AGC 3

Pregunta 2

```
A = [1 1 2 ; 1 -1 0 ; -2 1 -1 ; 1 -1 0]
```

```
A = 4×3
     1     1     2
     1    -1     0
    -2     1    -1
     1    -1     0
```

Por teoría, sabemos que la dimensión de la imagen de la función T es igual al rango de la matriz A asociada, entonces, solo necesitamos escalonar la matriz A e identificar su rango.

$$\mathrm{Dim}\ (\mathrm{Im}\,(T)) = \mathrm{ran}\,(A)$$

```
rref(A)
```

```
ans = 4×3
     1     0     1
     0     1     1
     0     0     0
     0     0     0
```

Finalmente, vemos que el rango de la matriz A es 2, entonces, la dimensión de la imagen de T es 2.

Pregunta 3

P3:

$L: R^3 \to R^2$

$$L\left(\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x1 + x2 + x3 \\ x1 + 2x2 + 3x3 \end{bmatrix}$$

a)

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Resolvemos

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}\right] f_2 - f_1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow \begin{array}{l} x1 + x2 + x3 = 0 \Rightarrow x1 - 2x3 + x3 \Rightarrow x1 = x3 \\ x2 + 2x3 = 0 \Rightarrow x2 = -2x3 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x3 \\ -2x3 \\ x3 \end{bmatrix}, \quad x3 \in \mathbb{R}$$

$$= x3 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad Nu(L) \left\{ \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} = x3 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

c) $Dim(Nu(L)) = 1$, por teoría $Dim(Nu(L)) + Dim(Im(L)) = n$,

$1 + Dim(Im(L)) = 3 \Rightarrow Dim(Im(L)) = 2$

Pregunta 4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix} \qquad T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$A_a = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & a \\ 4 & 2 & 6 & b \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 - 2f_1} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 0 & 0 & b-2a \end{bmatrix}$$

$\text{Ran } A = 0$

$\text{Ran } A_a = 0$ para que sea consistente

$$b - 2a = 0 \qquad \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 2a \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} ; \; a \in \mathbb{R}$$
$$b = 2a$$

$$Im(T) = gen\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}\right\}$$