Uno de los objetivos del curso es resolver ecuaciones diferenciales, es decir; encontrar la SOLUCIÓN.

Definición

Una solución es cualquier función "f" definida en el intervalo "I" y con al menos "n" derivadas continuas en el intervalo "I" que al sustituirse en una ecuación diferencial ordinaria, reduce la ecuación a una identidad.

- Comprobar que la función $y = \frac{1}{16}x^4$ es una solución de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = xy^{1/2}$ en el intervalo $(-\infty, \infty)$.
- Comprobar que la función $y = senx + cosx$ es una solución de la ecuación $y' = cosx - senx$.
- Comprobar que la función $f(x) = e^{-2x}$ es solución de la ecuación diferencial $\frac{df}{dx} + 2f = 0$.

Conclusión

Toda la familia de funciones $f(x) = Ce^{-2x}$, con C un número real arbitrario son solución de la ecuación diferencial $\frac{df}{dx} + 2f = 0$.

¿Cuántas soluciones tiene una ecuación diferencial?

¿Cuál es la solución correcta?

Tipos de soluciones

- **Solución general**: es una función que contiene un número de constantes esenciales y arbitrarias igual al orden de la ecuación diferencial y que sustituida en ella, la transforma en una identidad.
- **Solución particular**: es una función que se obtiene de la solución general valuando sus constantes esenciales y arbitrarias que sustituida en la ecuación diferencial, la transforma en una identidad.
- **Solución singular**: es una función que no contiene constantes esenciales y arbitrarias, y no se obtiene de la solución general pero que sustituida en la ecuación diferencial, la transforma en una identidad.

Ejemplo

Dada la ecuación diferencial $y'' - 3y' + 2y = 2x + 1$, determine si cada una de las funciones es solución de la misma y en caso afirmativo, diga que tipo de solución es:

$a) y = c_1 e^{x} + c_2 e^{2x} + x + 2;\ c_1\ y\ c_2\ son\ ctes.$

$b) y = x + 2$

$c) y = e^{-x}$

¿Cómo obtener ese valor de las constantes?
¿Cómo hacer que esa solución sea única?
PROBLEMA DE VALOR INICIAL

- Resolver el problema de valor inicial $y'' + 4y = 0; y(0) = 0$ y $y'(0) = 1$, si la solución general de la ecuación diferencial es $y = c_1 sen2x + c_2 cos2x$.
- Resolver el problema de valor inicial $y'' - y = 0$ sujeto a las condiciones iniciales $y(0) = 1$ y $y'(0) = 0$, si la solución general de la ecuación diferencial es $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{x}$.

Obtener $y(x)$ de la ecuación diferencial $y' - 4xy = 0$ para la condición inicial $y(0) = \frac{1}{5}$.