Teorema

Sean $y_1(x)$, $y_2(x)$, $y_3(x), \ldots, y_n(x)$ "n" soluciones de la ecuación diferencial lineal homogénea (EDLH) de enésimo orden. El conjunto de soluciones es linealmente independiente en I, si y sólo si,

$$w\big(y_1(x),\, y_2(x), y_3(x), \ldots, y_n(x)\big) \neq 0 \quad \forall x \in I.$$

Wronskiano

Suponga que cada una de las funciones $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x)$ posee al menos $(n-1)$ derivadas. El determinante

$$w(f_1, f_2, \dots, f_n) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & \cdots & f_n \\ f_1' & f_2' & f_3' & \cdots & f_n' \\ f_1'' & f_2'' & f_3'' & \cdots & f_n'' \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ f_1^{(n-1)} & f_2^{(n-1)} & f_3^{(n-1)} & \cdots & f_n^{(n-1)} \end{vmatrix},$$

donde todas las primas denotan derivadas, se llama el wronskiano de las funciones.

Ejemplos

- Demostrar que $y_1(x) = \frac{1}{x}$, $y_2(x) = x^2$ son soluciones de la ecuación diferencial $x^2y'' - xy' - 3y = 0$, y si es el caso, proponer la solución general.
- Dado que $y_1 = cos3x$ y $y_2 = sen3x$ son soluciones de $y'' + 9y = 0$. Obtener la solución general de la ecuación diferencial.
- Dado que $y_1 = e^x, y_2 = e^{2x}$ y $y_3 = e^{3x}$ son soluciones de $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$. Obtener la solución general de la ecuación diferencial.