

Física II

Mecánica de fluidos

Principios de hidrostática

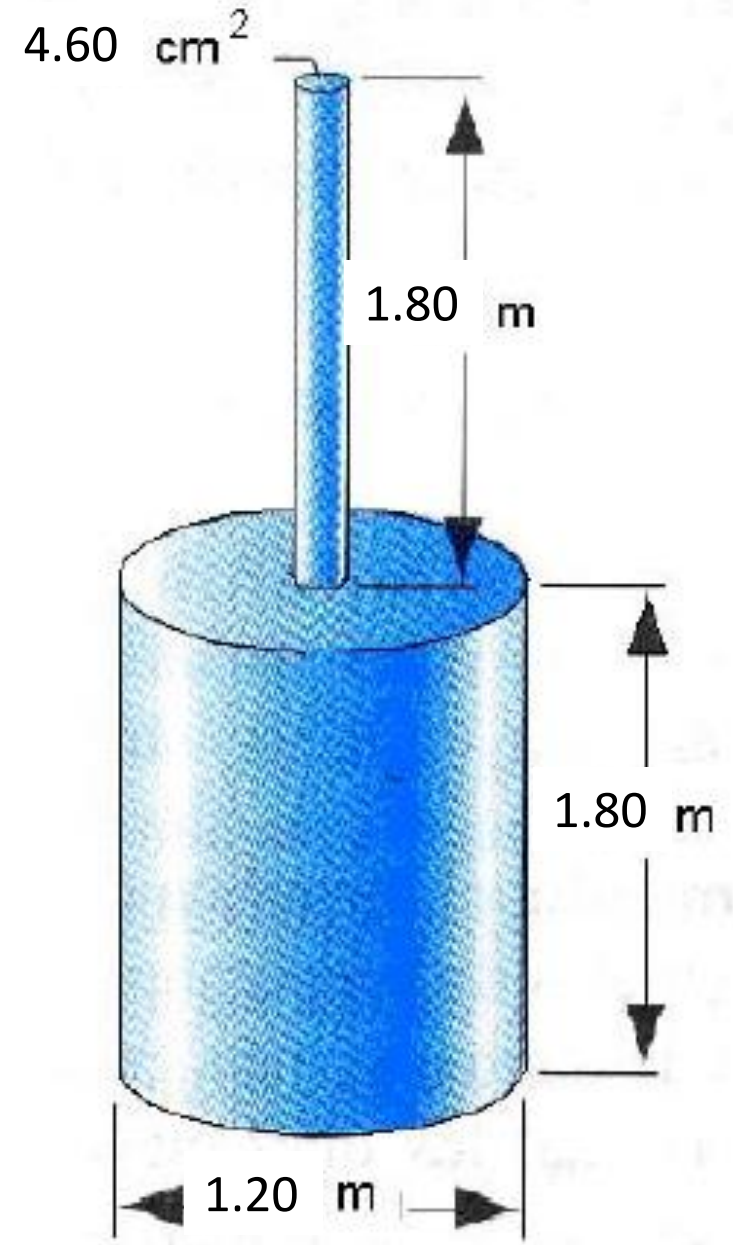
1. Ecuación fundamental de la hidrostática.
2. Principio de Pascal.
3. Medidores de presión.
4. Ejemplos... Principio de Arquímedes: empuje o flotación



Ejemplo de retroalimentación

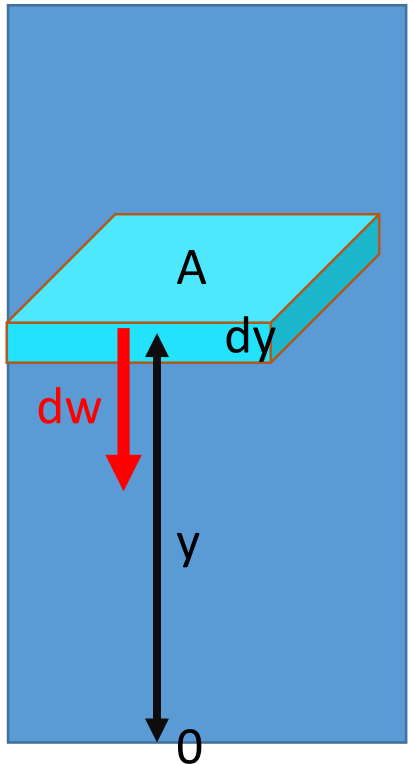
Un barril cilíndrico (diámetro de 1.20 m y altura de 1.80 m) tiene un tubo angosto (área de 4.60 cm² y altura de 1.80 m) fijo a la tapa. El recipiente está lleno de agua hasta la parte superior del tubo. Calcule:

- La fuerza hidrostática ejercida sobre el fondo del barril.
- El peso del agua contenida en su interior.



Presión en fluido en reposo

Objetivo: Obtener una relación general entre la presión p en cualquier punto de un fluido en reposo y la altura y del punto



Volumen del elemento del fluido:

$$dV = A \, dy$$

Masa del elemento del fluido:

$$\begin{aligned} dm &= \rho \, dV \\ &= \rho \, A \, dy \end{aligned}$$

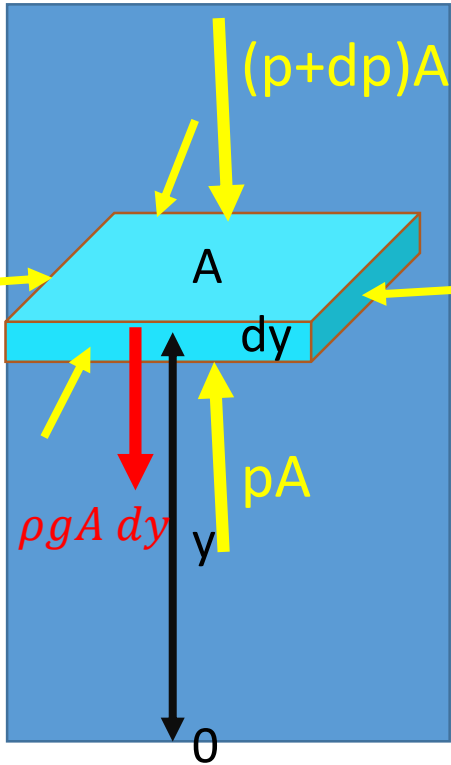
Peso del elemento del fluido:

$$dw = dm \, g = \rho g A \, dy$$

¿Qué otras fuerzas actúan sobre este elemento fluido?

¿Qué pasa con las fuerzas sobre los cuatro lados del elemento?

Se anulan



Fuerza debida a la presión p sobre la superficie inferior:

pA

Fuerza debida a la presión p sobre la superficie superior:

$(p+dp)A$

Como el elemento del fluido está en equilibrio:

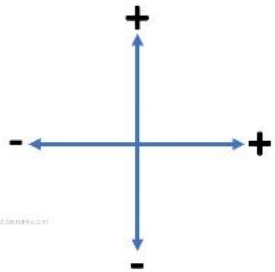
$$\sum F_y = 0$$

$$pA - (p + dp)A - \rho g A dy = 0$$

$$p - p - dp - \rho g dy = 0$$

$$-dp - \rho g dy = 0$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$



¿Qué indica esta ecuación?

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g \rightarrow dp = -\rho g dy$$

Si y aumenta (dy cada vez más positivo)

→ p disminuye (dp cada vez más negativo)

Conforme se sube por el fluido

→ p disminuye

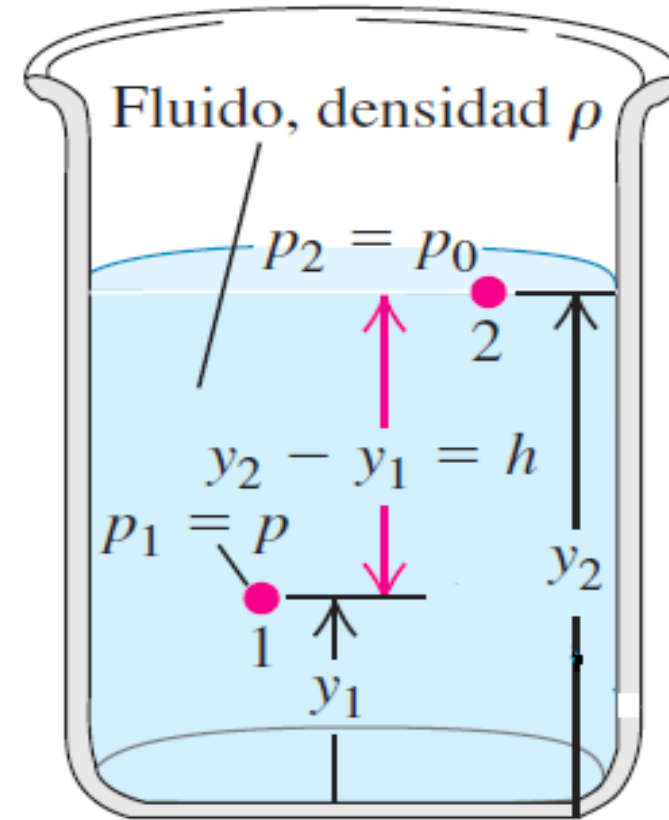
$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

Profundidad h

$$p_0 - p = -\rho g(y_2 - y_1)$$

$$= -\rho gh$$

$$p = p_0 + \rho gh$$



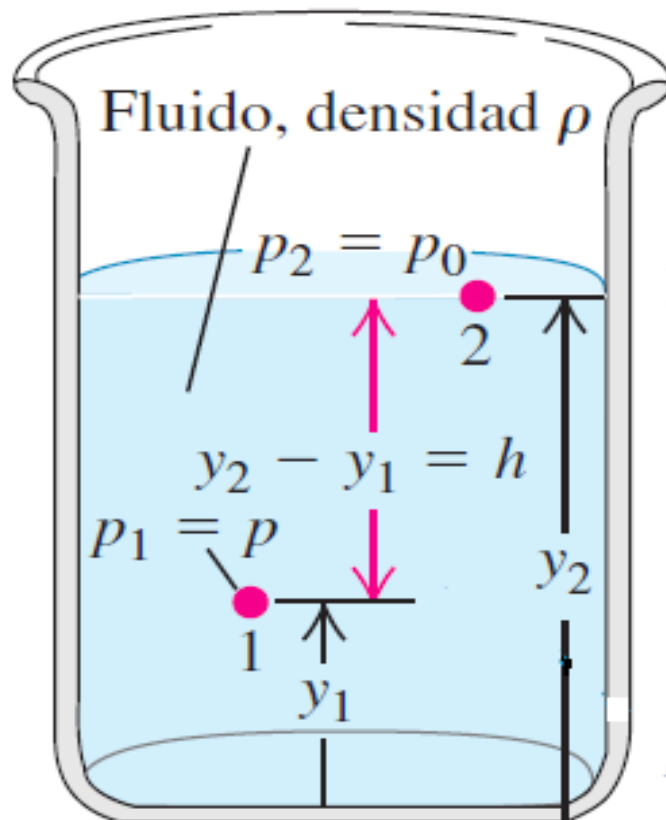
La diferencia de presión
entre dos puntos en un fluido
de densidad uniforme

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

Densidad uniforme de un fluido

Altura de los dos puntos

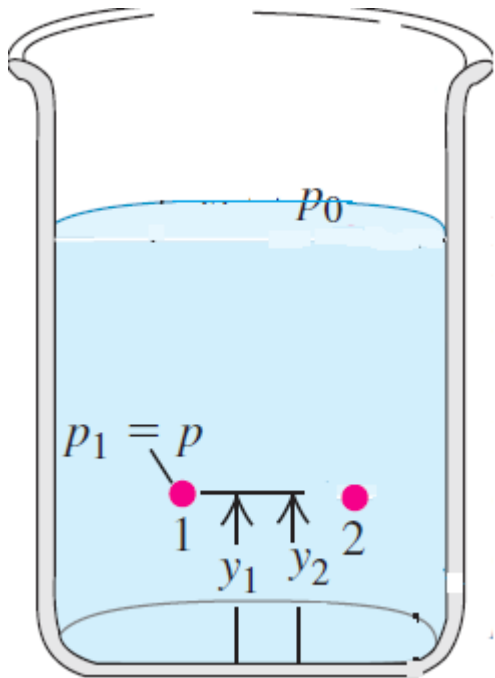
Aceleración debida a la gravedad ($g > 0$)



La presión p a una profundidad h
es mayor que la presión p_0 en la
superficie, en una cantidad ρgh

$$p = p_0 + \rho gh$$

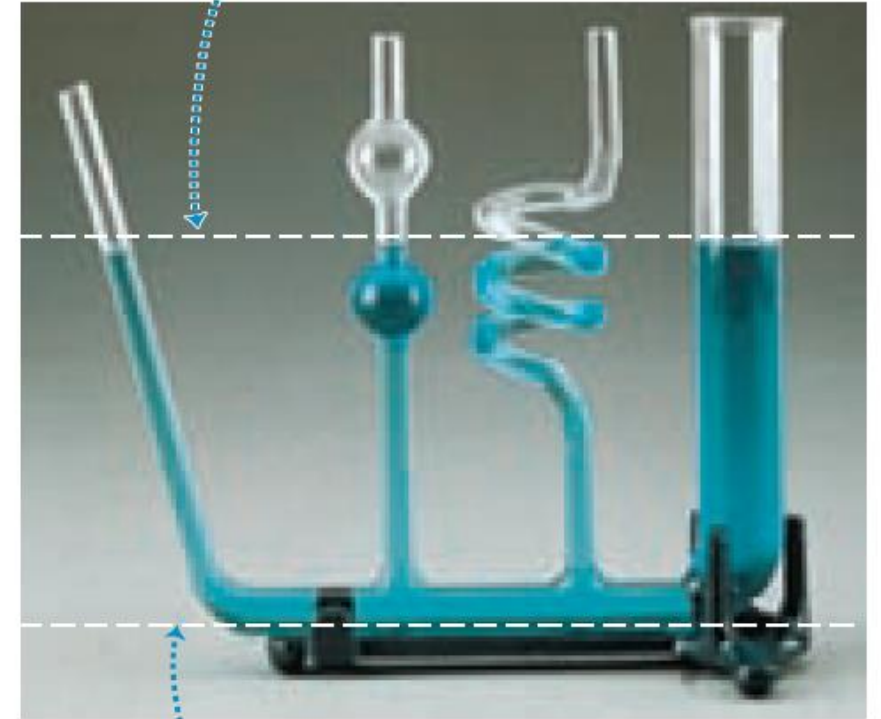
¿Cómo es la presión para dos puntos situados al mismo nivel de profundidad?



$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

$$p_2 - p_1 = 0$$
$$\Rightarrow p_2 = p_1$$

La presión en la parte superior de cada columna de líquido es la presión atmosférica, p_0 .



La presión en la parte inferior de cada columna de líquido tiene el mismo valor p .

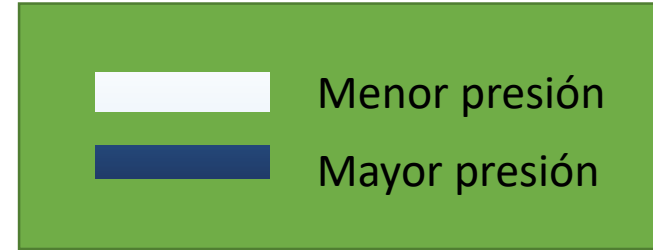
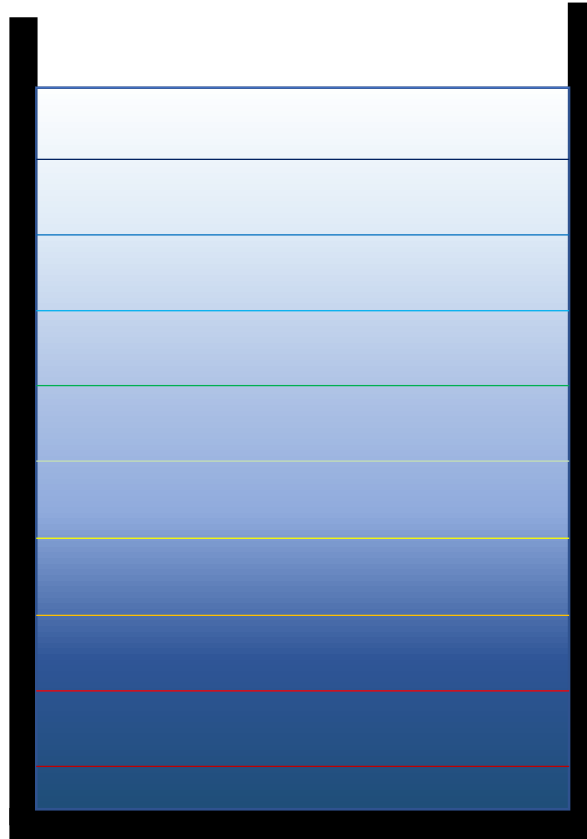
Hay un gradiente de presión en la dirección vertical

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

$$\rho(p, T)g(y)$$

Modelo simplificado

- Campo gravitatorio uniforme
- Fluido incompresible e isotérmico
- Sometido a una presión en la superficie p_0



Horizontalmente se tienen superficies isobáricas

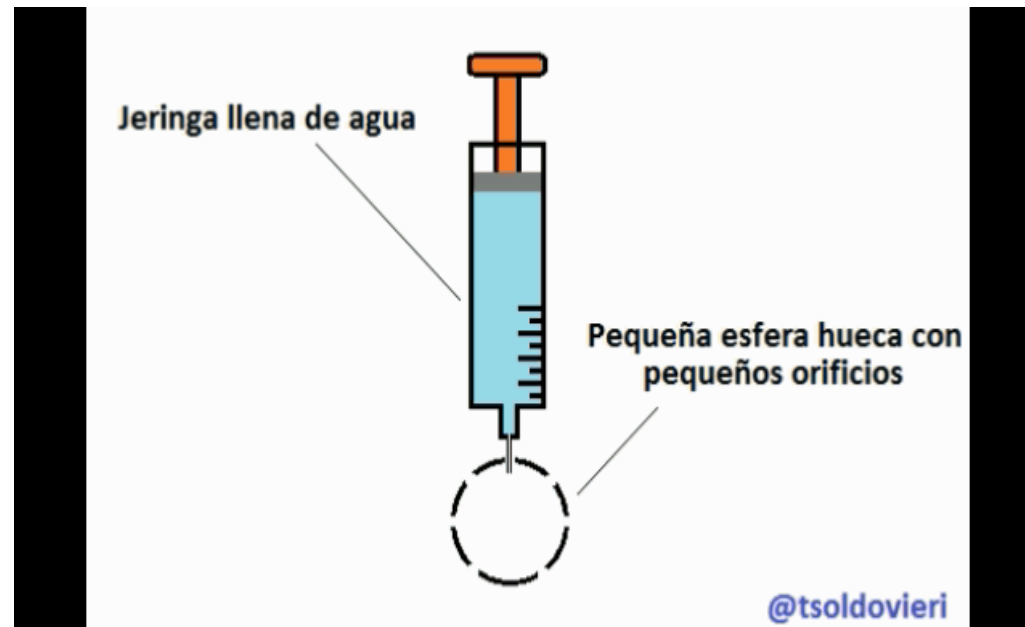
El signo negativo significa que la presión disminuye hacia arriba (a mayor y menor p)

¿Qué pasa si aumentamos la presión p_0 en la superficie superior?

$$p = p_0 + \rho gh$$

La presión p a cualquier profundidad aumenta exactamente en la misma cantidad

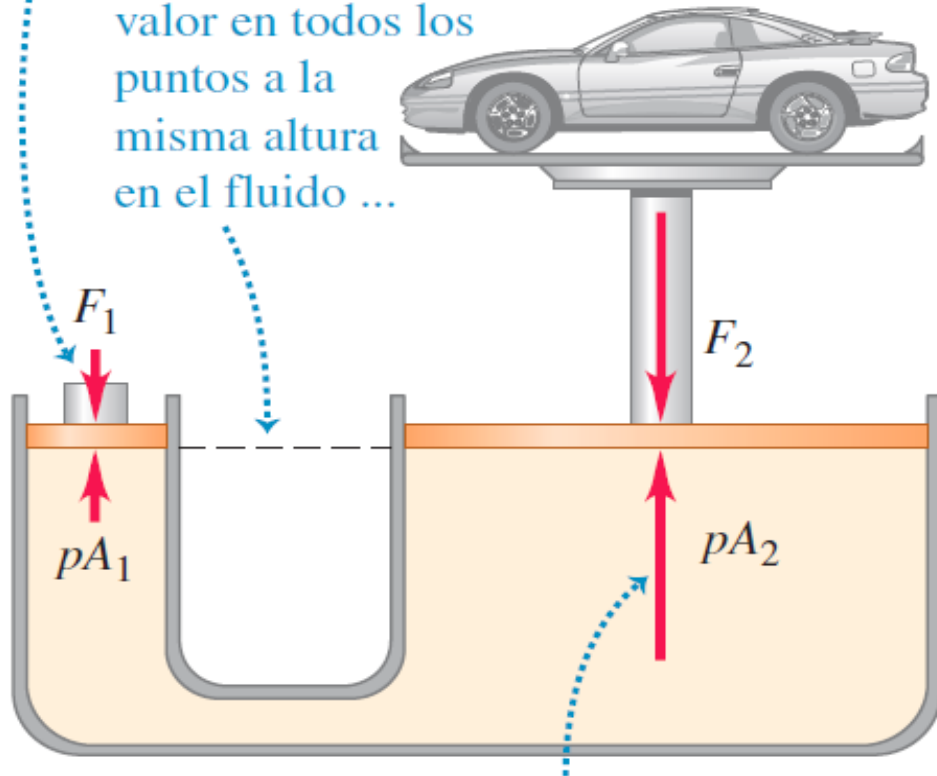
Ley de Pascal: La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las partes del fluido y las paredes del recipiente.



Prensa hidráulica: Multiplicador de fuerza

Se aplica una fuerza pequeña a un pistón.

Ya que la presión p tiene el mismo valor en todos los puntos a la misma altura en el fluido ...



... un pistón con una mayor área, a la misma altura, experimenta una gran fuerza.

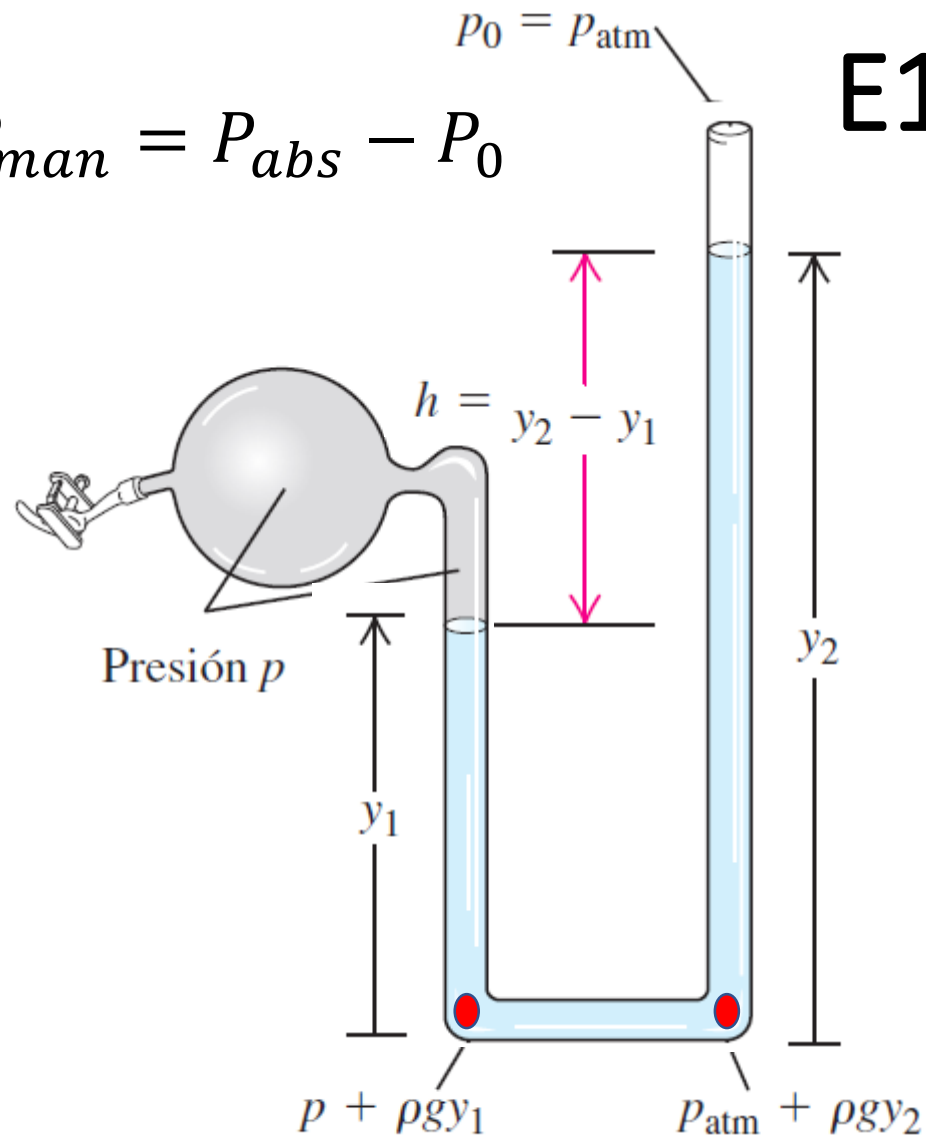
$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

Sillas de los dentistas
Gatos hidráulicos para autos
Elevadores
Frenos hidráulicos

E1: Manómetro de tubo abierto

$$P_{man} = P_{abs} - P_0$$



La presión es igual en el fondo de los dos tubos.

$$p + \rho g y_1 = P_{atm} + \rho g y_2$$

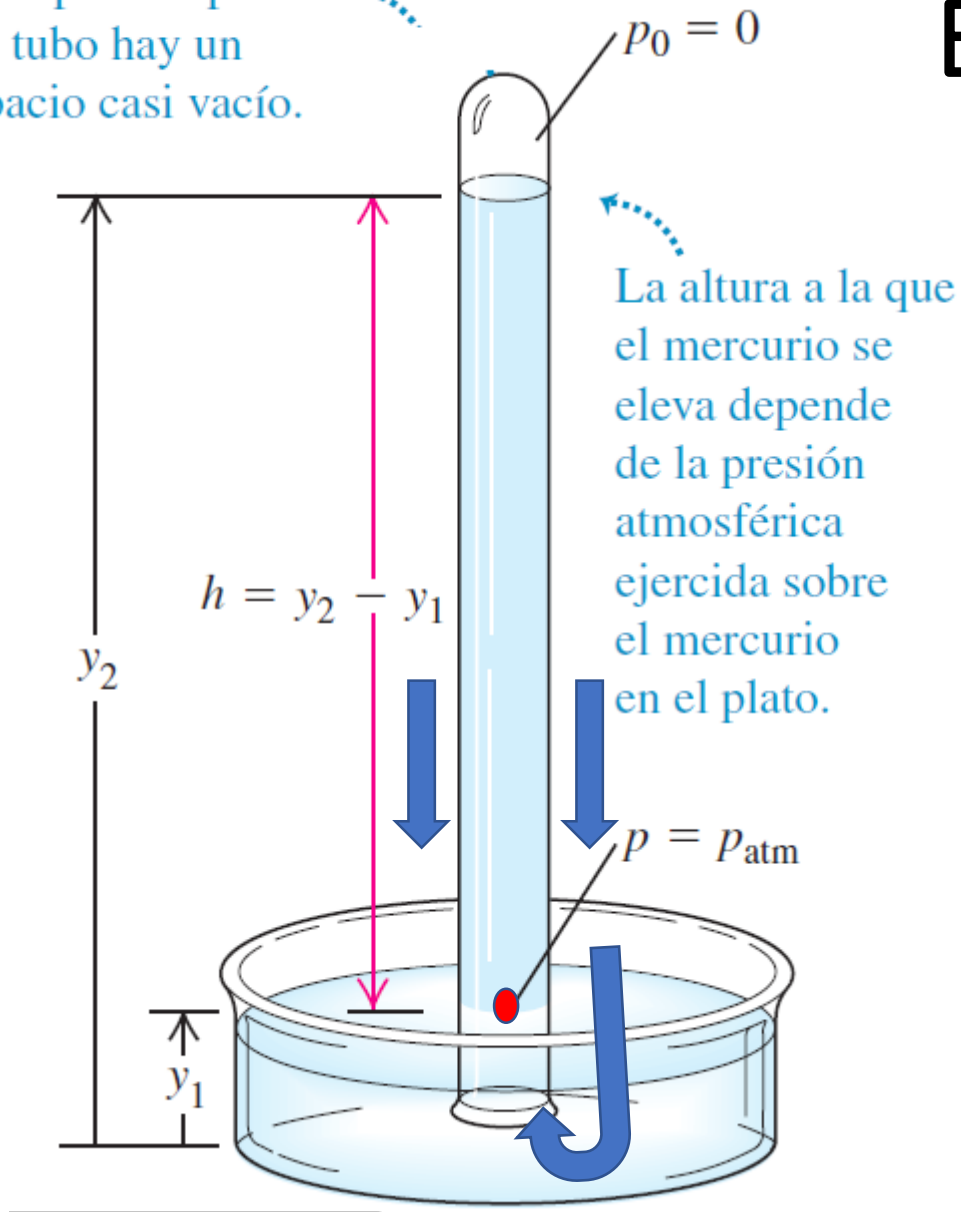
$$p - P_{atm} = \rho g (y_2 - y_1)$$

$$p - P_{atm} = \rho g h$$

Presión
absoluta

Presión
manométrica

En la parte superior del tubo hay un espacio casi vacío.



E2: Barómetro de mercurio

$$p = p_0 + \rho gh = 0 + \rho g(y_2 - y_1) = \rho gh$$

Por ejemplo: ¿Cuánto vale h si $p = 1 \text{ atm}$?

$$p = 1 \text{ atm} \approx 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} \quad \rho_{Hg} = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$p = \rho gh$$

$$h = \frac{p}{\rho g}$$

$$h = \frac{101 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{13.6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}$$

$$h = \frac{101 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{133.28 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}}$$

$$h = 0.7578 \text{ m} \approx 0.76 \text{ m}$$

$$h = 760 \text{ mm}$$

Ejemplos de escalas de manómetros

NO. 13



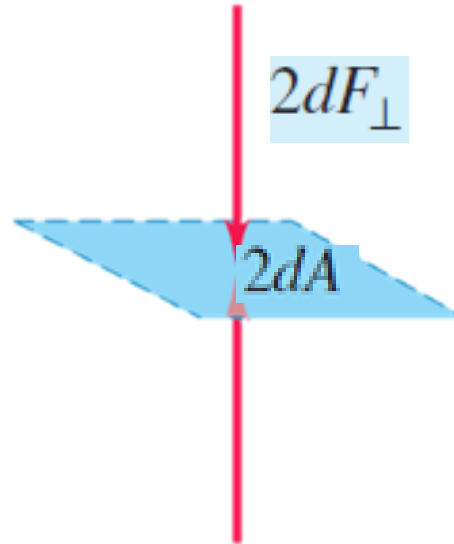
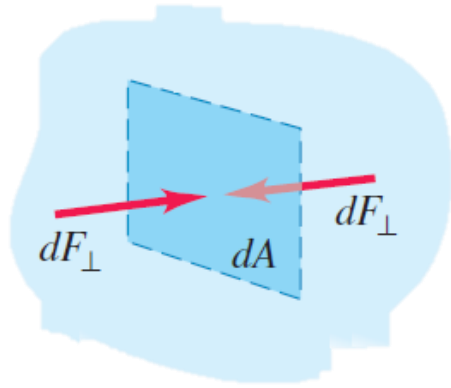
RESOLUCIÓN DE EJEMPLOS

P1

¿La presión es un vector o un escalar?

¿Importa la dirección al hablar de presión?

¿Cómo podrías ejemplificarlo?



$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA}$$

¿Es diferente la presión?

P2

Densidad relativa: La densidad relativa del acero es 7.8 y la densidad relativa de la madera es 0.5 ¿Qué indican estos valores de densidad relativa para objetos hechos de esos materiales?

$$\text{Densidad}_{\text{relativa}} = \frac{\text{Acero } 7800 \text{ kg/m}^3}{\text{Agua } 1000 \text{ kg/m}^3}$$

$$\text{Densidad}_{\text{relativa}} = 7.8 \text{ (Acero)}$$



↓ Densidad relativa > 1
El objeto se hunde ↓

$$\text{Densidad}_{\text{relativa}} = \frac{\text{Madera } 500 \text{ kg/m}^3}{\text{Agua } 1000 \text{ kg/m}^3}$$

$$\text{Densidad}_{\text{relativa}} = 0.5 \text{ (Madera)}$$



↑ Densidad relativa < 1
El objeto flota ↑

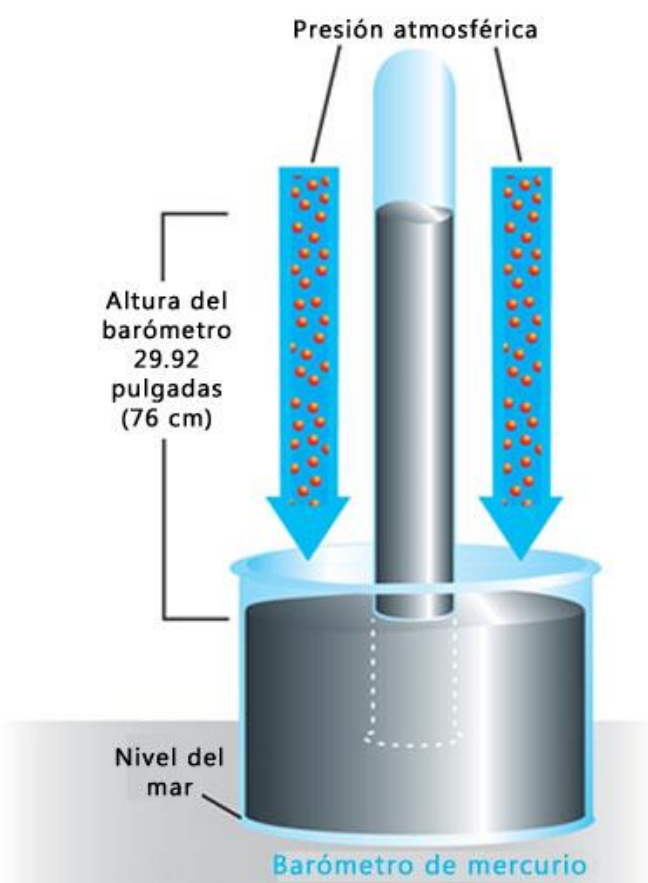
$$p_{atm} = \rho gh$$

Pregunta rápida

Se construyen muchos barómetros comunes, con varios fluidos.

¿Para cuál de los siguientes fluidos la columna de fluido en el barómetro será la más alta?

a) mercurio, b) agua, c) alcohol etílico, d) benceno.



Material	Densidad (kg/m ³)*	Material	Densidad (kg/m ³)*
Aire (1 atm, 20°C)	1.20	Hierro, acero	7.8×10^3
Etanol	0.81×10^3	Latón	8.6×10^3
Benceno	0.90×10^3	Cobre	8.9×10^3
Hielo	0.92×10^3	Plata	10.5×10^3
Agua	1.00×10^3	Plomo	11.3×10^3
Agua de mar	1.03×10^3	Mercurio	13.6×10^3
Sangre	1.06×10^3	Oro	19.3×10^3
Glicerina	1.26×10^3	Platino	21.4×10^3
Concreto	2×10^3	Estrella enana blanca	10^{10}
Aluminio	2.7×10^3	Estrella de neutrones	10^{18}

*Para obtener las densidades en gramos por centímetro cúbico, divida entre 10^3 .

E3: Densidad y presión

El piso de un cuarto tiene dimensiones de 3.50 m y 4.20 m y una altura de 2.40 m. La presión del aire es de 101 325 Pa

a) ¿Cuánto pesa el aire en la habitación?

Peso del aire: mg

Densidad del aire: $\rho = \frac{m}{V}$

$$mg = (\rho V)g$$

$$\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$$

$$mg = \left(1.20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) (3.50 \times 4.20 \times 2.40) \text{m}^3 \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$$= 415.3 \text{ N}$$

$$\approx 415 \text{ N}$$

~ Peso de un niño

¿Es esta la fuerza que experimenta una persona que se encuentra en esa habitación?



E3: Densidad y presión

b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza hacia abajo de la atmósfera sobre la parte superior de tu cabeza, que suponemos que tiene un área de 0.040 m^2 ?

Presión de la atmosfera sobre la cabeza:

$$\begin{aligned} p &= \frac{F}{A} \\ F &= pA \\ &= \left(101\,325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) (0.040 \text{ m}^2) \\ &= 4053 \text{ N} \end{aligned}$$

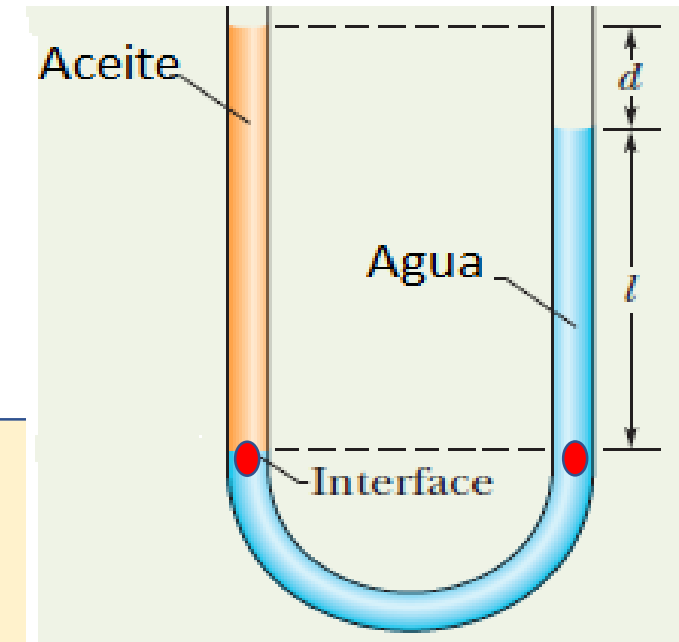
(Masa común de un joven es de 150 lb)

~ Peso de 6 jóvenes

Esta gran fuerza es igual al peso de la columna de aire de la parte superior de tu cabeza a la parte superior de la atmósfera.

E4: Presión en un tubo en U

El tubo en U de la figura contiene dos líquidos en equilibrio estático: El agua de densidad $\rho_a = 998 \text{ kg/m}^3$ está en el brazo derecho, y el aceite de densidad desconocida ρ_x está a la izquierda. Un proceso de medición da como resultado: $l = 135 \text{ mm}$ y $d = 12.3 \text{ mm}$ ¿Cuál es la densidad del aceite?



¿De qué depende la presión en el punto en la interfaz agua-aceite? (lado izquierdo)

$$p = \rho_x g(l + d) + p_{atm}$$

¿De qué depende la presión en el punto en el lado derecho

$$p = \rho_a g(l) + p_{atm}$$

¿Cómo es la presión en ambos puntos?

Es la misma, porque es una situación de equilibrio.

$$\rho_x g(l + d) + p_{atm} = \rho_a g(l) + p_{atm}$$

$$\rho_x g(l + d) = \rho_a g(l)$$

$$\rho_x = \rho_a \frac{l}{l + d}$$

$$\rho_x = (998 \text{ kg/m}^3) \frac{135 \text{ mm}}{(135 + 12.3) \text{ mm}}$$

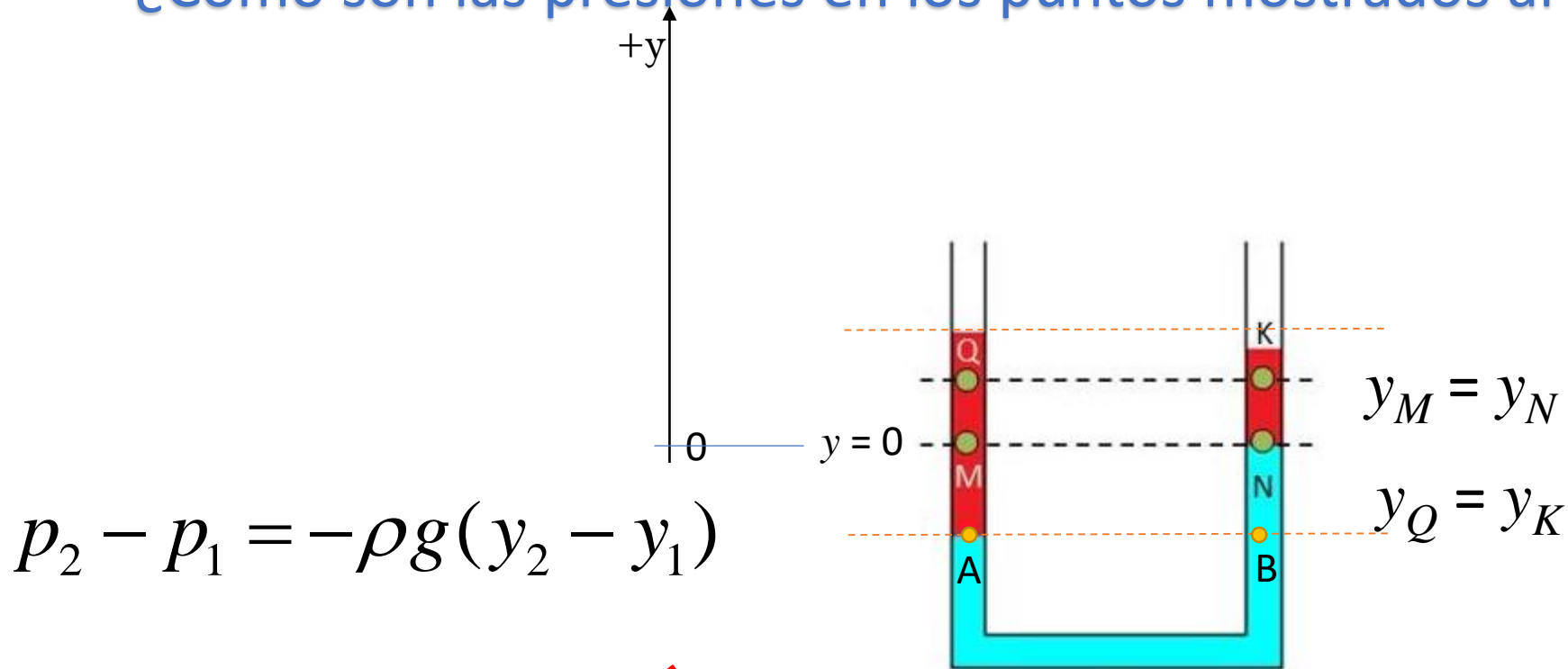
$$\rho_x = 915 \text{ kg/m}^3$$

¿Por qué el aceite en el brazo izquierdo está más alto que el agua en el brazo derecho?

- a) Porque el agua ejerce una mayor presión sobre el aceite.
- b) Porque el aceite es menos denso que el agua.
- c) Ambas respuestas anteriores son correctas.

P4:

¿Cómo son las presiones en los puntos mostrados al mismo nivel?



$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

~~$$p_M - p_Q = -\rho g(y_M - y_Q)$$~~

~~$$p_N - p_K = -\rho g(y_N - y_K)$$~~

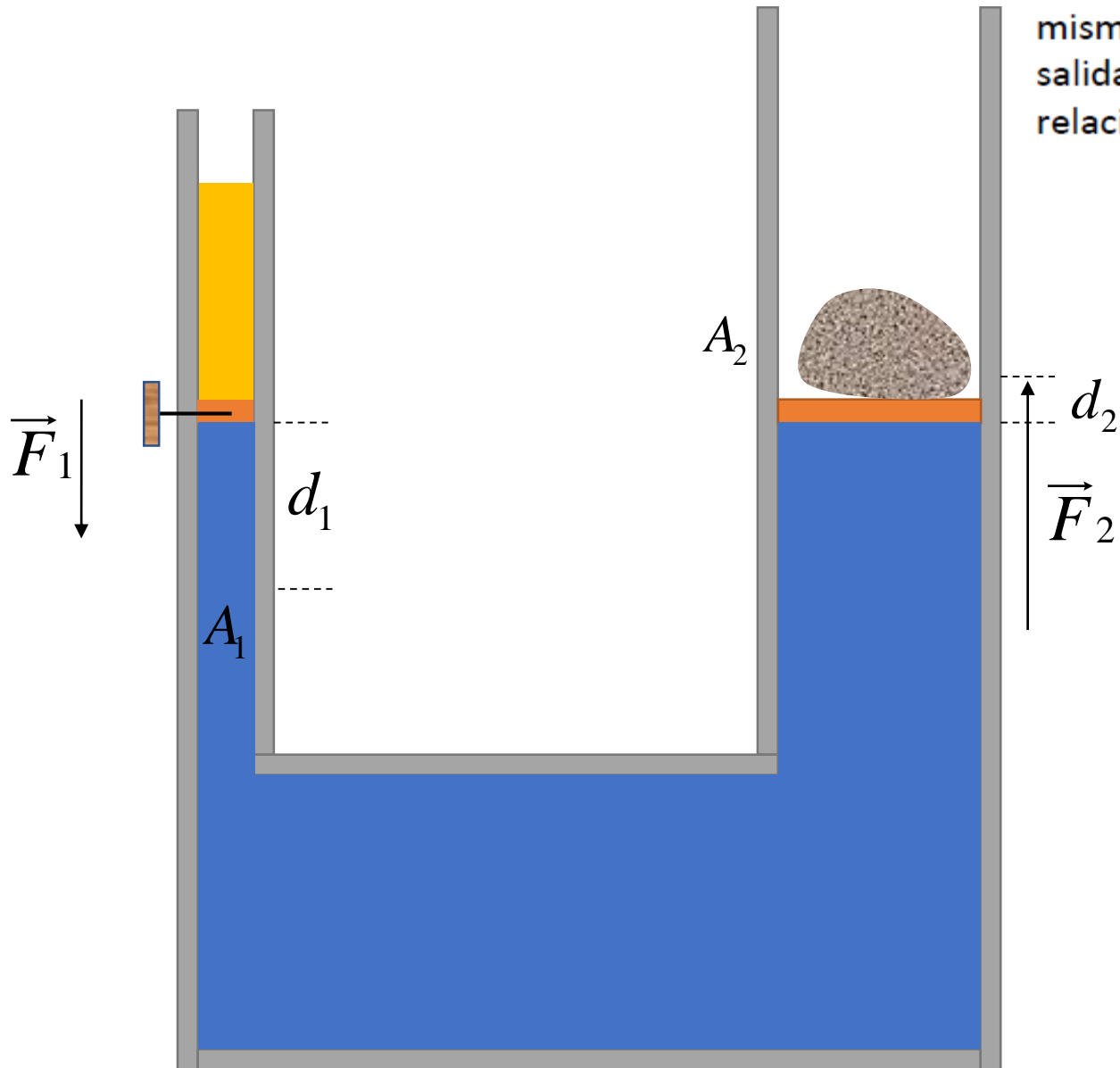
$$p_M - p_Q = p_N - p_K$$

Conclusión: La diferencia de presión entre dos puntos en el mismo tipo de fluido es la misma.

$$p_M \neq p_N$$

$$p_Q \neq p_K$$

P5:



En una prensa hidráulica, la fuerza de entrada \vec{F}_1 es magnificada, obteniendo una fuerza de salida \vec{F}_2 mucho mayor. ¿Podemos decir lo mismo del trabajo? o ¿el trabajo de entrada es igual al trabajo de salida? Sustente sus razonamientos con ecuaciones, demostrando la relación entre trabajo de entrada W_1 y de salida W_2

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

$$V_1 = V_2$$

$$A_1 d_1 = A_2 d_2$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$F_2 = \frac{d_1}{d_2} F_1$$

$$F_2 d_2 = F_1 d_1$$

$$W_2 = W_1$$

Tu turno

1. Un barril contiene una capa de aceite de 0.120 m sobre 0.250 m de agua. La densidad del aceite es de 600 kg/m^3 .

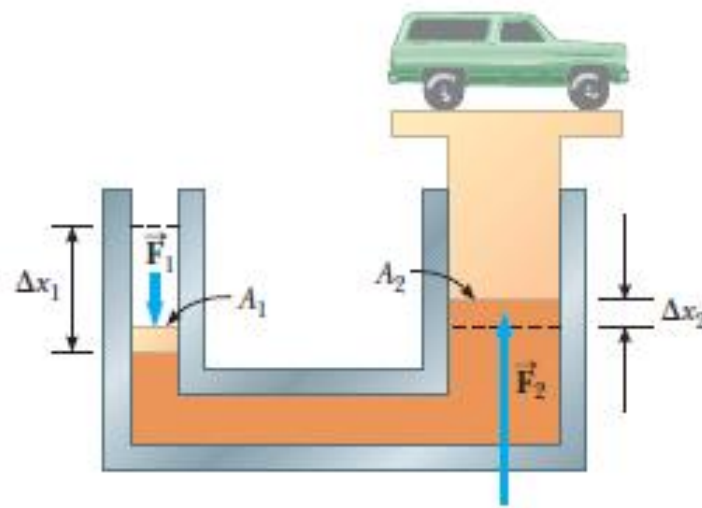
a. ¿Qué presión manométrica hay en la interfaz aceite-agua?

b. ¿Qué presión manométrica hay en el fondo del barril?

R// a. 706 Pa b. 3.16 kPa

2. El pistón de un elevador hidráulico tiene 0.30 m de diámetro. ¿Qué presión manométrica en atm se requiere para elevar un coche de 800 kg?

R// 1.09 atm



GRACIAS