

Tarea 2

• Funciones hash por truncamiento.

Consiste en tomar algunos dígitos de la clave y formar con ellos una dirección. Sea h la clave del dato a buscar, y h está formado por d_1, d_2, \dots, d_n , la función hash por truncamiento se representa:

$$H(h) = \text{elegir dígitos } (d_1, d_2, \dots, d_n) + 1$$

La elección es arbitraria, se pueden tomar las pares o impares y unirse de izquierda a derecha o al revés y la suma de la unidad es para obtener la posición del 1 al 100.

Ejemplo: Arreglo de tamaño $N=100$ y posiciones $[1, 100]$ y los valores $h_1 = 7259$ y $h_2 = 9359$

$$H(h_1) = \text{elegir dígitos } (7259) + 1 = 75 + 1 = 76$$

$$H(h_2) = \text{elegir dígitos } (9359) + 1 = 95 + 1 = 96$$

• Se toman los valores de las posiciones impares y se juntan para dar el valor final.

$$9359 = \underline{9} \underline{3} \underline{5} \underline{9} = 95 + 1 = 96$$

• Fibonacci

La función se aplica como el cuadrado, o como la función de Multiplicación, la cual es similar al bas cuadrado solo que se multiplica por una constante a y después se toman los bits centrales.

Método de Multiplicación: $H(x) = \frac{M}{W}(ax \bmod W)$ el método lo explicare a continuación o siguiente a este.

- 1) Teniendo la noción de que se multiplica por una constante en Fibonacci se busca que el valor de esto se aproxime al valor del radio dorado.

Radio dorado: Dados 2 números (x, y) $\phi = x/y$

$$x/y = \frac{x+y}{x} \quad \because \text{Dado que el radio dorado se define de forma polinómica: } \begin{aligned} 0 &= x^2 - xy - y^2 \\ 0 &= \phi^2 - \phi - 1 \\ \phi &= \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

El valor se aplica al método debido a la posibilidad de encontrar el n valor de fibonacci por medio del radio.

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\phi^n - \phi'^n); \quad \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \phi' = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Ahora el valor de radio inverso es lo que se utiliza y se obtiene:

$$\phi^{-1} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} \right) \Rightarrow \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618033887$$

y que multiplicado por w se obtiene la constante $\phi^{-1}w$ y quedaría.

$$H(x) = \frac{M}{W}(\phi^{-1}wx \bmod w) \quad \text{tal que no se puede simplificar la } w.$$

Ejemplo: $x = 2, 8, 14$

- 1) Fibonacci(2) = 7
 - 2) Fibonacci(8) = 7
 - 3) Fibonacci(14) = 5
- } para 3 bits

$$7) H(2) = M = 2^h \text{ para un valor de } h \text{ si } h=10$$

$$W = 2^w \text{ para el tamaño en bits de los strings}$$

$$w = 8, 16, 32, 64 \text{ si } w = 32, 64$$

$$\frac{2^{10}}{W} = \frac{2^{10}}{2}$$

$$= \frac{2^{10}}{2^{32}} \left(\frac{(2^{32})(2)}{0.618033} \bmod 2^{32} \right) \approx 241 \text{ aproximadamente}$$

$$= \frac{2^{10}}{2^{32}} \left(\frac{(2^{32})(8)}{0.618033} \bmod 2^{32} \right) = 966 \text{ aproximadamente}$$

$$\frac{2^{10}}{2^{32}} \left(\frac{(2^{32})(14)}{0.618033} \bmod 2^{32} \right) = 668 \text{ aproximadamente}$$

Lo importante es que toma valores dentro de un rango y regresa valores intermedios.

• Multiplicación.

Para este método se utiliza una constante a , la cual se va multiplicar por el valor y se realiza el módulo del valor w .

Primero se debe definir el valor de M y w , para M el valor corresponde a una potencia de 2^h para $h \geq 7$ y w es una potencia de 2^w y w toma el valor de los bits de los tipo string $w = 8, 16, 32, 64$ y la función se define como:

$$H(x) = \frac{M}{w} (ax \bmod w)$$

Para poder obtener el valor de a este en su representación binaria no debe contener ceros como final de la representación y tampoco debería ser un número excesivamente grande.

1 1 0 1 0 0 0 0

Granting zeros

Por ello existen valores de a que cumplen con la condición

Un valor de a que cumple con la implementación de $w = 2^{32}$ es $a = 2654\ 435\ 769$

El funcionamiento para $M^{10} = 2^{10}$
 $W = 2^{32}$ } es el siguiente:

$$\begin{array}{l} 1) h(2) \\ 2) h(8) \\ 3) h(14) \end{array} \quad \begin{array}{l} 1) h(2) = \frac{2^{10}}{2^{32}} \left((2654435769)(2) \bmod (2^{32}) \right) = 241 \\ 2) h(8) = \frac{2^{10}}{2^{32}} \left((2654435769)(8) \bmod (2^{32}) \right) = 966 \\ 3) h(14) = \frac{2^{10}}{2^{32}} \left((2654435769)(14) \bmod (2^{32}) \right) = 668 \end{array}$$

Los valores son aproximados y se trata que se tome el valor intermedio de los valores que genera el módulo y la división 2^{32} .

• Cambio de base.

Las cifras de los números de la clave se tratan como si estuvieran expresadas en otra base, puede ser 11, 12, 16 para la inclusión de letras, pero eso no sería práctico y posteriormente se transforma a base 10. E incluso puede aplicarse un segundo método para obtener la dirección-posición-clave.

$H(x) = x_{10} \rightarrow x_{11}$ se trata como si fuera base 11 al inicio y se transforma a la 10
 $H(x) = x_{11} \rightarrow x_{10}$.

Ejemplo: 11025 y base 11, se procede a hacer la conversión.

$$\begin{aligned} & (1)(11^4) + (1)(11^3) + (0)(11^2) + (2)(11^1) + (5)(11^0) \\ & = 15999 \text{ y después se toma el valor de las tres posiciones} \\ & \text{centrales } 15999 = 599, \text{ pero esto se podría con la división} \\ & \text{como en el método de la multiplicación.} \end{aligned}$$

Referencias:

- Bruno R. Perros. (1999) Data structures and algorithms with object oriented design patterns in C#. Canada: Wiley
- Ramírez B. et al. (S.F) Archivos Harsh. México: ESIME
- Cairo O. et al. (1993) Estructura de datos. McGraw-Hill