



***Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Resistencia***

**Resolución
Guía de Ejercicios Nº 2**

Guía de trabajos prácticos confeccionado por el J.T.P. Jorge Ariel Vera. Los ejercicios fueron extraídos de diversos libros y trabajos por lo cual están alcanzados por los derechos de autor copyright "©".

PROBLEMA DUAL

1. Planteo del dual de un problema.
2. Significado de todas las variables del problema dual.
3. Resolución del problema dual.
4. Correspondencia entre la tabla óptima del directo y la tabla óptima del dual.
5. Construcción de la tabla óptima del dual, a partir de la tabla óptima del directo.

Ejercicio 1:

Plantear el problema dual correspondiente

Ej1.2:

Primal	Primal en forma de ecuación	Variables duales
Minimizar $z = 15x_1 + 12x_2$ sujeta a $x_1 + 2x_2 \geq 3$ $2x_1 - 4x_2 \leq 5$ $x_1, x_2 \geq 0$	Minimizar $z = 15x_1 + 12x_2 + 0x_3 + 0x_4$ sujeta a $x_1 + 2x_2 - x_3 + 0x_4 = 3$ $2x_1 - 4x_2 + 0x_3 + x_4 = 5$ $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$	y_1 y_2

Problema dual

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar } w = 3y_1 + 5y_2 \\
 &\text{sujeta a} \\
 &\quad y_1 + 2y_2 \leq 15 \\
 &\quad 2y_1 - 4y_2 \leq 12 \\
 &\quad \left. \begin{array}{l} -y_1 \leq 0 \\ y_2 \leq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow (y_1 \geq 0, y_2 \leq 0) \\
 &\quad y_1, y_2 \text{ sin restricción}
 \end{aligned}$$

Ejercicio 2.

Plantear el Dual y determinar la solución dual óptimo por los dos métodos:

Método 1:

(Valores óptimos vbles. duales) = (vector renglón coeficientes obj. Original x (Inversa primal óptima) de las vbles básicas óptimas primales)

Método 2:

(Coef. Z-primal óptimo "Costo reducido" de cualquier vble x_j) = (Lado izquierdo de la j -ésima restriccc. Dual) - (Lado derecho de la j -ésima restriccc. Dual)

2.1) el ejercicio 1.1

$$z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 \rightarrow \text{MAX}$$

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 + 2x_2 + x_3 & \leq & 10 \\
 2x_1 - x_2 + 3x_3 & = & 8 \\
 x_1, x_2, x_3 & \geq & 0
 \end{array}$$

Primal				Dual		
Maximizar $z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 - MR$				Minimizar $w = 10y_1 + 8y_2$		
sujeta a				sujeta a		
$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10$				$y_1 + 2y_2 \geq 5$		
$2x_1 - x_2 + 3x_3 + R = 8$				$2y_1 - y_2 \geq 12$		
$x_1, x_2, x_3, x_4, R \geq 0$				$y_1 + 3y_2 \geq 4$		
				$y_1 \geq 0$		
				$y_2 \geq -M (\Rightarrow y_2 \text{ no restringida})$		
Básica	x_1	x_2	x_3	x_4	R	Solución
z	0	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{29}{5}$	$-\frac{2}{5} + M$	$\frac{274}{5}$
x_2	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{12}{5}$
x_1	1	0	$\frac{7}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{26}{5}$

$$\begin{aligned}
 (\text{Coeficientes objetivo originales}) &= (\text{Coeficiente de } x_2, \text{ coeficiente de } x_1) \\
 &= (12, 5)
 \end{aligned}$$

Así, los valores duales óptimos se calculan como sigue:

$$\begin{aligned}
 (y_1, y_2) &= \left(\begin{array}{c} \text{Coeficientes objetivo} \\ \text{originales de } x_2, x_1 \end{array} \right) \times (\text{Inversa óptima}) \\
 &= (12, 5) \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \\
 &= \left(\frac{29}{5}, -\frac{2}{5} \right) \\
 \text{Variable de inicio } x_4: & y_1 \geq 0 \\
 \text{Variable de inicio } R: & y_2 \geq -M
 \end{aligned}$$

También, de acuerdo con la tabla óptima (tabla 4.3),

$$\text{Coeficiente } z \text{ de } x_4 = \frac{29}{5}$$

$$\text{Coeficiente } z \text{ de } R = -\frac{2}{5} + M$$

Entonces, de acuerdo con el método 2,

$$\begin{aligned}
 \frac{29}{5} &= y_1 - 0 & \Rightarrow y_1 &= \frac{29}{5} \\
 -\frac{2}{5} + M &= y_2 - (-M) & \Rightarrow y_2 &= -\frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

2.5) Se tiene el siguiente modelo de programación lineal:

$$z = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \text{MAX}$$

$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 30$$

$$x_1 - 5x_2 - 6x_3 \leq 40$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

La solución óptima produce la siguiente ecuación objetivo

$$Z + 0 x_1 + 23 x_2 + 7x_3 + (5+M) x_4 + 0x_5=150$$

Donde las variables básicas de inicio son x_4 artificial y x_5 de holgura. Escriba el problema dual asociado y determine su solución óptima a partir de la ecuación de z óptima (Método 2).

Taha

Ejercicio 3.

Obtener directamente la tabla óptima del dual de:

3.1.)

$$\begin{aligned} x_2 &\leq 3 \\ 4 x_1 + 6 x_2 &\leq 24 \\ 4 x_1 - 6 x_2 &\leq 12 \\ z = 5 x_1 + 5 x_2 &\text{---} > \text{MAX} \end{aligned}$$

C	X	B	5	5	0	0	0
0	x_3	2	0	0	1	-0,08	0,08
5	x_2	1	0	1	0	0,08	-0,08
5	x_1	4,5	1	0	0	0,125	0,125
	$C(i)-Z(i)$	27,5	0	0	0	1.041	0.208

		C1	C2	C3	Surplus_X1	Surplus_X2	Artificial_X1	Artificial_X2		
Basis	C(j)	3.0000	24.0000	12.0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
C3	12.0000	-0.0833	0	1.0000	-0.1250	0.0833	0.1250	-0.0833	0.2083	
C2	24.0000	0.0833	1.0000	0	-0.1250	-0.0833	0.1250	0.0833	1.0417	
	$C(j)-Z(j)$	2.0000	0	0	4.5000	1.0000	-4.5000	-1.0000	27.5000	
	* Big M	0	0	0	0	0	1.0000	1.0000	0	

Nota: en la fila del z el sw winqsb calcula la resta al revés de lo dado en clase. Los signos no coincide con la condición de parada

3.2.)

$$\begin{aligned} 4 x_1 + 2 x_2 &\leq 8 \\ x_2 &\leq 1 \\ -2 x_1 + 2 x_2 &\leq 4 \\ z = 3 x_1 + 4 x_2 &\text{---} > \text{MAX} \end{aligned}$$

C	X	B	3	4	0	0	0
3	x_1	1,5	1	0	0,25	-0,5	0
4	x_2	1	0	1	0	1	0
0	x_5	5	0	0	0,50	-3	1
	$C(i)-Z(i)$	8,5	0	0	0,75	2,5	0

		C1	C2	C3	Surplus_X1	Surplus_X2	Artificial_X1	Artificial_X2		
Basis	C(j)	8.0000	1.0000	4.0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
C1	8.0000	1.0000	0	-0.5000	-0.2500	0	0.2500	0	0.7500	
C2	1.0000	0	1.0000	3.0000	0.5000	-1.0000	-0.5000	1.0000	2.5000	
	$C(j)-Z(j)$	0	0	5.0000	1.5000	1.0000	-1.5000	-1.0000	8.5000	
	* Big M	0	0	0	0	0	1.0000	1.0000	0	

3.4) Generar la tabla optima del simplex de los ejercicios anteriores a través de los cálculos de columnas de restricción y cálculo de renglón objetivo z.

Cálculo columna restricción (en cualquier iteración simplex):

(Columna de restriccc. = (inversa en la iteración i) x (Columna original de restricción)
En iteración i)

Cálculo del renglón objetivo z (en cualquier iteración simplex):

(Coef. Vble xj en la ecuación = (Lado izquierdo de la restriccc. - (Lado derecho de la restriccc.
Primal de z(costo reducido)) Dual correspondiente) Dual correspondiente)

$$z = 5 x_1 + 12 x_2 + 4 x_3 \dots > \text{MAX}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2 x_2 + x_3 & \leq & 10 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 & = & 8 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{Columna de } x_1 \text{ en} \\ \text{iteración óptima} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{cc} \text{Inversa en la} & \\ \text{iteración óptima} & \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{Columna de} \\ x_1 \text{ original} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

De manera parecida se calculan las siguientes columnas de restricción:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Columna de } x_2 \text{ en} \\ \text{la iteración óptima} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} 2 \\ -1 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{Columna de } x_3 \text{ en} \\ \text{la iteración óptima} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{5} \\ \frac{7}{5} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{Columna de } x_4 \text{ en} \\ \text{la iteración óptima} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{Column de } R \text{ en} \\ \text{la iteración óptima} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{Columna de lado} \\ \text{derecho en la} \\ \text{iteración óptima} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} x_2 \\ x_1 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} 10 \\ 8 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \frac{12}{5} \\ \frac{26}{5} \end{array} \right)$$

Calculo renglón objetivo y1, y2 se calcularon con los dos métodos anteriores (ej 2)

$$\text{Coeficiente de } x_1 \text{ en } z = y_1 + 2y_2 - 5 = \frac{29}{5} + 2 \times -\frac{2}{5} - 5 = 0$$

$$\text{Coeficiente de } x_2 \text{ en } z = 2y_1 - y_2 - 12 = 2 \times \frac{29}{5} - (-\frac{2}{5}) - 12 = 0$$

$$\text{Coeficiente de } x_3 \text{ en } z = y_1 + 3y_2 - 4 = \frac{29}{5} + 3 \times -\frac{2}{5} - 4 = \frac{3}{5}$$

$$\text{Coeficiente de } x_4 \text{ en } z = y_1 - 0 = \frac{29}{5} - 0 = \frac{29}{5}$$

$$\text{Coeficiente de } R \text{ en } z = y_2 - (-M) = -\frac{2}{5} - (-M) = -\frac{2}{5} + M$$

Ejercicio 4.

Las siguientes son tablas: **Primera y Óptima**, de un problema de P.L., resuelto por el **Método Simplex**. Se pide:

- 4.1.) Plantear el problema directo y el dual en forma completa.
- 4.2.) Hallar la matriz inversa óptima del directo.
- 4.3.) Escribir en forma completa la tabla óptima del dual.
- 4.4.) Hallar la matriz inversa óptima del dual.

	1	1	0	0	0
B	A1	A2	A3	A4	A5
9	3	1	-1	0	0
24	4	3	0	1	0
18	2	3	0	0	1

3	1	0	0	1/2	-1/2
4	0	0	1	7/6	-5/6
4	0	1	0	-1/3	2/3
	0	0	0	1/6	1/6

4.1

$$3x_1 + 1x_2 \geq 9$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 24$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

$$z = 1x_1 + 1x_2 \rightarrow \text{MAX}$$

$$-3y_1 + 4x_2 + 2y_3 \geq 1$$

$$-1y_1 + 3x_2 + 3y_3 \geq 1$$

$$g = -9y_1 + 24y_2 + 18y_3 \rightarrow \text{Min}$$

4.2

0	1/2	-1/2
1	7/6	-5/6
0	-1/3	2/3

		C1	C2	C3	Surplus_X1	Surplus_X2	Artificial_X1	Artificial_X2		
Basis	C(j)	-9,0000	24,0000	18,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
C2	24,0000	-1,1667	1,0000	0	-0,5000	0,3333	0,5000	-0,3333	0,3333	
C3	18,0000	0,8333	0	1,0000	0,5000	-0,6667	-0,5000	0,6667	1,3333	
	C(j)-Z(j)	4,0000	0	0	3,0000	4,0000	-3,0000	-4,0000	M	
	* Big M	0	0	0	0	0	1,0000	1,0000	0	

-1/2	1/3
1/2	-2/3

ANALISIS POSOPTIMAL

Cambios que afectan la factibilidad

1. Cambia el lado derecho de las restricciones
2. Se agrega al modelo una nueva restricción

Nota: En ambos casos se tiene no factibilidad cuando al menos un elemento del lado derecho en la tabla óptima se hace negativo; esto es una o más variables básicas actuales se vuelven negativas

Condición resultante de los cambios	Acción acordada
La solución actual queda óptima y factible	No es necesario acción alguna
La solución actual se vuelve no factible	Usar simplex dual para recuperar la factibilidad
La solución actual se vuelve no óptima	Usar simplex primal para recuperar la optimalidad
La solución actual se vuelve no óptima y no factible al mismo tiempo	Usar simples generalizado para obtener una nueva solución

Ejercicio 1.

En el problema planteado se pide obtener las tablas óptimas para los siguientes casos:

$$z = 3X_1 + X_2 \rightarrow \text{Max}$$

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 &\leq 4 \\ -X_1 + X_2 &\leq 1 \\ X_i &\geq 0 \end{aligned}$$

1.1.) Agregado de una nueva variable: x_5 , cuyos insumos son: (1, 1) y su beneficio es: 5 \$/unidad.

Agrego x_n consume 1 y 1 en cada restricción u la utilidad es 5

$$z = 3X_1 + X_2 + 5x_n \rightarrow \text{Max}$$

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 + x_n &\leq 4 \\ -X_1 + X_2 + x_n &\leq 1 \end{aligned}$$

Tabla óptima

Tabla 2			3	1	0	0
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4
P1	3	4	1	2	1	0
P4	0	5	0	3	1	1
Z		12	0	5	3	0

Matriz inversa optima primal x columna nueva

		1
		1
1	0	1
1	1	2

Tabla 2			3	1	0	0	5
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4	XN
P1	3	4	1	2	1	0	1
P4	0	5	0	3	1	1	2
Z		12	0	5	3	0	-2

Actualizo z en columna nueva

$$3 * 1 + 0 * 2 - 5 = -2$$

No es tabla optima. No cumple condición de parada. Hay que iterar el simplex.

Entra xn sale p4

Tabla optima nueva

Tabla 2			3	1	0	0	5
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4	XN
P1	3	3/2	1	1/2	1/2	-1/2	1
Xn	5	5/2	0	3/2	1/2	1/2	2
Z		17	0	5	3	0	0

1.2.) Ídem: 1.1.), pero con beneficio de 2 \$/unidad.

Tabla 2			3	1	0	0	2
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4	XN
P1	3	4	1	2	1	0	1
P4	0	5	0	3	1	1	2
Z		12	0	5	3	0	1

Actualizo z en columna nueva

$$3 * 1 + 0 * 2 - 2 = 1$$

Optimo no varía sigue siendo optima la tabla

1.3.) Agregado de la restricción: $4X_1 + 3X_2 \geq 12$.

Multiplico por -1 para llevar al caso ideal de todas las Ri de menor igual (caso max)

$$4X_1 + 3X_2 \geq 12 \quad (-1)$$

$$z = 3X_1 + X_2 \rightarrow \text{Max}$$

$$\begin{array}{rcl} X_1 + 2X_2 & \leq & 4 \quad y1 \\ -X_1 + X_2 & \leq & 1 \quad y2 \end{array}$$

$$-4X_1 - 3X_2 \leq -12 \quad y3$$

$$G = 4y1 + y2 - 12y3 \rightarrow \text{Min}$$

$$\begin{array}{rcl} y1 & -y2 & -4y3 & \geq 3 \\ 2y1 & +y2 & -3y3 & \geq 1 \end{array}$$

Se utiliza el mismo mecanismo de multiplicar la matriz inversa optima por la nueva columna pero esto ocurre en el Dual; por lo cual debemos pasar la tabla optima del primal al dual.

			X1	X2	X3	X4
Tabla 2			3	1	0	0
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4
x1	3	4	1	2	1	0
x4	0	5	0	3	1	1
Z		12	0	5	3	0
			Y3	Y4	Y1	Y2

$$G = 4y1 + y2 - 12y3 \rightarrow \text{Min}$$

$$\begin{array}{rcl} y1 & -y2 & -4y3 & \geq 3 \\ 2y1 & +y2 & -3y3 & \geq 1 \end{array}$$

			Y1	Y2	Y3	Y4
Dual			4	1	0	0
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4
Y4	0	5	0	-3	-2	1
Y1	4	3	1	-1	-1	0
Z		12	0	-5	-4	0
			X3	X4	X1	X2

GUÍA DE EJERCICIOS PARA ANALISIS DE DUALIDAD Y SENSIBILIDAD

La columna yn la completamos haciendo matriz inversa optima del dual por los valores de la nueva columna del pasaje inecuaciones primal al dual.

			Y1	Y2	Y3	Y4	yn
Dual			4	1	0	0	-12
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4	Yn
Y4	0	5	0	-3	-2	1	
Y1	4	3	1	-1	-1	0	
Z		12	0	-5	-4	0	
			X3	X4	X1	X2	Xn

Nota: como en el dual se trata de minimizar se tiene en cuenta las Ri de \geq y por ende el uso de variables artificiales, por lo cual se niega la matriz inversa óptima

$$\begin{array}{cc|c} -2 & 1 & \\ -1 & 0 & \end{array} \times (-1)$$

$$\begin{array}{cc|c} & & -4 \\ & & -3 \\ \hline 2 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & -4 \end{array}$$

			Y1	Y2	Y3	Y4	yn
Dual			4	1	0	0	-12
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4	Yn
Y4	0	5	0	-3	-2	1	-5
Y1	4	3	1	-1	-1	0	-4
Z		12	0	-5	-4	0	-4
			X3	X4	X1	X2	Xn

Actualizo z en columna nueva

$$0 * -5 + 4 * -4 - (-12) = -4$$

La solución no cambia (cumple condición de parada)--> sigue siendo optima

1.4.) Cambio de: términos independientes por: (4, 3).

Se cambian las disponibilidades (bi) lado derecho de las restricciones

Se multiplica la matriz inversa optima del primal por los nuevos valores de bi

$$z = 3X_1 + X_2 \rightarrow \text{Max}$$

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 &\leq 4 \\ -X_1 + X_2 &\leq 1 \\ X_i &\geq 0 \end{aligned}$$

original

Tabla 2			3	1	0	0
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4
P1	3	4	1	2	1	0
P4	0	5	0	3	1	1
Z		12	0	5	3	0

		4
		3
1	0	4
1	1	7

Tabla 2			3	1	0	0
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4
P1	3	4	1	2	1	0
P4	0	7	0	3	1	1
Z		12	0	5	3	0

No cambia la solución

1.5.) Cambio del funcional por: $z = X_1 + 5X_2$ (Max)

$$z = 3X_1 + 1X_2 \rightarrow \text{Max}$$

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 &\leq 4 \\ -X_1 + X_2 &\leq 1 \\ X_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Tabla 2			1	5	0	0
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4
P1	1	4	1	2	1	0
P4	0	5	0	3	1	1
Z		4	0	-3	1	0

Actualizo z coeficiente columna sumando y restando al final coeficiente de z.

ej columna p2 : $1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 - 5 = -3$

No es tabla optima. No cumple condición de parada. Hay que iterar el simplex.
Entra x2 sale p4

Tabla optima por simplex

Tabla 2			1	5	0	0
Base	Cb	Solucion	P1	P2	P3	P4
P1	1	2/3	1	0	1/3	-2/3
P2	5	5/3	0	1	1/3	1/3
Z		4	0	0	2	1

Ejercicio 2.

Interpretar la solución óptima.

Fresh Dairy Farms tiene dos máquinas distintas para procesar leche pura y producir leche descremada, mantequilla o queso. La cantidad de tiempo requerido en cada máquina para producir cada unidad de producto resultante y las ganancias netas se proporcionan en la siguiente tabla:

	LECHE DESCREMADA	MANTEQUILLA	QUESO
Máquina 1	0.2 min/gal	0.5 min/lb	1.5 min/lb
Máquina 2	0.3 min/gal	0.7 min/lb	1.2 min/lb
Ganancia neta	\$0.22/gal	\$0.38/lb	\$0.72/lb

Suponiendo que se dispone de 8 horas en cada máquina diariamente, como gerente del departamento de producción, formule un modelo para determinar un plan de producción diaria que maximice las ganancias corporativas netas y produzca un mínimo de 300 galones de leche descremada, 200 libras de mantequilla y 100 libras de queso.

Planteo

X_1 = cantidad de leche descremada; X_2 = cantidad de mantequilla; X_3 = cantidad de queso

$Z = 0.22 \cdot X_1 + 0.38 \cdot X_2 + 0.72 \cdot X_3 \rightarrow \text{MAX}$

Restricciones de producción:

$X_1 \geq 300$ producción mínima de leche

$X_2 \geq 200$ producción mínima de mantequilla

$X_3 \geq 100$ producción mínima de queso

$X_1 \cdot 0.2 + X_2 \cdot 0.5 + X_3 \cdot 1.5 \leq 480$ producción diaria en máquina 1

$X_1 \cdot 0.3 + X_2 \cdot 0.7 + X_3 \cdot 1.2 \leq 480$ producción diaria en máquina 2

Tabla óptima del simplex:

Ck	Xk	Solucion	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
0	X4	433,333	0	0	0	1	2,333	4	0	3,333
0,38	X2	200	0	1	0	0	-1	0	0	0
0,72	X3	100	0	0	1	0	0	-1	0	0
0	X7	83,333	0	0	0	0	0,033	0,7	1	0,667
0,22	X1	733,333	1	0	0	0	2,333	4	0	3,333
		309,333	0	0	0	0	0,133	0,16	0	0,733

- Interprete el valor de cada una de las variables que aparece en la tabla óptima.
- En qué valores se podría modificar el coeficiente de X_2 tal que la solución no cambie y en cuánto podría variar el valor de la función objetivo?
- ¿Cuál es el valor marginal del tiempo de producción en la maquina 2?

GUÍA DE EJERCICIOS PARA ANALISIS DE DUALIDAD Y SENSIBILIDAD

d) Intervalo de factibilidad de los elementos del lado derecho (D1)

A - se debe producir 737,33 galones de leche, 200 libras de mantequilla y 100 litros de queso, y se espera ganar 309,333

Se informa que se producen en exceso 433,333 galones de leche y exactamente el mínimo de mantequilla y queso.

No sobra tiempo en la maquina 2 y si en la maquina 1 de 83,33 min

B- Infiere en la columna x5

cambio 0,38 por c2

$$0 + C2 * -1 + 0 + 0 + 0,22 * 2,333 - 0 \geq 0$$

$$C2 \leq 0,51,33$$

C - Se ocupa todo el tiempo de M2. si se consigue mas recursos por cada minuto extra aumenta 0,7333 mi beneficio (valor de cambio en Z)

D- en las Ri de \geq se niega la columna correspondiente a la matriz inversa optima

1	2,333	4	0	3,333
0	-1	0	0	0
0	0	-1	0	0
0	0,033	0,7	1	0,667
0	2,333	4	0	3,333

≥ 0 por ser de Max

					300+D1
					200
					100
					480
					480
-1	-2,33	-4	0	3,33	-300 -D1 - 466,66 - 400 + 0 + 1599,84 ≥ 0
0	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	
0	-0,033	-0,7	1	-0,66	
0	-2,33	-4	0	3,33	

$$-D1 \geq -433,18 \rightarrow D1 \leq 433,18 \text{ (cuanto más puede variar)}$$

$$\text{Por ende } D1 \leq 300 + 433,38$$