

Ejemplos de Funciones Recursivas

Díaz Hernández Marcos Bryan Tarea Virtual 3

Buscar 3 ejemplos de funciones recursivas.

- Descripción de la función
- Caso base
- Versión iterativa
- Aplicaciones.

1) Suma de los primeros n números impares.

El problema consiste en la suma de los primeros n números impares que se encuentran en la recta, es decir la suma de números naturales.

Función: $\text{impar}(n) = \text{impar}(n-1) + 2n-1$ $\forall n \geq 2$

- Caso base: $\text{impar}(1) = 1$
- $\text{impar}(n) = \begin{cases} 1 & n=1 \\ \text{impar}(n-1) + 2n-1 & \text{Recursiva} \end{cases}$
- $\text{impar}(n) = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ } Directa.

• La versión directa es más sencilla y eficaz si se compara las funciones en valores pequeños.

• Por la complejidad gana la recursiva.

La función usa un valor n y utiliza una fórmula de la serie para obtener el número n impar correspondiente a la posición y realizar una suma.

Ejemplo: $n=10$ $n=10 \rightarrow \text{impar}(9) + 19$ $\hookrightarrow \text{impar}(8) + 17$ $\hookrightarrow \text{impar}(7) + 15$ $\hookrightarrow \text{impar}(6) + 13$ $\hookrightarrow \text{impar}(5) + 11$ $\text{impar}(4) + 9$ $\hookrightarrow \text{impar}(3) + 7$ $\hookrightarrow \text{impar}(2) + 5$ $\hookrightarrow (1) + 3$ $\hookrightarrow 1$

$$\left. \begin{array}{l} \text{impar}(10) = 100 \\ n^2 = (10)^2 = 100 \end{array} \right\} =$$

2) Multiplicación de dos números enteros (naturales o no naturales).

Se define la multiplicación de 2 números por medio de funciones secundarias.

- $\text{Producto}(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y=0 \\ \text{suma}(\text{producto}(x, y-1), x) & \text{si } y \neq 0 \text{ y } y > 0 \\ [\text{suma}(\text{producto}(x, y+1), x)](-1) & \text{si } y < 0 \end{cases}$

Ejemplos de Funciones Recursivas

La función suma está definida:

$$\text{suma}(x, y) = \begin{cases} x & \text{si } y = 0 \\ \text{sucesor}(\text{suma}(x, y-1)) & \text{si } y \neq 0 \text{ y } y > 0 \\ \text{antecesor}(\text{suma}(x, y+1)) & \text{si } y < 0 \end{cases}$$

$\text{antecesor} \leftarrow$
 $\text{sucesor}(n) = \begin{cases} n+1 \\ \text{antecesor}(n) = n-1 \end{cases}$

• No cuenta con caso o versión iterativa.

- El caso base es $\text{Producto}(x, 0) = 0$, porque se basa en eliminar un término.

La función consiste en un conjunto de funciones simples que operan en base a criterios de la coordenada y y que utilizan la operación suma como principal elemento de uso.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 1) \text{Producto}(-5, -4) &= \text{suma}(\text{producto}(-5, -3), -5) \\ &\quad \hookrightarrow \text{suma}(\text{producto}(-5, -2), -5) \\ 2) \text{suma}(0, -5) &= \text{suc}(\text{suma}(0, -4)) = 5 \quad \hookrightarrow \text{suma}(\text{producto}(-5, -1), -5) \\ &\quad \hookrightarrow \text{suc}(\text{suma}(0, -3)) = 4 \quad \hookrightarrow \text{suma}(\text{producto}(-5, 0), -5) \\ &\quad \hookrightarrow \text{suc}(\text{suma}(0, -2)) = 3 \quad \hookrightarrow 0 \\ 3) \text{suma}(-5, -5) &\quad \hookrightarrow \text{suc}(\text{suma}(0, -1)) = 2 \\ &\quad \hookrightarrow \text{suc}(\text{suma}(0, 0)) = 1 \\ &\quad \hookrightarrow \text{suma}(-10, -5) \\ &\quad \hookrightarrow \text{suma}(-15, -5) = \text{ant}(\text{suma}(-15, -4)) = -20 \\ &\quad \hookrightarrow \text{ant}(\text{suma}(-15, -3)) = -19 \\ (-5, -4) &= -20 \text{ si } y < 0 \\ \text{Producto}(-5, -4) &= (-20)(-1) = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\quad \hookrightarrow \text{ant}(\text{suma}(-15, -2)) = -18 \\ &\quad \hookrightarrow \text{ant}(\text{suma}(-15, -1)) = -17 \\ &\quad \hookrightarrow \text{ant}(\text{suma}(-15, 0)) = -16 \end{aligned}$$

3) Suma de las potencias de 2^n

La función suma las potencias $[0, n]$ que tiene 2^n y obtiene la suma de estas.

$$\begin{aligned} \bullet \text{ suma}(n) &= \begin{cases} 1 & \text{si } n=0 \\ \text{suma}(n-1) + 2^n & \text{si } n > 0 \end{cases} \\ \bullet \text{ suma}(n) &= 2^{n+1} - 1 \quad \text{si } n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

• Caso base: $2^0 = 1$

• La recursiva funciona mejor que la directa.

En este caso la función se llama a sí misma n veces y realiza una operación exponencial para la resolución en un caso base, por medio de inducción se comprueba la segunda expresión.

Ejemplo:

$$n=10 \quad \text{sum}(10) = \text{sum}(9) + 2^{10}$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(8) + 2^9$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(7) + 2^8$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(6) + 2^7$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(5) + 2^6$$

$$\text{sum}(4) + 2^5$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(3) + 2^4$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(2) + 2^3$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(1) + 2^2$$

$$\hookrightarrow \text{sum}(0) + 2^1$$

$$\hookrightarrow 1$$

$$\text{sum}(10) = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} = 2047$$

$$\text{sum}(10) = 2^{11} - 1 = 2047 \quad \text{es correcto}$$

2a operación- Función funciona para cualquier base en el caso de la recursiva.

Referencias:

- Frioni B. et. al (s.f). Funciones recursivas. 01-05-2020. Recuperado de: <https://www.fing.edu.uy/~dariosal/recursivos/final.pdf>
- Chaves J. (2017). Recursividad, 2 libros Universidad Nacional Abierta y a Distancia, págs 266-284, Recuperado de: <https://hnuoteca.unad.edu.co/index.php/biblioteca/view/2581>