

GUÍA DE EJERCICIOS N° 7 – DINÁMICA DE SISTEMAS**Ejercicio N° 1: Dinámica Poblacional**

Una población se halla formada inicialmente por 1000 individuos, su tasa de natalidad es del 5% semanal, y su esperanza media de vida es de 100 semanas. No hay migraciones y la distribución de edades de la población es uniforme. Si se mantienen constantes la tasa de natalidad y la esperanza de vida, obtendremos una determinada evolución temporal del número de individuos.

Se pide:

- Representar los elementos del sistema y modelarlo utilizando Diagramas Causales.
- Elaborar el Diagrama de Flujos o de Forrester.
- Escribir las ecuaciones correspondientes del diagrama realizado en el ítem b).

Ejercicio N° 2: Llenando un vaso

Hacer un modelo de simulación en el que una persona llena un vaso de agua. Supondremos que se cumple una condición: que la persona actúe con lógica. Además, sabemos que:

- a más entrada de agua, mayor será el nivel de agua en el vaso.
- a mayor nivel de agua en el vaso, menor será el volumen vacío.
- a mayor volumen vacío, mayor será la entrada de agua.

La capacidad del vaso es de 250 cm^3 . Para definir el comportamiento de dejar entrar agua en función al volumen vacío del vaso, se deberá utilizar la tabla que se detalla a continuación:

Volumen vacío del vaso (cm^3)	Entrada de Agua ($\text{cm}^3/\text{segundo}$)
0	0
50	10
100	30
150	50
200	50
250	50

Así cuando el vaso esté vacío dejaremos entrar $50 \text{ cm}^3/\text{segundo}$, punto (250,50) y cuando el volumen vacío sea 0 la entrada será 0, punto (0,0).

Se pide:

- Representar los elementos del sistema y modelarlo utilizando Diagramas Causales.
- Elaborar el Diagrama de Forrester.
- Escribir las ecuaciones correspondientes del diagrama realizado en el ítem b).

Ejercicio N° 3: Dinámica de un Depósito

Se desea simular un sistema simple, el que regula el contenido de un depósito de agua; el mismo posee una sola entrada y una sola salida. El depósito tiene una capacidad máxima de 100 litros, que tiene en su momento inicial 50 litros de líquido. Se desea saber la dinámica del depósito en función de la entrada y la salida de caudal.

La entrada al mismo es regulada para evitar un desborde - entrará más caudal cuando el depósito esté casi vacío y entrará menos caudal cuando el depósito esté casi lleno. Inicialmente equilibramos la entrada en el depósito de forma tal que entra una fracción de $1/10$ del volumen vacío del depósito.

Por el otro lado, la salida de agua es regulada para evitar que quede vacío - saldrá más líquido cuando el depósito esté lleno y saldrá menos cuando el depósito esté casi vacío. Inicialmente regularemos la salida para que ésta sea una fracción de $1/10$ del contenido del depósito.

Se pide:

- Representar los elementos del sistema y modelarlo utilizando Diagramas Causales.
- Elaborar el Diagrama de Forrester.
- Escribir las ecuaciones correspondientes del diagrama realizado en el ítem b).

Ejercicio N° 4: Desarrollo de una Epidemia

Supongamos una población inicialmente sana, en la cual aparece un cierto número de infectados por una enfermedad contagiosa. Un individuo podrá transmitir o contagiarse la enfermedad de otros individuos. La transmisión de la enfermedad se produce debido a la proximidad física. Durante el proceso infeccioso, los individuos pueden pasar por todos o algunos de los siguientes estados:

- Susceptibles (S), estado en el cual el individuo puede ser contagiado por otra persona que esté infectada;
- Infectado (I), estado durante el cual el individuo se halla infectado y puede además infectar a otros;
- Recuperado (R), o curado, estado durante el cual el individuo no puede ni ser infectado por haber adquirido inmunidad (temporal o permanente) ni infectar (por haber recuperado o haber pasado la etapa contagiosa de la enfermedad).

Entre las enfermedades infectocontagiosas encontramos dos grupos principales:

1. Las que confieren inmunidad al infectado (temporal o permanente) una vez recuperado, la mayoría de origen viral (sarampión, varicela, poliomielitis); y
2. Las que, una vez recuperado, el individuo vuelve a ser susceptible inmediatamente, entre las que encontramos las causadas por agentes bacterianos (enfermedades venéreas, peste, algunas meningitis) o protozoos (malaria).

Teniendo en cuenta los distintos estadios relacionados con un proceso infeccioso, los modelos epidemiológicos se dividen en 3 (tres) grandes grupos:

SIR: El modelo susceptible-infectado-recuperado, relacionado con las enfermedades que confieren inmunidad permanente y un ciclo típico incluye los tres estados. Esto no quiere decir que todos los individuos de una población deban pasar por éstos, algunos no serán infectados y permanecerán sanos, o sea siempre en estado S, otros serán inmunizados artificialmente por vacunación, o algún otro método y pasarán a ser R sin haber estado infectados.

SIRS: El modelo susceptible-infectado-recuperado-susceptible, idéntico al anterior, pero aplicable a casos en que la inmunidad no es permanente y el individuo vuelve a ser susceptible después de un cierto período, tal como la gripe.

SIS: El modelo susceptible-infectado-susceptible; se usan en casos en que la enfermedad no confiere inmunidad y el individuo pasa de estar infectado a susceptible nuevamente, saltando la etapa R.

Un modelo puede tener en cuenta la dinámica vital de la población (nacimientos, muertes, movimientos migratorios) dependiendo del horizonte temporal analizado, y de las características de la enfermedad y de la población estudiada.

Utilizar como referencia el modelo epidemiológico de Kermack y Mc Kendrick (**SIRS**):

$$\begin{cases} S' = -\beta SI \\ I' = \beta SI - \gamma I \\ R' = \gamma I \end{cases}$$

Donde:

S es la población susceptible de enfermar

I es la población infectada

R es la población que ha pasado la enfermedad y se halla recuperada

β es tasa de infección o contagio

γ es la tasa de curación o recuperación

Partiendo de una población total de 1000 personas, y sabiendo que ya cuenta con 100 personas infectadas y las restantes son susceptibles de enfermar, y conociendo los valores de las tasas que se detallan a continuación:

- tasa de contagio = 0,001
- tasa de curación = 0,4
- tasa de exposición = 0,05
- tasa de mortalidad = 0,1
- tasa de vacunación = 0,5

Teniendo en cuenta el modelo epidemiológico de Kermack y Mc Kendrick (**SIRS**), **se pide:**

- a) Elaborar el Diagrama de Forrester.
- b) Escribir las ecuaciones correspondientes del diagrama realizado en el ítem a).

Ejercicio N° 5: Estudio de una Catástrofe

En una región próspera situada en una región templada con abundante vegetación, sus habitantes llevan una existencia feliz y placentera. En total son 1.000.000 de personas y esta cifra se ha mantenido estable en los últimos años.

Actualmente el 33% son jóvenes de menos de 20 años. Un 55% de la población es adulta, entre 20 y 70 años, y los otros son ancianos.

Por otra parte, sabemos que sus parámetros poblacionales son los siguientes: su esperanza de vida es de 80 años, que la tasa de natalidad de la población adulta es del 6% anual, y que las tasas de mortalidad son el 2,5% para los jóvenes y del 2% para los adultos. Todos estos parámetros se han mantenido estables y no se espera que tengan modificaciones en el futuro.

Usted debe suponer que, tras una catástrofe ocurrida en el año 2018, el total de víctimas es de 150.000 personas todas ellas adultas.

Se desea hacer una estimación de cuál será la evolución del número de personas totales tras la catástrofe, sabiendo que los parámetros poblacionales (esperanza de vida, tasa de natalidad y tasas de mortalidad) van a permanecer constantes.

Para hacer este estudio Usted deberá situar su fecha de inicio en el año 2004, y que el horizonte temporal alcance 60 años.

Se pide:

- Elaborar el Diagrama de Flujos o de Forrester.
- Escribir las ecuaciones correspondientes del diagrama realizado en el ítem a).

Ejercicio N° 6: Conejos y Zorros

Este modelo recoge la dinámica de dos poblaciones típicas de presa y depredador.

La población de conejos tiene importantes oscilaciones que queremos reducir. Una investigación posterior nos señala como causantes de estas oscilaciones a los zorros, y hacemos una lista de los elementos que se relacionan con el problema, del tipo:

población de conejos	nacimientos de zorros
población de zorros	defunciones de zorros
nacimientos de conejos	vida media del zorro
muerdes de conejos	tasa de natalidad del zorro
vida media del conejo	necesidades alimenticias del zorro
tasa de natalidad del conejo	población sostenible de conejos

Para conseguir una población inicial en equilibrio, supongamos que tenemos 500 conejos, entonces deben de haber 2000 nacimientos cada año, ya que la vida media del conejo son 2 años, la caza de conejos por los zorros debería ser de 2000 conejos al año, con una necesidad de 25 conejos por zorro y año, necesitamos una población inicial de 40 zorros.

La muerte de los conejos es función de varios elementos:

- de la caza de conejos que los zorros quieran hacer,
- de la cantidad de conejos que hay y de su vida media, y
- del efecto de un incremento en los nacimientos.

Por otro lado, la vida media del zorro es de 4 años.

En las siguientes tablas se observan la tasa de natalidad respecto de la población relativa, para conejos y zorros respectivamente:

Población relativa	Tasa de natalidad del zorro
0	-0.12
0.5	0.12
1	0.25
1.5	0.27
2	0.3

Población relativa	Tasa de natalidad del conejo
0	4
0.5	3.5
1	2
1.5	1.25
2	1

Se pide:

- Elaborar el Diagrama de Flujos o de Forrester.
- Escribir las ecuaciones correspondientes del diagrama realizado en el ítem a).

Ejercicio N° 7: Dadas las siguientes **ecuaciones**, se pide realizar el Diagrama de **Forrester** correspondiente:

cobertura= Existencias de embutidos en tocinerías/consumo medio

Units: mes

consumo = población*consumo por persona

Units: kilos/mes

consumo medio = población*consumo normal

Units: kilos/mes

consumo normal= 1.5

Units: kilos/persona/mes

consumo por persona=consumo normal*Tabla 2(precio relativo)

Units: kilos/(mes*persona)

Existencias de embutidos en tocinerías= +producción-consumo,

Initial Value = 30000000

Units: kilos

margen= 7

Units: euros/kilo

peso por cerdo = 100

Units: kilos/cerdos

población = 40000000

Units: persona

precio del cerdo = precio normal del cerdo*Tabla 1(cobertura)

Units: euros/kilo

precio del embutido = precio del cerdo+margen

Units: euros/kilo

precio normal = 10

Units: euros/kilo

precio normal del cerdo = 3

Units: euros/kilo

precio relativo = precio del embutido/precio normal

producción= sacrificios*peso por cerdo*ratio útil del cerdo

Units: kilos/mes

ratio útil del cerdo= 0.8

sacrificios= 750000+Test

Units: cerdos/mes

Tabla 1 (0,4),(0.25,2),(0.5,1),(0.75,0.9),(1,0.8),(3,0.5)

Tabla 2 (0.5,1.5),(1,1),(1.5,0.9),(2,0.75)

Test= PULSE(6,6)*10000

Units: cerdos/mes

TIME STEP = 1

FINAL TIME = 48

Units: mes

INITIAL TIME = 0

Units: mes