Díaz Hernández Marcos Bryan Ma-Ju N° de Lista: 12
Tarea: 20

- Ejercicio 4. 2015-1. 1° Final, Tipo A

Sea el espacio vectorial complejo C^2 con el producto interno.

$(\bar{x}|\bar{y}) = x_1\bar{y}_1 + 4x_2\bar{y}_2 \quad \forall \bar{x}=(x_1,x_2),\ \bar{y}=(y_1,y_2) \in C^2$

donde $\bar{y}_1$ y $\bar{y}_2$ son los conjugados de y_1 y y_2, respectivamente, y sean los vectores $\bar{z}=(1,i)$, $\bar{w}=(i,a)\in C^2$.

a) Determinar el número a para que $(\bar{z}|\bar{w})=3i$

b) Con el valor de a obtenido, comprobar que $\|\bar{z}+\bar{w}\| \le \|\bar{z}\| + \|\bar{w}\|$.

a) $(\bar{z}|\bar{w}) = (1)(-i) + 4(i)(\bar{a}) = 3i$ $\quad (\bar{z}|\bar{w}) = (1)(-i) + 4(i)(1) = 3i$

$= -i + 4i = 3i$

$-i + 4i\bar{a}) = 3i \quad \underline{a=1}$

$4i\bar{a} = 4i$

$i\bar{a} = i$

$\bar{a} = 1$

b) $\|\bar{z}+\bar{w}\| \le \|\bar{z}\| + \|\bar{w}\| \quad \|(1,i)+(i,1)\| \le \|(1,i)\| + \|(i,1)\|$

$\|(1+i, i+1)\| \le \sqrt{(1,i)|(1,i)} + \sqrt{(i,1)|(i,1)}$

$\sqrt{(1+i,i+1)|(1+i,i+1)} \le \sqrt{(1)+4(1)} + \sqrt{+1+4}$

$\sqrt{(1+i)(1-i)+(4)(i+1)(-i+1)} \le \sqrt{5}+\sqrt{5}$

$\sqrt{2+4(2)} \le 2\sqrt{5}$

$\sqrt{10} \le 2\sqrt{5}$

$3.16 \le 4.47$

$\underline{\text{Se cumple}}$

Díaz Hernández Marcos Bryan   Ma-Ju   N° de Lista: 12

Tarea: 20

jercicio 9, págna 357, Barrera.

En el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$, se define el producto interno:

$(\bar{v}|\bar{u}) = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2 \;;\; \forall\ \bar{v}=(x_1, y_2),\ \bar{u}=(x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$

Obtenga un vector $\bar{w} \in \mathbb{R}^2$ que, con el producto interno dado, sea ortogonal al vector $(9, 1)$ y su suma sea $\sqrt{33}$. norma $= \sqrt{33}$

$\bar{w} = (x, y)$ ∘ $(\bar{v}|\bar{u}) = 0$ ∘ $||\bar{w}|| = \sqrt{33}$

$$\begin{cases} 8x - 9y + 27 = 0 & \ldots 1) \\ x^2 + xy = 33 & \ldots 2) \end{cases}$$

$((x,y)|(9,1)) = 0$

$9x - x - 9y + 3(9) = 0$

$8x - 9y + 27 = 0$

$\sqrt{(x,y)|(x,y)} = \sqrt{33}$

$x^2 - xy - xy + 3xy = 33$

$x^2 + xy = 33$

1) $y = \dfrac{-27 - 8x}{-9}$ $\quad y = 3 + \dfrac{8x}{9}$

2) $x^2 + x\left(3 + \dfrac{8x}{9}\right) = 33$

$x^2 + 3x + \dfrac{8x^2}{9} = 33$

$\dfrac{17}{9}x^2 + 3x - 33 = 0$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{(9) + (4)(33)\left(\frac{17}{9}\right)}}{\frac{34}{9}}$$

$$\frac{-3 \pm 16.072}{\frac{34}{9}}$$

$x_1 = -5.04$

$x_2 = 3.46$

1) $(8)(-5.04) - 9y = -27$

$-9y = 13.32$

$y = -1.48$

2) $(8)(3.46) - 9y = -27$

$-9y = -54.68$

$y = 6.07$

sol 1 $= (-5.04, -1.48)$ $\quad$ sol 2 $= (3.46, 6.07)$

$((-5.04, -1.48)|(9,1))$

$-45.36 + 5.04 + 13.32 + 27 = 0$

$((3.46, 6.07)|(9,1))$

$31.14 - 3.46 - 54.63 + 27 = 0.05$

$||\bar{w}|| = \sqrt{(-5.04, -1.48)|(-5.04, -1.48)}$

$\sqrt{25.40 - 7.45 - 7.45 + 3(7.45)}$

$||\bar{w}|| = \sqrt{32.85}$

$\sqrt{(3.46, 6.07)|(3.46, 6.07)}$

$\sqrt{11.97 - 21.0 - 21 + 3(21)}$

$||\bar{w}|| = \sqrt{32.97}$

∴ Los resultados son cercanos por los decimales

- Ejercicio 3, 2005-2, 2° Final, Tipo A

Sean U un espacio vectorial real con producto interno y $d(\bar{u}, \bar{v}) = 4$ la distancia entre los vectores. calcular:

$\|\bar{u} - \bar{v}\| = 4$

$d(2\bar{u} - \bar{v},\ 3\bar{u} - 2\bar{v}) + d(2\bar{u}, 2\bar{v}) + d(\bar{0}, \bar{u} - \bar{v})$

$\|2\bar{u} - \bar{v} - 3\bar{u} + 2\bar{v}\| + \|2\bar{u} - 2\bar{v}\| + \|\bar{0} - \bar{u} + \bar{v}\|$

$\|-\bar{u} + \bar{v}\| \qquad + 2\|\bar{u} - \bar{v}\| + \|\bar{u} - \bar{v}\|$

$R: \|\bar{u} - \bar{v}\| + 2\|\bar{u} - \bar{v}\| + \|\bar{u} - \bar{v}\|$

$\underline{R = 16}$