Física II
Mecánica de fluidos

Ejemplos de Arquímedes y teoría de hidrodinámica

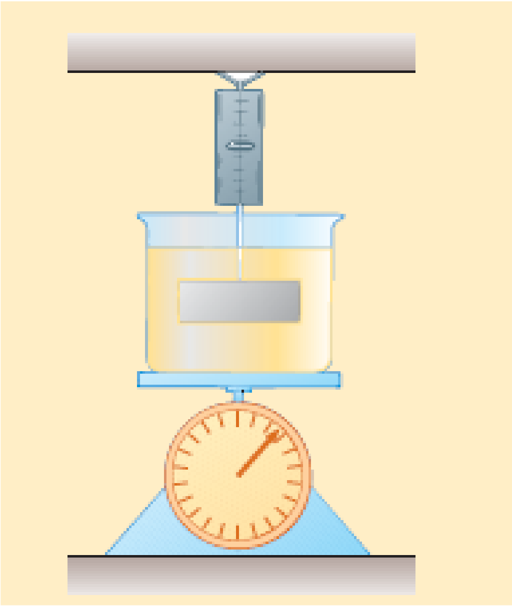
1. Ejemplos de Arquímedes

2. Introducción. Conceptos sobre flujo: líneas de corriente, tubos de flujo. Tipos de flujo. Flujo ideal.

3. Ecuación de continuidad: conservación de la masa y Ecuación de Bernoulli: conservación de la energía.

Ejemplo: Peso aparente

Un vaso de precipitados de 1.00 kg que contiene 2.00 kg de petróleo (ρ = 916 kg/m^3) reposa sobre una báscula. Se suspende de una balanza de resorte o dinamómetro un bloque de 2.00 kg de hierro y se sumerge totalmente en el petróleo como se muestra en la figura. Determine las lecturas de equilibrio en ambas escalas. (ρ_{Fe} = 7.86x10^3 kg/m^3)



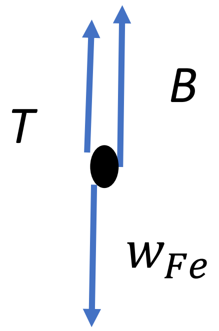
$$Vaso\text{:}\;\; w_v = (1.00\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^3) = 9.8\ \text{N}$$

$$Petróleo\text{:}\;\; w_p = (2.00\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^3) = 19.6\ \text{N}$$

$$Hierro\text{:}\;\; w_{Fe} = (2.00\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^3) = 19.6\ \text{N}$$

$$w = 49\ \text{N}$$

$Dinamómetro$: $Sobre\ el\ hierro$



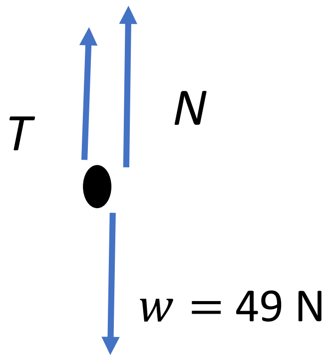
$$T + B = w_{Fe}$$

$$T = w_{Fe} - B$$

$$T = 19.6\ \text{N} - B$$

$Báscula$

$Sobre\ el\ sistema$: $vaso + petroleo + hierro$



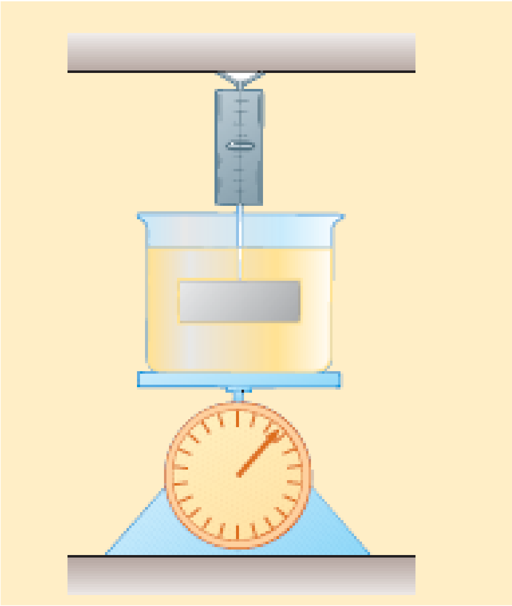
$$T + N = w$$

$$N = w - T$$

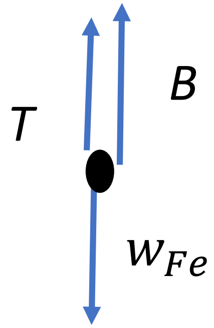
$$N = 49\ \text{N} - T$$

$Hierro:\ w_{Fe} = (2.00\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^3}) = 19.6\ \mathrm{N}$

Un vaso de precipitados de 1.00 kg que contiene 2.00 kg de petróleo (ρ = 916 kg/m^3) reposa sobre una báscula. Se suspende de una balanza de resorte o dinamómetro un bloque de 2.00 kg de hierro y se sumerge totalmente en el petróleo como se muestra en la figura. Determine las lecturas de equilibrio en ambas escalas. (ρ_{Fe} = 7.86x10^3 kg/m^3)



$Dinamómetro:\ Sobre\ el\ hierro$



$$T = 19.6\ \mathrm{N} - B$$

$$T = 19.6\ \mathrm{N} - 2.28\ \mathrm{N}$$

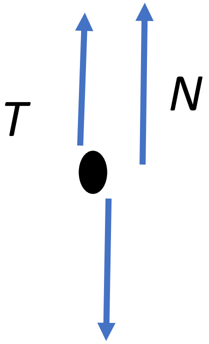
$$\boxed{T = 17.3\ \mathrm{N}}$$

$$B = \rho_p g V_{des}$$

$$B = \frac{\rho_p g m_{Fe}}{\rho_{Fe}} = \frac{(916)19.6\ \mathrm{N}}{7860} = 2.28\ \mathrm{N}$$

$Báscula$

$Sobre\ el\ sistema: vaso + petroleo + hierro$



$$N = 49\ \mathrm{N} - T$$

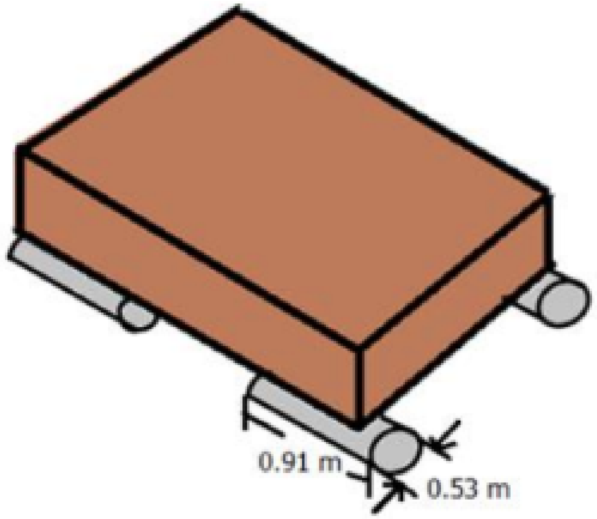
$$N = 49\ \mathrm{N} - 17.3\ \mathrm{N}$$

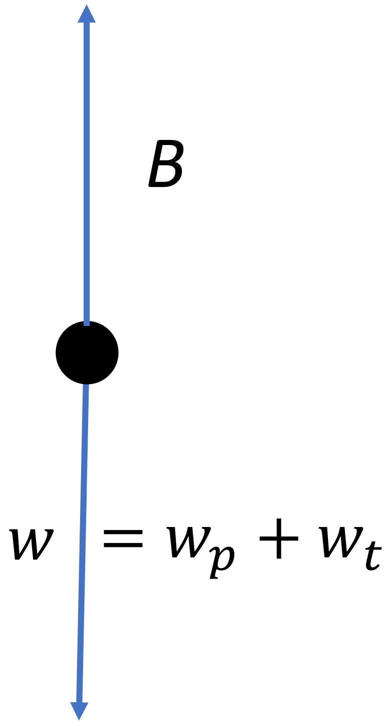
$$\boxed{N = 31.7\ \mathrm{N}}$$

Ejercicio tipo examen

Una balsa está formada por una plataforma de madera ($\rho = 770$ kg/m^3) y flota sobre 4 tambores huecos. Cada tambor posee una masa m = 13.6 kg, tienen una longitud l = 0.910 m y un diámetro d = 0.530 m. ¿Cuál es el peso total y el volumen de la plataforma que la balsa puede soportar cuando los tambores están sumergidos por completo en agua dulce?

$$w_p = ? \qquad V_p = ?$$





$$B = w = w_p + w_t$$

$$w_p = B - w_t$$

$$B = \rho_a g V_{des} \qquad V_{des} = 4V_t = 4\,\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 l$$

$$B = \rho_a g(\pi d^2 l) \qquad w_t = 4m_t g$$

$$w_p = \rho_a g(\pi d^2 l) - 4m_t g$$

$$w_p = g(\rho_a \pi d^2 l - 4m_t)$$

a. 7.34 kN, 0.97 m^3

b. 7.34 N, 0.79 m^3

c. 3.44 kN, 1.7 m^3

d. 9.34 kN, 0.50 m^3

$$w_p = \left(9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\left[\pi\left(1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)(0.530\ \text{m})^2(0.910\ \text{m}) - 4(13.6\ \text{kg})\right]$$

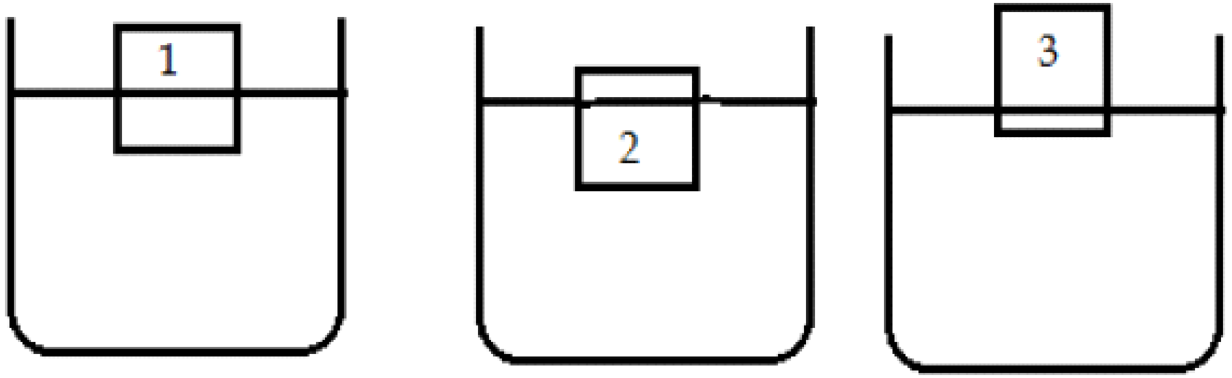
$$w_p = 7\,336.77\ \text{N}$$

$$= 7\,.34\ \text{kN}$$

$$V_p = \frac{m}{\rho} = \frac{mg}{\rho g} = \frac{7336.77\text{N}}{(770)(9.8)\text{N/m}^3} = 0.97\ \text{m}^3$$

Pregunta tipo examen

Se tienen tres cuerpos 1, 2 y 3 de densidades D1, D2, D3 de tal manera que los tres cuerpos tienen el mismo volumen y al ser sumergidos en agua, los tres flotan. El esquema muestra la posición de los cuerpos. De la imagen se puede concluir que:



a. D2 > D1 > D3

b. D2 < D1 < D3

c. D1 = D2 >D3

d. D1 > D2 > D3

$$B = W \qquad V_1 = V_2 = V_3 = V$$

$$\rho g V_{desp} = DgV$$

$$\rho V_{desp} = DV \qquad \boxed{\frac{\rho V_{desp-1}}{V} = D_1} \qquad V_{desp-2} > V_{desp-1} > V_{desp-3}$$

FLUIDO IDEAL

- **Incompresible** → Densidad no puede cambiar

En un flujo, el volumen de todas las porciones del fluido permanece inalterado sobre el curso de su movimiento.

¿Qué fluido se comporta así en casi todas las situaciones?

Líquidos

¿Cuándo podemos tratar un gas como incompresible?

Si la diferencia de presión de una región a otra no es grande

- **No viscoso** → Sin fricción interna

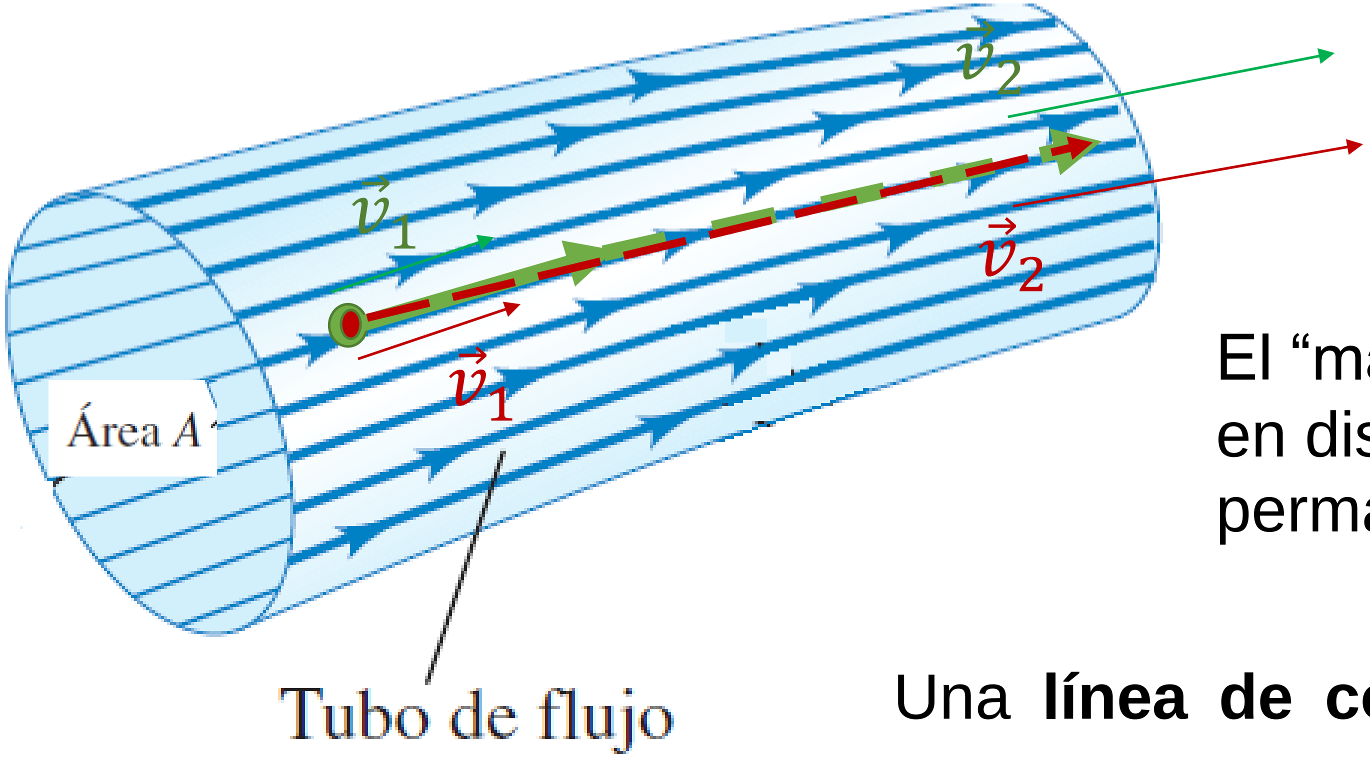
En un flujo dentro de un tubo ¿Qué causa la fricción interna?

Causa esfuerzos de corte en las capas adyacentes del fluido

Podemos ignorar las fuerzas de corte: A veces se pueden despreciar en comparación con las fuerzas de gravedad y fuerzas debidas a cambios de presión

Tubo de flujo

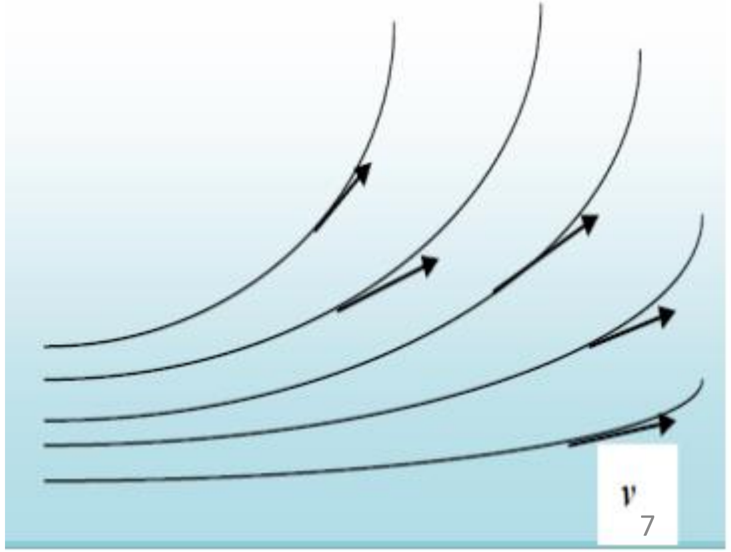
Línea de flujo



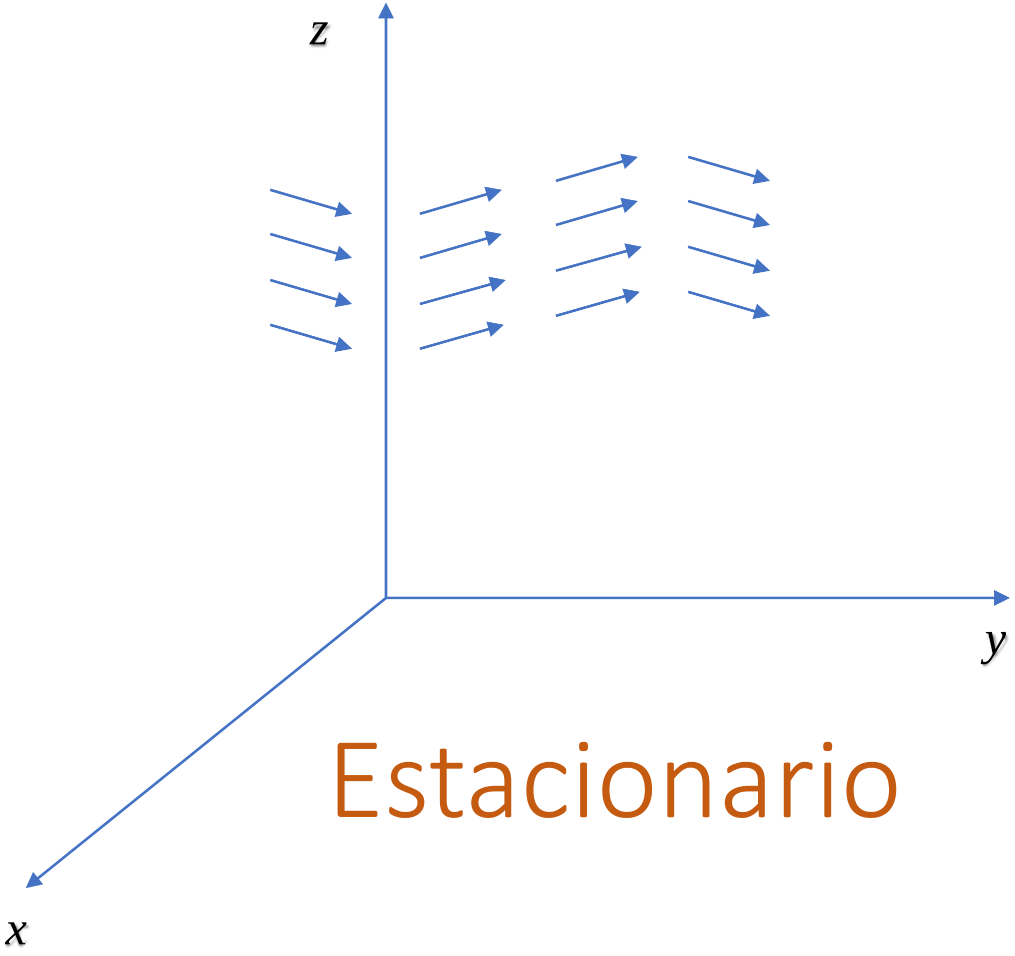
Si el patrón global de flujo no cambia con el tiempo→ **Flujo estable**

El “mapa” de las velocidades del fluido en distintos puntos del espacio permanece constante

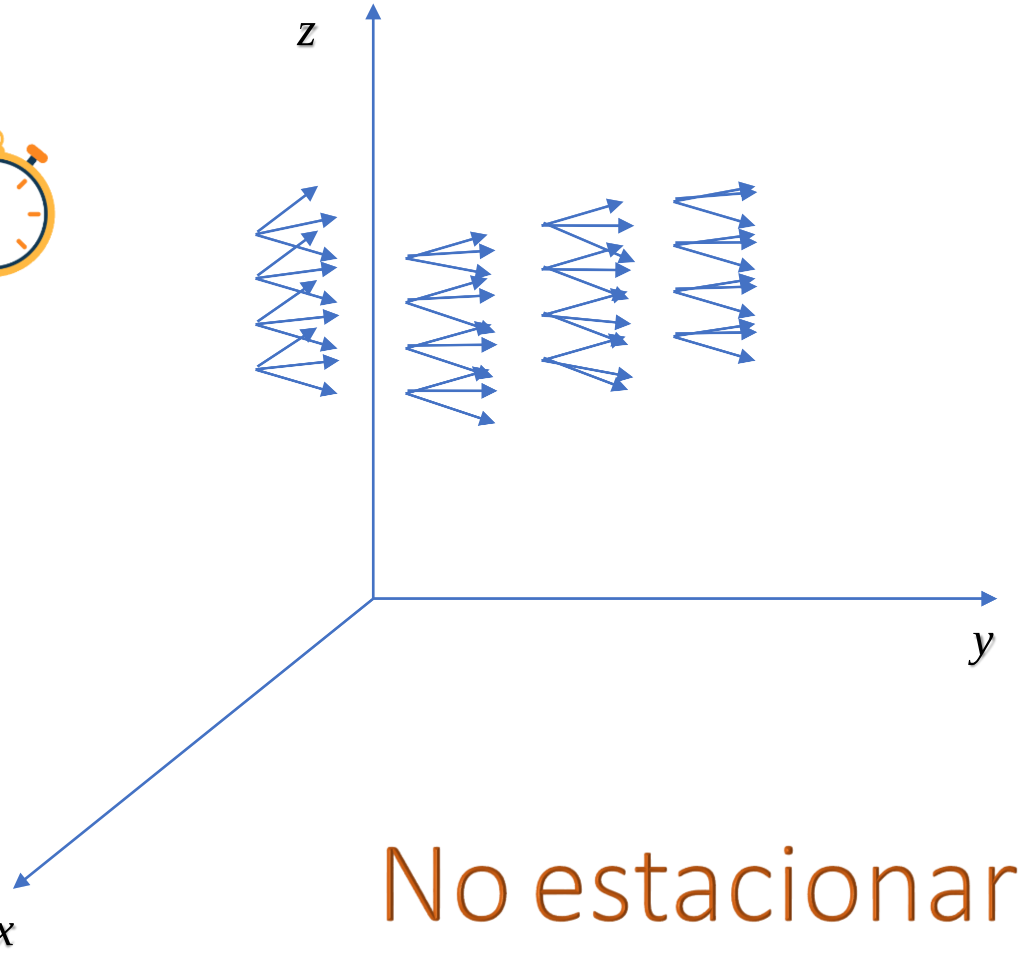
Una **línea de corriente** es una curva cuya tangente en cualquier punto tiene la dirección de la velocidad del fluido en ese punto



Regímenes de flujo



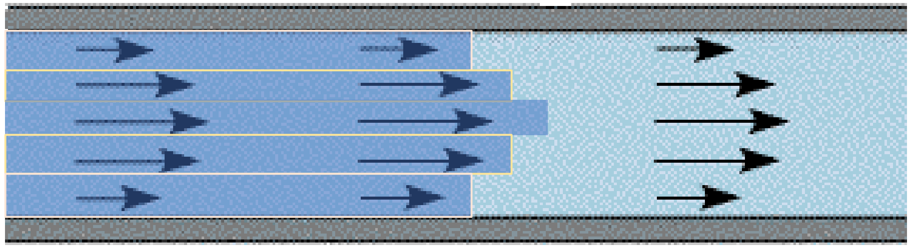
Estacionario

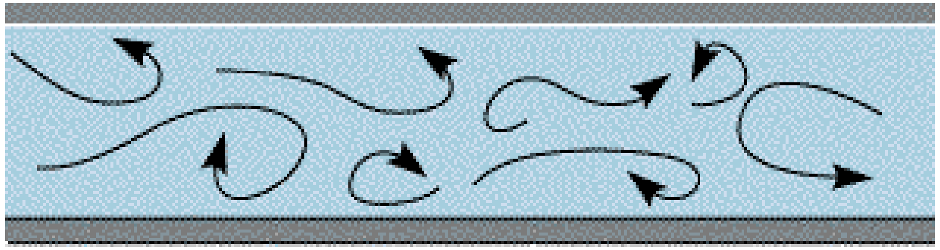


No estacionario

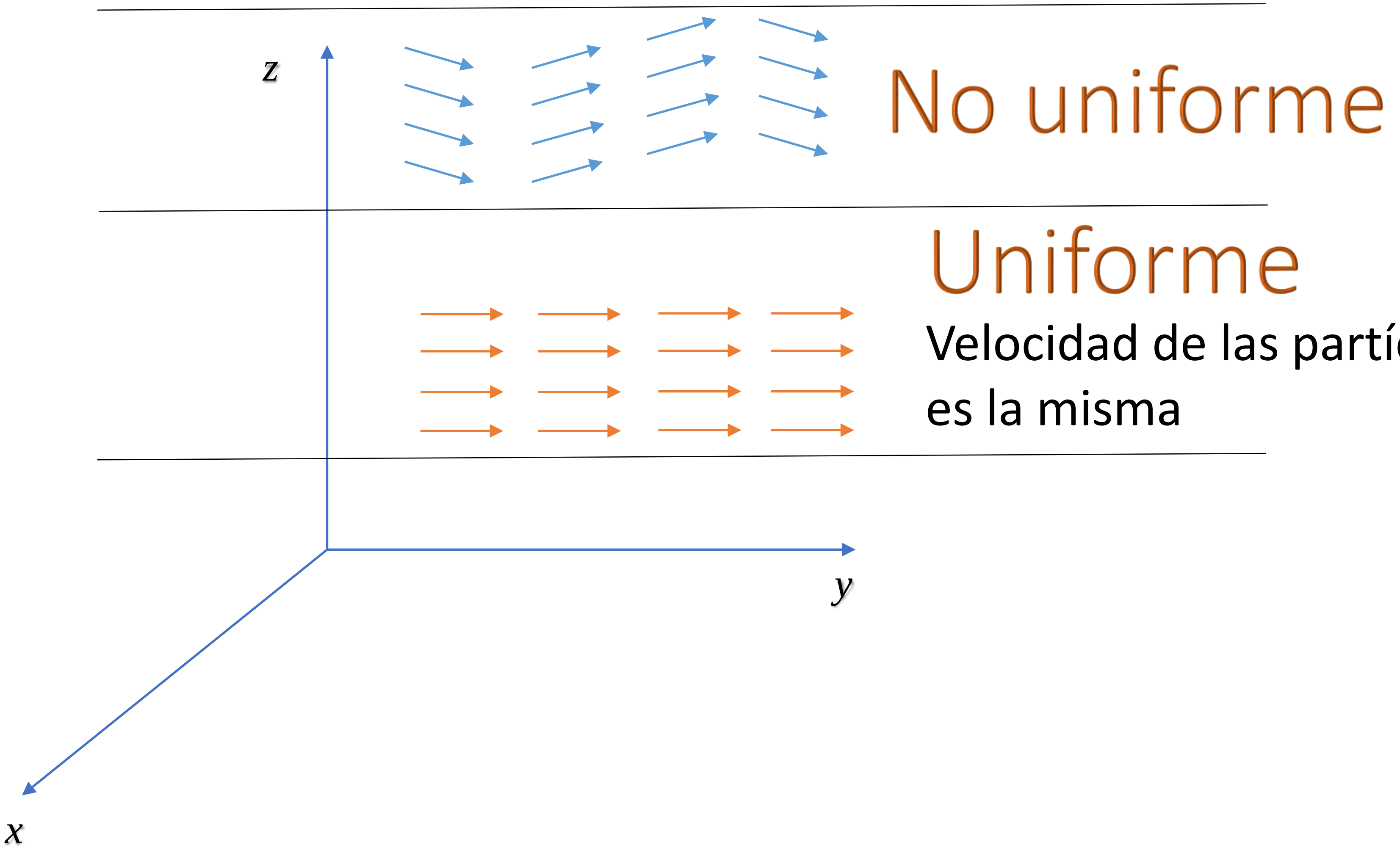
Fluido laminar: Capas adyacentes de un fluido estable se deslizan suavemente una sobre otra

Fluido turbulento: Inestable, caótico e irregular a causa de altas velocidades o algún cambio abrupto en el patrón



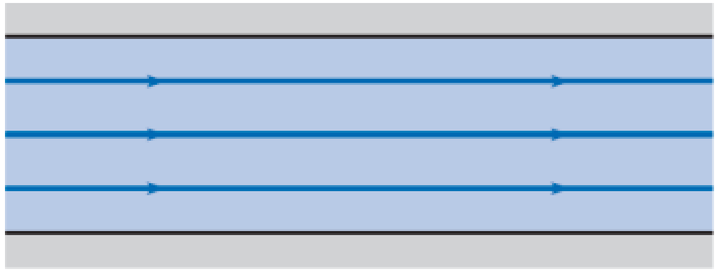


Regímenes de flujo



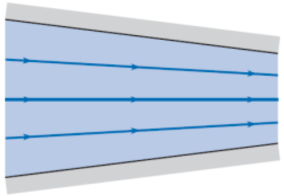
Velocidad de las partículas fluidas es la misma

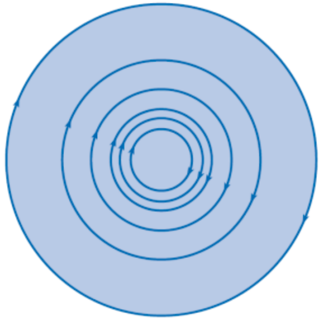
Tipos de flujo



Flujo uniforme en una tuberia

Orden	Espacio	Tiempo
• Laminar • Turbulento	• Uniforme • No uniforme	• Estable • Inestable





Ecuacion de continuidad

"La masa de un fluido en movimiento no cambia al fluir"

$$dm_1 = dm_2$$

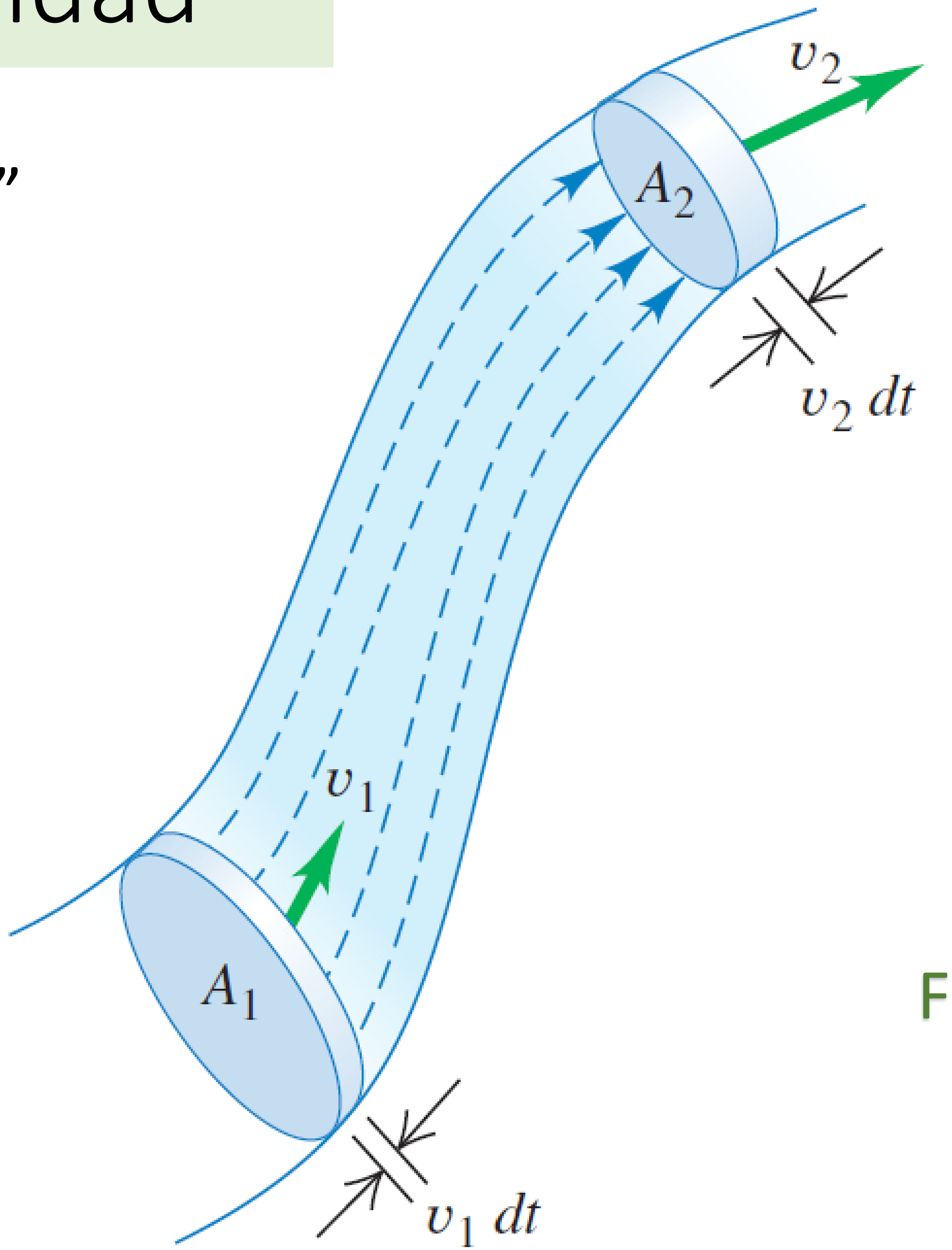
$$\rho_1 A_1 v_1 dt = \rho_2 A_2 v_2 dt$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

$$\rho_1 = \rho_2$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$



$$dV = Avdt$$

$$dm = \rho Avdt$$

Flujo másico

$$\frac{dm}{dt} = \rho Av$$

$$\frac{\rho dV}{dt} = \rho Av$$

Flujo volumétrico

$$\frac{dV}{dt} = Av$$

Ecuacion de continuidad

"La masa de un fluido en movimiento no cambia al fluir"

$$dm_1 = dm_2$$

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

La rapidez de flujo de volumen tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo de cualquier tubo de flujo

Flujo másico

$$\frac{dm}{dt} = \rho A v$$

Flujo volumétrico

$$\frac{dV}{dt} = A v$$

Caudal: Rapidez del flujo de volumen: Rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo

Ecuacion de continuidad

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

La parte profunda de un río tiene mayor área transversal
→ Tiene una corriente más lenta que la parte angosta y poco profunda,
Pero las rapideces de flujo de volumen son iguales en los dos puntos

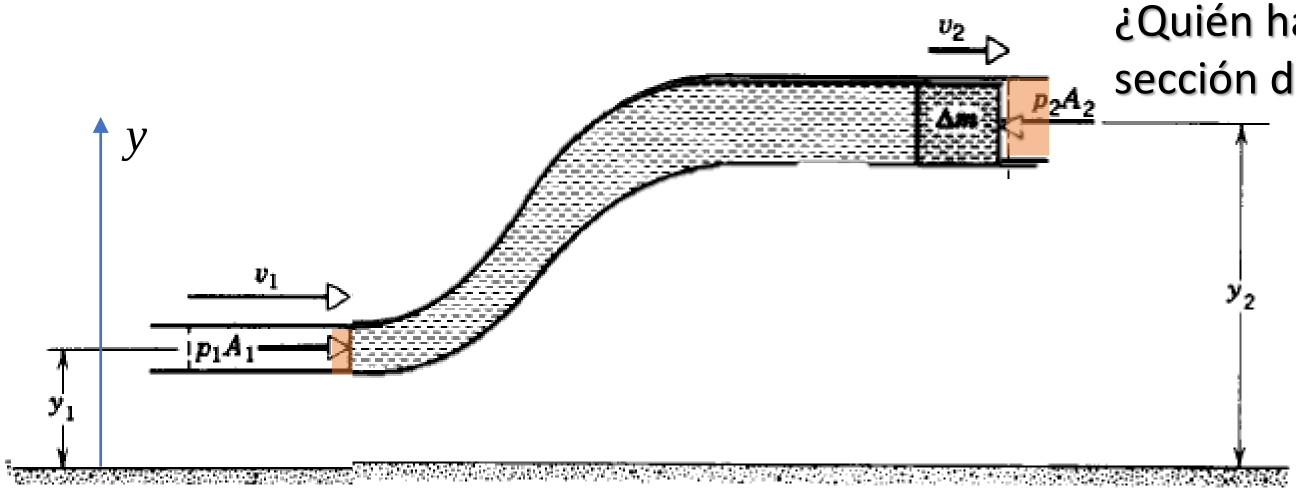
Ecuación de Bernoulli

Supuestos:

- Fluido ideal
- Sistema: es una sección de fluido

¿Quién hace fuerza sobre la sección de fluido?

Sistema de referencia



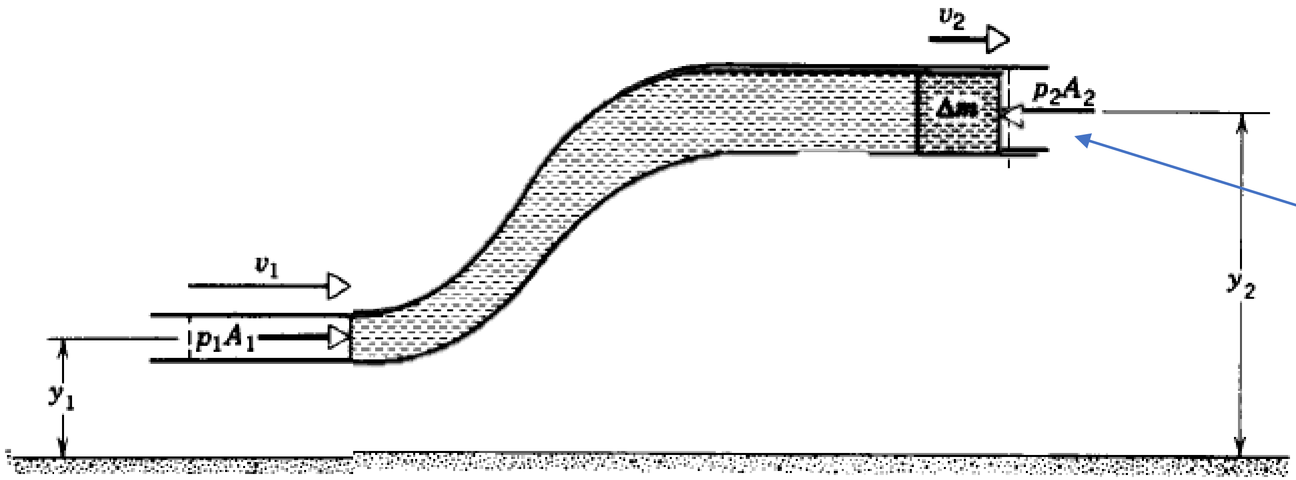
Ecuación de Bernoulli

3

compresible viscosidad

$$\Delta K + \Delta U_g + \Delta U_{\text{int}} = \sum W$$

Calor



$$\Delta K + \Delta U = \sum W$$

$$\sum W = F_1\Delta s_1 - F_2\Delta s_2$$

$$F_1\Delta s_1 - F_2\Delta s_2 = K_2 - K_1 + U_2 - U_1$$

$$F_1\Delta s_1 - F_2\Delta s_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1$$

$$\frac{1}{V}(F_1\Delta s_1 - F_2\Delta s_2) = \frac{1}{V}\left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1\right)$$

Ecuación de Bernoulli

$$\frac{1}{V}(F_1\Delta s_1 - F_2\Delta s_2) = \frac{1}{V}(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1)$$

$$(\frac{F_1\Delta s_1}{V} - \frac{F_2\Delta s_2}{V}) = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

$$(\frac{F_1\cancel{\Delta s_1}}{A_1\cancel{\Delta s_1}} - \frac{F_2\cancel{\Delta s_2}}{A_2\cancel{\Delta s_2}}) = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

¿En qué unidades está?

$$\boxed{p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1)}$$

Ecuación de Bernoulli

¿En qué unidades está?

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1)$$

Cambio de rapidez del fluido

Peso del fluido y diferencia de altura de los dos extremos.

El trabajo efectuado sobre una unidad de volumen de fluido por el fluido circundante es igual a la suma de los cambios de las energías cinética y potencial <u>por unidad de volumen</u> que ocurren durante el flujo

Ecuación de Bernoulli

$$p_1 - p_2 = \overbrace{\tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)}^{0} + \rho g(y_2 - y_1)$$

¿Qué sucede si el fluido está en reposo?

$$p_1 - p_2 = \rho g(y_2 - y_1)$$

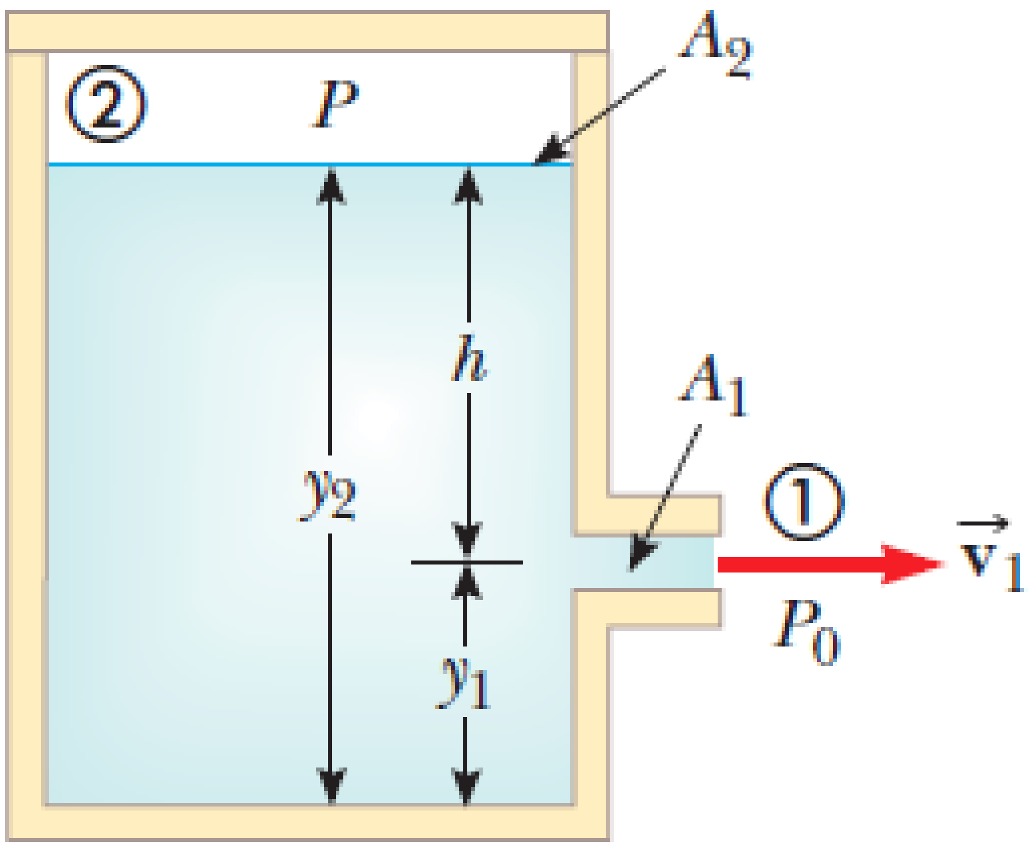
Ecuación fundamental de la hidrostática

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

Ej. 1: Teorema de Torricelli

Un tanque cerrado que contiene un líquido de densidad ρ tiene un orificio en su costado a una distancia y_1 desde el fondo del tanque (ver figura). El orificio está abierto a la atmósfera y su diámetro es mucho menor que el diámetro superior del tanque. El aire sobre el líquido se mantiene a una presión P.

- Determine la rapidez del líquido que sale del orificio cuando el nivel del líquido está a una distancia h sobre el orificio.
- ¿A qué sería igual la expresión anterior si el tanque estuviera abierto?



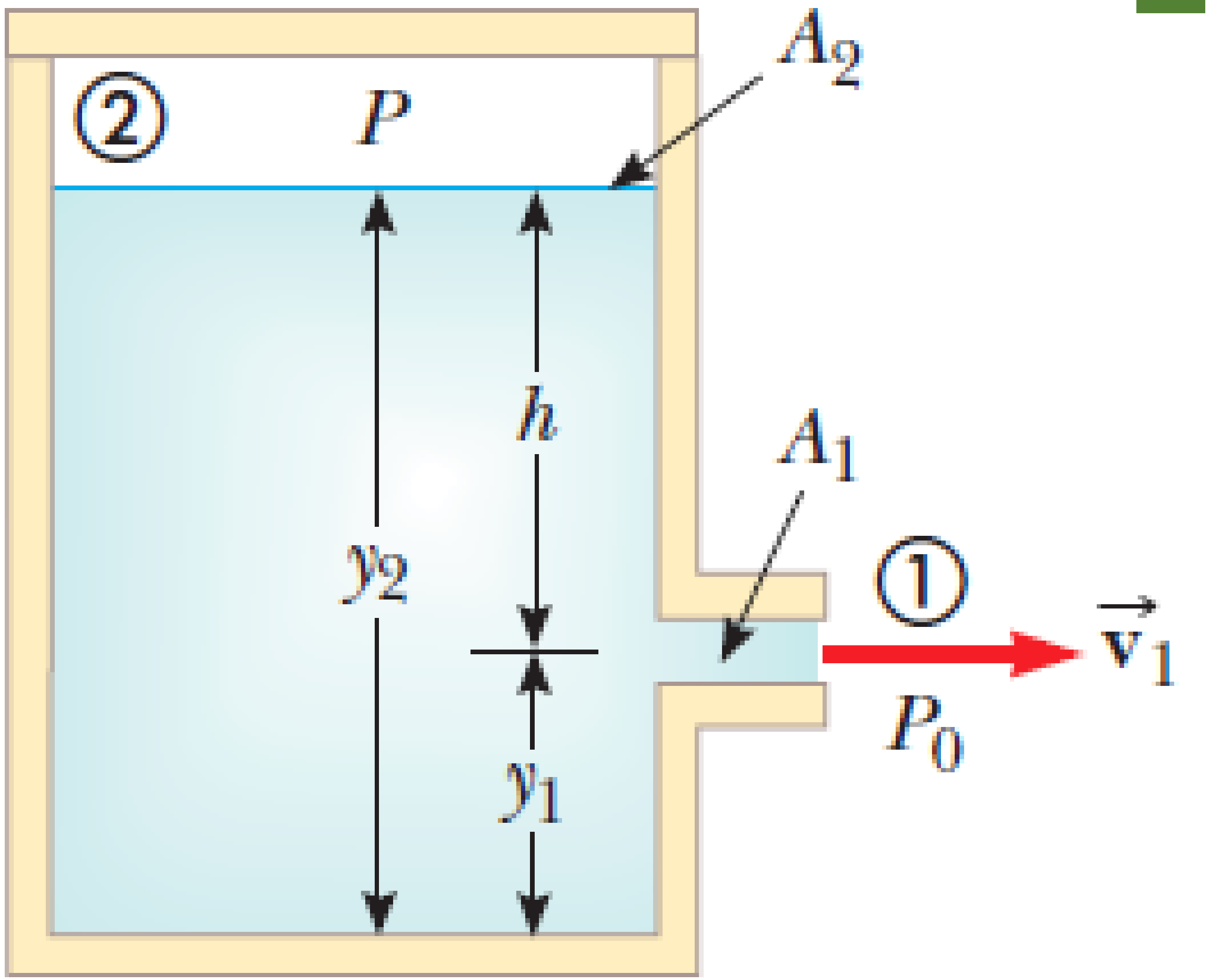
Ej. 1: Teorema de Torricelli

- Determine la rapidez del líquido que sale del orificio cuando el nivel del líquido está a una distancia h sobre el orificio.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\rho} + 2gh}$$

- ¿A qué sería igual la expresión anterior si el tanque estuviera abierto?

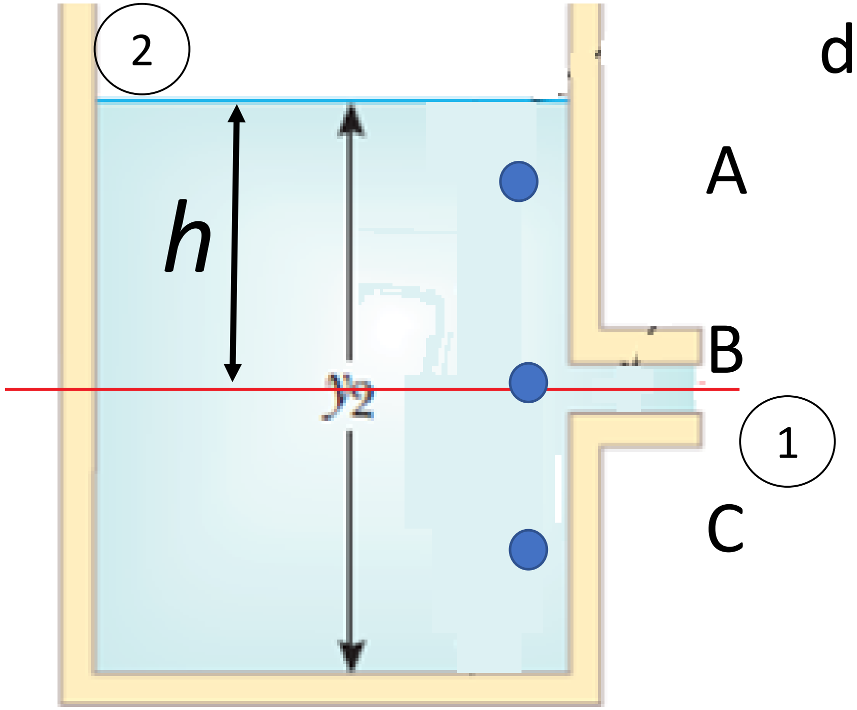
$$v_1 = \sqrt{2gh}$$



La velocidad de un líquido en una vasija abierta, por un orificio, es la que tendría un cuerpo cualquiera, cayendo libremente en el vacío desde el nivel del líquido hasta el centro de gravedad del orificio

Ej. 2: Tanque abierto: Distancia máxima

3



¿A qué altura debe estar el orificio, para que el alcance del chorro sea máximo?

$$y_1 = \frac{y_2}{2}$$

Ej. 3: Tanque abierto: Tiempo de vaciado

¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse un tanque abierto de 1.5 m de diámetro si el orifico de 2.0 cm de diámetro se encuentra a una profundidad de 1.2 m respecto de la superficie?

$$t = \frac{A_2}{A_1}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

46.4 minutos

Gracias