# SERIE TEMAS 2 Y 3

1. Se selecciona al azar un individuo que tiene un seguro automotriz de cierta compañía. Sea Y la cantidad de infracciones de circulación por las que el individuo ha sido citado durante los últimos tres años. La función masa de probabilidad de Y es:

| $y$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f_Y(y)$ | 0.6 | 0.25 | 0.10 | 0.05 |

a) Calcular el valor esperado de las infracciones de circulación por las que un individuo ha sido citado durante los últimos tres años.

b) Supóngase que un individuo con Y multas obtiene un recargo de $\$100\ Y^2$. Calcular la cantidad esperada del recargo.

2. Para la siguiente función de densidad

$$f_Y(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & ; y > 0 \\ 0 & ; en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Obtener el valor esperado de Y a partir de la función generadora de momentos

b) Obtener la función de distribución acumulada.

3. El tiempo de terminación X para cierta tarea en horas, es una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad que está dada por:

$$f_Y(y) = \begin{Bmatrix} x^2 & 0 \le x < 1 \\ \frac{7}{4} - \frac{3}{4}x & 1 \le x < \frac{7}{3} \\ 0 & en\ otro\ caso \end{Bmatrix}$$

a) Obtener la función de probabilidad acumulada (o función de distribución)

b) Calcular $P\left(X \le \frac{4}{3}\right)$ y $P\left(\frac{1}{3} \le X \le \frac{5}{3}\right)$

c) Calcular el valor esperado de X

d) Calcular la moda

e) Calcular la mediana

f) Calcular el sesgo

4. Suponer que X y Y son v.v.a.a. independientes con densidad de probabilidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^3} & ; x > 2 \\ 0 & ; en\ otro\ caso \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2y & ; 0 < y < 1 \\ 0 & ; en\ otro\ caso \end{cases}$$

Encontrar el valor esperado de $Z = XY$

5. Suponga que la fracción X de hombres atletas y la fracción Y de mujeres atletas que terminan la carrera del maratón puede describirse por la función:

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} 8xy\,; 0 \le x \le 1, 0 \le y \le x \\ 0 \qquad ; en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Obtener las funciones marginales para X y Y

b) Determine la probabilidad de que menos de 1/4 de las mujeres que se inscribieron terminen el maratón si se sabe que exactamente la mitad de los atletas hombres sí la terminaron.

6. Para cada una de las siguientes funciones conjuntas, determine si X y Y son independientes. Justifique su respuesta

a) $g_{XY}(x,y) = 4xye^{-(x^2+y^2)}; x \ge 0, y \ge 0$

b) $f_{XY}(x,y) = 3x^2y^{-3};\ \ 0 \le x \le y \le 1$

c) $h_{XY}(x,y) = 6(1+x+y)^{-4};\ \ \ x \ge 0, y \ge 0$

7. Obtener la covariancia de las variables aleatorias X y Y con función de probabilidad conjunta:

| $f_{XY}(x,y)$ | | x | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 |
| y | 1 | 0 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ |
| | 2 | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{9}$ | 0 |
| | 3 | $\frac{2}{15}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{18}$ |

8. Obtener los coeficientes de correlación y determinación de Pearson de la siguiente función de probabilidad conjunta:

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{96}; 1 \le x \le 5, 0 \le y \le 4 \\ 0 \qquad ; en\ otro\ caso \end{cases}$$