

Ecuaciones Diferenciales, Serie 1

1. Clasificar las siguientes ecuaciones diferenciales.

Ecuación Diferencial	Tipo	V.D.	V.I.	Orden	Grado	Lineal
$\frac{dz}{dw} = \ln(z)$						
$\frac{d^2a}{db^2} + \frac{da}{db} + a^2 = 0$						
$\frac{d^4s}{dy^4} + \frac{d^3s}{dy^3} + sy = y^{1000}$						
$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 5x$						
$y' + x = \frac{e^x}{x}$						

2. Determinar si el teorema de existencia y unicidad garantiza que la ecuación diferencial $y' = \sqrt{y^2 - 9}$ tiene solución única en cada uno de los siguientes puntos:

- a) (1, 4)
- b) (5, 3)
- c) (2,-3)
- d) (-1, 1)

3. Indicar en que región del plano xy donde existe la solución de la ecuación diferencial:

$$y' = xy + e^{-y}$$

4. Una curva tiene una pendiente dada por $y' = -\frac{3x + xy^2}{2y + x^2y}$ y pasa por el punto $P(2,1)$. Obtenga la solución particular de la ecuación diferencial.

5. Resolver la ecuación diferencial;

$$(x - y)^2 \frac{dy}{dx} = 4$$

6. Resolver la ecuación diferencial

$$dy(xy - 2x + 4y - 8) - dx(xy + 3x - y - 3) = 0.$$

7. Resolver la ecuación diferencial

$$(3x - 6y + 4) \frac{dy}{dx} + x - 2y + 3 = 0.$$

8. Resolver la ecuación diferencial

$$\left(y^2 - \frac{xy}{1+x} + xy^2\right) + \left(2xy - x + \ln(x+1) + x^2y + \frac{y^3}{y^8-2}\right)y' = 0.$$

9. Obtener una función $N(x,y)$ de modo que la ecuación diferencial sea exacta, luego encuentre la solución de la misma;

$$\left(y^{1/2}x^{-1/2} + \frac{x}{x^2+y}\right)dx + N(x,y)dy = 0.$$

10. Obtener una función $M(x,y)$ de modo que la ecuación diferencial sea exacta, luego encuentre la solución de la misma;

$$M(x, y)dx + \left(\sec^2 y - \frac{x}{y}\right)dy = 0$$

11. Resolver la ecuación diferencial

$$(x^2 + 4) \frac{dy}{dx} + 8xy = 2x$$

12. Resolver la ecuación diferencial

$$y' = 2xy - x.$$

13. Resolver la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy - y^2}{x^2}$$

14. Resolver el problema de valor inicial

$$(x + 2)\sin y dx + x \cos y dy = 0 \quad y(1) = \frac{\pi}{2}$$

15. Resolver el problema de valor inicial

$$xy' - e^x + 2y = 0; \quad y(1) = 4.$$

16. Resolver la ecuación diferencial

$$x^3 e^{2x^2+3y^2} dx - y^3 e^{-x^2-2y^2} dy = 0.$$

17. Resolver el siguiente problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x + e^{2y} \sin x}{3e^y + e^y \cos 2x}; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

18. Resolver el problema de valor inicial

19. Resolver el problema de valor inicial
- $$\frac{dy}{dx} + \frac{x}{x^2 + 1}y = \frac{\cos(3x)}{\sqrt{x^2 + 1}}; \quad y(0) = 5.$$
20. Resolver el problema de valor inicial
- $$xy' - y = x^2 \operatorname{sen}(\ln(x)); \quad y(1) = 0.$$
21. Resolver el problema de valor inicial
- $$xyy' = 3y^2 + x^2; \quad y(-1) = 2.$$
22. Resolver la siguiente ecuación diferencial
- $$\left(1 + 2e^{\frac{x}{y}}\right)dx + 2e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0; \quad y(0) = 1.$$
23. Resolver la ecuación diferencial
- $$xy' - 2y = \frac{x^3}{\operatorname{sen}^2(x)\sqrt[4]{\operatorname{ctg}(x)}}$$
24. Resolver la ecuación diferencial
- $$(e^y + e^{-x})dx + (e^y + 2ye^{-x})dy = 0$$
25. Resolver la ecuación diferencial
- $$(2x^4 + y^4)dy - x^3y dx = 0$$
26. Resolver la siguiente ecuación diferencial
- $$ydx = \left(x + \sqrt{y^2 - x^2}\right)dy.$$
27. Encontrar $y(x)$ de la siguiente ecuación diferencial
- $$\frac{dy}{dx} = \frac{y + 1}{\sqrt{x} + \sqrt{xy}}.$$
28. Resolver el siguiente problema de valor inicial
- $$xe^{x+y}\frac{dy}{dx} + ye^{x+y} = 0; \quad y(1) = 2.$$
29. Resolver el siguiente problema de valor inicial
- $$y' = xy + x - 2y - 2; \quad y(0) = 2.$$

30. ¿Qué expresión o expresiones representan la ecuación diferencial lineal de orden n?

a) $a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) y = g(x)$

b) $a_n(y) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(y) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(y) \frac{dy}{dx} + a_0(y) y = g(y)$

c) $a_n(x) \frac{d^n x}{dy^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} x}{dy^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dx}{dy} + a_0(x) x = g(y)$

d) $a_n(x) \left(\frac{dy}{dx} \right)^n + a_{n-1}(x) \left(\frac{dy}{dx} \right)^{n-1} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) y = g(x)$

31. La temperatura de una sustancia que se halla en una habitación que está a 30°C, baja de 100°C a 80°C en 15 minutos. Determinar la temperatura de la sustancia a cabo de 20 minutos.

32. Un material radiactivo se desintegra a una razón proporcional a la cantidad presente. Si inicialmente hay 40mg de material y al cabo de una hora se observa que ha perdido 8% de la cantidad inicial, hallar:

a) La cantidad de masa en cualquier momento t.

b) La masa del material después de 3 horas.

c) El tiempo que transcurre hasta la desintegración de la mitad de la cantidad inicial.