

# Aplicación de las ecuaciones diferenciales de primer orden

# Ejercicio

Un paracaidista con una masa de 68.1 kg salta de un globo aerostático fijo. Calcular la velocidad antes de que se abra el paracaídas. Considere que el coeficiente de arrastre es igual a 12.5 kg/s.



# Solución



# Solución

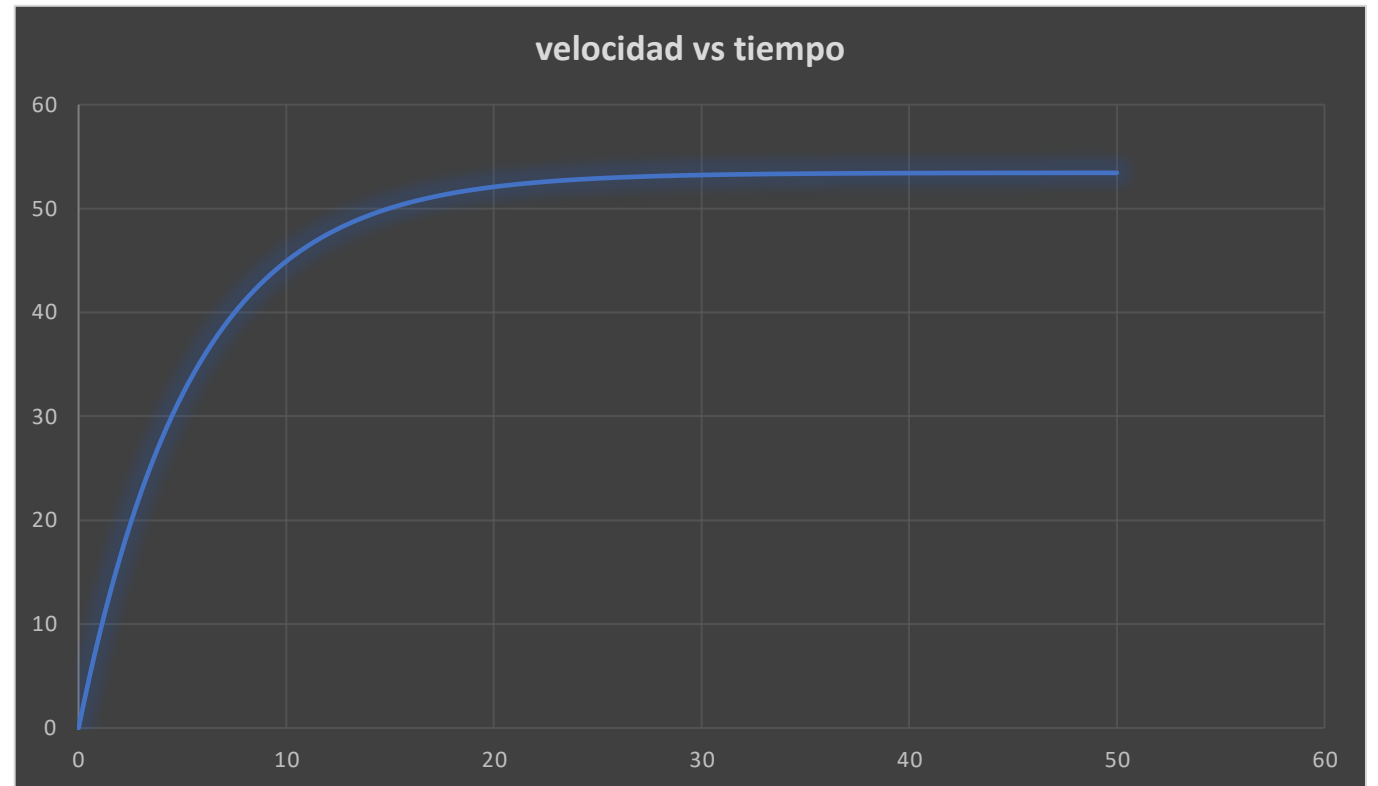


$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v$$

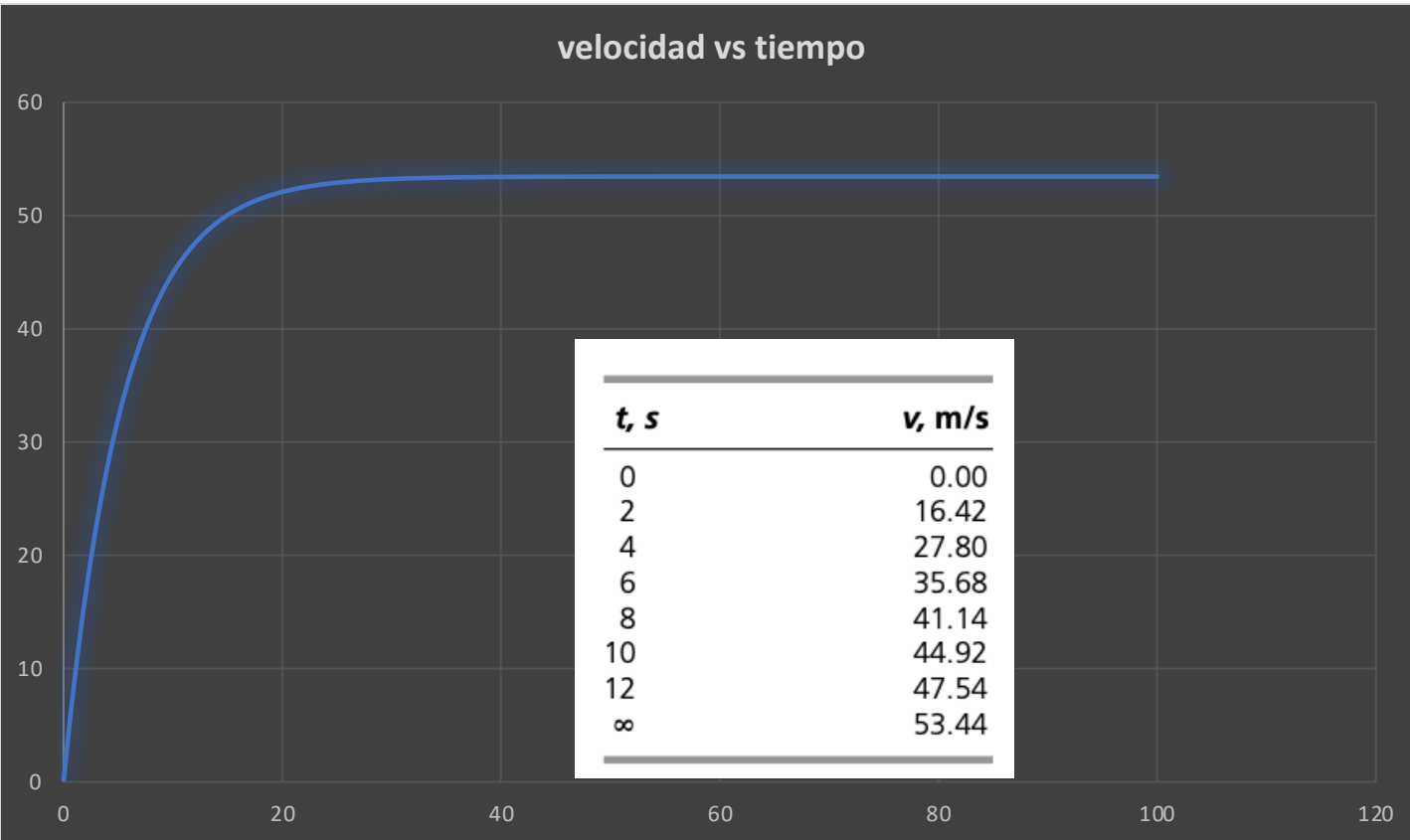
# Solución



$$v(t) = 53.44(1 - e^{-0.18355t})$$



# Velocidad terminal



De acuerdo con el modelo, el paracaidista acelera rápidamente, alcanzando una velocidad de 44.92 m/s después de 10 s. Observe también que, después de un tiempo suficientemente grande, alcanza una velocidad constante llamada velocidad terminal de 53.44 m/s. Esta velocidad es constante porque después de un tiempo la fuerza de gravedad estará en equilibrio con la resistencia del aire. Entonces, la fuerza es cero y cesa la aceleración.

# Caída de los cuerpos con resistencia del aire

Para este problema, hay dos fuerzas que actúan sobre el cuerpo: la fuerza debido a la gravedad dada por el peso  $w$  del cuerpo, que es igual a  $mg$  y la fuerza debida a la resistencia del aire, dada por  $-kv$ , donde  $k$  es una constante de proporcionalidad.

$$F = mg - kv$$

# Problemas de enfriamiento

La ley de Newton establece que la razón de cambio en el tiempo de la temperatura de un cuerpo es proporcional a la diferencia entre el cuerpo y el medio ambiente.

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_m),$$

donde:

$T$  es la temperatura del cuerpo.

$T_m$  es la temperatura del medio ambiente.

$k$  es una constante de proporcionalidad.



# Problemas de crecimiento y decrecimiento

Llámesse  $N(t)$  la cantidad de sustancia (o población) que está creciendo o decreciendo. Si asumimos que  $dN/dt$ , el tiempo necesario para el cambio de una sustancia, es proporcional a la cantidad de sustancia presente, entonces

$$\frac{dN}{dt} = kN,$$

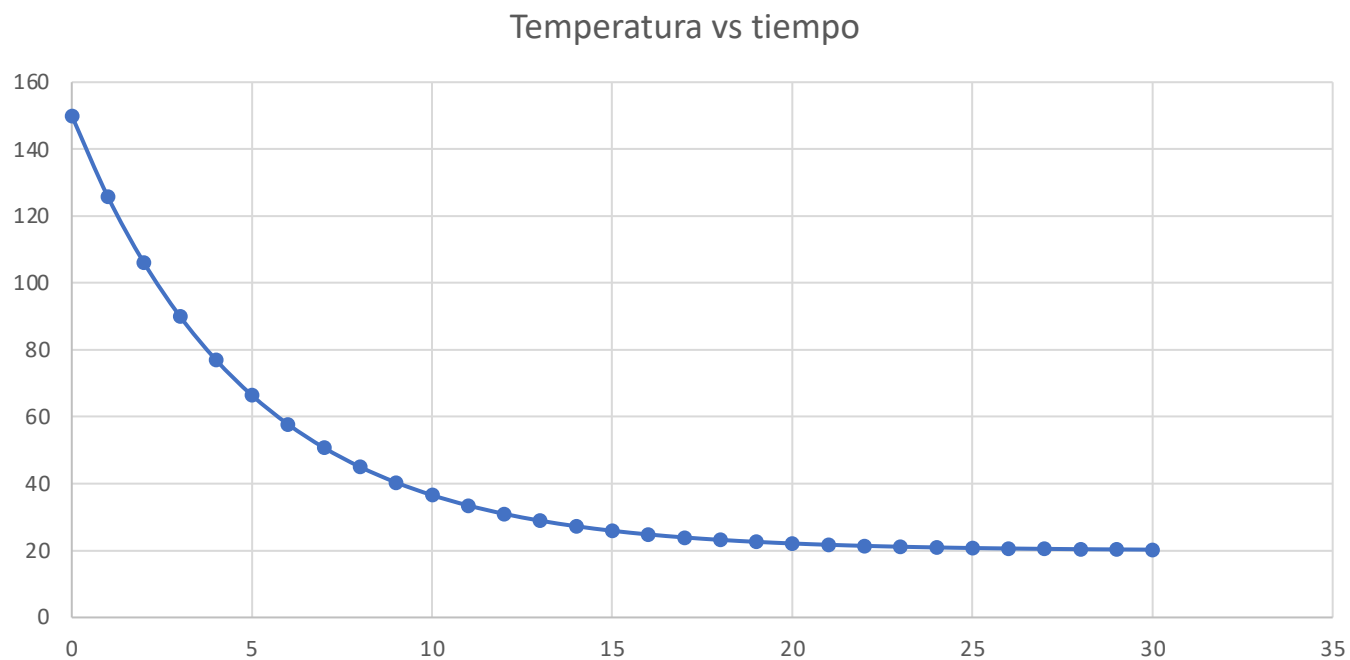
donde  $k$  es la constante de proporcionalidad.

# Ejemplo

Al sacar un pastel del horno, su temperatura es de  $150^{\circ}\text{C}$ . Tres minutos después su temperatura es de  $90^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuánto tiempo le tomará al pastel enfriarse hasta la temperatura de  $30^{\circ}\text{C}$ ? Considere una temperatura ambiente de  $20^{\circ}\text{C}$



t	T
0	150
1	125.7982999
2	106.1021559
3	90.0727824
4	77.02754806
5	66.41090487
6	57.77072949
7	50.73906897
8	45.01647106
9	40.3592316
10	36.56901609
11	33.48441333
12	30.97406158
13	28.9310543
14	27.26838739
15	25.91525407
16	24.81402942
17	23.91781637
18	23.18844855
19	22.59486489
20	22.11178688
21	21.71864201
22	21.39868771
23	21.13829833
24	20.92638483
25	20.75392261
26	20.61356716
27	20.49934125
28	20.40638043
29	20.33072583
30	20.26915562



# Ejemplo

Al sacar un pastel del horno, su temperatura es de  $150^{\circ}\text{C}$ . Tres minutos después su temperatura es de  $90^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuánto tiempo le tomará al pastel enfriarse hasta la temperatura ambiente de  $20^{\circ}\text{C}$ ?



# Ejemplo

Se sabe que la población de cierto país aumenta a una razón proporcional al número de habitantes actuales del país. Si después de dos años la población se ha duplicado y después de tres años la población es de 20,000 habitantes, hallar el número de habitantes que había inicialmente en el país.