Díaz Hernández Marcos Bryan	Ma-Ju	N° de Lista: 12

Tarea: 19

Díaz Hernández Marcos Bryan	Ma-Ju	No de Lista: 12

Tarea: 19

- Ejercicio 7, página 305, Barrera

En el espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$, se define la operación:

$P_2 = \{ax^2+bx+c \mid a,b,c \in \mathbb{R}\}$ $\quad (p|q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(2)q(2)$

- Determine si es un producto interno.

$\forall \; ax^2+bx+c,\ wx^2+yx+z,\ dx^2+ex+F \in P_2$

1.- $(ax^2+bx+c \mid wx^2+yx+z) = (wx^2+yx+z \mid ax^2+bx+c)$

$cz + (a+b+c)(w+y+z) + (4a+2b+c)(4w+2y+z) = zc + (w+y+z)(a+b+c) + (4w+2y+z)(4a+2b+c)$

∴ cumple

2: $(ax^2+bx+c \mid (wx^2+yx+z) + (dx^2+ex+F)) = (ax^2+bx+c \mid wx^2+yx+z) + (ax^2+bx+c \mid dx^2+ex+F)$

$c(z+F) + (a+b+c)(w+y+z+d+e+F) + (4a+2b+c)(4w+2y+z+4d+2e+F) =$

$cz + (a+b+c)(w+y+z) + (4a+2b+c)(4w+2y+z) + cF + (a+b+c)(d+e+F) + (4a+2b+c)(4d+2e+F)$

$c(z+F) + (a+b+c)(w+y+z+d+e+F) + (4a+2b+c)(4d+2e+F+4w+2y+z)$ ∴ cumple

3: $(\alpha(ax^2+bx+c) \mid wx^2+yx+z) = \alpha(ax^2+bx+c \mid wx^2+yx+z)$

$(\alpha c)(z) + (\alpha a+\alpha b+\alpha c)(w+y+z) + (\alpha 4a+\alpha 2b+\alpha c)(4w+2y+z) =$

$\alpha(cz + (a+b+c)(w+y+z) + (4a+2b+c)(4w+2y+z))$

$\alpha(cz) + \alpha(a+b+c)(w+y+z) + \alpha(4a+2b+c)(4w+2y+z) =$ cumple

4: $(ax^2+bx+c \mid ax^2+bx+c) > 0$ $\quad ax^2+bx+c \neq 0x^2+0x+0$

$(c^2) + (a+b+c)^2 + (4a+2b+c)^2 > 0$ $\quad$ ∴ $(p|q)$ es un producto interno

- Cumple por ser cualquier valor mayor que cero al cuadrado mayor que cero.

∴ cumple

Díaz Hernández Marcos Bryan Ma-Ju N° de Lista: 12

Tarea: 19

- Ejercicio 5, 2015 -7, 1° Final, Tipo C

Sea el espacio vectorial complejo $N=\left\{\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \middle| a,b \in \mathbb{C}\right\}$ determinar si

$$\left(\begin{matrix} a & 0 \\ 0 & b \end{matrix}\right) \bigg| \left(\begin{matrix} x & 0 \\ 0 & y \end{matrix}\right) = 2b\bar{y}$$

- Donde $\bar{y}$ es el conjugado de y.
- Producto interno en M

$\forall \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \in N$

1)

$$\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \right) = \overline{\left(\begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \right)}$$

$$(2b)\bar{y} = \overline{2y\bar{b}} \hookrightarrow 2b\bar{y} = 2b\bar{y}$$

$\therefore$ cumple

2)

$$\left(\alpha \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \right) = \alpha \left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \right)$$

$$2\alpha b\bar{y} = \alpha(2b\bar{y})$$

$$\alpha(2b\bar{y}) = \alpha(2b\bar{y})$$

$\therefore$ cumple

3)

$$\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \right) = \left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \right) + \left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \right)$$

$$\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x+w & 0 \\ 0 & y+z \end{bmatrix} \right) = \left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \right) + \left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \right)$$

$$(2b)(\overline{y+z}) = (2b)(\bar{y}) + (2b\bar{z}) \qquad 2b(\overline{y+z}) = (2b)(\overline{y+z}) \quad \therefore \text{ cumple}$$

4)

$$\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \right) > 0 \qquad \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{matrix}$$

$2b\bar{b} > 0$ $\qquad b = 1+i$

$2(1+1) > 0$ $\qquad \bar{b} = 1-i$

$2(2) > 0$

$4 > 0$ $\qquad \therefore$ cumple

$\therefore \left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \bigg| \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \right)$ es un producto interno

- El conjugado por el imaginario siempre va a dar por lo menos igual a 1.