Resolución de Casos 3

1. Complete los coeficientes de todas las ecuaciones del sistema y exprese este como una combinación lineal de vectores columnas que generar un vector resultado. El vector resultado es el vector de las fuentes de voltaje.

Declaramos la constante $j = \sqrt{-1}$

```
j = sqrt(-1)
```

```
j = 0.0000 + 1.0000i
```

Declaramos los valores de cada z_{ij}

```
z = cell(4);

z{1, 1} =  0.70 * j; z{1, 2} =  0.10 * j; z{1, 3} =     0 * j; z{1, 4} =  -0.30 * j;
z{2, 1} =  0.10 * j; z{2, 2} =  0.70 * j; z{2, 3} =  0.30 * j; z{2, 4} =      0 * j;
z{3, 1} =     0 * j; z{3, 2} =  0.30 * j; z{3, 3} =  2.25 * j; z{3, 4} =  -1.00 * j;
z{4, 1} = -0.30 * j; z{4, 2} =     0 * j; z{4, 3} =  -1.0 * j; z{4, 4} =   2.40 * j;

display(z) %#ok<DISPLAYPROG>
```

z = 4×4 cell

	1	2	3	4
1	0.0000 + 0.7000i	0.0000 + 0.1000i	0	0.0000 - 0.3000i
2	0.0000 + 0.1000i	0.0000 + 0.7000i	0.0000 + 0.3000i	0
3	0	0.0000 + 0.3000i	0.0000 + 2.2500i	0.0000 - 1.0000i
4	0.0000 - 0.3000i	0	0.0000 - 1.0000i	0.0000 + 2.4000i

Declaramos los vectores columna

```
vector_columna_1 = cell2mat(z(:, 1))
```

```
vector_columna_1 = 4×1 complex
   0.0000 + 0.7000i
   0.0000 + 0.1000i
   0.0000 + 0.0000i
   0.0000 - 0.3000i
```

```
vector_columna_2 = cell2mat(z(:, 2))
```

```
vector_columna_2 = 4×1 complex
   0.0000 + 0.1000i
   0.0000 + 0.7000i
   0.0000 + 0.3000i
   0.0000 + 0.0000i
```

```
vector_columna_3 = cell2mat(z(:, 3))
```

```
vector_columna_3 = 4×1 complex
   0.0000 + 0.0000i
```

```
   0.0000 + 0.3000i
   0.0000 + 2.2500i
   0.0000 - 1.0000i
```

```
vector_columna_4 = cell2mat(z(:, 4))
```

```
vector_columna_4 = 4×1 complex
   0.0000 - 0.3000i
   0.0000 + 0.0000i
   0.0000 - 1.0000i
   0.0000 + 2.4000i
```

Declaramos E_A, E_B y E_C

```
E_A = 1.5; E_B = 1.45 + 0.39 * j; E_C = 1.2 - 0.9 * j;
```

Declaramos los valores de E_1, E_2, E_3 y E_4

```
E = sym([0 0 (E_C - E_B) (E_A - E_C)])'
```

E =

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{4}+\frac{129}{100}\,\mathrm{i} \\ \frac{3}{10}-\frac{9}{10}\,\mathrm{i} \end{pmatrix}$$

La expresión del sistema es

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{4}+\frac{129}{100}\mathrm{i} \\ \frac{3}{10}-\frac{9}{10}\mathrm{i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{10}\mathrm{i} \\ \frac{1}{10}\mathrm{i} \\ 0 \\ -\frac{3}{10}\mathrm{i} \end{pmatrix} I_1 + \begin{pmatrix} \frac{1}{10}\mathrm{i} \\ \frac{7}{10}\mathrm{i} \\ \frac{3}{10}\mathrm{i} \\ 0 \end{pmatrix} I_2 + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{10}\mathrm{i} \\ \frac{9}{4}\mathrm{i} \\ -\mathrm{i} \end{pmatrix} I_3 + \begin{pmatrix} -\frac{3}{10}\mathrm{i} \\ 0 \\ -\mathrm{i} \\ \frac{12}{5}\mathrm{i} \end{pmatrix} I_4$$

2. ¿Los vectores columnas de las corrientes son vectores linealmente independientes? ¿Qué sucedería si no lo fueran?

Para determinar si los vectores columna son linealmente independientes, tenemos que calcular la determinante de la matriz cuadrada que forman. Si su determinante es diferente de cero, entonces son linealmente independientes.

```
M = [vector_columna_1 vector_columna_2 vector_columna_3 vector_columna_4]
```

```
M = 4×4 complex
   0.0000 + 0.7000i   0.0000 + 0.1000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.3000i
   0.0000 + 0.1000i   0.0000 + 0.7000i   0.0000 + 0.3000i   0.0000 + 0.0000i
   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.3000i   0.0000 + 2.2500i   0.0000 - 1.0000i
   0.0000 - 0.3000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 1.0000i   0.0000 + 2.4000i
```

```
det(M)
```

```
ans = 1.8091
```

Obtuvimos que la determinante de la matriz que forman es 1.8091(diferente de cero), entonces, los vectores columna son linealmente independientes.

Otra forma de determinar su dependencia lineal es escalonar la matriz y analizar si cada vector columna contiene un pivot

```
ER = rref(M)
```

Podemos observar que cada vector columna contiene un pivot. Por lo tanto son linealmente independientes.

Si los vectores columna no fueran linealmente independientes, alguno de ellos sería combinación lineal de otro; por lo que el sistema podría tener infinitas soluciones o no tener ninguna para las corrientes

Además, desde una perspectiva eléctrica, tendríamos que no todas las impedancias son necesarias para describir completamente el sistema. ya que podemos expresar las impedancias de uno de estos lazos en términos de otro.

3. Si $E_A = E_B = E_C$, ¿qué tipo de sistema lineal se tendría?, ¿existirían infinitas soluciones para las corrientes?

Si $E_A = E_B = E_C$, entonces, el vector de voltajes sería un vector nulo $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, por lo tanto, el SEL sería homogéneo

$(\mathrm{Ax} = 0)$ y sería de esta forma:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{10}\mathrm{i} & \frac{1}{10}\mathrm{i} & 0 & -\frac{3}{10}\mathrm{i} \\ \frac{1}{10}\mathrm{i} & \frac{7}{10}\mathrm{i} & \frac{3}{10}\mathrm{i} & 0 \\ 0 & \frac{3}{10}\mathrm{i} & \frac{9}{4}\mathrm{i} & -\mathrm{i} \\ -\frac{3}{10}\mathrm{i} & 0 & -\mathrm{i} & \frac{12}{5}\mathrm{i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix}$$

Debido a que los vectores columna que forman la matriz$A$son linealmente independientes, solo existe una solución trivial para el vector de intensidades (vector de incógnitas); de esta forma:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$