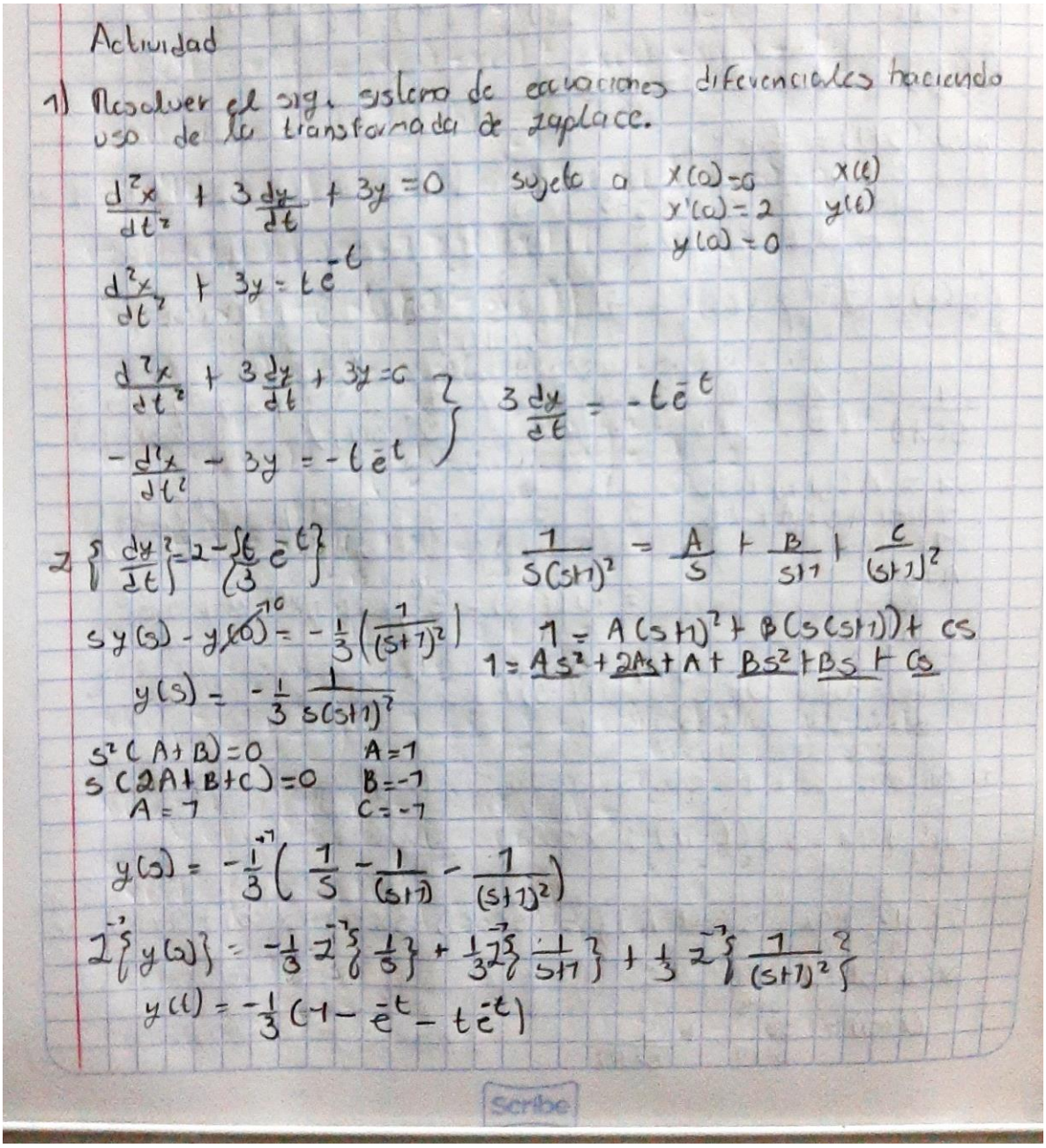
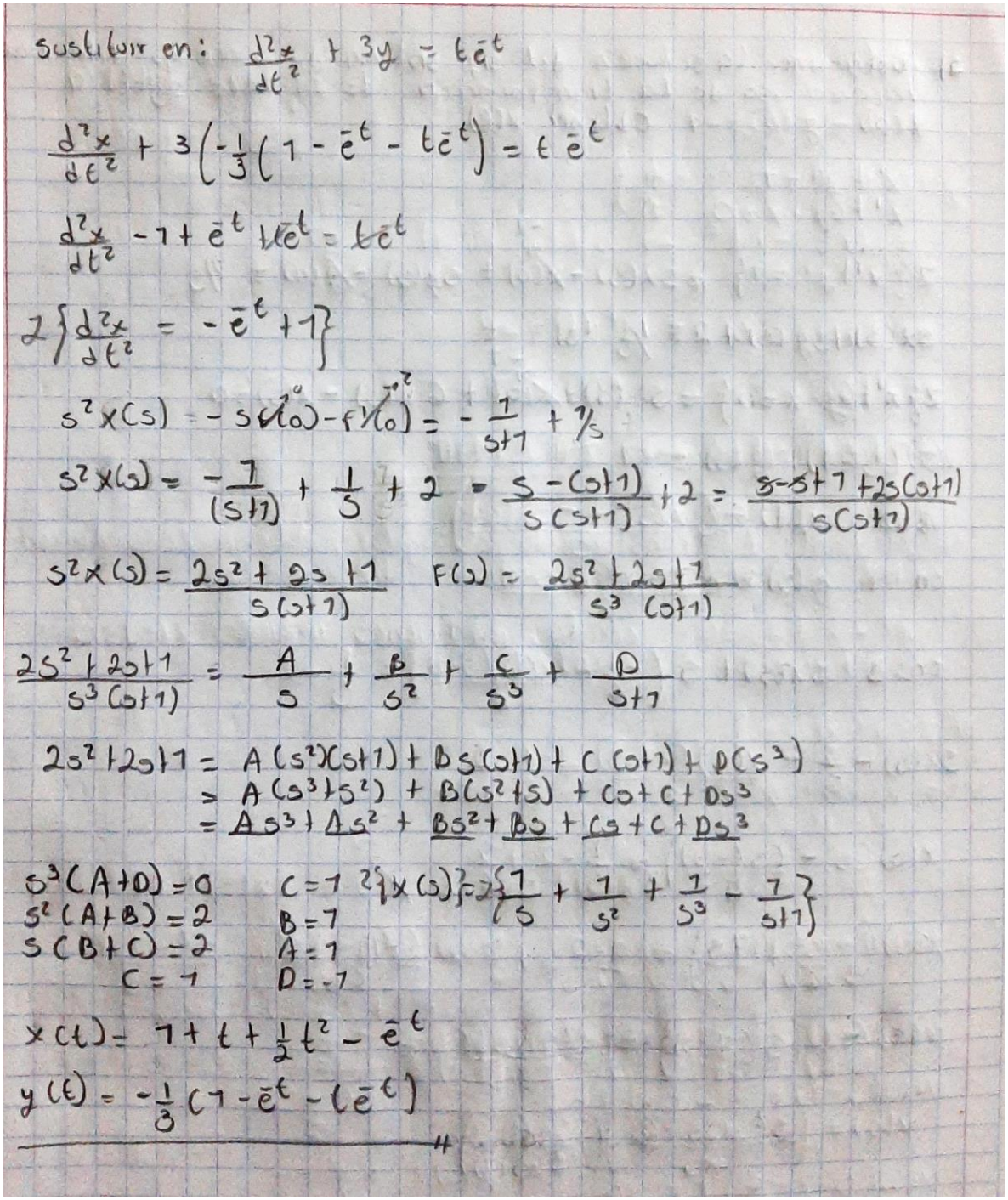
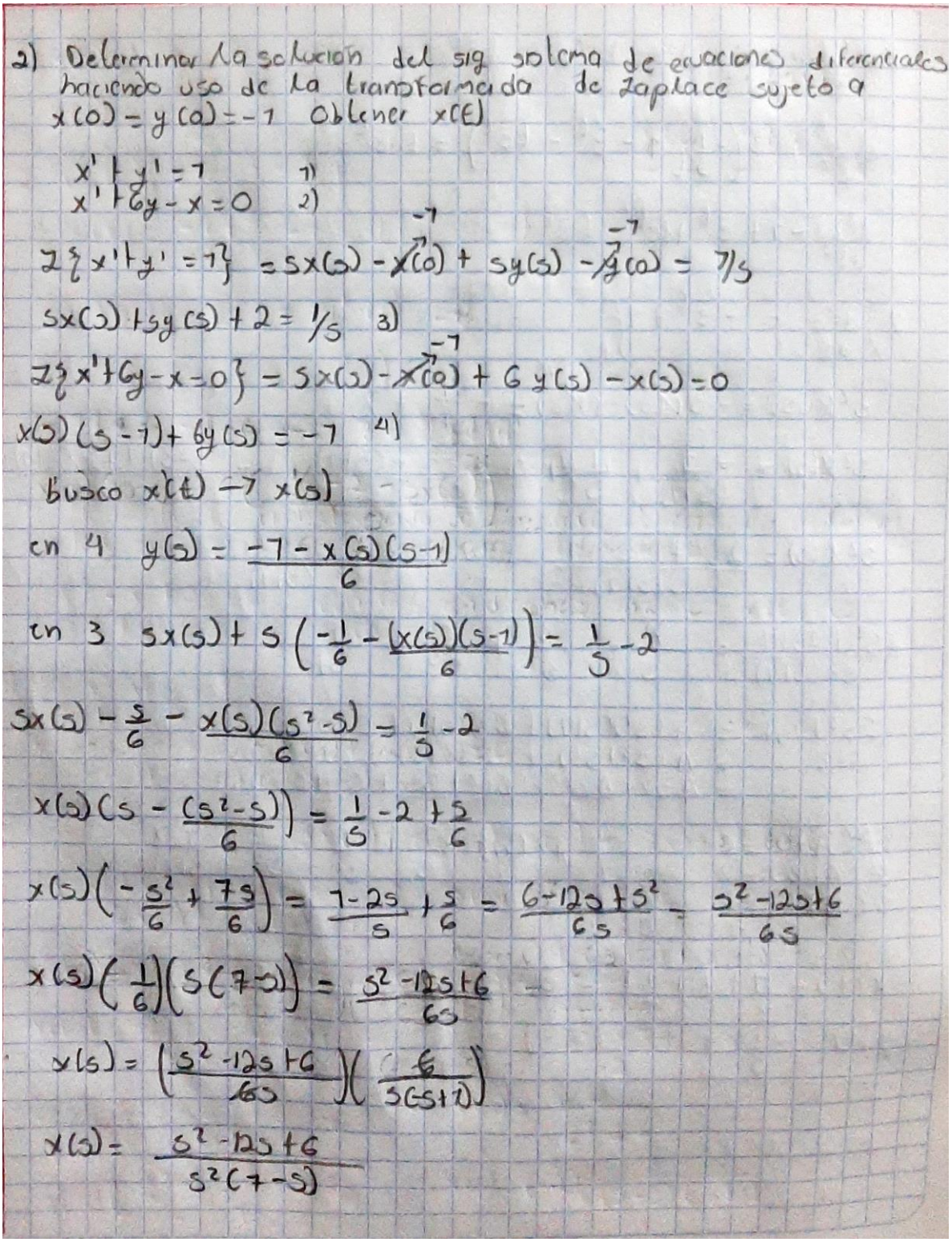
Actividad para punto extra en tercer parcial.
Díaz Hernández Marcos Bryan
Ecuaciones Diferenciales
Grupo: 25



Actividad para punto extra en tercer parcial.
Díaz Hernández Marcos Bryan
Ecuaciones Diferenciales
Grupo: 25



Actividad para punto extra en tercer parcial.
Díaz Hernández Marcos Bryan
Ecuaciones Diferenciales
Grupo: 25



2) Determinar la solución del sig sistema de ecuaciones diferenciales haciendo uso de la transformada de Laplace sujeto a $x(0) = y(0) = -1$ Obtener $x(t)$

$x' + y' = 7$ 1)

$x' + 6y - x = 0$ 2)

$\mathcal{L}\{x' + y' = 7\} = sx(s) - \cancel{x(0)}^{-1} + sy(s) - \cancel{y(0)}^{-1} = 7/s$

$sx(s) + sy(s) + 2 = 7/s$ 3)

$\mathcal{L}\{x' + 6y - x = 0\} = sx(s) - \cancel{x(0)}^{-1} + 6y(s) - x(s) = 0$

$x(s)(s-1) + 6y(s) = -7$ 4)

busco $x(t) \to x(s)$

en 4 $y(s) = \dfrac{-7 - x(s)(s-1)}{6}$

en 3 $sx(s) + s\left(-\frac{1}{6} - \dfrac{(x(s))(s-1)}{6}\right) = \frac{1}{s} - 2$

$sx(s) - \frac{s}{6} - \dfrac{x(s)(s^2-s)}{6} = \frac{1}{s} - 2$

$x(s)\left(s - \dfrac{(s^2-s)}{6}\right) = \frac{1}{s} - 2 + \frac{s}{6}$

$x(s)\left(-\frac{s^2}{6} + \frac{7s}{6}\right) = \dfrac{7-2s}{s} + \frac{s}{6} = \dfrac{6-12s+s^2}{6s} = \dfrac{s^2-12s+6}{6s}$

$x(s)\left(\frac{1}{6}\right)(s(7-s)) = \dfrac{s^2-12s+6}{6s}$

$x(s) = \left(\dfrac{s^2-12s+6}{6s}\right)\left(\dfrac{6}{s(s+7)}\right)$

$x(s) = \dfrac{s^2-12s+6}{s^2(7-s)}$

Actividad para punto extra en tercer parcial.
Díaz Hernández Marcos Bryan
Ecuaciones Diferenciales
Grupo: 25

$$\frac{s^2-12s+6}{s^2(7-s)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{7-s}$$

$$s^2-12s+6 = A(s)(7-s) + B(7-s) + Cs^2$$
$$= A(7s-s^2) + 7B - sB + Cs^2$$
$$= -As^2 + A7s + 7B - sB + Cs^2$$

$s^2(C-A) = 1$
$s(7A-B) = -12$
$7B = 6$
$B = 6/7$

$7A - 6/7 = -12$
$7A = -12 + 6/7$
$= \frac{-84+6}{7}$
$A = -\frac{78}{7}$
$A = \frac{-78}{49}$

$C + \frac{78}{49} = 1$
$C = 1 - \frac{78}{49}$
$C = \frac{49-78}{49} = \frac{-29}{49}$

$$\mathcal{L}\{x(s)\} = \mathcal{L}\left\{\left(-\frac{78}{49}\right)\left(\frac{1}{s}\right)\right\} + \left\{\left(\frac{6}{7}\right)\left(\frac{1}{s^2}\right) - \left(\frac{29}{49}\right)\left(\frac{1}{7-s}\right)\right\}$$

$$x(t) = -\frac{78}{49} + \frac{6t}{7} + \left(\frac{29}{49}\right)e^{7t}$$

4

3) Determinar la solucion del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales haciendo uso de la transformada de Laplace sujeta a $y(0) = y'(0)$ y $z(0) = 7$

1) $y'' + z + y = 0$

2) $z' + y' = 0$

$\mathcal{L}\{y'' + z + y = 0\} = s^2y(s) - sy(0) - y'(0) + z(s) + y(s) = 0$

$\mathcal{L}\{z' + y' = 0\} = sz(s) - z(0) + sy(s) - y(0) = sz(s) + sy(s) = 1$ 4)

3) $(y(s)(s^2+1) + z(s) = 0)(-s)$
$(y(s)(s) + sz(s) = 7)$

$-y(s)(s^3+s) - sz(s) = 0$
$y(s)(s) + sz(s) = 7$
$-y(s)s^3 = 7$

Actividad para punto extra en tercer parcial.
Díaz Hernández Marcos Bryan
Ecuaciones Diferenciales
Grupo: 25

$-y(s)s^3 = 7$

$y(s) = -7/s^3$

$z(t) = \frac{1}{2}t^2 + 7$

$y(t) = -\frac{1}{2}t^2$

$\mathcal{L}^{-1}\{y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{-\frac{7}{s^3}\}$

$y(t) = \frac{-7}{2}t^2$ → sustituir en 1)

$z'' + z + y = 0 \quad = y'(t) = -t$

$y''(t) = -7$

$-7 + z + -\frac{7}{2}t^2 \longrightarrow z = \frac{1}{2}t^2 + 7$

4) Mediante la transformada de Laplace, obtener la solución del sig. sistema de ecuaciones diferenciales.

$x' - x + 2y = 0$ con las condiciones iniciales $x(0) = 0$
$3x + y' = 0$ $y(0) = 7$

3) $\mathcal{L}\{x' - x + 2y = 0\}$

$= sx(s) - x(0) - x(s) + 2y(s) = 0$

$x(s)(s-7) + 2y(s) = 0$

4) $\mathcal{L}\{3x + y' = 0\} = 3x(s) + sy(s) - y(0) = 3x(s) + sy(s) = 7$

$sx(s) - x(s) + 2y(s) = 0$
$3x(s) + sy(s) = 7$

$y(s) = \frac{7 - 3x(s)}{s}$

$sx(s) - x(s) + \frac{2 - 6x(s)}{s} = 0$

$x(s) = \frac{-\frac{2}{s}}{\frac{s^2 - 6 - s}{s}}$

$x(s)(s-7) + \frac{2}{s} - \frac{6x(s)}{s} = 0$

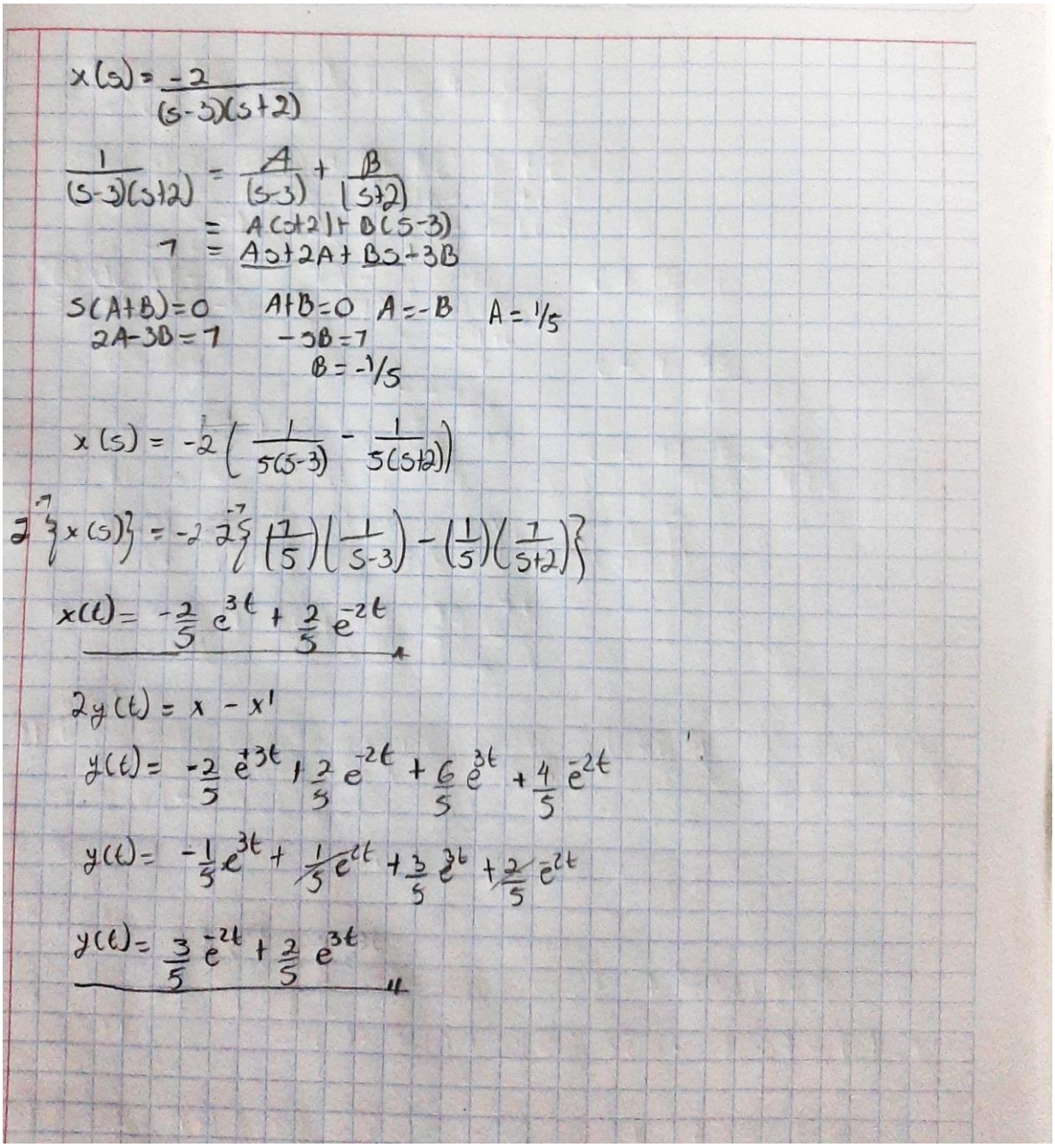
$x(s)(s - 7 - \frac{6}{s}) + \frac{2}{s} = 0$

$x(s) = \frac{-2}{s^2 - s - 6}$

$x(s)(\frac{s^2 - 6}{s} - \frac{7}{1}) = -2/s$

$x(s) = (-2)(\frac{1}{(s-3)(s+2)})$

Actividad para punto extra en tercer parcial.
Díaz Hernández Marcos Bryan
Ecuaciones Diferenciales
Grupo: 25



$$X(s) = \frac{-2}{(s-3)(s+2)}$$

$$\frac{1}{(s-3)(s+2)} = \frac{A}{(s-3)} + \frac{B}{(s+2)}$$

$$= A(s+2) + B(s-3)$$

$$1 = As + 2A + Bs - 3B$$

$$s(A+B) = 0 \qquad A+B=0 \quad A=-B \qquad A = 1/5$$

$$2A - 3B = 1 \qquad -5B = 1$$

$$B = -1/5$$

$$x(s) = -2\left(\frac{1}{5(s-3)} - \frac{1}{5(s+2)}\right)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{x(s)\} = -2\,\mathcal{L}^{-1}\left\{\left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{s-3}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{s+2}\right)\right\}$$

$$x(t) = -\frac{2}{5}e^{3t} + \frac{2}{5}e^{-2t}$$

$$2y(t) = x - x'$$

$$y(t) = -\frac{2}{5}e^{3t} + \frac{2}{5}e^{-2t} + \frac{6}{5}e^{3t} + \frac{4}{5}e^{-2t}$$

$$y(t) = -\frac{1}{5}e^{3t} + \frac{1}{5}e^{2t} + \frac{3}{5}e^{3t} + \frac{2}{5}e^{2t}$$

$$y(t) = \frac{3}{5}e^{-2t} + \frac{2}{5}e^{3t}$$