0,161	0,100
V5	0,859	0,089	0,090
V6	0,799	0,214	0,086
V7	0,093	-0,081	0,706
V8	0,050	0,170	0,701
V9	0,129	0,414	0,522

factor 1 como un factor verbal. El factor 2: Viso-espacial y el factor 3 como Rapidez Perceptiva.

Tamaños muestrales

- Durante muchos a–os se han propuesto reglas prácticas en términos de la razón del número de sujetos sobre el número de variables incluidas en el análisis. normalmente estas ratios propuestas están en el rango de 10 a 30

- Gorsuch (1983) que el mínimo absoluto es de 5 sujetos por variable y nunca menos de 100 casos por análisis.

- Estudios más recientes ponen en cuestión estas reglas, señalando que el problema no es solo de tamaño de la muestra.

Tamaños muestrales

- Guadagnoli y Velicer (1988) sugieren que el tema más crítico es el de las saturaciones y no el tamaño de la muestra e indican que los factores tienden a ser replicables si:
  - 1) Los factores aparecen definidos por al menos 4 o más variables medidas con coeficientes de estructura mayores que |0,60| independientemente del tamaño muestral;
  - 2) factores definidos por 10 o más variables con coeficientes de estructura al menos de |0,40| si el tamaño muestral es mayor de 150.
- McCallum, Widaman, Zhang y Hong (1999) señalan que tamaños de muestra tan bajos como 60 pueden reproducir los factores si las comunalidades son de al menos 0,60 y de 100 a 200 si los son de 0,50.

Puntuaciones Factoriales

Pueden obtenerse puntuaciones para cada sujeto en los factores, definiendo éstos como combinaciones lineales de las variables. Existen diferentes procedimientos para obtener los pesos. No obstante, como los pesos son bastante inestables, cuando se trata de factores derivados de un test, se obtienen normalmente las puntuaciones sumativas, es decir, sumando las puntuaciones en los ítems que definen cada factor. Para obtener puntuaciones factoriales de forma óptima, se hace click en la casilla PUNTUACIONES, abriéndose una ventana que permite seleccionar el método. El más frecuente es el método de la regresión.

Puntuaciones Factoriales

	Regresión			*Bartlett*			*Anderson-Rubin*		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
V4	-0,012	0,336	-0,007	-0,050	0,530	-0,064	-0,029	0,425	-0,032
V5	-0,025	0,219	-0,061	-0,047	0,348	-0,120	-0,034	0,276	-0,087
V6	-0,069	0,388	-0,017	-0,126	0,607	-0,077	-0,097	0,485	-0,041
V7	0,357	-0,017	-0,017	0,411	-0,062	-0,033	0,381	-0,037	-0,024
V8	0,423	-0,125	-0,010	0,504	-0,232	-0,014	0,461	-0,171	-0,014
V9	0,283	0,057	-0,039	0,329	0,056	-0,070	0,307	0,054	-0,051
V10	-0,004	-0,177	0,437	-0,002	-0,324	0,651	-0,004	-0,236	0,532
V11	-0,048	0,017	0,407	-0,072	-0,036	0,585	-0,060	-0,007	0,488
V12	-0,046	0,183	0,225	-0,077	0,245	0,300	-0,059	0,208	0,261

En general, los resultados proporcionados por los distintos métodos son muy similares. Para los datos del ejemplo se calcularon las correlaciones entre las diferentes puntuaciones, oscilando sus valores entre 0,992 y 0,999.

RECIENTES EVOLUCIONES DEL AFE

Análisis factorial de Ítems

- Cuando se analizan variables de tipo categórico la correlación de pearson puede resultar inadecuada.
  - Ejemplo. ítem dicotómico: corr máxima entre dos ítems de igual dificultad es 1, mientras que entre dos ítems de dificultad 0,9 y 0,1 la correlación máxima es 0,11.
  - La consecuencia, es la ficticia detección de factores de dificultad.

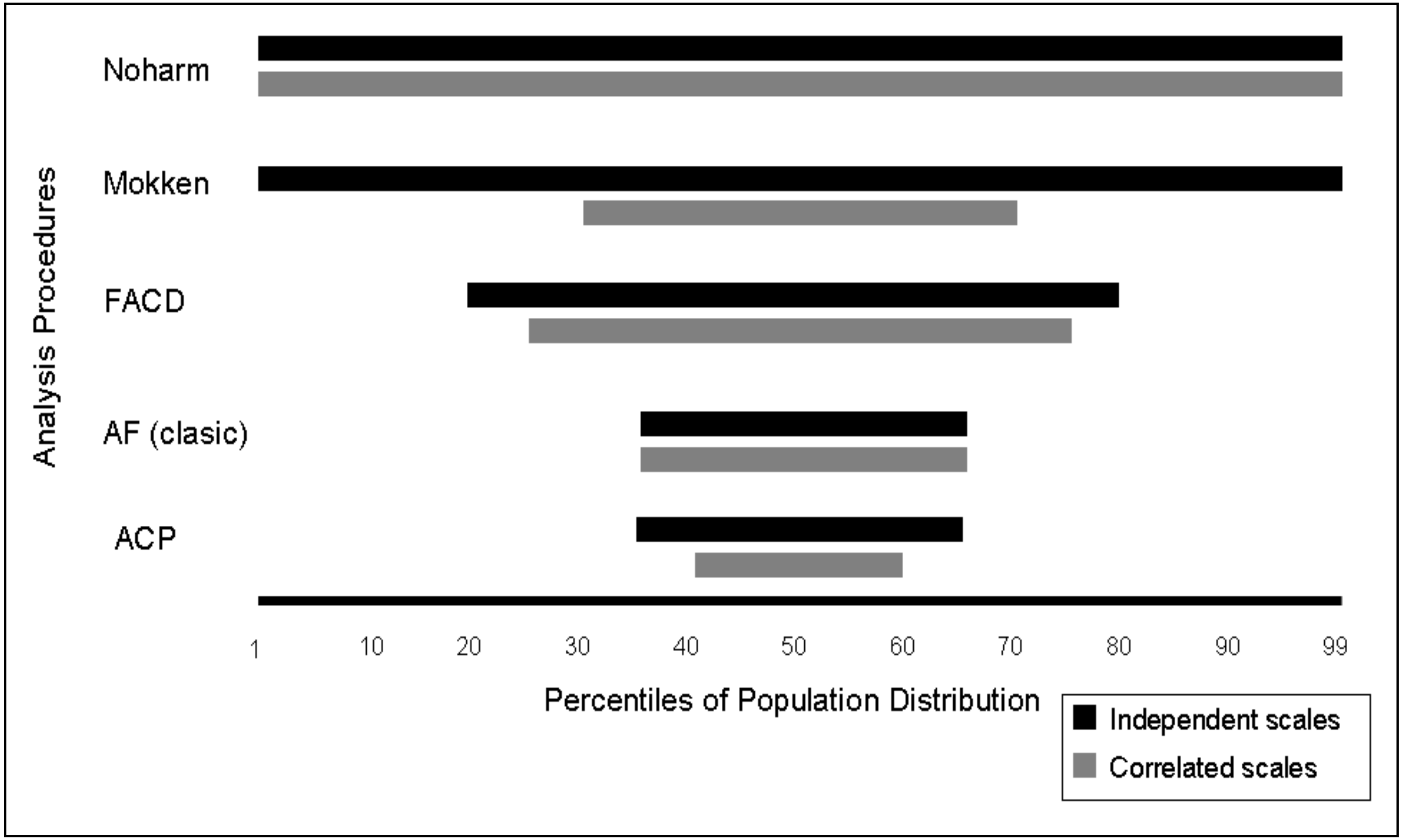
Análisis factorial de Ítems

- Llevar a cabo el análisis sobre las correlaciones TETRACÓRICAS (para ítems dicotómicos) o POLICÓRICAS (para ítems politómicos).
  - Matemáticamente, se asume que a cada una de las variables subyace una variable Z continua con distribución bivariada normal, y (según distintos algoritmos) se corrige la matriz de correlación.
- Software: Mplus (Muthen & Muthen, 2012), Prelis-lisrel (Joreskog, 2011), Factor (Lorenzo & Ferrando, 2012).

Análisis factorial de Ítems

- Análisis factorial no lineal o análisis factorial de información completa.
  - Tiene equivalencia matemática con los modelos de TRI multidimensional. Respeto al anterior, se diferencia en por considerar la matriz de correlaciones (policorica y tetracorica) mas toda la matriz de respuestas (por ejemplo, de aciertos conjuntos)
- Software: TESTFACT (Bock & Cols., 2003) y NOHARM (Fraser 6 McDonald, 1988)

Análisis factorial de Ítems
Funcionamiento con alta asimetría



Antino, Alvarado, Asun, (under review)