Díaz Hernández Marcos Bryan Ma-Ju N.L: 12
Tarea: 21

- Ejercicio 3, 2003-2, 2° Final, Tipo A.

Sean P_2 el espacio vectorial real de los polinomios de grado menor o igual a dos con coeficientes reales, el subespacio de P_2, $W = \{ax^2 + bx + 3b - a \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ y el conjunto $B = \{ax^2 - 1,\ 15x^2 + \alpha x + \beta\}$ para el producto interno de P_2 definido:

$(p|q) = \int_{-1}^{1} p(x)q(x)\,dx$ a) Determinar los valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ que hacen de B una base ortogonal de W.

$(x^2 - 1 \mid 15x^2 + \alpha x + \beta) = 0$

$(x^2 - 1 \mid 15x^2 + \alpha x + \beta) = 0 = \int_{-1}^{1} (x^2-1)(15x^2 + \alpha x + \beta)\,dx = \int_{-1}^{1} (15x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2)\,dx$

$+ \int_{-1}^{1} -15x^2 - \alpha x - \beta\,dx = 3x^5 + \frac{\alpha x^4}{4} + \frac{\beta x^3}{3} - 5x^3 - \frac{\alpha x^2}{2} - \beta x \Big|_{-1}^{1}$

$= \left(3 + \frac{\alpha}{4} + \frac{\beta}{3} - 5 - \frac{\alpha}{2} - \beta\right) - \left(-3 + \frac{\alpha}{4} - \frac{\beta}{3} + 5 - \frac{\alpha}{2} + \beta\right) = 0$

$= \left(3 + \cancel{\frac{\alpha}{4}} + \frac{\beta}{3} - 5 - \cancel{\frac{\alpha}{2}} - \beta + 3 - \cancel{\frac{\alpha}{4}} + \beta/3 - 5 + \cancel{\frac{\alpha}{2}} - \beta\right) = 0$

$= \left(-4 + \frac{2\beta}{3} - 2\beta\right) = 0 \quad \frac{2\beta - 6\beta}{3} = 4 \quad -4\beta = 12 \quad \underline{\beta = -3}_{\#}$

$3b - 15 = -3$
$3\alpha = -3 + 15$
$\alpha = \frac{12}{3}$
$\underline{\alpha = 4}_{\#}$

- Ejercicio 4, 2006-1, 2° Final, Tipo A

Sean el espacio vectorial W con producto interno y $B = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ una base ortogonal de W tal que $\|\bar{e}_1\| = 2$ y $\|\bar{e}_2\| = 3$ y sea $\bar{v} \in W$ tal que su vector de coordenadas respecto a la base B es $[\bar{v}]_B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ calcular. $(\bar{v}|\bar{e}_1)$ y $(\bar{v}|\bar{e}_2)$

$\|\bar{v}\| = \|e_1 - 2e_2\|$
$\|\bar{v}\| = \|e_1\| - 2\|e_2\|$
$\|\bar{v}\| = 2 - 6$
$\|\bar{v}\| = -4$

$|\bar{e}_1|\bar{e}_2| = 0$

$(v|e_1) = ((e_1)|(e_1))$

$1 = \frac{(\bar{v})|(e_1)}{(e_1)|(e_1)}$ $\quad \underline{(\bar{v}|e_1) = 4}_{\#}$

$-2 = \frac{(\bar{v}|(e_2)}{(e_2)|(e_2)}$

$-2(e_2|e_2) = (v|e_2)$
$(\bar{v}|e_2) = -2(9)$
$\underline{(\bar{v}|e_2) = -18}_{\#}$

-Ejercicio 27, Página 363, Barrera.

Sea el conjunto $B=\{(1,1,-1),(0,1,-1),(1,1,0)\}$ una base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$. Determine a partir de B una base ortonormal de dicho espacio, con el siguiente producto interno $\mathbb{R}^3$:

$$(\bar{x}|\bar{y}) = 3x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3 \quad \forall (\bar{x}),\bar{y}\in\mathbb{R}^3$$

$$B_O=\{(1,1,-1),(-3/6,3/6,-3/6),(0,2/6,4/6)\}$$

$$\bar{w}_1=(1,+1,-1)$$

$$\bar{w}_2=(0,1,-1))-\frac{(0,1,-1)|(1,+1,-1)}{(1,+1,-1)|(1,+1,-1)}(1,+1,-1)=(0,1,-1)-\frac{3}{6}(1,1,-1)$$

$$=(0,1,-1)-(3/6,3/6,-3/6)=(-3/6,3/6,-3/6)$$

$$\bar{w}_3=(1,1,0)-\frac{(1,1,0)|(1,1,-1)}{(1,1,-1)|(1,1,-1)}(1,1,-1)-\frac{(1,1,0)|(-3/6,3/6,-3/6)}{(-3/6,3/6,-3/6)|(-3/6,3/6,-3/6)}(-3/6,3/6,-3/6)$$

$$=(1,1,0)-\frac{5}{6}(1,1,-1)-\frac{(-3/2+1)}{\frac{27}{36}+\frac{18}{36}+\frac{9}{36}}(-3/6,3/6,-3/6)$$

$$=(1,1,0)-(5/6,5/6,-5/6)+\frac{1/2}{\frac{36}{36}+\frac{18}{36}}(-3/6,3/6,-3/6) \quad \frac{\frac{1}{2}}{\frac{54}{36}}=\frac{36}{2(54)}=\frac{18}{54}=\frac{9}{27}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

$$=(1/6,1/6,+5/6)+(-1/6,1/6,-1/6)$$

$$=(0,2/6,4/6)$$

$$B_n=\left\{\frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,-1),\sqrt{\frac{2}{3}}\left(-\frac{3}{6},3/6,-3/6\right),\sqrt{\frac{3}{2}}(0,2/6,4/6)\right\}_{\#}$$

$$\sqrt{(-3/6,3/6,-3/6)|(-3/6,3/6,-3/6)}=\sqrt{\frac{27}{36}+\frac{18}{36}+\frac{9}{36}}=\sqrt{\frac{54}{36}}=\sqrt{\frac{27}{18}}=\sqrt{\frac{9}{6}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{(0,2/6,4/6)|(0,2/6,4/6)}=\sqrt{\frac{8}{36}+\frac{16}{36}}=\sqrt{\frac{24}{36}}=\sqrt{\frac{12}{18}}=\frac{6}{9}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$