Investigación Operativa

Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Resistencia

Guía de Ejercicios Nº 4

Programación restringida 1º y 2º Derivada

1- Hallar $x \geq 0 / z = g(x) \rightarrow \min$
$z = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 + 5$

2- Hallar $x \geq 0 / z = g(x) \rightarrow \min$
$z = x_1^{\,2} + 3x_2^{\,2} - 8x_1 - 6x_2 + 24$

3- Hallar $x \geq 0 / z = g(x) \rightarrow \max$
$z = -(x_1 - 4)^2 - 3(x_2 - 2)^2 + 24$

4- Hallar $x \geq 0 / z = g(x) \rightarrow \max$
$z = -x_1^{\,2} - (x_2 + 1)^2$

Método de Lagrange:

1-Hallar $x / z = x_1^{\,2} + x_2^{\,2} - 2x_1 - 2x_2 + 4 \rightarrow Min$
Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 = 4$

2-Hallar $x / z = (x_1 - 4)^2 + 3(x_2 - 2)^2 - 4 \rightarrow Min$
Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 = 4$

3-Hallar $x / z = -x_1^{\,2} - (x_2 - 1)^2 \rightarrow Max$
Sujeto a $g(x) = 2x_1 + x_2 = 1$

4-Hallar $x / z = x_1^{\,2} + (x_2 + 1)^2 \rightarrow Min$
Sujeto a $g(x) = 2x_1 + x_2 = 1$

5-Hallar $x / z = -x_1^{\,2} - x_2^{\,2} - x_3^{\,2} + 4x_1 + 8x_2 + 16x_3 \rightarrow Max$
Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 + x_3 = 2$
$g(x) = x_1 + 2x_2 = 0$

Resolver los siguientes ejercicios aplicando el Método de Kuhn-Tucker:

1- Hallar $x / z = -x_1^{\,2} - x_2^{\,2} \rightarrow Max$
Sujeto a $g(x) = x_1 - 2x_2 \leq -6$
$g(x) = x_1 \geq 2$

2- Hallar $x / z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow Min$
Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 \geq 8$
$g(x) = -x_1^{\,2} - x_2^{\,2} \geq -49$

3- Hallar $x / z = 4x_1 + 4x_2 - 8 - {x_1}^2 - {x_2}^2 \rightarrow Max$

Sujeto a $g(x) = -x_1 - x_2 \geq -8$

$g(x) = {x_1}^2 + {x_2}^2 \geq 49$

4- Considere el siguiente problema:

Maximizar f(x,y) = 3x + 2y2 – xy

Sujeto a:

2x + y $\geq$ 6

x $\geq$ 0 ; y $\geq$0

Se pide: Encuentre un punto (x, y) que satisfaga todas las condiciones anteriores.

5- Una compañía planea gastar 10.000 UM en publicidad. Cuesta 3.000 UM un minuto de publicidad en la TV y 1.000 UM un minuto de publicidad en la radio.

Si la empresa compra x minutos de comerciales de TV y y minutos de comerciales en la radio, su ingreso, en miles de UM, está dado por:

$$f(x,\ y) = -2\ x^2 - y^2 + x\ y + 8\ x + 3\ y$$

¿Cómo puede la empresa mejorar su ingreso?

6- La empresa ZUMIBAN se dedica a la obtención de zumos de frutas exóticas. En el proceso de transformación se utiliza zumo puro, agua y otros aditivos que diferencian los zumos de la empresa respecto a los de la competencia. El zumo puro se obtiene exprimiendo las frutas y desechando las pieles y otros residuos sólidos.

ZUMIBAN fabrica tres tipos de zumo A, B y C combinando zumo puro, agua y aditivos en las siguientes proporciones:

TIPO ZUMO	ZUMO PURO	AGUA	ADITIVOS
A	2	1	1
B	5	2	2
C	3	2	1

Se sabe que la función de ingresos de la empresa es $2x^2+y^2+2z^2$ donde x, y, z son los litros de los zumos A, B y C, y que los costes totales por litro son de 10 u.m. para el zumo A, 2 u.m. para el zumo B y 3 u.m. para el zumo C. También se conoce que por cada 10 Kg. de fruta se obtienen 7 litros de zumo puro y la empresa dispone de un stock de 20.000 Kg. de fruta en almacén. No existen límites para el empleo de agua y aditivos. Además, por razones estratégicas se considera que no es conveniente que la producción de un tipo de zumo supere el 40% del total.

Se pide:

a) Sabiendo que el objetivo de la empresa es maximizar su función de beneficios averigua cuántos litros de cada clase de zumo producirá ZUMIBAN.

7- Resuelva el siguiente ejercicio aplicando el método más adecuado.

Una compañía planea invertir como máximo 8.000 UM en una nueva línea de producción.

Cuesta 120 UM una hora producción planta propia y 180 UM una hora producción contratada. El ingreso de la empresa, en miles de UM, está dado por $f(x,\ y) = 2\ x^2 - y^2 + x\ y + 8\ x - 3\ y$

¿Cómo debe invertir para mejorar sus ingresos?

Definir las variables.

Convexa separable

Programación Libre.

Hallar $x/z = {x_1}^2 + (x_2 + 1)^2 \rightarrow Min$

Aplicar la ecuación de la circunferencia. Circunferencia con centro en (a,b) y radio Z.

Programación restringida:

1- Hallar $x/z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow Max, Min$

Sujeto a $g(x) = x_1 \leq 1{,}5$

$g(x) = x_2 \leq 1$

2- Hallar $x/z = {x_1}^2 + (x_2 + 1)^2 \rightarrow Min$

Sujeto a $g(x) = 2x_1 + x_2 = 1$

3- Hallar $x/z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow Max$

Sujeto a $g(x) = x_1 \leq 4$

$g(x) = x_2 \leq 10$

4- Hallar $x/z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow Min$

Sujeto a $g(x) = 2x_1 + x_2 \leq 2$

Algoritmos de programación no lineal

Método de búsqueda dicótomo	Método de sección dorada
$x1 = \frac{1}{2}(xR + xL - \Delta)$	$x1 = xR - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).(xR - xL)$
$x2 = \frac{1}{2}(xR + xL + \Delta)$	$x2 = xL + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).(xR - xL)$

Resolver 2 Iteraciones como mínimo con Δ = 0,05 para los 2 métodos

1- $f(x) = -(x-3)^2 \quad 2 \leq x \leq 4$

2- $f(x) = 4x \qquad 0 \leq x \leq 2$

$4 - x \quad 2 \leq x \leq 4$

3- *f(x) = 2x² + (2-x) 2≤x≤4*

Método del Gradiente:

1- Hallar
$$x \geq 0 / z = g(x) \to \min$$
$$z = -(x_1 - 4)^2 + 3(x_2 - 2)^2 - 4$$

2- Hallar
$$x \geq 0 / z = g(x) \to \max$$
$$z = -x_1^2 - (x_2 + 1)^2$$

3- Hallar
$$x \geq 0 / z = g(x) \to \max$$
$$z = 4x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_2^2$$

Punto inicial (1,1)