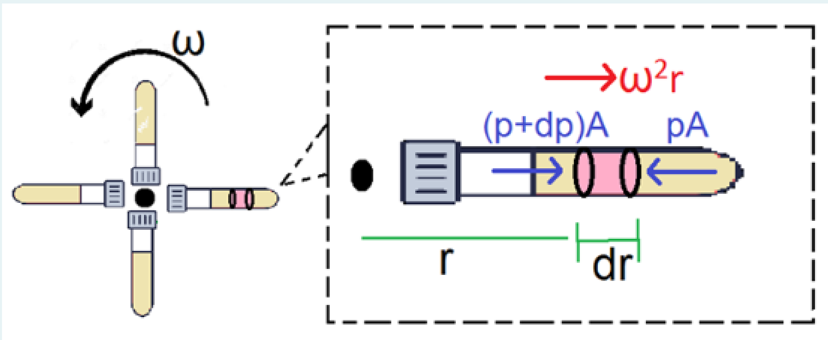
Un fluido incompresible con densidad ρ está en un tubo de ensayo horizontal con área transversal interior A. El tubo gira en un círculo horizontal en una ultracentrífuga con rapidez angular ω. Las fuerzas gravitacionales son insignificantes. Considere un elemento de volumen del fluido con área A y espesor dr, a una distancia r del eje de rotación. La presión en su superficie interior es p, y en la exterior, p + dp. aplique la segunda ley de Newton al elemento de volumen para demostrar a qué es igual dp/dr, (que es necesario para determinar la presión dentro del fluido):



- $dp/dr = \rho\omega^2 r^2$
- $dp/dr = \rho\omega^2 r$ ✔
- $dp/dr = \rho\omega r^2$

Su respuesta es correcta.

SOLUCIÓN:

Elemento de volumen: $dV = Adr$

Segunda ley de Newton: $\sum F_x = ma_x$

a_x es la aceleración radial hacia el interior del fluido: $a_x = \omega^2 r$

Masa del elemento del fluido: $\rho dV = \rho Adr$

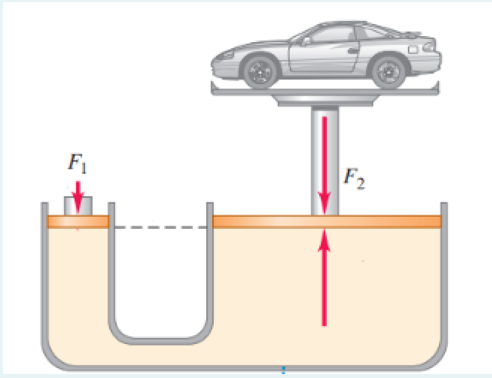
Sustituyendo en la segunda ley de Newton:

$$(p + dp)A - pA = \rho Adr(\omega^2 r)$$
$$dp = \rho\omega^2 rdr$$
$$\frac{dp}{dr} = \rho\omega^2 r$$

La respuesta correcta es:
$dp/dr = \rho\omega^2 r$

Para el elevador hidráulico que se ilustra en la figura, ¿cuál debe ser la proporción entre el área del recipiente bajo el auto y el área del recipiente donde se aplica la fuerza F_1, de manera que el auto de 1470 kg pueda ser levantado con una fuerza F_1 de solo 121.5 N?

La respuesta debe estar con 4 cifras significativas.



Respuesta: 118.6 ✔

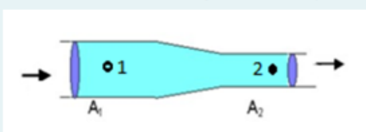
Partiendo de la ecuación del principio de Pascal

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{mg}{F_1}$$

La respuesta correcta es: 118.6

Un gas fluye por un tubo en forma estacionaria de un punto 1 a un punto 2. Si la densidad del gas aumenta en un 5.0 % del punto 1 al punto 2 ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? Nota: las opciones incorrectas serán penalizadas. Si no está seguro de una opción se le sugiere no marcarla.



- ☐ a. La relación entre los caudales depende de las secciones transversales(áreas) en los dos puntos.
- ☐ b. El caudal en 1 es el mismo caudal en el punto 2.
- ☐ c. El caudal en 1 es un 5% más grande que el caudal en 2.
- ☑ d. El flujo másico en 1 es el mismo flujo másico en el punto 2. ✔
- ☑ e. El caudal en 2 es un 5% más grande que el caudal en 1. ✘

Su respuesta es parcialmente correcta.

Ha seleccionado correctamente 1.

Ya que no hay acumulación de fluido y esta en estado estacionario debe cumplirse la ecuación de continuidad.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \qquad (1)$$

$$\dot{m} = \rho A v = \rho Q$$

- Donde Q es el caudal

$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \qquad (2)$$

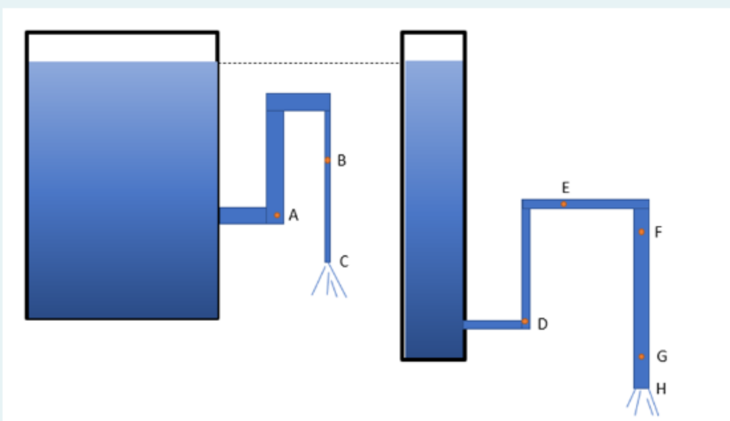
- Ya que sabemos que $\rho_2 = 1.05\rho_1$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\rho_1}{1.05\rho_1} = 0.95 \qquad Q_2 = 0.95 Q_1$$

Las respuestas correctas son:
El flujo másico en 1 es el mismo flujo másico en el punto 2.,

El caudal en 1 es un 5% más grande que el caudal en 2.

Se tienen dos tanques con agua abiertos a la atmósfera como se muestra en la figura. En el instante mostrado se puede afirmar que:



Nota: las opciones incorrectas serán penalizadas. Si no está seguro de una opción se le sugiere no marcarla.

- [ ] a. La velocidad del agua en F y G es igual, pero las presiones son diferentes.
- [ ] b. La velocidad que sale el agua por H es mayor a la que sale el agua por C.
- [x] c. La velocidad que sale el agua por H es menor a la que sale el agua por C. ✖
- [x] d. La velocidad del agua en D y E son diferentes, ya que hay una diferencia de altura. ✖
- [ ] e. La velocidad del agua en el punto A es mayor que en el punto B, ya que está a mayor profundidad.

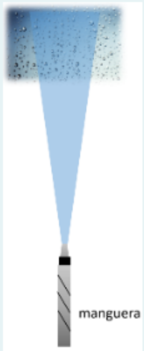
Su respuesta es incorrecta.

De acuerdo a Torricelli la salida a mayor profundidad tendrá una mayor rapidez. Utilizando la ecuación de continuidad sabemos que el caudal es el mismo a lo largo de toda la tubería y en la parte más angosta la velocidad es mayor. También hay que tener en cuenta que sin importar la altura a la que se encuentra el punto considerado, si el área transversal es la misma entonces también lo es la rapidez.

Las respuestas correctas son:
La velocidad que sale el agua por H es mayor a la que sale el agua por C. ,

La velocidad del agua en F y G es igual, pero las presiones son diferentes.

Fluye agua con rapidez constante v a través de una manguera colocada verticalmente. El agua que sale de la boquilla de área A, llega hasta una altura h y luego cae. Si se reduce el área de la boquilla a la mitad $A/2$, ¿Cambiará la altura del chorro?



- Si, la altura se cuadruplicará ✔
- No, la reducción del área no afecta a la altura a la que lega el agua.
- Si, la altura se duplicará
- Si, la altura se hará 1/4 de la inicial
- Si, la altura se hará la mitad de la inicial

Su respuesta es correcta.

Ec. De Bernoulli: $P_A + \rho g h_A + \frac{1}{2}\rho {v_A}^2 = P_B + \rho g h_B + \frac{1}{2}\rho {v_B}^2$

Para ambos casos $P_A = P_B \quad h_A = 0 \quad v_B = 0$

Ec. de Bernoulli: $\frac{1}{2}\rho {v_A}^2 = \rho g h_B$

$\Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g}$

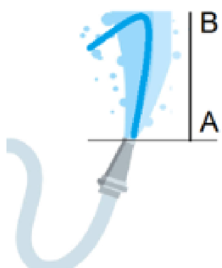
Por conservación del caudal: $Av = A_1 v_1$

Si el área se reduce a la mitad...: $A_1 = A/2$

$\Rightarrow \quad v_1 = \frac{A}{A_1} v = 2v$ la velocidad se duplica

Por lo que la altura...:

$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(2v)^2}{2g} = \frac{4v^2}{2g} = 4h$ se cuadruplica



La respuesta correcta es:
Si, la altura se cuadruplicará

Un oscilador de sistema masa-resorte tiene una masa m =0.354 kg y una constante elástica de k = 126.5 N/m. Cuando está con velocidad cero se encuentra a 5.57 cm de la posición de equilibrio ¿Cuál es su rapidez en m/s cuando se encentra en x = 2 cm? Sugerencia: use métodos de energía para resolverlo.

La respuesta debe estar con 3 cifras significativas.

Respuesta: 0.983 ✔

Usando métodos de energía se tiene que

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$mv^2 = kA^2 - kx^2$$

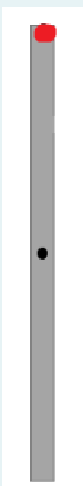
$$v^2 = \frac{k}{m}(A^2 - x^2)$$

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}(A^2 - x^2)^{1/2}$$

Teniendo el cuidado de las unidades en la posición.

La respuesta correcta es: 0.983

Tenemos una barra de longitud L y masa M y la colgamos de uno de sus extremos y la ponemos a oscilar I_{cm} = (1/12) ML^2 . Analizando tal situación, ¿Cuando el período del movimiento oscilatorio de la barra aumentará? (Respuestas incorrectas son penalizadas)



- [ ] Si la masa de la barra disminuye
- [x] Si la longitud de la barra aumenta ✔
- [ ] Si la masa de la barra aumenta
- [ ] Si la longitud de la barra disminuye

Su respuesta es correcta.

$$d = \frac{L}{2}$$

$$I = \frac{1}{3}ML^2$$

$$T_{pf} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ML^2}{Mg\left(\frac{L}{2}\right)}} = \sqrt{\frac{2}{3}}2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

La respuesta correcta es:
Si la longitud de la barra aumenta

Un oscilador amortiguado está formado por una masa de 25.0 g y un resorte de constante elástica k=15.0 N/m. La constante de amortiguamiento, b, debido a la viscosidad es de 0.610 kg/s y la amplitud del movimiento es de 0.800 m Respecto de este oscilador puede afirmarse que (respuestas incorrectas serán penalizadas):

- [x] Está subamortiguado y oscila con una frecuencia de 3.90 Hz.
- [ ] Se encuentra en condición de amortiguamiento crítico con una constante de amortiguamiento de γ = 12.2 s^{-1}
- [ ] Está subamortiguado y oscila con una frecuencia angular de 21.2 s^{-1}
- [ ] Está subamortiguado y oscila con un período de 296 ms.

Su respuesta es incorrecta.

$m = 25.0 \text{ g} = 0.0250 \text{ kg}, \quad k = 15.0 \text{ N/m} \quad$ y $\quad b = 0.610 \text{ kg/s}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{15.0}{0.025}} \qquad \omega = 24.5 \text{ rad/s}$$

$$\gamma = \frac{b}{2m} = \frac{0.610}{2\times0.025} \qquad \gamma = 12.2 \text{ s}^{-1}$$

$\gamma < \omega \quad \rightarrow \quad$ El sistema está subamortiguado.

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2} = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right) - \gamma^2} \qquad \omega' = \sqrt{\left(\frac{15.0}{0.025}\right) - (12.2)^2} = 21.2 \text{ rad/s}$$

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{21.2}{2\pi} \qquad f' = 3.38 \text{ Hz}$$

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{21.2} \qquad T' = 0.296 \text{ s} = 296 \text{ ms}$$

Las respuestas correctas son:

Está subamortiguado y oscila con un período de 296 ms.,

Está subamortiguado y oscila con una frecuencia angular de 21.2 s^{-1}

¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera para un sistema oscilante amortiguado sometido a una fuerza periódica externa?

a. La frecuencia con la que oscila el sistema es una combinación entre la frecuencia natural y la frecuencia con que oscila la fuerza.

b. La amplitud máxima se alcanza cerca de la frecuencia natural (frecuencia del oscilador armónico) del sistema. ✔

c. La frecuencia con la que oscila el sistema es la frecuencia natural (frecuencia del oscilador armónico).

Su respuesta es correcta.

La respuesta correcta es:

La amplitud máxima se alcanza cerca de la frecuencia natural (frecuencia del oscilador armónico) del sistema.

Una muestra de mineral pesa 17.50 N en el aire. Cuando se cuelga de un hilo ligero y se sumerge por completo en agua (1000 kg/m^3), la tensión en el hilo es de 11.20 N. Calcule el volumen total y la densidad de la muestra. Al finalizarlo, evalúe su procedimiento y seleccione la(s) afirmación(es) correcta(s). NOTA: Desarrolle el procedimiento de este ejercicio, escribiéndolo ordenadamente de la siguiente forma en la hoja: a entregar:

Datos conocidos: . . .	**Incógnitas:** . . .	**Planteamiento (0.25):** . . .
Ejecución (0.50): . . .		
Evaluación (0.25): Selección de la(s) respuesta(s) correcta(s) de opción múltiple		

- [x] La densidad de la muestra es mayor que la del agua y la muestra no flota. ✔
- [x] Si se sumergiera en un líquido de mayor densidad, la tensión en el hilo sería menor. ✔
- [ ] La densidad de la muestra es menor que la del agua y la muestra flota.
- [ ] Si se sumergiera en un líquido de mayor densidad, la tensión en el hilo sería mayor.

Su respuesta es correcta.

Datos conocidos:	**Incógnitas:**	**Planteamiento (0.25):**
Peso de la muestra: $W = 17.50\ \text{N}$ Tensión en el hilo: $T = 11.20\ \text{N}$ Densidad del fluido: $\rho_f = 1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$	Volumen y densidad de la muestra: $V = ?\quad \rho = ?$ Empuje: $E = \rho_f g V_f$	Como el cuerpo se sumerge por completo en agua → El volumen del fluido desplazado es igual al volumen de la muestra: $V_f = V$ Por la segunda ley de Newton: $\Sigma F = ma = 0$ $\Sigma F = T + E - W = 0$ Conociendo T y W, se puede hallar el empuje: $E = W - T = (17.50 - 11.20)\text{N} = 6.30\ \text{N}$ De donde se puede obtener luego el volumen de la muestra

Ejecución (0.50):
Volumen de la muestra:

$$E = \rho_f g V_f = \rho_f g V$$

$$V = \frac{E}{\rho_f g} = \frac{6.30\ \text{N}}{(1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)} = 643 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$

Densidad de la muestra:
Encontrando la masa, a partir del peso:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{17.50\ \text{N}}{9.80\ \text{m/s}^2} = 1.79\ \text{kg}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1.79\ \text{kg}}{643 \times 10^{-6}\ \text{m}^3} = 2.78 \times 10^3$$

Evaluación (0.25):
La densidad de la muestra es mayor que la del agua y la muestra no flota.
La densidad de la muestra es menor que la del agua y la muestra flota.
Si se sumergiera en un líquido de mayor densidad, la tensión en el hilo sería menor.
Si se sumergiera en un líquido de mayor densidad, la tensión en el hilo sería mayor.

Las respuestas correctas son:

La densidad de la muestra es mayor que la del agua y la muestra no flota., Un bloque de masa de 0.50 kg está unida a un resorte de constante de fuerza 200 N/m y se deja oscilar. Se realizan mediciones de la velocidad y al procesarlas, se obtiene la siguiente función: $v_x = (-0.5\ \text{m/s})\sin[(20\ \text{s}^{-1})t - 2.2\ \text{rad}]$. Luego, se quiere estudiar la aceleración del bloque, por lo que se necesita repetir el experimento con las mismas condiciones iniciales. Determine el desplazamiento y velocidad iniciales con las cuales se realizó el experimento. Al finalizarlo, evalúe su procedimiento y seleccione la afirmación correcta. NOTA: Desarrolle el procedimiento de este ejercicio, escribiéndolo ordenadamente de la siguiente forma en la hoja: a entregar:

Datos conocidos:	**Incógnitas:**	**Planteamiento (0.25):**
. . .	. . .	. . .
Ejecución (0.50): . . .		
Evaluación (0.25): Selección de la(s) respuesta(s) correcta(s) de opción múltiple		

- En t = 0, x > 0, y v > 0
- En t = 0, x < 0, y v > 0 ✔
- En t = 0, x > 0, y v < 0
- En t = 0, x < 0, y v < 0

Su respuesta es correcta.

Datos conocidos:	**Incógnitas:**	**Planteamiento (0.25):**
$m = 0.50\ \text{kg}$ $k = 200\ \text{N/m}$ $v_x = \left(-0.5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\sin[(20\ s^{-1})t - 2.2\ \text{rad}]$	$Para\ t = 0$ $v_0 = ?$ $x_0 = ?$	$v_x = \left(-0.5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\sin[(20\ \text{s}^{-1})t - 2.2\ \text{rad}]$ De la ecuación de velocidad, se identifican: $\omega = 20\ \text{s}^{-1}\quad \emptyset = -2.2\ \text{rad}$ La velocidad máxima del bloque es: $v_{max} = -A\omega = -0.5\ \text{m/s}$ De donde se puede obtener la amplitud A para determinar x_0

Ejecución (0.50):

Para hallar v_0

$$v_0 = \left(-0.5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\sin[(20\ s^{-1})(0) - 2.2\ \text{rad}] = \left(-0.5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\sin[-2.2\ \text{rad}] = +0.40\ \text{m/s}$$

Para hallar x_0

$$x = A\cos[\omega t + \emptyset]$$

Es necesario determiner A:

$$v_{max} = -A\omega = -0.5\ \text{m/s}$$

$$A = \frac{0.5\ \text{m/s}}{\omega} = \frac{0.5\ \text{ms}^{-1}}{20\ \text{s}^{-1}} = 0.025\ \text{m}$$

$$x_0 = A\cos[\omega(0) + \emptyset] = (0.025\ \text{m})\cos[-2.2\ \text{rad}] = -0.015\ \text{m}$$

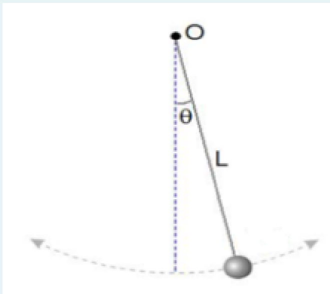
Evaluación (0.25):

En t = 0, x > 0, y v < 0
En t = 0, x < 0, y v < 0
En t = 0, x < 0, y v > 0
En t = 0, x > 0, y v > 0

La respuesta correcta es:

En t = 0, x < 0, y v > 0

Para el péndulo simple mostrado en la figura a) cuáles son los supuestos en que se aplica el modelo b) deduzca su ecuación de movimiento explicándolo brevemente c) cuál es su frecuencia angular y período. Todo lo anterior lo debe responder en la hoja proporcionada para el procedimiento. Para el periodo de un péndulo simple es cierto que:

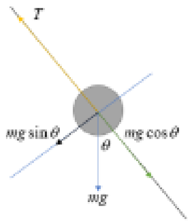


Para su respuesta debe construir una tabla donde debe poner el desarrollo de la pregunta siguiendo este modelo

Supuestos del modelo (10%)	Diagrama de cuerpo libre incluyendo las fuerzas que actúan sobre el cuerpo (10%)	Ecuación de movimiento con una explicación breve. (10%)	Justificación de sus respuestas del examen (20%)
Desarrollo: (50%)			

- [ ] a. Si la aceleración de la gravedad disminuye a la mitad entonces el periodo se multiplica por 0.71.
- [x] b. Al cuadriplicar la longitud el periodo se duplica.

Ha seleccionado correctamente I.

Supuestos del modelo	Diagrama de cuerpo libre incluyendo las fuerzas que actúan sobre el cuerpo	Ecuación de movimiento con una explicación breve.	Justificación de sus respuestas del examen
• Gravedad constante. • Cuerda no elástica o inextensible. • Ángulos pequeños.	 Interactúa con: la cuerda (Tensión T). la Tierra (peso mg)	$F=-mg\sin\theta$ es la fuerza que acelera de manera tangencial al cuerpo y es la fuerza restauradora. Aplicando la segunda ley de Newton: $-mg\sin\theta=m\dfrac{d^2s}{dt^2}$ Donde s es el arco para un ángulo θ.	Al cuadriplicar la longitud el periodo se duplica. $T_1=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ $T_2=2\pi\sqrt{\dfrac{4L}{g}}$ $=2\left(2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}\right)=2T_1$ Si la aceleración de la gravedad disminuye a la mitad entonces el periodo se multiplica por 0.71. $T_1=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ $T_2=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{\frac{g}{2}}}$ $=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}\right)$ $=\dfrac{\sqrt{2}}{2}T_1=0.71T_1$

Desarrollo:

Se parte de la ecuación de movimiento

$$-mg\sin\theta=m\frac{d^2s}{dt^2}\quad s=L\theta$$

$-g\sin\theta=L\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ que no cumple con la ecuación del oscilador armónico simple, pero si tenemos en cuenta que $\sin\theta\approx\theta$ entonces

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{g}{L}\theta \text{ por lo que } \frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{L}\theta=0$$

$\dfrac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$ donde

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \text{ y } T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$