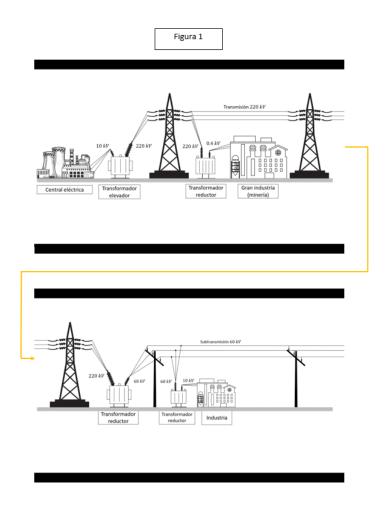


## RC3 - Circuitos eléctricos

## Circuitos eléctricos

La electricidad desempeña un papel fundamental en la vida cotidiana de las personas. Siempre está allí, para hacer funcionar luces, computadoras, televisores, refrigeradoras, cargar las baterías de los celulares y laptops, y una infinidad de artefactos que nos ayudan a hacer más cómoda y eficiente nuestra vida moderna. Sin embargo, como a veces sucede con las cosas muy comunes, no nos damos cuenta de lo que esta significa hasta que ocurre un apagón, hecho que ya muy poco sucede en estos días. Pero no siempre fue así en el Perú (pregunten a sus padres cómo estudiaban en la época del terrorismo).

Es tan sencillo encender un equipo, basta con apretar un interruptor. Pero es necesario disponer de una gran infraestructura física para que llegue la electricidad al interruptor: generadores de electricidad, transformadores, subestaciones, líneas eléctricas de alta-media-baja tensión, etc. (ver secuencia-figura 1).



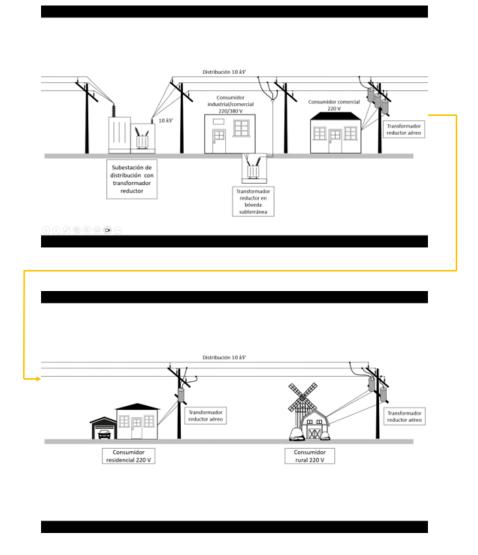


Figura 1:

Para poder representar simplificadamente todo este equipamiento, se suele usar esquemas sencillos, con símbolos para cada equipo y líneas para representar las líneas de transmisión, conocidos como diagramas unifilares (Ver figura 2).

Cuando ya se quiere calcular los voltajes en las barras o las corrientes que circulan por las líneas, se utilizan unos esquemas que se conocen como circuitos eléctricos, que son los más utilizados poder simular la dependencia entre los voltajes y corrientes de forma completa (Ver figura 3). Esta relación, elemento por elemento, se da a través de una ley de electricidad conocida como la Ley de Ohm:, que establece que la diferencia de voltaje entre los extremos de un elemento (una línea de transmisión, por ejemplo) es proporcional a la corriente que lo atraviesa. La constante de proporcionalidad es la resistencia (también llamada impedancia), que podría interpretarse como la oposición al paso de la corriente a través del elemento y puede considerarse, dentro de ciertos límites de temperatura, como constante. De esta forma, la Ley de Ohm realmente es una ecuación lineal. Hay que considerar que, matemáticamente, los voltajes, corrientes y resistencias (impedancias), se representan por números complejos, cuya parte real está relacionada con la energía que realmente se "gasta" en el elemento, y su parte compleja, como una energía que va y viene del elemento y que, a efectos netos, no se utiliza en él. En los esquemas indicados, los generadores son las fuentes de voltaje, que empujan los electrones por las líneas eléctricas, estableciéndose la corriente eléctrica, que es el término que más utilizamos cuando hablamos de electricidad. Pero, realmente, la electricidad es definida tanto por el voltaje, como por la corriente.

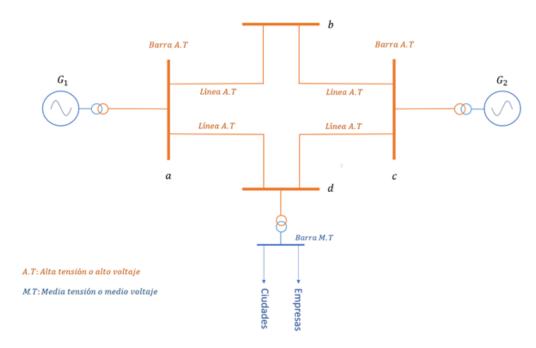


Figura 2:

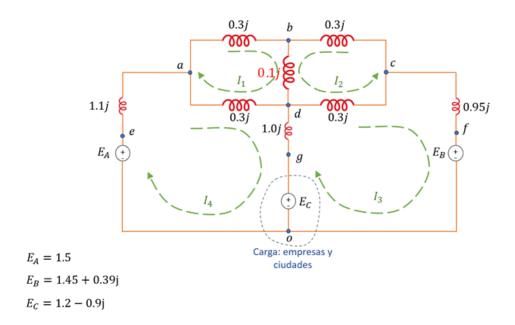


Figura 3:

## Problema

Cuatro barras de alta tensión A, B, C y D están conectadas como se ve en el diagrama unifilar de la figura 2. A las barras A y C se conectan dos generadores, suministrando electricidad a las cargas ubicadas en la barra D, que son una ciudad y una empresa con muchos motores (carga). El circuito eléctrico de impedancias ha sido dibujado en la figura 3.

Las cuatro ecuaciones que relacionan las corrientes que aparecen en las mallas del circuito, con las fuentes de voltaje que lo alimenta, son:

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 + z_{13}I_3 + z_{14}I_4$$

$$E_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 + z_{23}I_3 + z_{24}I_4$$

$$E_3 = z_{31}I_1 + z_{32}I_2 + z_{33}I_3 + z_{34}I_4$$

$$E_4 = z_{41}I_1 + z_{42}I_2 + z_{43}I_3 + z_{44}I_4$$

Los primeros miembros del sistema son combinaciones lineales de las fuentes de voltaje, representados por las letras E. Se evalúan como los incrementos de voltaje debido a las fuentes a lo largo de la malla.

Por ejemplo, en el lazo 4, siguiendo la dirección de la corriente del lazo, en la fuente  $E_A$  el incremento del voltaje es positivo. Sin embargo, en la fuente  $E_C$  hay una caída de voltaje (incremento negativo). Luego:

$$E_4 = E_A - E_C$$

Con la misma lógica, en el lazo 3:

$$E_3 = E_C - E_B$$

Las impedancias  $z_{11}$ ,  $z_{22}$ ,  $z_{33}$  y  $z_{44}$ , se llaman impedancias propias de los lazos y son iguales, respectivamente, a la suma de las impedancias de los lazos 1, 2, 3 y 4. Así tenemos:

$$z_{11} = 0.3j + 0.1j + 0.3j = 0.7j.$$

Las otras impedancias se llaman **impedancias mutuas** de los lazos y son comunes a los lazos indicados por los subíndices. Cada impedancia mutua es, o la impedancia común a los dos lazos con los que se identifica, o el valor negativo de la impedancia común, según los sentidos de las corrientes de los dos lazos sean iguales u opuestos en la impedancia mutua.

Por ejemplo, 
$$z_{14} = -0.3j$$
 y  $z_{23} = +0.3j$ 

Si no hay impedancias en común en los lazos,  $z_{ij} = 0$ .

- 1. Completar los coeficientes de todas las ecuaciones del sistema y expresar este como una combinación lineal de vectores columnas que generan un vector resultado. El vector resultado es el vector de las fuentes de voltaje.
- 2. ¿Los vectores columnas de las corrientes son vectores linealmente independientes? ¿Que sucedería si no lo fueran?

3. Si  $E_A=E_B=E_C$ , ¿qué tipo de sistema lineal se tendría? ¿existirían infinitas soluciones para las corrientes?

**NOTA:** Van a trabajar con números complejos  $(j = \sqrt{-1})$ . Sin embargo, los procedimientos para solucionar los sistemas, así como la aplicación de comandos para hallar los rangos, son los mismos.

Elaborado por : Profesor Rolando Seclen