Física II
Ondas mecánicas y sonido

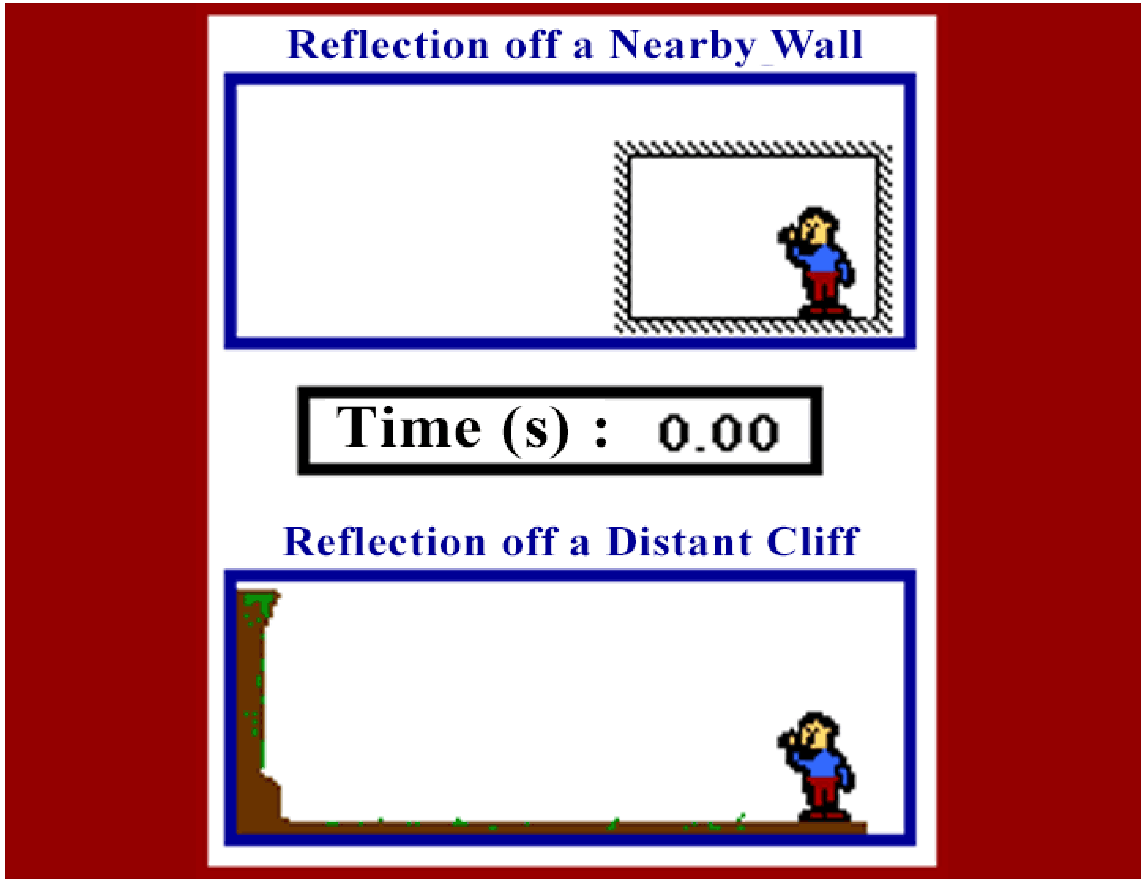
Interferencia y ondas estacionarias

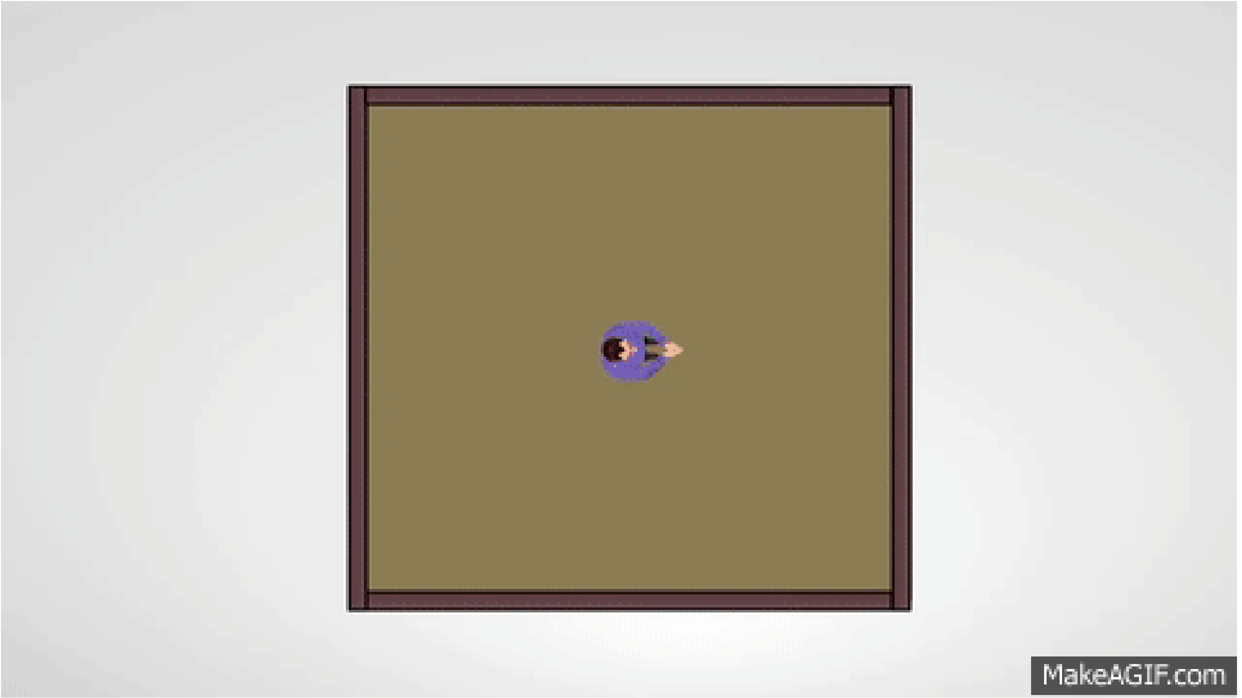
Interferencia, condiciones de frontera y superposición: Principio de superposición.

Interferencia constructiva y destructiva: Ondas estacionarias y modos normales en una cuerda.

Condiciones de frontera

Reflexión



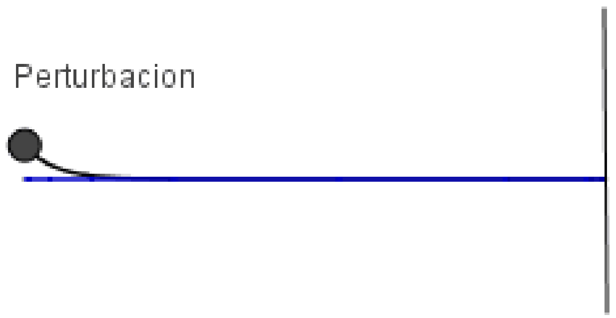


Cámara reverberante vs cámara anecoica: https://youtu.be/DXmUQfohYHg

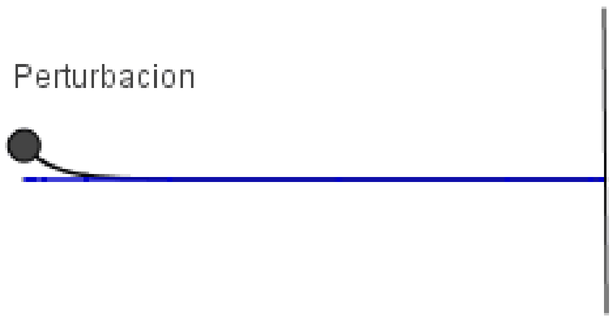
Condiciones de frontera

Reflexión en una cuerda:

Extremo fijo



Extremo libre

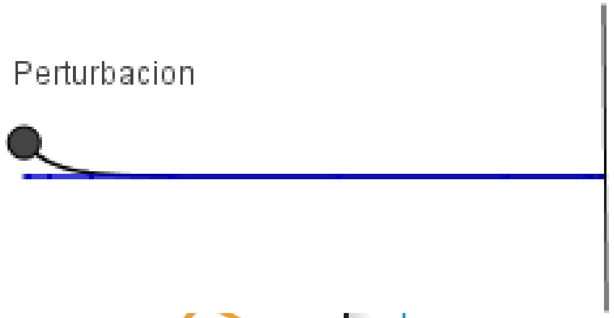


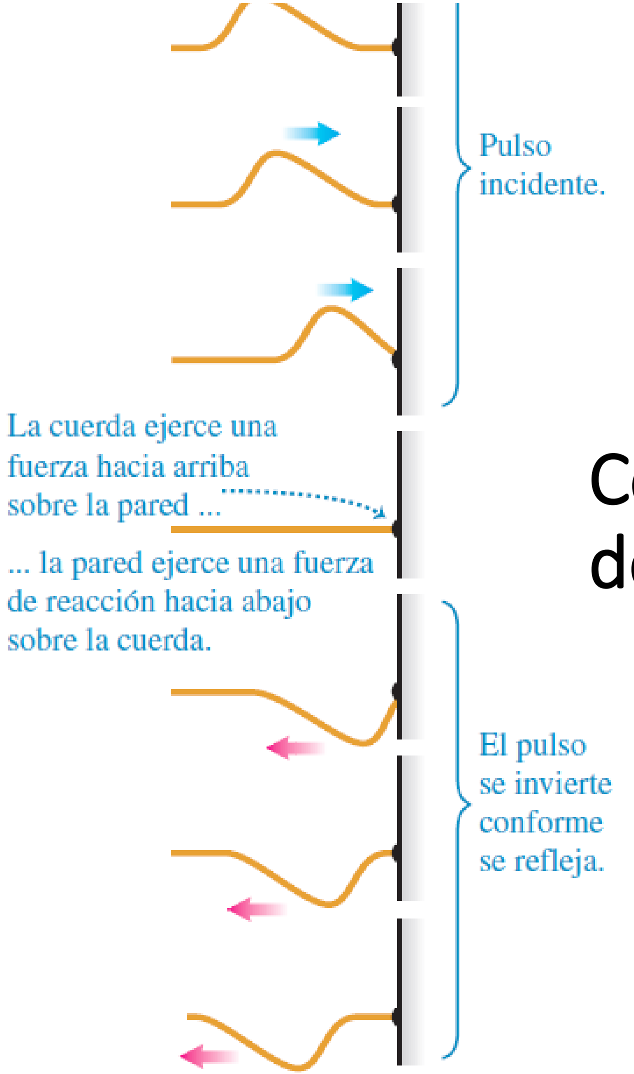
Interferencia: la onda inicial y la reflejada se superponen en la misma región del medio

¿Qué sucede cuando un pulso de onda o una onda sinusoidal llegan al *extremo* de la cuerda?

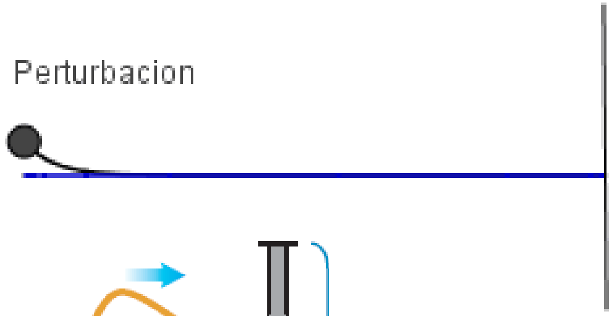
Condiciones de frontera

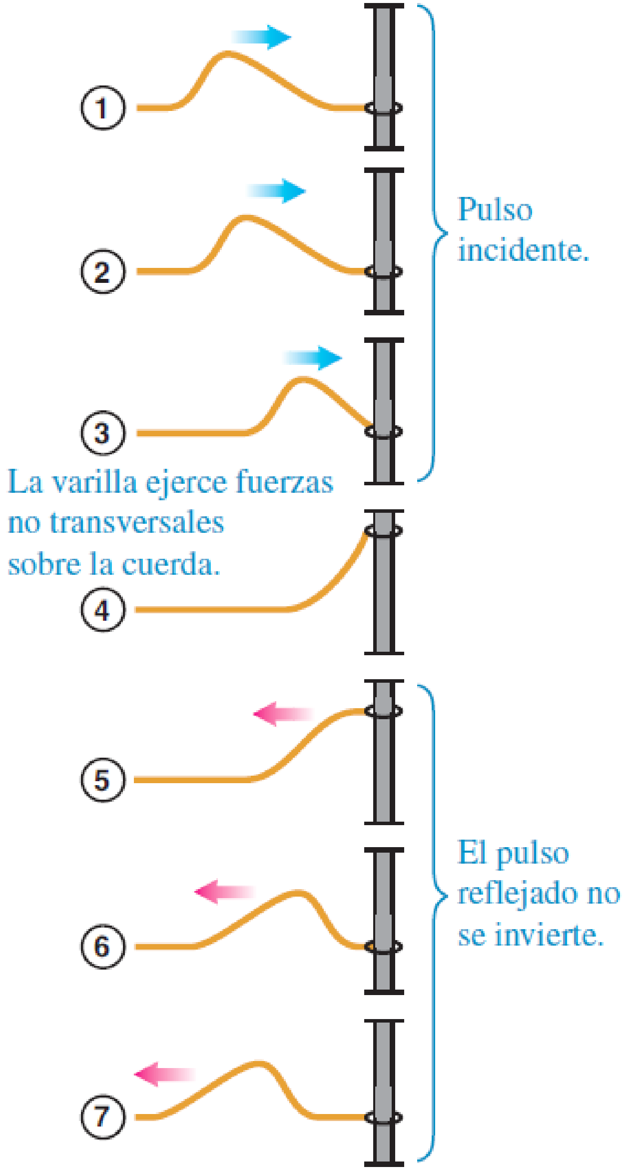
Extremo fijo





Extremo libre

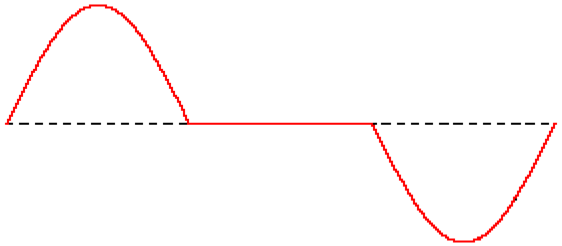




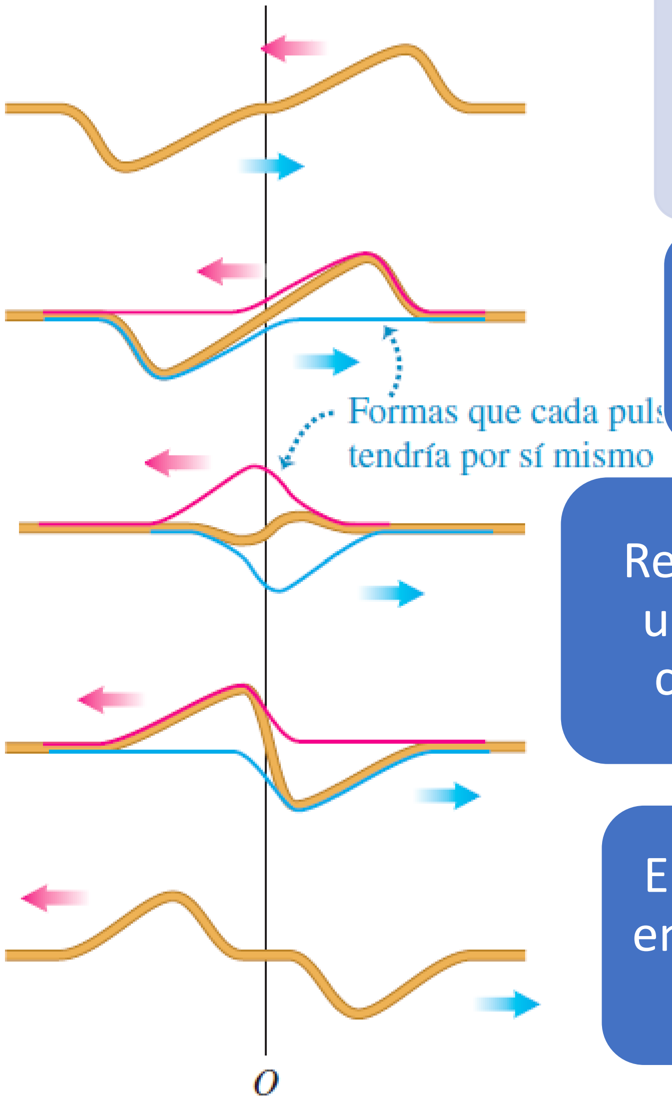
Superposición de dos pulsos que viajan en direcciones opuestas:

Misma dirección del desplazamiento del pulso

Dirección del desplazamiento invertida del pulso



Al superponerse los pulsos y pasarse mutuamente, el desplazamiento total de la cuerda es la *suma algebraica* de los desplazamientos en ese punto de los pulsos individuales



Desplazamiento invertido

Se invierte el pulso reflejado.

Reflexión de un pulso en un extremo fijo de una cuerda en el punto O.

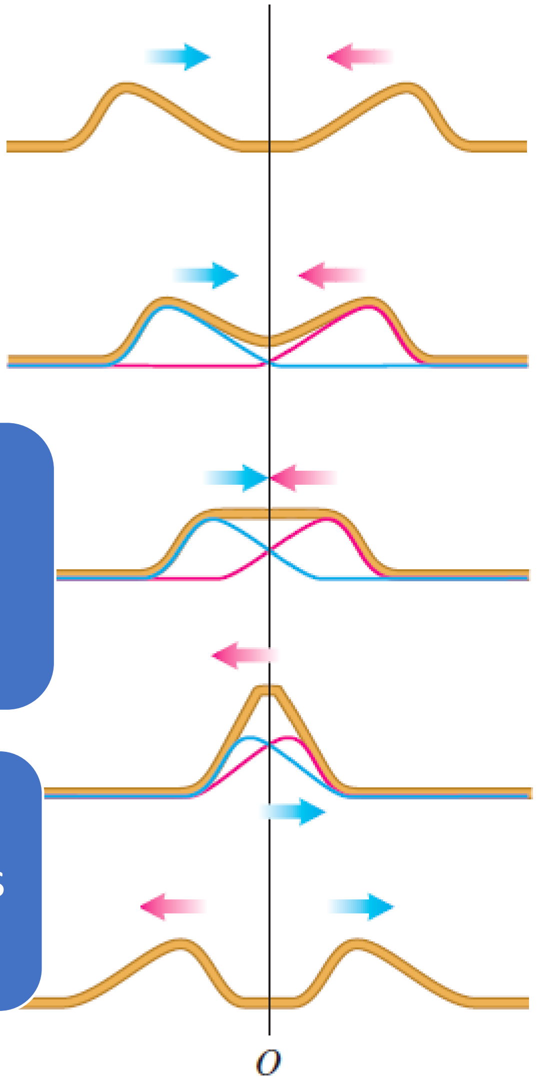
El desplazamiento total en el punto O es cero en todo momento

Desplazamiento no invertido

No se invierte el pulso reflejado.

Reflexión de un pulso en un extremo libre de una cuerda en el punto O.

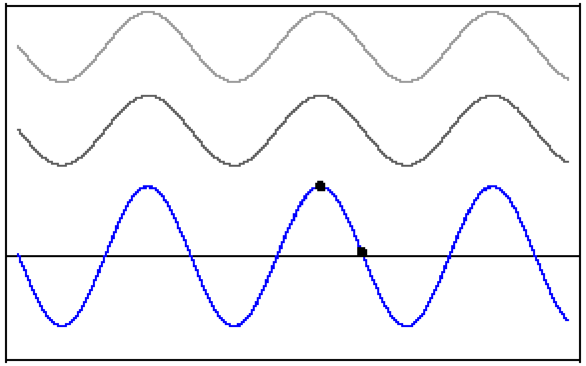
La pendiente de la cuerda en el punto O es cero en todo momento



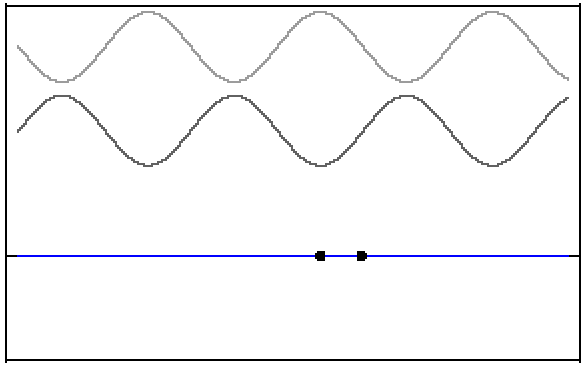
Principio de superposición

Cuando dos ondas se superponen, el desplazamiento real de cualquier punto de la cuerda en cualquier instante se obtiene sumando el desplazamiento que tendría el punto si tan solo estuviera presente la primera onda, con el desplazamiento que tendría si únicamente estuviera presente la segunda

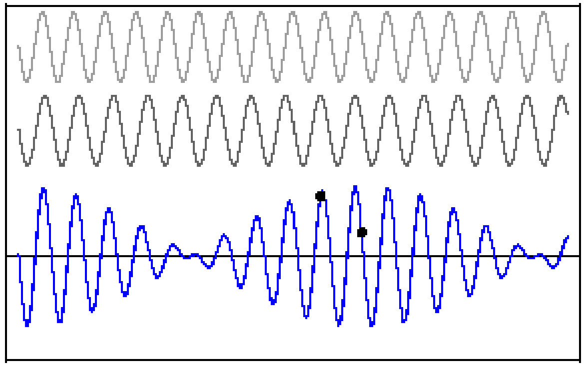
$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \qquad \text{(principio de superposición)}$$



Ondas idénticas que se encuentran desfasadas en un punto del medio

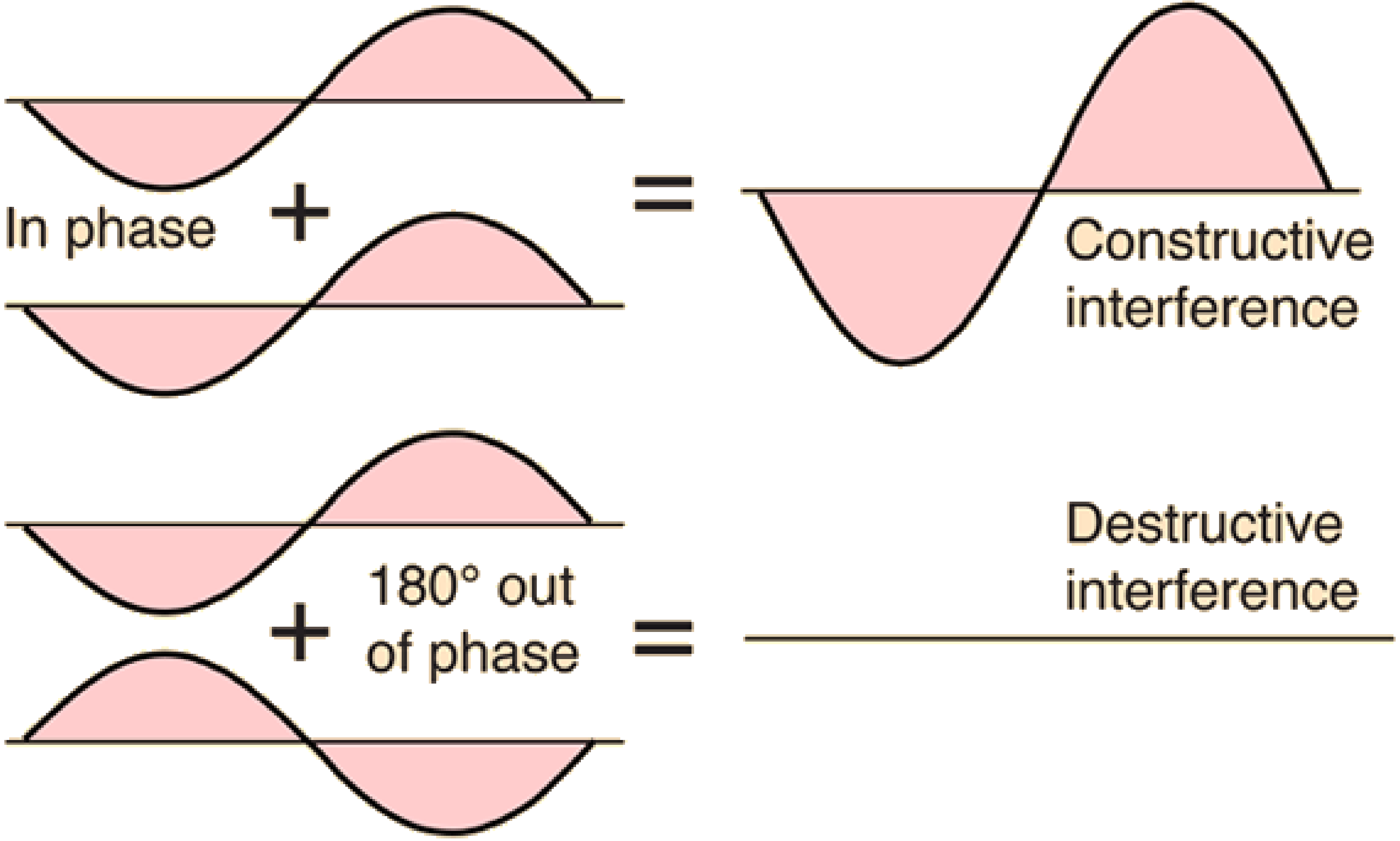


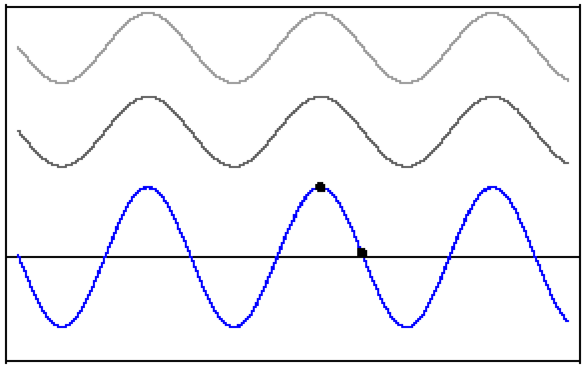
Ondas idénticas que viajan en sentido contrario

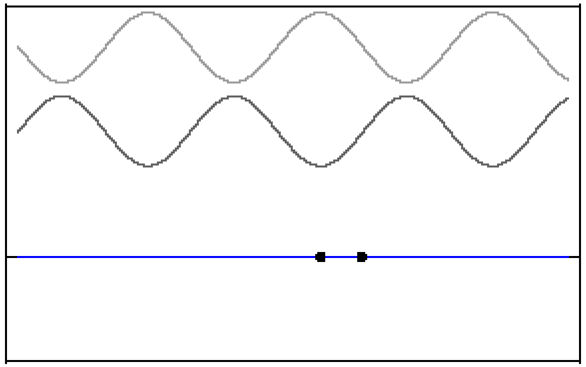


Ondas de distinta frecuencia que dan lugar a batidos

Principio de superposición

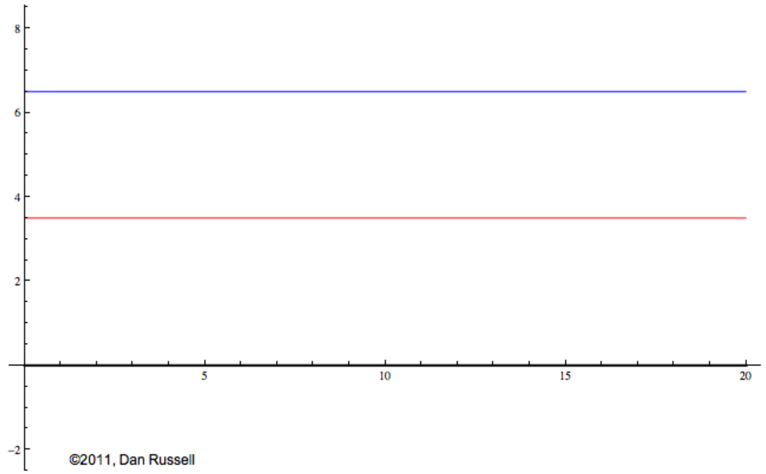


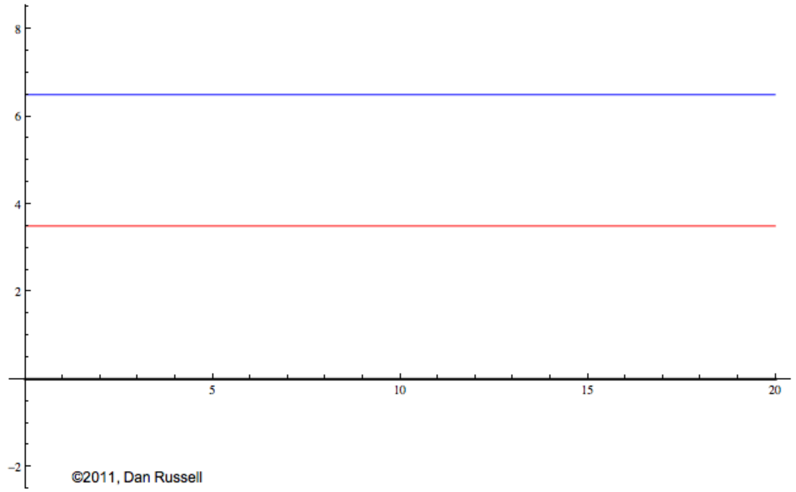




Formas de generar ondas estacionarias

1. Superposición de 2 ondas que viajan en direcciones contrarias



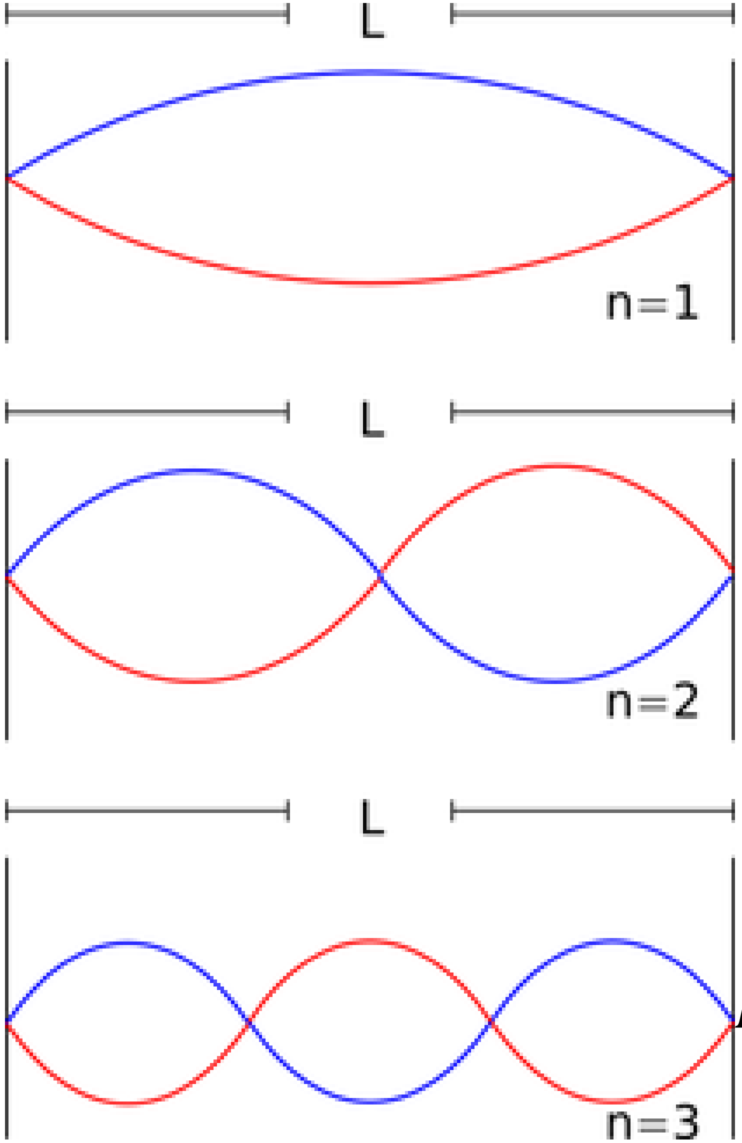


2. Reflexión de una onda desde un extremo libre

3. Reflexión de una onda desde un extremo fijo

Onda estacionaria: Un patrón que no se mueve hacia la izquierda o hacia la derecha, sino que simplemente oscila hacia arriba y hacia abajo en función del tiempo

Ondas estacionarias en una cuerda

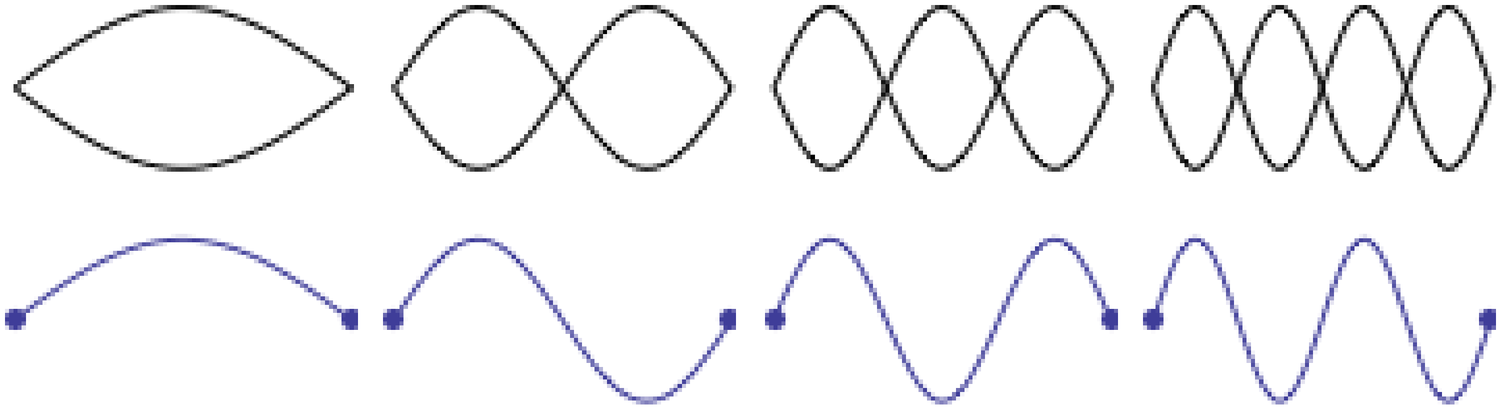


$$L = \frac{\lambda}{2}$$

$$L = \lambda$$

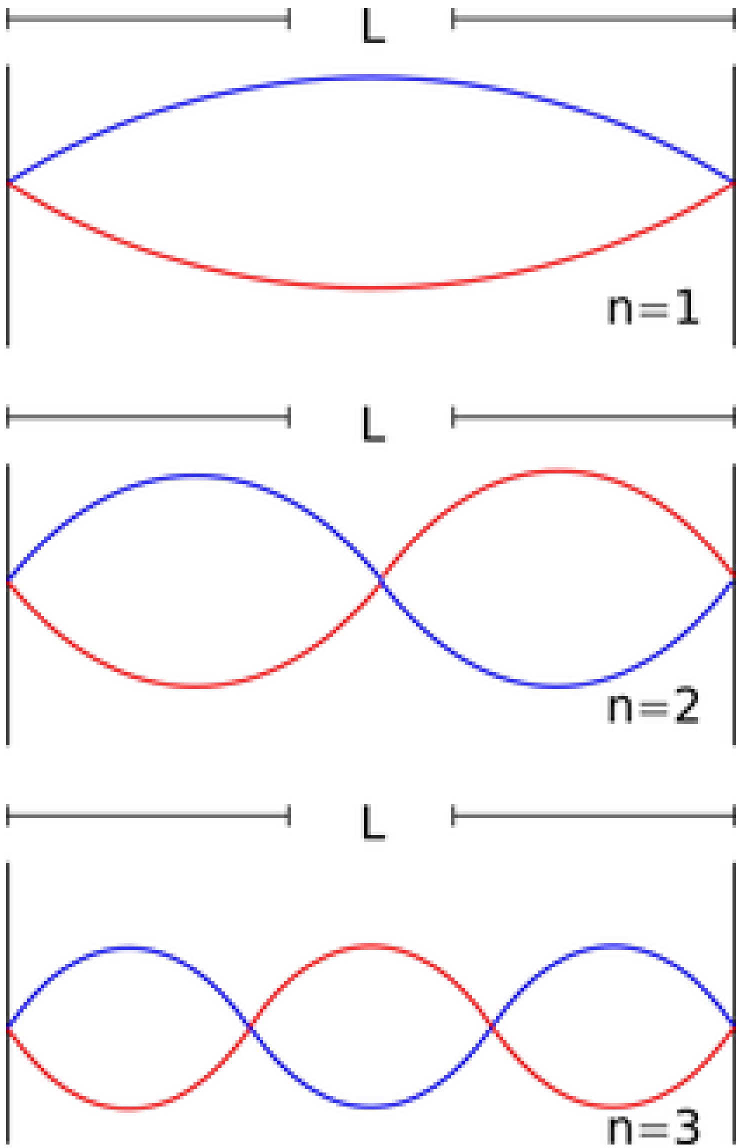
$$L = \frac{3}{2}\lambda$$

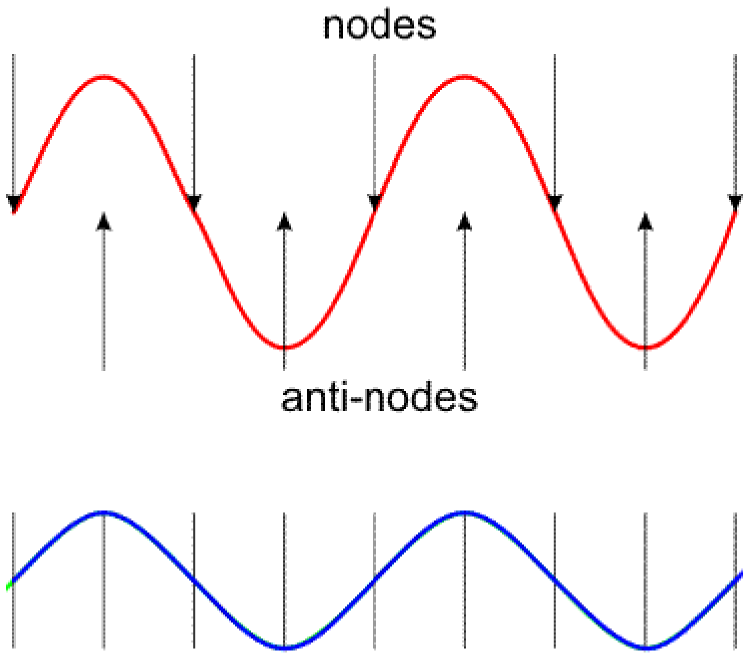
$\lambda = 2L$ $\quad$ $\lambda = L$ $\quad$ $\lambda = \frac{2}{3}L$ $\quad$ $\lambda = \frac{L}{2}$

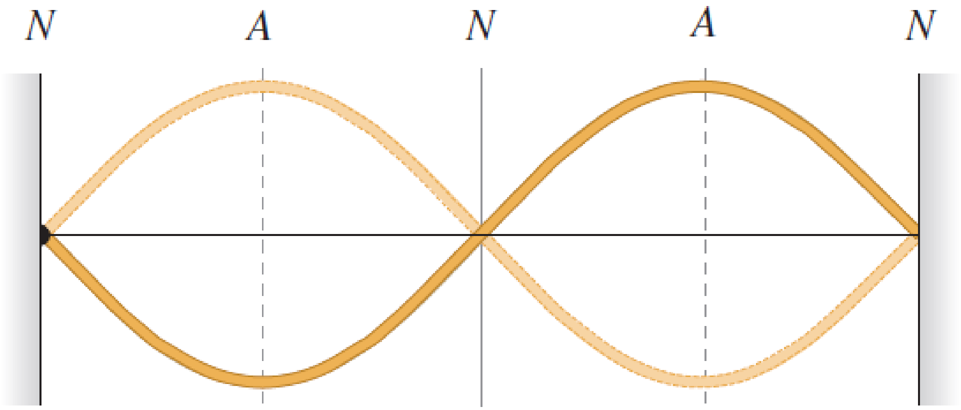


Aumenta la frecuencia de oscilación en tanto que disminuye la longitud de onda de la onda estacionaria.

Ondas estacionarias en una cuerda





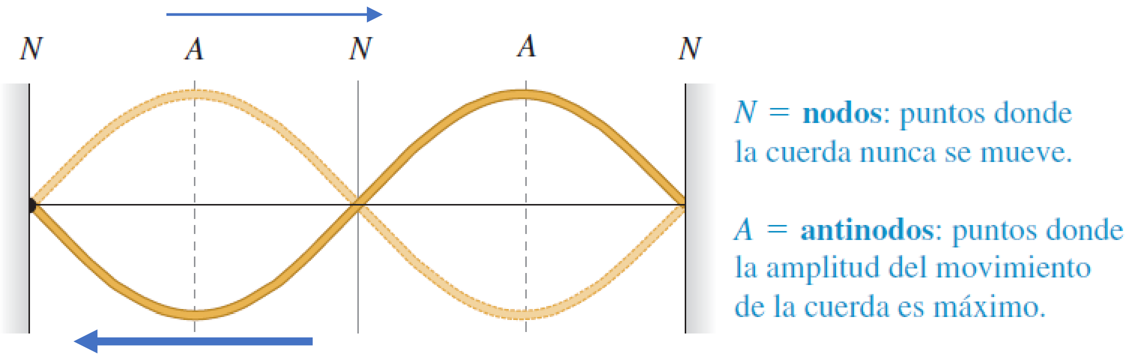


N = **nodos**: puntos donde la cuerda nunca se mueve

A = **antinodos**: puntos donde la amplitud del movimiento de la cuerda es máximo

Ondas estacionarias en una cuerda

EJEMPLO 8



$$y_1(x, t) = -A\cos(kx + \omega t) \qquad \text{(onda incidente que viaja a la izquierda)}$$

$$y_2(x, t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad \text{(onda reflejada que viaja a la derecha)}$$

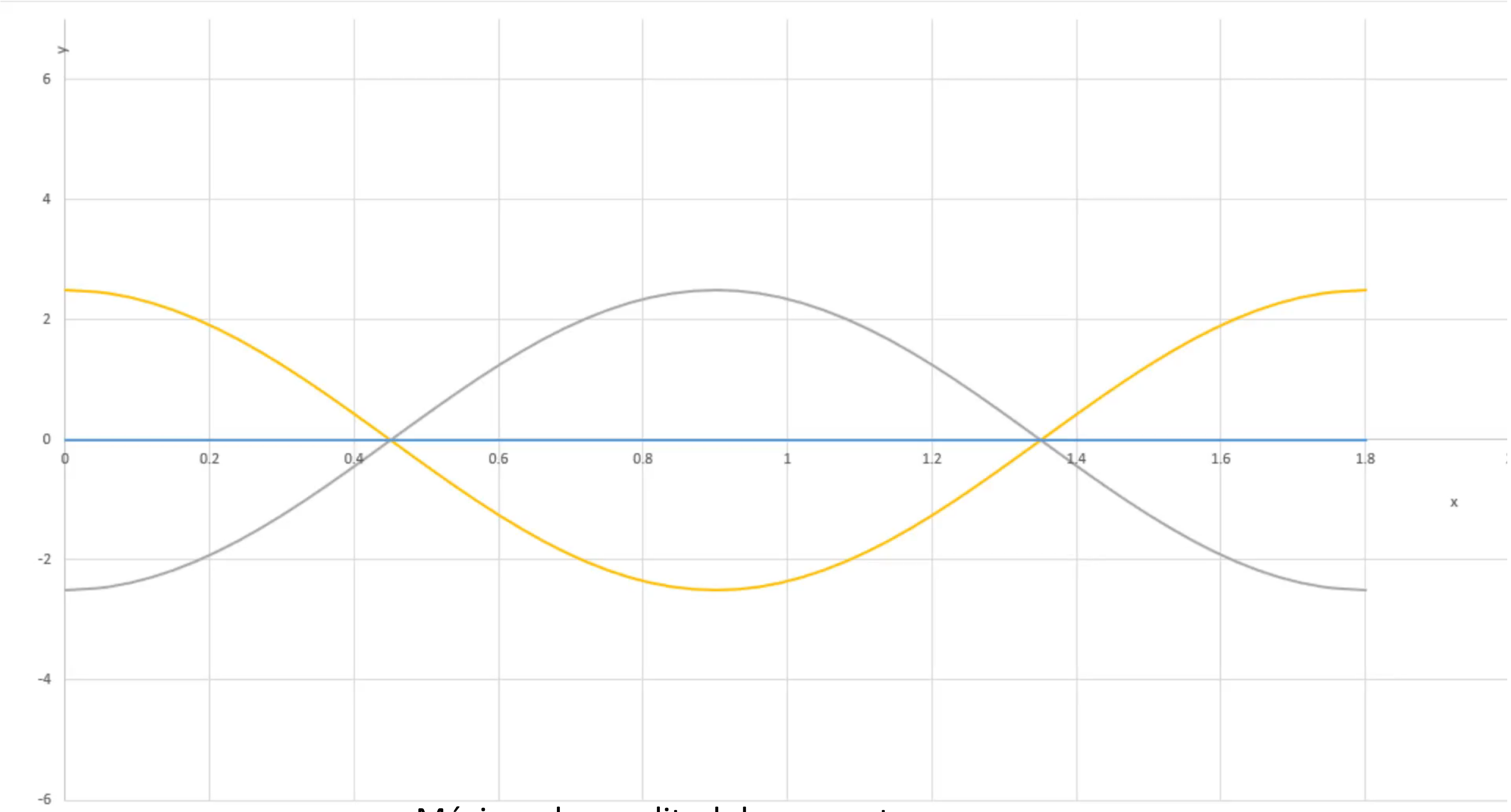
$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A[-\cos(kx + \omega t) + \cos(kx - \omega t)]$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$[-\cos(kx+\omega t)+\cos(kx-\omega t)] = -[\cos kx \cos \omega t - \sin kx \sin \omega t] + \cos kx \cos \omega t + \sin kx \sin \omega t$$

$$[-\cos(kx+\omega t)+\cos(kx-\omega t)] = 2\sin kx \sin \omega t$$

$$y(x,t) = (2A\sin k\,x)\sin \omega\, t$$



Máximo de amplitud de un punto

MAS

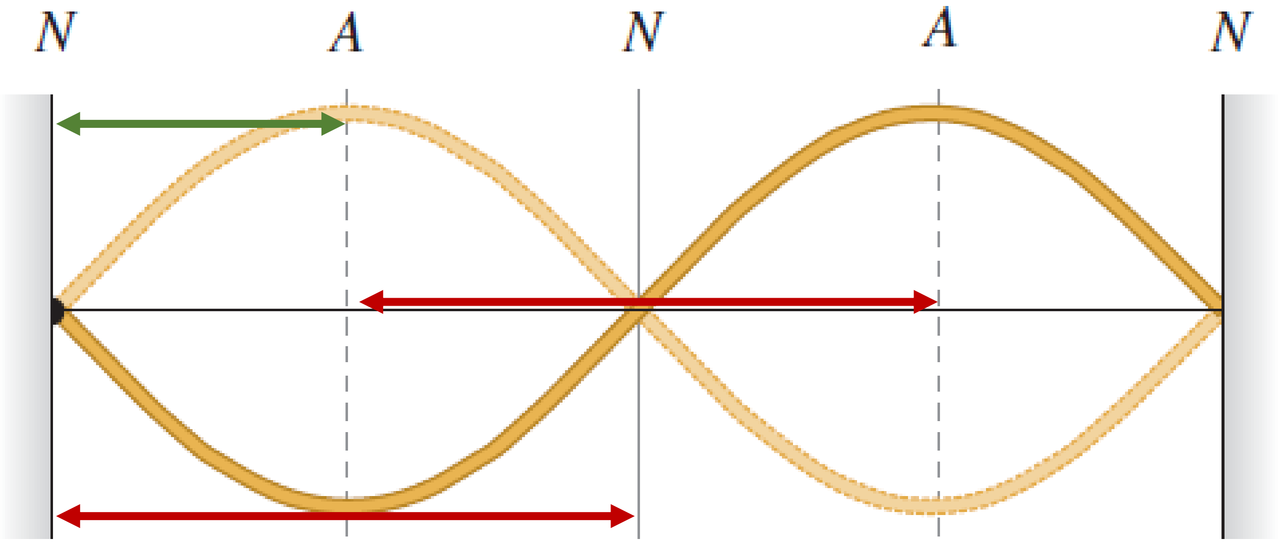
¿Qué significa? $$y(x,t) = \left(2A\sin kx\right)\sin \omega t$$

Ondas estacionarias en una cuerda

¿Cuál es la distancia (en términos de λ) entres dos nodos o antinodos? λ/2

¿Cuál es la distancia (en términos de λ) entres un nodo y un antinodo? λ/4

$$y(x,t) = (A_{SW} \operatorname{sen} kx) \operatorname{sen} \omega t$$



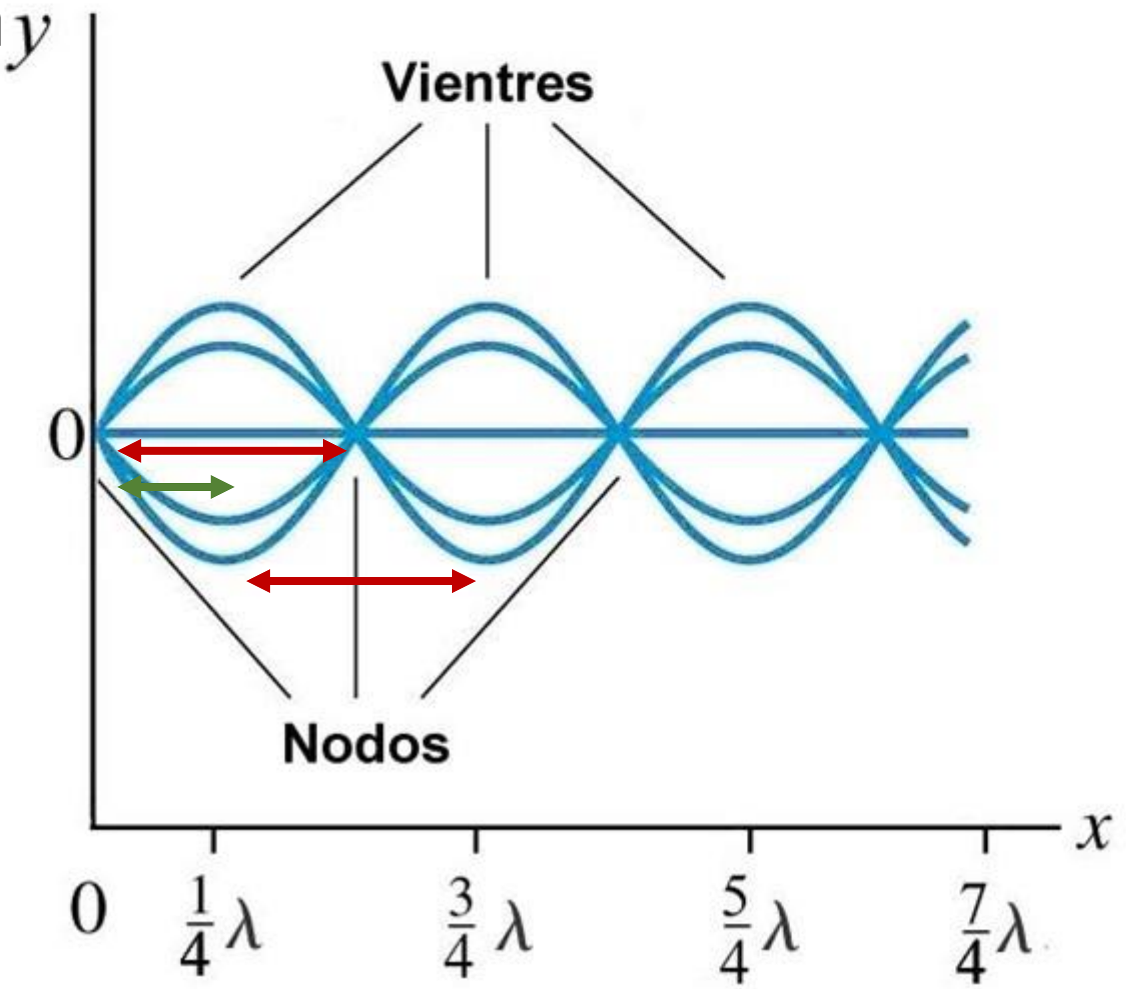
N = **nodos**: puntos donde la cuerda nunca se mueve.

A = **antinodos**: puntos donde la amplitud del movimiento de la cuerda es máximo.

Ondas estacionarias en una cuerda

¿A qué distancia (en términos de λ) se producen los nodos y los antinodos?

$$y(x, t) = (A_{SW} \operatorname{sen} kx) \operatorname{sen} \omega t$$



Nodos

y = 0 → x = 0, λ/2, λ, 3λ/2, …

Múltiplos pares de λ/4

$$x = (2n)\frac{\lambda}{4} = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 0,1,2,3,\ldots$$

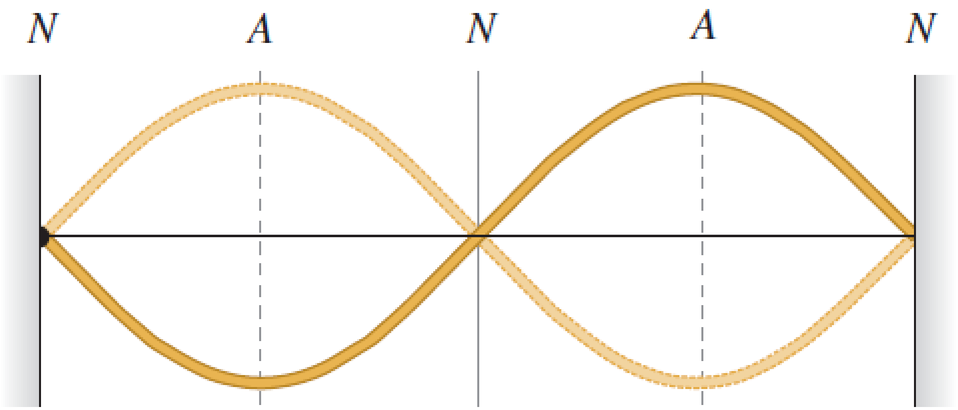
Antinodos

y = $\pm A$ → x = λ/4, 3λ/4, 5λ/4, …

Múltiplos impares de λ/4

$$x = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

Ondas estacionarias en una cuerda



N = **nodos**: puntos donde la cuerda nunca se mueve.

A = **antinodos**: puntos donde la amplitud del movimiento de la cuerda es máximo.

$$y(x, t) = (A_{SW} \operatorname{sen} kx) \operatorname{sen} \omega t$$

nodos

$$x = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 0,1,2,3,\ldots$$

antinodos $$x = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

Onda en una cuerda

EJEMPLO 9

La cuerda de una guitarra está en el eje x cuando está en equilibrio. El extremo en x = 0 (el puente de la guitarra) está fijo. Una onda sinusoidal de amplitud A = 0.750 mm y frecuencia f = 440 Hz viaja por la cuerda en la dirección -x a 143.0 m/s. Esta onda se refleja del extremo fijo, y la superposición de las ondas incidente y reflejada forma una onda estacionaria.

a) Determine la ecuación que da el desplazamiento de un punto de la cuerda en función de la posición y el tiempo.

$$y(x,t) = (A_{SW} \operatorname{sen} kx) \operatorname{sen} \omega t$$

$$A_{SW} = 2A = 1.50 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$v = \omega/k \rightarrow k = \frac{\omega}{v} = \frac{2760\ \text{rad/s}}{143\ \text{m/s}} = 19.3\ \text{rad/m}$$

$$\omega = 2\pi f = (2\pi\ \text{rad})(440\ \text{s}^{-1}) = 2760\ \text{rad/s}$$

$$\Rightarrow y(x,t) = [(1.50 \times 10^{-3}\ \text{m}) \operatorname{sen}(19.3\ \text{rad/m})x] \operatorname{sen}(2760\ \text{rad/s})t$$

Onda en una cuerda

EJEMPLO 9

La cuerda de una guitarra está en el eje x cuando está en equilibrio. El extremo en x = 0 (el puente de la guitarra) está fijo. Una onda sinusoidal de amplitud A = 0.750 mm y frecuencia f = 440 Hz viaja por la cuerda en la dirección -x a 143.0 m/s. Esta onda se refleja del extremo fijo, y la superposición de las ondas incidente y reflejada forma una onda estacionaria.

b) Ubique los nodos.

Nodos

y = 0 → x = 0, λ/2, λ, 3λ/2, …

$$x = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 0,1,2,3,\ldots$$

$$v = \lambda f. \longrightarrow \lambda = v/f$$

$$= (143\ \mathrm{m/s})/\ (440\ \mathrm{Hz}) = 0.325\ \mathrm{m}$$

x = 0, λ/2, λ, 3λ/2, …

$$x = 0,\ 0.163\ \mathrm{m},\ 0.325\ \mathrm{m},\ 0.488\ \mathrm{m},\ \ldots$$

Antinodos

y = $\pm A$ → x = λ/4, 3λ/4, 5λ/4, …

$$x = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

Onda en una cuerda

EJEMPLO 9

La cuerda de una guitarra está en el eje x cuando está en equilibrio. El extremo en x = 0 (el puente de la guitarra) está fijo. Una onda sinusoidal de amplitud A = 0.750 mm y frecuencia f = 440 Hz viaja por la cuerda en la dirección -x a 143.0 m/s. Esta onda se refleja del extremo fijo, y la superposición de las ondas incidente y reflejada forma una onda estacionaria.

c) Calcule la amplitud de la onda estacionaria, así como la velocidad y la aceleración transversales máximas.

$$y(x,t) = [(1.50 \times 10^{-3}\ \text{m})\,\text{sen}(19.3\ \text{rad/m})x]\,\underline{\text{sen}(2760\ \text{rad/s})t}$$

$$v_y(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = [(4.15\ \text{m/s})\,\text{sen}(19.3\ \text{rad/m})x]\cos(2760\ \text{rad/s})t$$

$$a_y(x,t) = \frac{\partial v_y(x,t)}{\partial t} = [(-1.15 \times 10^{4}\ \text{m/s}^2)\,\text{sen}(19.3\ \text{rad/m})x] \times \text{sen}(2760\ \text{rad/s})t$$

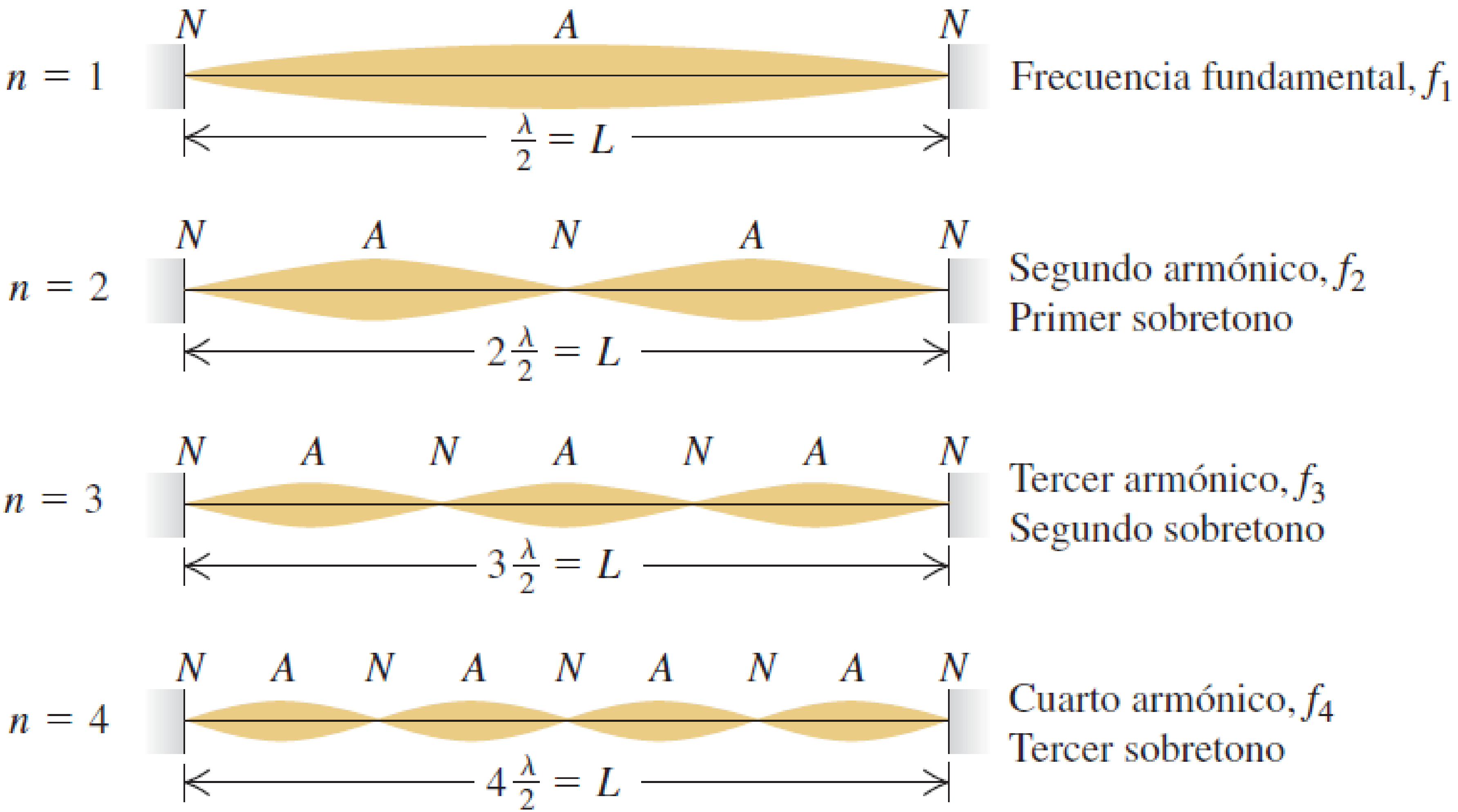
Modos normales de una cuerda

$$L = n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad \text{(cuerda fija en ambos extremos)}$$

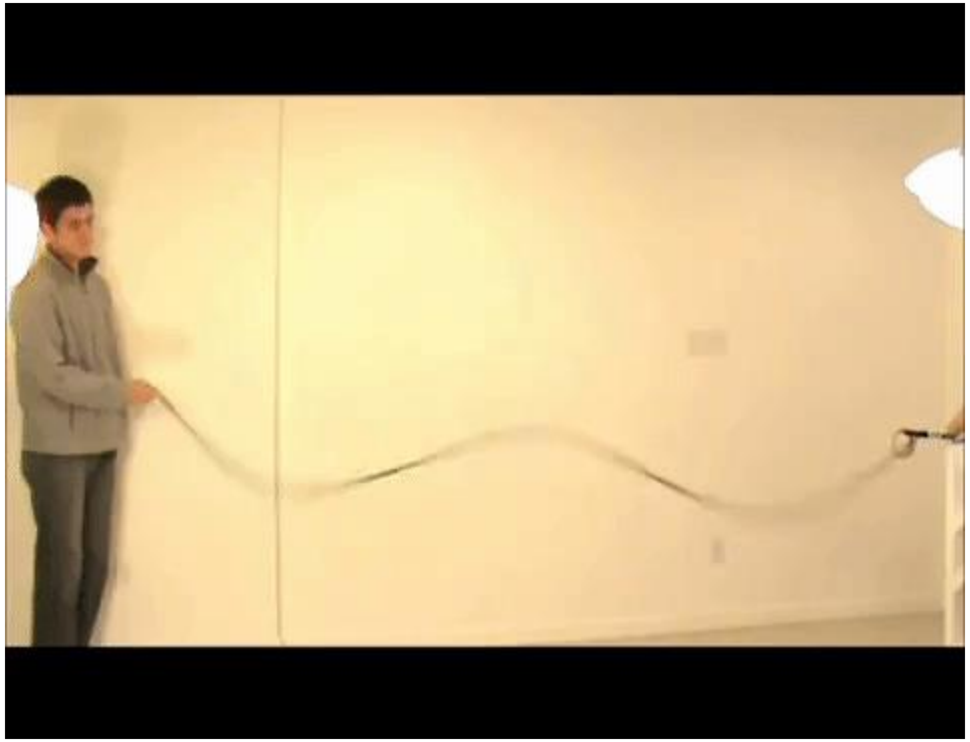
$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad f_n = v/\lambda_n$$

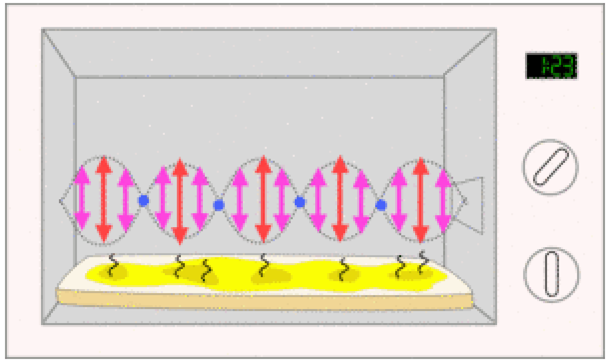
$$f_1 = \frac{v}{2L}$$ **frecuencia fundamental**.

$$f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1 \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$ **armónicos**,



$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \text{(cuerda fija en ambos extremos)}$$






SPLOID GIF

Superposición de ondas

EJEMPLO 10

Para la ecuaciones de ondas

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi_1)$$
$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi_2)$$

Encontrar la ecuación de onda resultante

$$y(x,t) = A\left[\cos(kx - \omega t - \phi_1) + \cos(kx - \omega t - \phi_2)\right]$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos\left[\frac{1}{2}(A+B)\right]\cos\left[\frac{1}{2}(A-B)\right]$$

$$\cos(kx - \omega t - \phi_1) + \cos(kx - \omega t - \phi_2) = 2\cos\left[\frac{1}{2}\left(2\left(kx - \omega t\right) - (\phi_1 + \phi_2\right)\right]\cos\left[\frac{1}{2}\left(-(\phi_2 - \phi_1)\right)\right]$$

$$= 2\cos\left[\frac{1}{2}\left(\phi_2 - \phi_1\right)\right]\cos\left(kx - \omega t - \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2)\right)$$

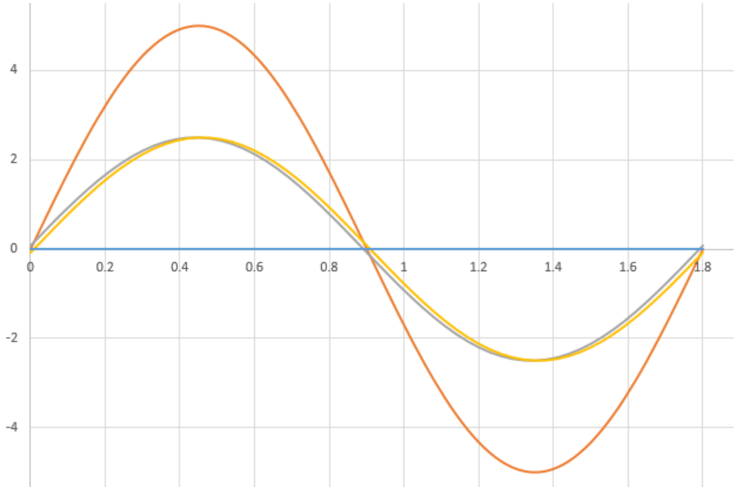
$$y(x,t) = 2A\cos\left[\frac{1}{2}\left(\phi_2 - \phi_1\right)\right]\cos\left(kx - \omega t - \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2)\right)$$

EJEMPLO 10

$$y(x,t)=2A\cos\left[\frac{1}{2}(\phi_2-\phi_1)\right]\cos\left(kx-\omega t-\phi'\right)$$ Misma frecuencia y longitud de onda

$$\Delta\phi=\phi_2-\phi_1$$ Diferencia de fase

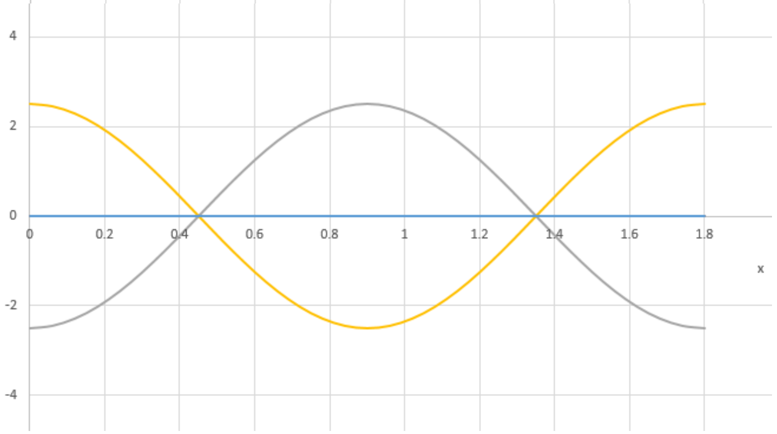
$$y_{\max}(x,t)=2A\cos\left[\frac{1}{2}(\phi_2-\phi_1)\right]$$



$$\Delta\phi=\phi_2-\phi_1\approx 0$$

$$y_{\max}(x,t)\approx 2A$$

Interferencia constructiva



$$\Delta\phi=\phi_2-\phi_1\approx \pi$$

$$y_{\max}(x,t)\approx 0$$

Interferencia destructiva

TU TURNO:

1. Dos ondas que se mueven a través de la misma cuerda, se definen por medio de:

y_1 = 2 cos(kx − ωt) y y_2 = 2 cos(kx − ωt + 2π). Donde x e y están en cm. La amplitud (en cm) de la onda resultante es:
a) 0 b) 2 c) $2\sqrt{2}$ d) 4.

2. En la ecuación de la onda estacionaria $y(x,t)$=[2A $sen\ k\ x$]sen ωt, ¿qué representa la magnitud ω/k ?

a) La rapidez transversal de las partículas de la cuerda

b) La rapidez de una de las ondas componentes.

c) La rapidez de la onda estacionaria

d) Una cantidad que no depende de las propiedades de la cuerda.

3. Una onda estacionaria se produce en una cuerda, cuando dos ondas de igual amplitud, frecuencia y longitud de onda se mueven en una cuerda en dirección contraria. Si reducimos a la mitad la longitud de onda original de las dos ondas y si su rapidez no cambia, la frecuencia angular de oscilación de la onda estacionaria:

a) Disminuirá a la mitad

b) Permanecerá inalterada

c) Se duplicará

4) Se quiere hacer un experimento con ondas estacionarias en una cuerda. Se tiene que la longitud de la cuerda es 85.0 cm y su masa de 7.25 g ¿Cuál debe ser la tensión a la que debe someterse para que las ondas viajen a la velocidad del sonido en el aire (344 m/s)?

5) Una fuente vibratoria con frecuencia constante genera una onda sinusoidal en una cuerda bajo tensión constante. Si la potencia entregada a la cuerda se duplica, ¿en qué factor cambia la amplitud?

GRACIAS

Ver breve resumen de ondas transversales

https://www.compadre.org/osp/EJSS/4417/212.htm

Ver breve vídeo de ondas estacionarias en una cuerda

https://youtu.be/iUNIoGvwvh0