VARIACIÓN DE PARÁMETROS

El método de coeficientes indeterminados es un procedimiento sencillo para hallar una solución particular cuando la ecuación tiene coeficientes constantes y el término no homogéneo es de un tipo especial.

Ahora veremos otro método ideado en 1774 por Lagrange, para hallar una solución particular de la ecuación no homogénea y complementa al método de coeficientes indeterminados.

Es un método más general y por ser general es posible aplicarlo a cualquier ecuación debido a que no se requiere suposiciones detalladas con respecto a la forma de la solución.

Por ejemplo, este método que lleva por nombre “Variación de Parámetros” es aplicable para resolver una E.D para la cual no existe aniquilador del término independiente, $Q(x)$.

Así mismo, permite resolver E.D no homogéneas con coeficientes variables, siempre y cuando se conozca un conjunto fundamental de soluciones de la E.D.H.

MÉTODO

Si se sabe que y_1 y y_2 son soluciones linealmente independientes de la E.D.H asociada a la ecuación diferencial no homogénea

$$y'' + a_1 y' + a_0 y = Q(x), \qquad (1)$$

sabemos que la solución general de la E.D.H es $y_h = c_1 y_1 + c_2 y_2$; donde c_1 y c_2 son constantes. Para hallar una solución particular de la ecuación diferencial no homogénea con el método de variación de parámetros se necesita remplazar las constantes por funciones de x, es decir; ahora buscamos una solución de la forma

$$y_p(x) = u(x) y_1 + v(x) y_2$$

Proponiendo

$$y_1 u'(x) + y_2 v'(x) = 0 \qquad (A)$$

¿Qué forma han de tener $u(x)$ y $v(x)$ para que $y = u(x) y_1 + v(x) y_2$ sea la solución particular y_p de la ecuación 1?

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

- $4y'' + 36y = csc3x$
- $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$
- $y'' + y = 3secx + 1$
- Dado que $y_1 = x$ y $y_2 = xInx$, forman un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación $x^2y'' - xy' + y = 0$. Obtener la solución general de $x^2y'' - xy' + y = 4xInx$.
- Dado que $y_1 = x^2$ y $y_2 = x^3$, forman un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$. Obtener la solución general de $x^2y'' - 4xy' + 6y = \frac{1}{x}$.