Serie de Fourier de una función $f(x)$

Definición: Sea una f función continua por segmentos en el intervalo de $[-L, L]$, la serie de Fourier de f es la serie trigonométrica:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right],$$

en donde:

$$a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

$$b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

$$\forall\, n \in N, \qquad n = 1,2,3, \dots, n.$$

Serie de Fourier cuando $f(x)$ es par

Si la función $f(x)$ es una función par se dice que:

$$a_0 = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)dx$$

$$a_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

$$b_n = 0;$$

$$\forall\, n \in N, \qquad n = 1,2,3, \dots, n.$$

$$\therefore\ f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right]$$

Serie de Fourier cuando $f(x)$ es impar

Si la función $f(x)$ es una función impar se dice que:

$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0$$

$$b_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

$$\forall\, n \in N, \qquad n = 1,2,3,\ldots,n.$$

$$\therefore f(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[b_n sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right]$$