Temario

- 1. Teoría de la probabilidad
- 2. Variables aleatorias
- 3. Variables aleatorias conjuntas
- 4. Modelos probabilísticos de fenómenos aleatorios discretos
- **5. Modelos probabilísticos de fenómenos aleatorios continuos**

Modelos Probabilísticos Comunes
Objetivo

El alumno aplicará algunas de **las distribuciones más utilizadas en la práctica de la ingeniería**, a fin de elegir la más adecuada para analizar algún fenómeno aleatorio continuo en particular.

Temario

5.1 Distribuciones continuas, distribución uniforme continua, cálculo de su media y varianza, generación de números aleatorios y el uso de paquetería de cómputo para la generación de números aleatorios con distribución discreta o continua, utilizando el método de la transformación inversa.

5.2 Distribución Gamma, sus parámetros, momentos y funciones generatrices, distribución exponencial, sus parámetros, momentos y funciones generatrices.

5.3 Distribuciones normal y normal estándar, uso de tablas de distribución normal estándar, la aproximación de la distribución binomial a la distribución normal.

5.4 Distribuciones Chi-Cuadrada, T de Student, F de Fisher, Weibull y distribución Lognormal, como modelos teóricos para la estadística aplicada, sus parámetros, momentos y funciones generatrices.

TEMA V
Modelos Probabilísticos Comunes

- Distribuciones continuas
  - Uniforme
  - Gamma
  - Exponencial
  - Normal
  - Chi-Cuadrada
  - T de Student
  - F de Fisher
  - Weibull
  - Lognormal

TEMA V
Teorema de Chebyshev

Sea X una variable aleatoria con media μ_X y variancia σ_X^2. Entonces, para todo número real k, donde $k > 1$

$$P(\mu - k\sigma \leq X \leq k\sigma + \mu) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

TEMA V
Teorema de Chebyshev

EJEMPLO 1

Una variable aleatoria tiene una media 12, con una variancia 9. Utilizando el teorema de Chebyshev, obtener:

a) $P(6 < X < 18)$

b) $P(3 < X < 21)$

TEMA V
Teorema de Chebyshev

EJEMPLO 2

El tiempo promedio de limpieza para un equipo de una empresa de tamaño mediano es de 84 horas y la desviación estándar es de 6.8 horas.

a) ¿En qué intervalo caerá el tiempo total de limpieza el 95% de las veces?

TEMA V
Distribución continua Uniforme

Sea ***X*** una variable aleatoria que se distribuye:

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}; & a \le x \le b \\ 0\;; & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Entonces ***X*** tiene una distribución continua uniforme con parámetros ***a*** y ***b***.

$$M_X(\theta) = \frac{e^{b\theta} - e^{a\theta}}{\theta(b-a)}$$

TEMA V
Distribución continua Uniforme

EJEMPLO 3

El tiempo de un viaje (ida y vuelta) de los camiones que transportan el concreto hacia una obra de construcción en una carretera, está distribuido uniformemente en un intervalo de 50 a 70 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a 65 minutos si se sabe que la duración del viaje es mayor a 55 minutos?

TEMA V
Distribución continua Uniforme

EJEMPLO 4

Las ventas de combustible en una gasolinera tiene una media de 40,000 litros por día y un mínimo de 30,000 litros por día. Suponga que la distribución uniforme es apropiada.

a) Determine las ventas máximas diarias
b) ¿Qué porcentaje de días las ventas excederán de 34,000 litros?

TEMA V
Distribución Exponencial

Dentro de un proceso de Poisson, considérese la variable aleatoria ***T***, que representa el tiempo que transcurre entre dos ocurrencias sucesivas de un evento

$$f_T(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & ; \quad t > 0 \\ 0 & ; \quad en\ otro\ caso \end{cases}$$

Y

$$F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t}\ ; \quad para\ x \geq 0$$

TEMA V
Distribución Exponencial

Función generadora de momentos

$$M_T(\theta) = \int_0^{\infty} e^{\theta t} \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{\lambda}{\lambda - \theta}$$

$$\mu_T = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

TEMA V
Distribución Exponencial

EJEMPLO 5

El tiempo en horas, que tarda un gerente en entrevistar a un aspirante para un trabajo, tiene una distribución exponencial con $\lambda=2$. Los aspirantes están programados en intervalos de $\frac{1}{4}$ de hora, empezando a las 8:00 a.m., y los aspirantes llegan exactamente a tiempo. Cuando el aspirante con una cita a las 8:15 a.m. llega a la oficina del gerente, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar para poder ver al gerente?

TEMA V
Distribución Exponencial

EJEMPLO 6

Un componente eléctrico tiene una vida media de 8 años. Si su vida útil se distribuye en forma exponencial.

a) ¿Cuál debe ser el tiempo de garantía que se debe otorgar, si se desea reemplazar a lo más el 15 % de los componentes que fallen dentro de este periodo?

TEMA V
Distribución Gamma

FUNCIÓN Gamma (Euler)

Es la generalización de la función factorial a valores no enteros.

$$\boldsymbol{\Gamma}(\alpha) = \int_{0}^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

Propiedades:

1. Con cualquier $\alpha > 1, \boldsymbol{\Gamma}(\alpha + 1) = \alpha * \boldsymbol{\Gamma}(\alpha)$
2. Con cualquier entero positivo n $\boldsymbol{\Gamma}(n + 1) = n!$
3. $\boldsymbol{\Gamma}\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

TEMA V
Distribución Gamma

Se dice que una variable aleatoria continua X tiene una distribución Gamma si la función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta^{\alpha}\boldsymbol{\Gamma}(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} & x > 0 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Donde $\alpha > 0\ y\ \beta > 0$

TEMA V
Distribución Gamma

La distribución modela el tiempo hasta que se produce α veces un determinado suceso.

α corresponde a la forma (número de éxitos)

β corresponde a la escala $\beta = \frac{1}{\lambda}$

$\mu = \alpha\beta$ y $\sigma^2 = \alpha\beta^2$

TEMA V
Distribución Gamma

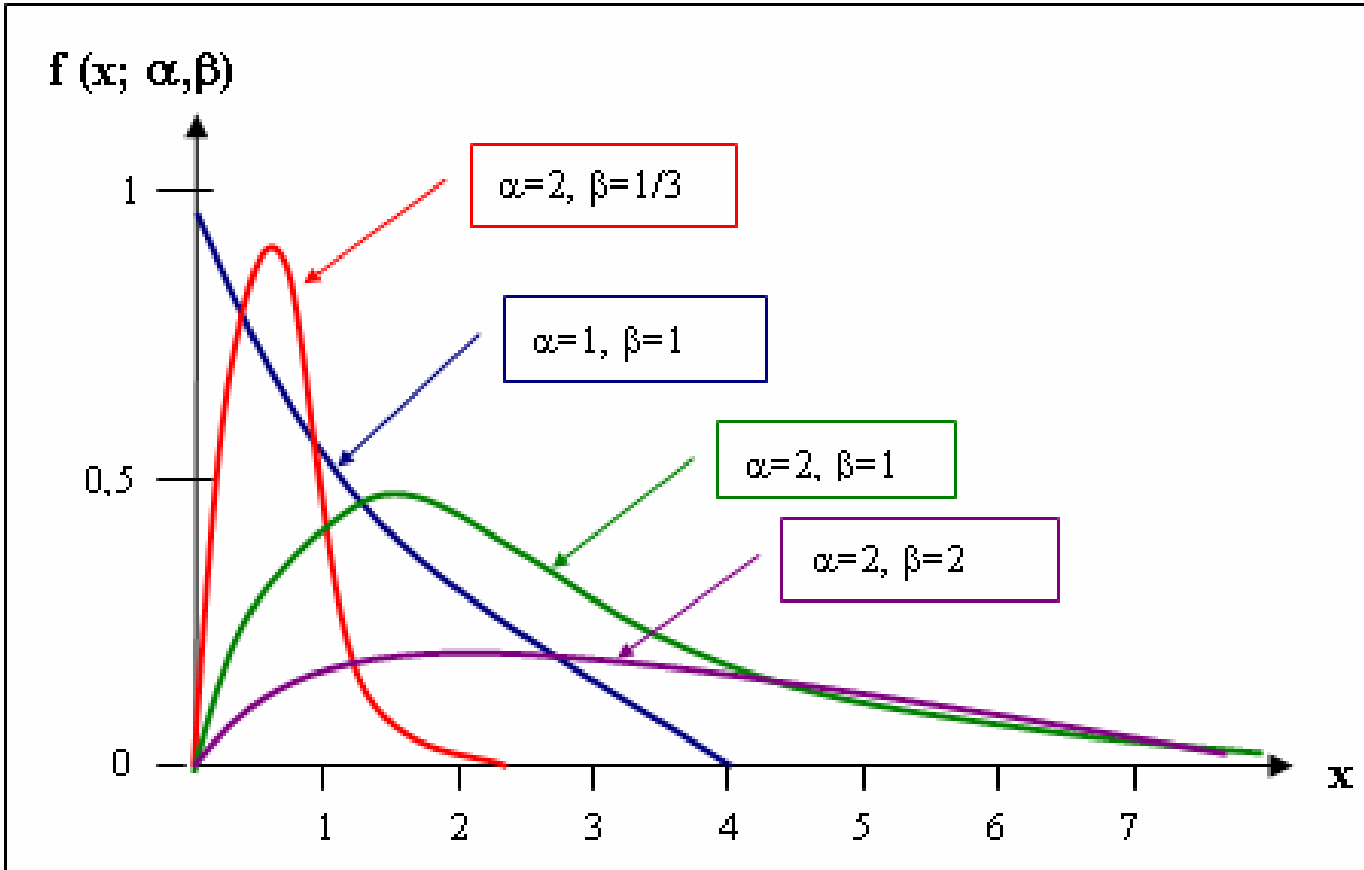

Figura 3: Funciones de densidad gamma para distintos pares de parámetros α,β.

http://www.monografias.com/trabajos46/limites-control-ambiental/Image1255.gif

TEMA V
Distribución Gamma

Si X tiene una distribución gamma con parámetros α y β entonces con cualquier $x > 0$, la función de distribución acumulativa de X es

$$P(X \leq x) = F(x) = \int_{0}^{x} \frac{(\lambda x)^{\propto -1}}{\boldsymbol{\Gamma}(\propto)} (\lambda) e^{-\lambda x} dx$$

Función generadora de momentos

$$M_X(\theta) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - \theta}\right)^{\alpha}; \qquad 0 \leq x < \lambda$$

TEMA V
Distribución Gamma

Si X tiene una distribución gamma con parámetro $\alpha = n$ donde n es un número entero natural, entonces la función de distribución acumulativa de X es

$$P(X \le x) = F(x) = \begin{cases} \sum_{k=\propto}^{\infty} \frac{(\lambda x)^k}{k!} e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

$$P(X \le x) = F(x) = \begin{cases} 1 - \sum_{k=0}^{\propto -1} \frac{(\lambda x)^k}{k!} e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

A este caso especial se le llama distribución Erlang

EJEMPLO 7

Supongamos que la experiencia demuestra que el tiempo X (en minutos) necesario para dar mantenimiento periódico a un proyector sigue una distribución Gamma con $\alpha = 3$ y $\beta = 2$. A un nuevo técnico en mantenimiento le tomó 22.5 minutos revisar la máquina. ¿Cuál es la probabilidad de que esto en verdad ocurra?

TEMA V
Distribución Gamma

EJEMPLO 8

En una ciudad se observa que el consumo diario de energía (en millones de kilowatt-hora) es una variable aleatoria que sigue una distribución gamma con parámetros α= 3 y β=2. Si la planta de energía que suministra a la ciudad tiene una capacidad diaria de generar un máximo de 12,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un determinado día el consumo de energía eléctrica exceda los 12 millones de Kwh?

b) ¿Cuáles la probabilidad de que en un día el consumo de energía eléctrica varíe entre los 6 y 10 millones de Kwh?

TEMA V
Distribución Gamma

EJEMPLO 9

El número de clientes, en promedio, que llegan por minuto a solicitar servicio a un banco es de 5. ¿Cuál es la probabilidad de que dos clientes tarden de 30 a 45 segundos en llegar al banco?

TEMA V
Distribución Gamma

EJEMPLO 10

Suponga que cuando un transistor de cierto tipo se somete a una prueba de duración acelerada, la duración X (en semanas) tiene una distribución gamma con media de 24 semanas y desviación estándar de 12 semanas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un transistor dure entre 12 y 24 semanas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un transistor dure cuando mucho 24 semanas?
c) ¿Es la mediana de la distribución de duración menor que 24?

TEMA V
Distribución Gamma

EJEMPLO 11

A una centralista de teléfonos llegan 12 llamadas por minuto, siguiendo una distribución de Poisson. ¿Cuál es la probabilidad de que en menos de 1 minuto lleguen 8 llamadas?

TEMA V
Distribución Normal

Se dice que una variable aleatoria continua X tiene una distribución normal si la función de densidad de probabilidad es

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\frac{1}{2}(x-\mu)^2}{\sigma^2}}; \qquad -\infty < x < \infty$$

Donde la media y la desviación estándar son constantes tales que $-\infty < \mu < \infty$ y $\sigma > 0$

TEMA V
Distribución Normal

Propiedades

1) $f_X(x) > 0$
2) $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1$
3) $\lim_{x \to \infty} f_X(x) = 0$ y $\lim_{x \to -\infty} f_X(x) = 0$
4) $f_X(\mu + x) = f_X(x - \mu)$
5) El máximo ocurre en $x = \mu$
6) Los puntos de inflexión están en $x = \mu \pm \sigma$
7) Curtosis igual a 3

TEMA V
Uso de tablas

Sea Z una v.a. con distribución normal, con media 0 y desviación estándar 1; obtener:

a) $P(Z < -1)$

b) $P(Z \leq -0.89)$

c) $P(-0.86 < Z \leq 1.97)$

d) $P(Z > 1)$

e) $P(Z > 0.89)$

TEMA V
Distribución Normal

EJEMPLO 12

Los pesos de un número grande de perros de lana miniatura están distribuidos aproximadamente en forma normal con una media de 8 kilogramos y una desviación estándar de 0.9 kilogramos. Si se registran las mediciones y se cierran a décimas de kilogramo, encontrar la fracción de estos perros de lana con pesos

a) arriba de 9.5 kilogramos;
b) cuando mucho 8.6 kilogramos;
c) entre 7.3 y 9.1 kilogramos inclusive.

TEMA V
Distribución Normal

EJEMPLO 13

Se supone que los resultados de un examen siguen una distribución normal con media 78 y desviación típica 36.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se presenta al examen obtenga una calificación superior a 72?
b) Calcular la proporción de estudiantes que tienen puntuaciones que exceden por lo menos en cinco puntos de la puntuación que marca la frontera entre el Apto y el No-Apto (son declarados No-Aptos el 25% de los estudiantes que obtuvieron las puntuaciones más bajas).

TEMA V
Distribución Normal

EJEMPLO 14

Tras un test de cultura general se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución una distribución N(65, 18). Se desea clasificar a los examinados en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable, de excelente cultura general) de modo que hay en el primero un 20% la población, un 65% el segundo y un 15% en el tercero. ¿Cuáles han de ser las puntuaciones que marcan el paso de un grupo al otro?

TEMA V
Aproximación de la distribución normal a binomial

Si ***X*** es una v.a. con distribución binomial con parámetros $\mu_X = np$ y $\sigma_X^2 = npq$, entonces la forma límite de la distribución es la distribución normal estándar $Z \sim N(0,1)$

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$$

Cuando $n \to \infty$

Finalmente se hace un ajuste por continuidad

$$Z = \frac{X \pm d - np}{\sqrt{npq}}$$

Donde ***d*** es la media de las unidades

EJEMPLO 15

Si 20% de los residentes de cierta ciudad prefieren un teléfono blanco que cualquier otro color disponible, determinar la probabilidad de que entre los siguientes 1000 teléfonos que se instalen en esta ciudad

a) entre 170 y 185 inclusive sean blancos
b) al menos 210 pero no más de 225 sean blancos.

TEMA V
Modelos Probabilísticos Comunes

EJEMPLO 16

Una reciente investigación sugiere que los capitalinos esperan una reducción en los niveles de vida y que el crecimiento continuo del consumo no podrá ser tan considerable como antes. Suponer que en una encuesta de 2000 personas, 1373 estén a favor de imponer una reducción en el tamaño de los automóviles capitalinos mediante recursos legales. ¿Esperaría observar 1373 personas en favor de esta propuesta si en realidad el público está dividido en 50% a favor y 50% en contra? ¿Por qué?

TEMA V
Distribución Ji-cuadrada

Sean $Z_1, Z_2, \dots, Z_v$, **v variables aleatorias independientes con distribución normal estándar**, entonces:

$$X^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + \cdots + Z_v^2$$

Es una variable aleatoria que recibe el nombre de Ji cuadrada o chi cuadrada con v grados de libertad.

$$\mu_{X^2} = v$$

$$\sigma_X^2 = 2v$$

$$x_{mo} = 2\left(\frac{v}{2} - 1\right)$$

$$M_X(\theta) = \frac{1}{(1-2\theta)^{\frac{v}{2}}}$$

TEMA V
Distribución Ji-cuadrada

Características de Ji-cuadrada

1. La distribución tiene un sesgo positivo
2. A medida que aumenta el tamaño de la muestra la curva es menos asimétrica, aproximándose a una curva normal.
3. Para cada tamaño de la muestra, se tendrá una distribución χ^2 diferente.
4. El parámetro que caracteriza a una distribución χ^2 son sus grados de libertad $\boldsymbol{v}$, originado una distribución para cada grado de libertad.

TEMA V
Distribución Ji-cuadrada

La distribución Ji-cuadrada se utiliza para caracterizar a la variancia muestral.

Sea Y una v.a. con distribución Chi-cuadrada:

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{\sigma^2}$$

Entonces $Y \sim \boldsymbol{\chi}^2_{(n)}$

Y recordando que la variancia se calcula:

$$S_{\mu}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}$$

TEMA V
Distribución Ji-cuadrada

EJEMPLO 17

Empleando la notación $\chi^2_{(\alpha,v)}$, obtener los siguientes valores

a) $\chi^2_{(0.95,8)}$

b) $\chi^2_{(0.5,12)}$ $\chi^2_{(n)}\chi^2_{(n)}$

c) $\chi^2_{(0.025,20)}$

d) $\chi^2_{(\alpha,10)}$ tal que $P(\chi^2_{(\alpha,10)} > X^2) = 0.975$

TEMA V
Distribución Ji-cuadrada

EJEMPLO 18

Sea una muestra aleatoria de tamaño 20 tomada de una población con media 8 y variancia 4. Obtener la probabilidad de que la variancia muestral S_{n-1}^2 sea mayor o igual a 5.7.

TEMA V
Distribución Ji-cuadrada

EJEMPLO 19

Considérese una enlatadora que produce latas de ocho onzas de maíz procesado. Los ingenieros de control de calidad han determinado que el proceso está funcionando correctamente cuando la variación verdadera de la cantidad de llenado por lata es de menos de 0.0025.

Se selecciona una muestra aleatoria de 10 latas de la producción del día y se registra la cantidad de llenado (en onzas) para cada una. Lo que interesa es la variación de la muestra, S_{n-1}^2. Si en verdad $\sigma^2 = 0.001$, calcular la probabilidad de que los ingenieros asuman que el proceso es incorrecto.

TEMA V
Distribución T-Student

Sean Z y X^2 dos variables aleatorias independientes con distribuciones normal estándar y Ji-cuadrada respectivamente, entonces la variable aleatoria T está definida como:

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{X^2}{v}}}$$

Y T tiene una distribución t de Student con v grados de libertad.

$$\mu_T = 0$$

$$\sigma_T^2 = \frac{v}{v-2}; \quad para \quad v > 2$$

Distribución para caracterizar la media muestral, para una muestra pequeña y variancia poblacional desconocida.

TEMA V
Distribución T-Student

Características T-Student

1. La distribución tiene un sesgo igual a cero
2. La función generadora de momentos no está definida.
3. Conforme los grados de libertad aumentan, la desviación estándar disminuye
4. Cuando $v \rightarrow \infty$, t es igual a la normal

TEMA V
Distribución T-Student

La distribución t de Student se puede usar cuando cualquiera de las siguientes condiciones se cumplen:

1. La distribución de la población es normal.
2. La distribución de la muestra es simétrica, unimodal, y el tamaño de la muestra es menor de 15.
3. La distribución de la muestra es moderadamente asimétrica, unimodal y el tamaño de la muestra está entre 16 y 30.
4. El tamaño de la muestra es mayor de 30, (aunque en este caso también se puede usar la distribución normal).

TEMA V
Distribución T-Student

EJEMPLO 20

La compañía USALUZ produce focos. El presidente de la Compañía dice que sus focos duran 300 días. La competencia fue a varios supermercados y compró 15 focos para probar esa afirmación. Los focos de la muestra duraron en promedio 290 días con una desviación estándar de 50 días.

Si quieren desmentir al presidente de USALUZ, necesitan saber cuál es la probabilidad de que 15 focos seleccionados al azar tengan una vida promedio no mayor de 290 días.

TEMA V
Distribución T-Student

EJEMPLO 21

Un fabricante de cigarrillos asegura que el contenido promedio de nicotina, en una de sus marcas, es de 0.6 mg por cigarrillo. Una organización independiente mide el contenido de nicotina de 16 cigarrillos de esta marca y encuentra que el promedio y la desviación estándar muestral es de 0.75 y 0.175 mg, respectivamente, de nicotina. Si se supone que la cantidad de nicotina en estos cigarrillos es una variable aleatoria normal, ¿qué tan probable es el resultado muestral dado el dato proporcionado por el fabricante?

TEMA V
Distribución T-Student

EJEMPLO 22

Una compañía manufacturera asegura que las baterías utilizadas en sus juegos electrónicos duran un promedio de 30 horas. Para verificar este promedio, se prueban 16 baterías mensualmente. Si el valor calculado de cae entre $-t_{0.025,15}$ y $t_{0.025,15}$, la compañía está satisfecha con su afirmación.

¿Qué conclusión sacaría la empresa de una muestra que tiene una media de 27.5 horas y una desviación estándar 5 horas? Suponer que la distribución de las duraciones de las baterías es aproximadamente normal.

TEMA V
Distribución F-Fisher

Si X y Y son dos variables aleatorias independientes con distribuciones ji cuadrada con parámetros *u* y *v*, es decir:

$X \sim \chi^2_u$, y Y$\sim \chi^2_v$

Entonces la variable aleatoria F definida como

$$F = \frac{\frac{X}{u}}{\frac{Y}{v}}$$

Tiene una distribución F de Fisher con u grados de libertad en el numerador y v grados de libertad en el denominador.

Se denota $F \sim F_{u,v}$

TEMA V
Distribución F-Fisher

$$\mu_{F^2} = \frac{v}{v-2} \text{ para } \quad v > 2$$

$$\sigma_F^2 = \frac{2v^2(u+v-2)}{u(v-2)^2(v-4)}$$

TEMA V
Distribución F-Fisher

Obtener de tablas:

a) $F_{\alpha=0.05,(12,9)}$

b) $F_{\alpha=0.05,(9,12)}$

c) $P\left(F > f_{\alpha,(7,12)}\right) = 0.025$

d) $P\left(F \leq f_{\alpha,(5,10)}\right) = 0.9$

e) $P\left(F \leq f_{\alpha,(8,100)}\right) = 0.99$

TEMA V
Distribución F-Fisher

Esta distribución se utiliza para comparar las variancias de dos muestras.

$$\frac{\frac{S_X^2}{\sigma_X^2}}{\frac{S_Y^2}{\sigma_Y^2}} \sim F_{(n_X-1, n_Y-1)}$$

TEMA V
Distribución F-Fisher

EJEMPLO 23

Si S_1^2 y S_2^2 representan las variancias de variables aleatorias independientes de tamaño $n_1 = 8$ y $n_2 = 12$, tomadas de poblaciones normales con iguales variancias, encontrar la probabilidad $P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} < 4.89\right)$

TEMA V
Distribución F-Fisher

EJEMPLO 24

Se utilizaron dos máquinas A y B para envasar café soluble. Se tomaron muestras aleatorias de 10 envases de cada máquina y se encontró que las desviaciones estándar de los pesos netos eran $S_A = 0.62\ [g]$ y $S_B = 0.4\ [g]$. ¿Existe razón para pensar que las variancias poblacionales son iguales?

TEMA V
Distribución Weibull

Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución Weibull con parámetros α y β (para $\alpha > 0, \beta > 0$) si la función de densidad es:

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

Y función acumulativa

$$F(x;\alpha,\beta) = \begin{cases} 0; & x < 0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}} & x \geq 0 \end{cases}$$

TEMA V
Distribución Weibull

EJEMPLO 25

En años recientes la distribución Weibull ha sido utilizada para modelar emisiones de varios contaminantes de motores.

Sea X la cantidad de emisiones de NOx (g/gal) de un motor de cuatro tiempos de un tipo seleccionado al azar y suponga que X tiene una distribución Weibull con $\alpha = 2$ y $\beta = 10$ (sugeridos por la información que aparece en el artículo "Quantification of Variability and Uncertainty in Lawn and Garden Equipment NOx and Total Hydrocarbon Emission Factors", J. of the Air and Waste Management Assoc., 2002: 435-448).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de emisiones de NOx sea menor a 10 g/gal?
b) ¿Menor a 25 g/gal?
c) ¿A partir de qué valor se está arriba del 95% de las emisiones?

TEMA V
Distribución Lognormal

Se dice que una variable aleatoria no negativa X tiene una distribución lognormal si la variable aleatoria Y ln(X) tiene una distribución normal. La función de densidad de probabilidad resultante de una variable aleatoria lognormal cuando el ln(X) está normalmente distribuido con parámetros μ y σ es

$$f(x;\mu,\sigma) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{[\ln(x)-\mu]^2}{2\sigma^2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

TEMA V
Distribución Lognormal

EJEMPLO 26

La distribución lognormal se utiliza con frecuencia como modelo de varias propiedades de materiales. El artículo "Reliability of Wood Joist Floor Systems with Creep" (J. of Structural Engr., 1995: 946-954) sugiere que la distribución lognormal con media 0.375 y desviación estándar 0.25 es un modelo factible de X = el módulo de elasticidad (MDE, en 10^6 lb/pulg^2) de sistemas de piso de viguetas de madera de pino grado #2.

a) ¿Cuál es la media y varianza del módulo de elasticidad?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el módulo de elasticidad esté entre uno y dos?
c) ¿Qué valor de c es tal que sólo el 1% de todos los sistemas tienen un módulo de elasticidad que excede c?

TEMA V
Generación de números aleatorios

MÉTODO DE LA TRANSFORMADA INVERSA

Sea $F_X(x)$ la función de distribución acumulada de la v.a. X con la distribución deseada y R la semilla con distribución Uniforme. Entonces:

$$R = F_X(x)$$

Donde x es el número aleatorio y R la semilla

$$X = F_X^{-1}(R)$$

EJEMPLO 27

Obtener 5 números aleatorios con distribución exponencial con $\lambda=4$, utilizando el método de la transformada inversa y semilla 0.2.

EJEMPLO 28

Generar un número aleatorio con distribución normal con media de 5 y desviación estándar de 2 a partir de los números aleatorios con distribución uniforme:

0.294	0.878	0.461	0.36	0.742
0.721	0.732	0.173	0.971	0.556