Resolución de Casos 5

Pregunta 1

Demostrar que $R_0 = Q_0^t A_0$.

1. Demostrar que $R_0 = Q_0^t A_0$

Factorización QR a A_0:

$A_0 = Q_0 R_0$

Multiplicamos Q_0^T a ambas partes de la ecuación:

$A_0 . Q_0^T = QRQ_0^T$

Por teoría sabemos que: $Q_0 . Q_0^T$ es igual a la matriz Identidad (I)

Entonces:

$A_0 . Q_0^T = I . R$

Toda matriz multiplicada por la matriz Identidad, da la misma matriz.

Entonces: $I.R = R$

$\Rightarrow A_0 . Q_0^T = R$

Pregunta 2

Llamamos $A_1 = R_0 Q_0 = Q_0^t A_0 Q_0$. En general definimos, si $A_k = Q_k R_k$, entonces $A_{k+1} = R_k Q_k$. Si $A_0 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$,

hallar A_7, A_8 y A_9.

Declaramos A_0 y obtenemos de forma iterativa los valores de A_k.

```
A_0 = [2 1 0 ; 1 3 1 ; 0 1 4];
A_k = A_0;

for i = 1:9
    fprintf("A" + i + ":")
    [Q_k, R_k] = qr(A_k); % Factorización QR
    A_k = R_k * Q_k % Transformación A_k + 1 = R_k * Q_k
end
```

```
A1:
A_k = 3×3
    3.0000    1.0954   -0.0000
    1.0954    3.0000   -1.3416
         0   -1.3416    3.0000
A2:
A_k = 3×3
    3.7059    0.9558    0.0000
    0.9558    3.5214    0.9738
         0    0.9738    1.7727
A3:
A_k = 3×3
    4.1566    0.8284   -0.0000
    0.8284    3.4880   -0.4162
         0   -0.4162    1.3553
A4:
A_k = 3×3
    4.4487    0.6422    0.0000
    0.6422    3.2690    0.1638
         0    0.1638    1.2823
A5:
A_k = 3×3
    4.6062    0.4497   -0.0000
    0.4497    3.1234   -0.0662
         0   -0.0662    1.2704
A6:
A_k = 3×3
    4.6792    0.2979    0.0000
    0.2979    3.0524    0.0274
         0    0.0274    1.2684
A7:
A_k = 3×3
    4.7104    0.1924   -0.0000
    0.1924    3.0216   -0.0115
         0   -0.0115    1.2680
A8:
A_k = 3×3
    4.7233    0.1229    0.0000
    0.1229    3.0087    0.0048
         0    0.0048    1.2680
A9:
A_k = 3×3
    4.7285    0.0781   -0.0000
    0.0781    3.0035   -0.0020
         0   -0.0020    1.2680
```

Pregunta 3

Verificar que la diagonal de la matriz A_9 se aproxima a los vectores de A. Comparar en el matlab mediante el uso del comando eig.

Volvemos a realizar la iteración que usamos en la pregunta 3 para obtener A_9.

```
A_k = A_0;

for i = 1:9
    [Q_k, R_k] = qr(A_k);
    A_k = R_k * Q_k;
end
```

Ahora, calculamos los autovalores de A, y extraemos la diagonal de A_9.

```
eigA = eig(A_0)
```

```
eigA = 3×1
    1.2679
    3.0000
    4.7321
```

```
diagA9 = diag(A_k)
```

```
diagA9 = 3×1
    4.7285
    3.0035
    1.2680
```

Comparamos los autovalores de A con la diagonal de A_9.

Autovalores de A:

```
eigA
```

```
eigA = 3×1
    1.2679
    3.0000
    4.7321
```

Diagonal de A_9:

```
diagA9
```

```
diagA9 = 3×1
    4.7285
    3.0035
    1.2680
```