Díaz Hernández Marcos Bryan Ma-Ju N.L:12
Tarea: 26

-Ejercicio 15, página 451, Barrera.

Determine la relación que deben tener $a, b \in \mathbb{R}$, tal que el operador lineal $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cuya regla de correspondencia es:

$$T(x,y) = (2x+ay, bx-y) \quad (x,y)\in\mathbb{R}^2$$

a) Sea un operador simetrico con el producto escalar ordinario.

$M = M^T$ $B = \{(1,0),(0,1)\}$ $M(T)^T = \begin{bmatrix} 2 & b \\ a & -1 \end{bmatrix}$

$T(1,0) = (2,b)$
$T(0,1) = (a,-1)$ $M(T) = \begin{bmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$

$2=2$
$a=b$
$b=a$
$-1=-1$

$\therefore b = a$
$\underline{a = b}$

-Ejercicio 28, pagina 454, Barrera.

Sea el espacio $C = \{z \mid z = a+bi : \forall a,b\in\mathbb{R} \text{ con } i^2=-1\}$ sobre C y sea el operador lineal $T: C \to C$ definido por: $T(z) = zi$; $\forall z\in C$

a) Determine si T es un operador unitario con el siguiente producto interno: $(v|u) = v\bar{u}$
$\bar{u}$ es el conjugado.

$(T(\bar{u}) \mid T(\bar{v})) = (\bar{u}|\bar{u})$ $\forall\ a+bi,\ w+zi \in C$

$(T(a+bi) \mid T(w+zi)) = (a+bi \mid w+zi)$

$(ai-b \mid wi-z) = (a+bi \mid w+zi)$

$(ai-b)(-z-wi) = (a+bi)(w-zi)$

$-zai+aw+bz+bwi = aw-azi+wbi+bz$

$\underline{\therefore \text{ cumple es unitario}}$

6. Sean el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ con producto interno usual y el operador lineal $S: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que:

$S(1,1,0) = (3,2,0)$
$S(0,-1,0) = (-2,0,1)$
$S(0,2,2) = (6,-2,4)$

a) Determinar si S es un operador simétrico.

$H = H^T$

$(x,y,z) = \alpha(1,1,0) + \beta(0,-1,0) + \gamma(0,2,2)$

$\alpha = x$
$\alpha - \beta + 2\gamma = y$
$2\gamma = z$
$\gamma = z/2$

$x - \beta + z = y$
$-\beta = y - x - z$
$\beta = x + z - y$

$T(x,y,z) = x(3,2,0) + (x+z-y)(-2,0,1) + \frac{z}{2}(6,-2,4)$
$= (3x - 2x - 2z + 2y + 3z,\ 2x - z,\ x + z - y + 2z)$
$= (x + z + 2y,\ 2x - z,\ x + 3z - y)$

$T(1,0,0) = (1,2,1)$
$T(0,1,0) = (2,0,-1)$
$T(0,0,1) = (1,-1,3)$

$M(S) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ $M(S)^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

$\therefore$ son iguales y es simétrico