Física II
2. Pequeñas oscilaciones

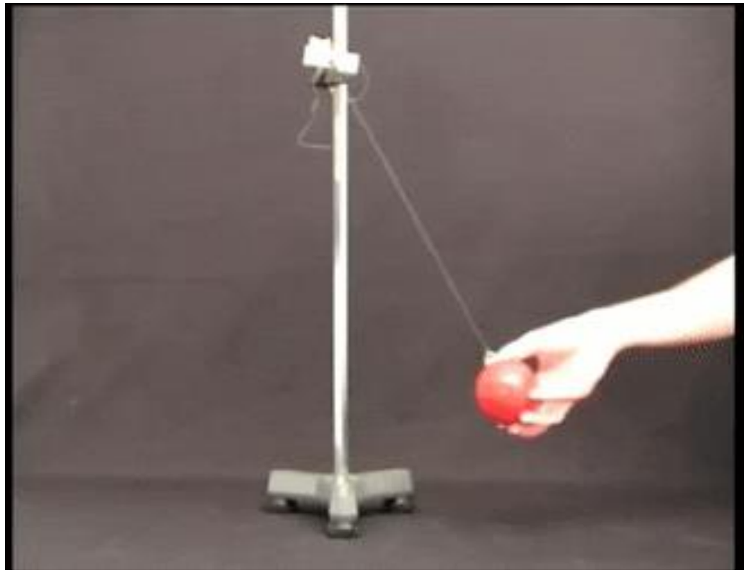
Introducción al movimiento oscilatorio.

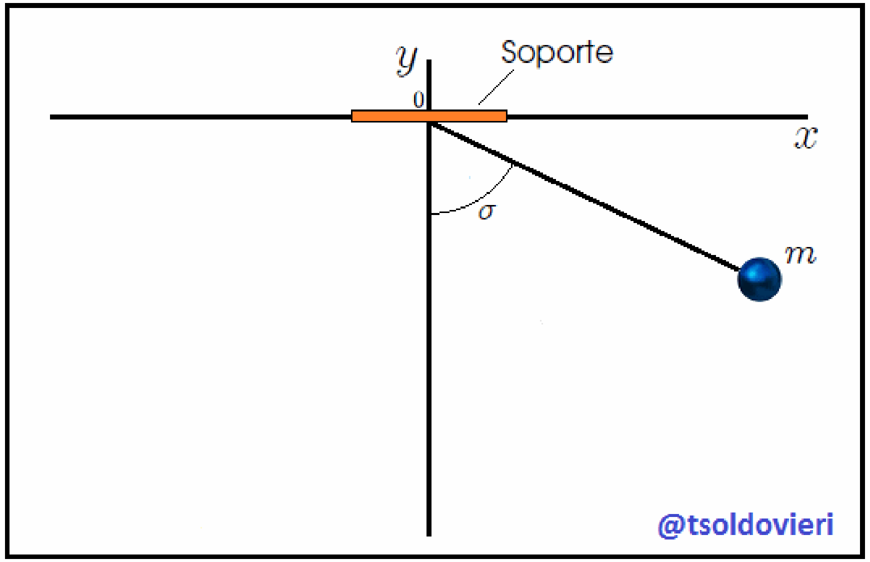
Movimiento Armónico Simple. La ecuación del oscilador armónico simple y su solución.

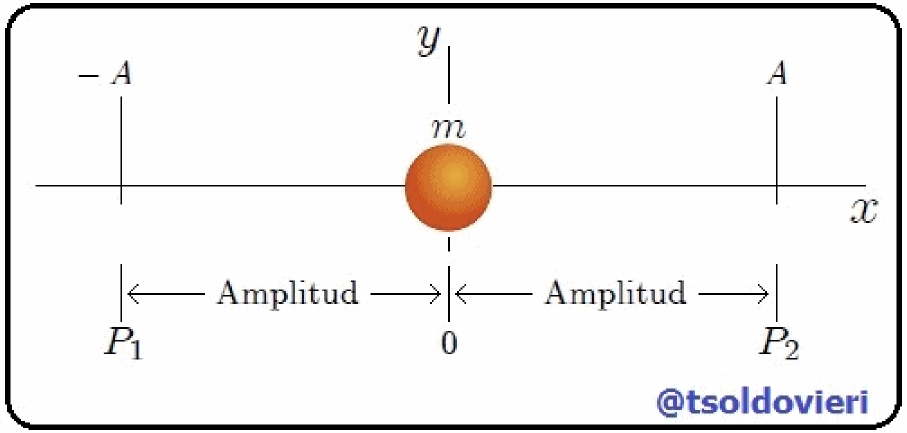
(Relación con el movimiento circular uniforme).

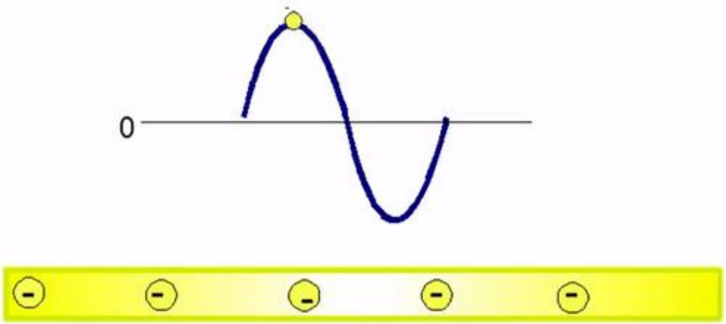
Introducción al movimiento oscilatorio.

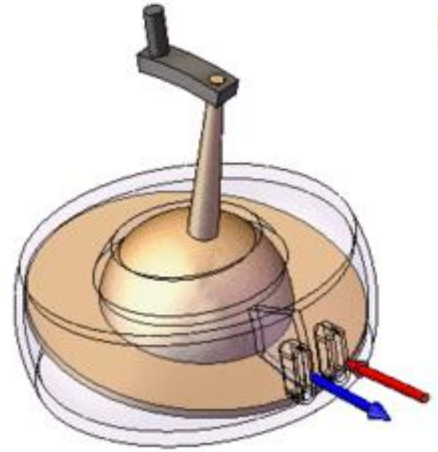
Movimiento periódico: Movimiento oscilatorio







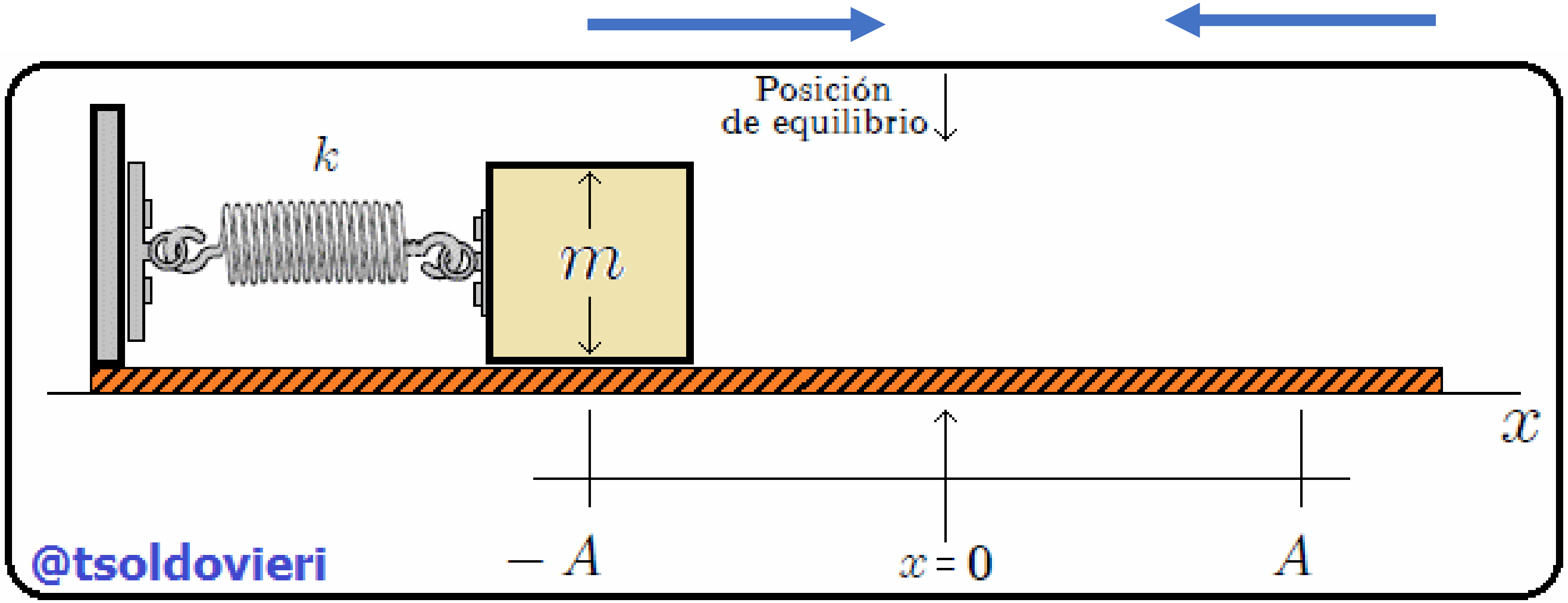




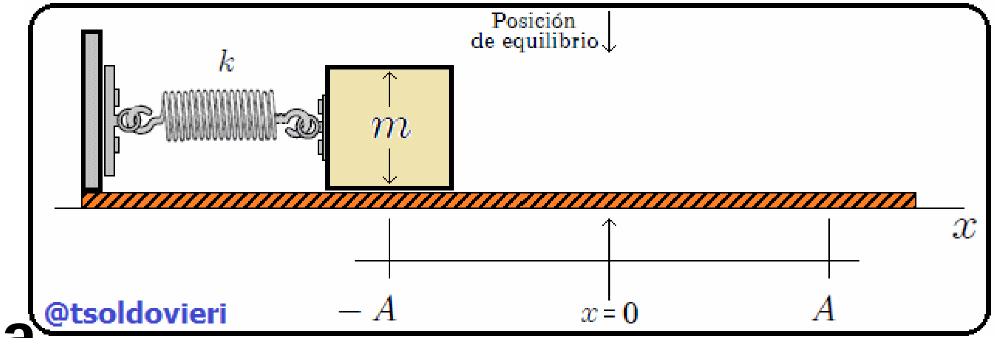
Introducción al movimiento oscilatorio

$$F_x = -kx \quad \text{(fuerza de restitución ejercida por un resorte ideal)} \qquad (14.3)$$

Fuerza de restitución.

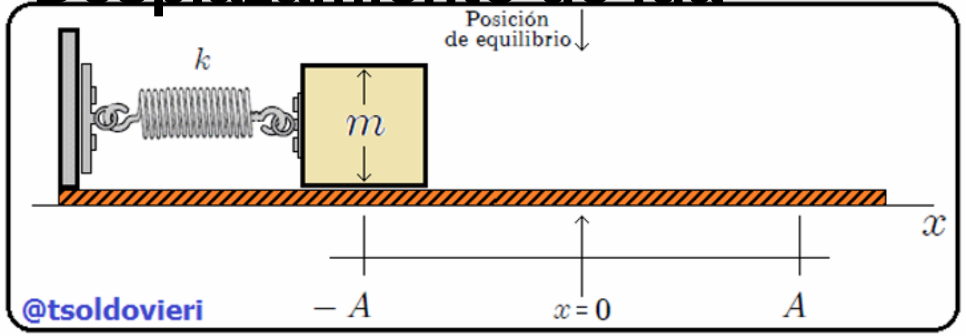


Desplazamiento



Desplazamiento de ida

Desplazamiento de vuelta

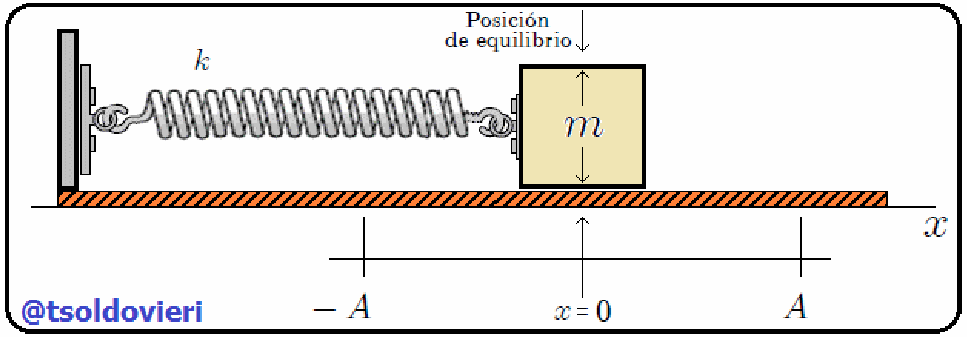


$x = -A$

$F_{max} \rightarrow$

$a_{max} \rightarrow$

$v = 0$

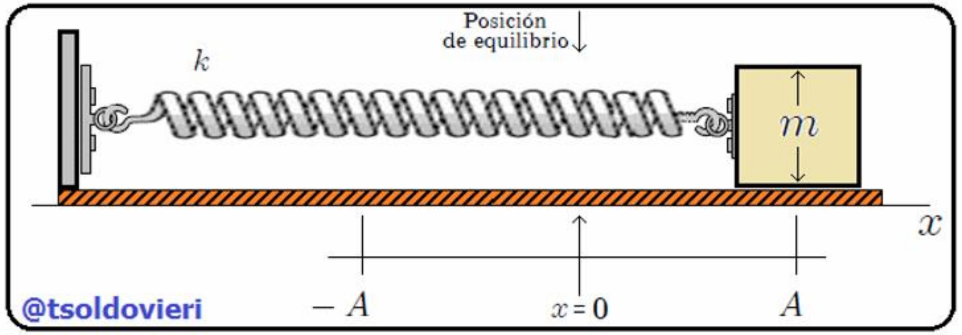


x = 0

$F_x = 0$ $a_x = 0$

$v = v_{max}$

$\rightarrow$

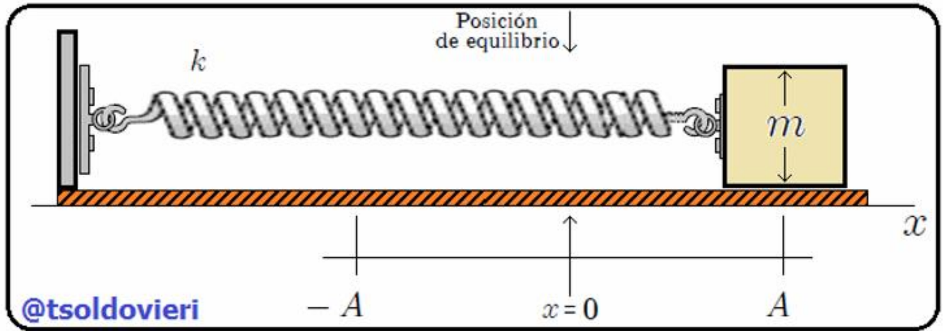


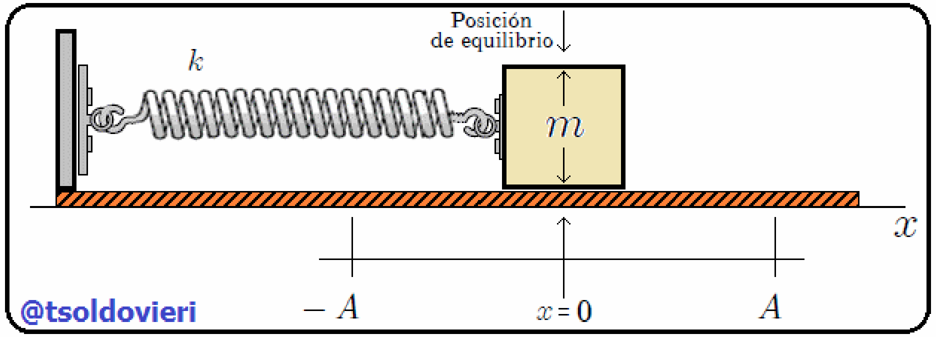
x = A

$F_{max} \leftarrow$

$a_{max} \leftarrow$

$v = 0$



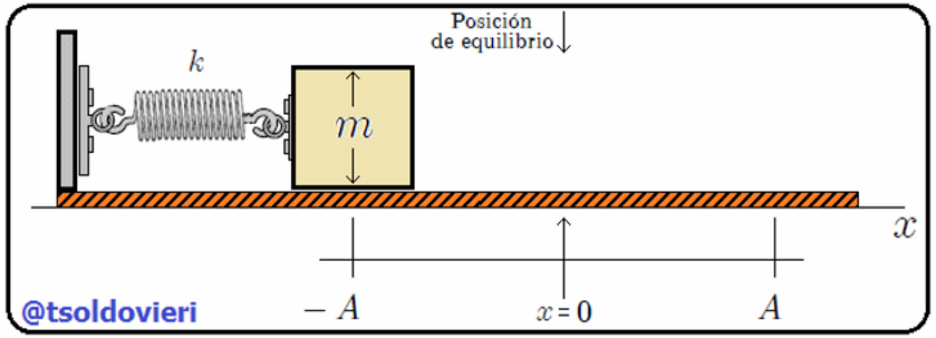


x = 0

$F_x = 0$ $a_x = 0$

$v = v_{max}$

$\leftarrow$

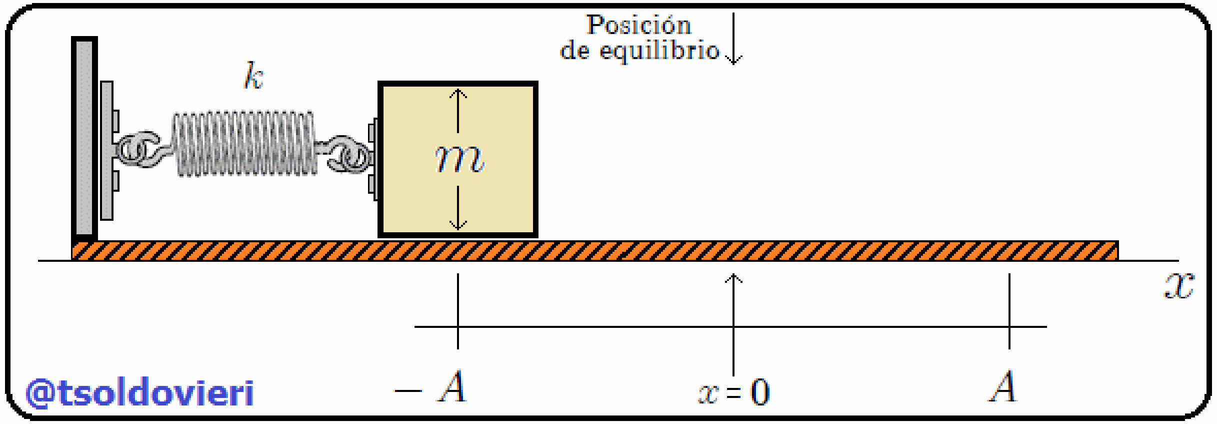


$x = -A$

$F_{max} \rightarrow$

$a_{max} \rightarrow$

$v = 0$



Amplitud *A*: Magnitud máxima del desplazamiento con respecto al equilibrio

Periodo *T*: Tiempo de una oscilación

Frecuencia *f*: Número de ciclos en la unidad de tiempo

$$1 \text{ hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ ciclo/s} = 1 \text{ s}^{-1}$$

Frecuencia angular *ω* : es 2π veces la frecuencia $\omega = 2\pi f$

$$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{1}{f} \qquad \text{(relaciones entre frecuencia y periodo)} \qquad (14.1)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{(frecuencia angular)} \qquad (14.2)$$

Movimiento Armónico Simple.

Cuando la fuerza de restitución es directamente proporcional al desplazamiento con respecto al equilibrio, la oscilación se denomina **movimiento armónico simple**, que se abrevia como **MAS**

¿Cuáles son las ecuaciones de movimiento del cuerpo?

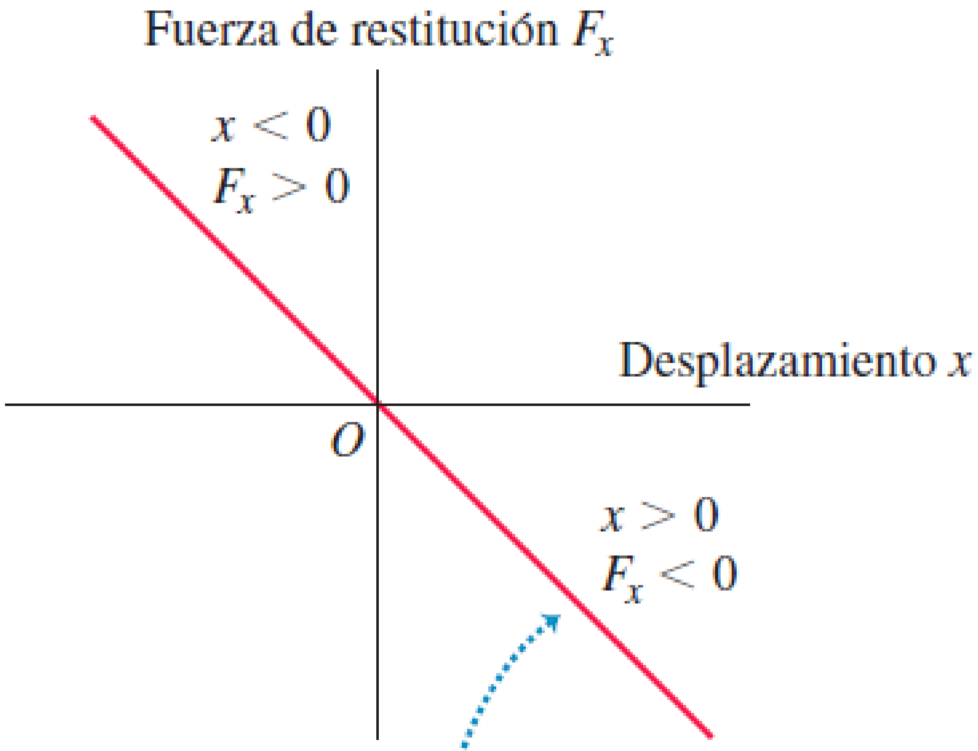
Fuerza de restitución: $F = -kx$

$$F = ma = \mathrm{m}\frac{d^2x}{dt^2}$$

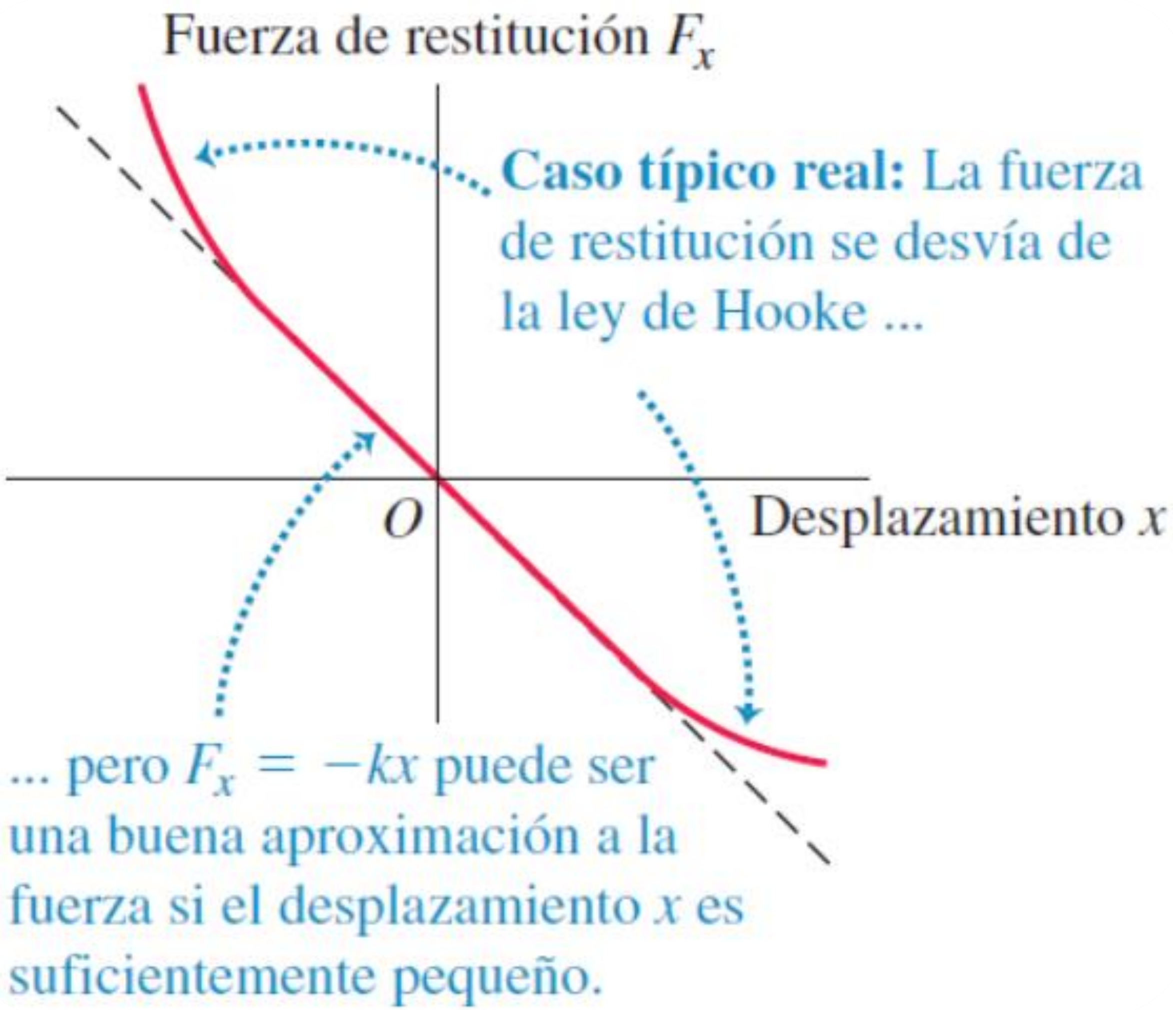
$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\left(\frac{k}{m}\right)x$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad \text{(movimiento armónico simple)} \qquad (14.4)$$



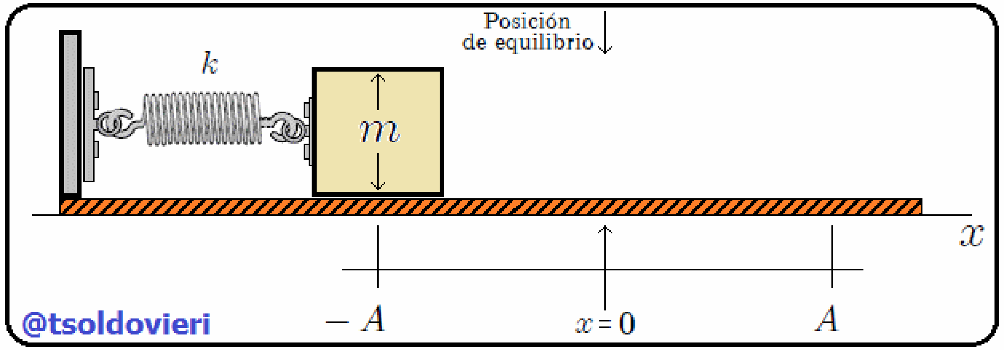
La fuerza de restitución ejercida por un resorte ideal es directamente proporcional al desplazamiento (ley de Hooke, $F_x = -kx$): la gráfica de F_x contra x es una recta.



Retroalimentación.

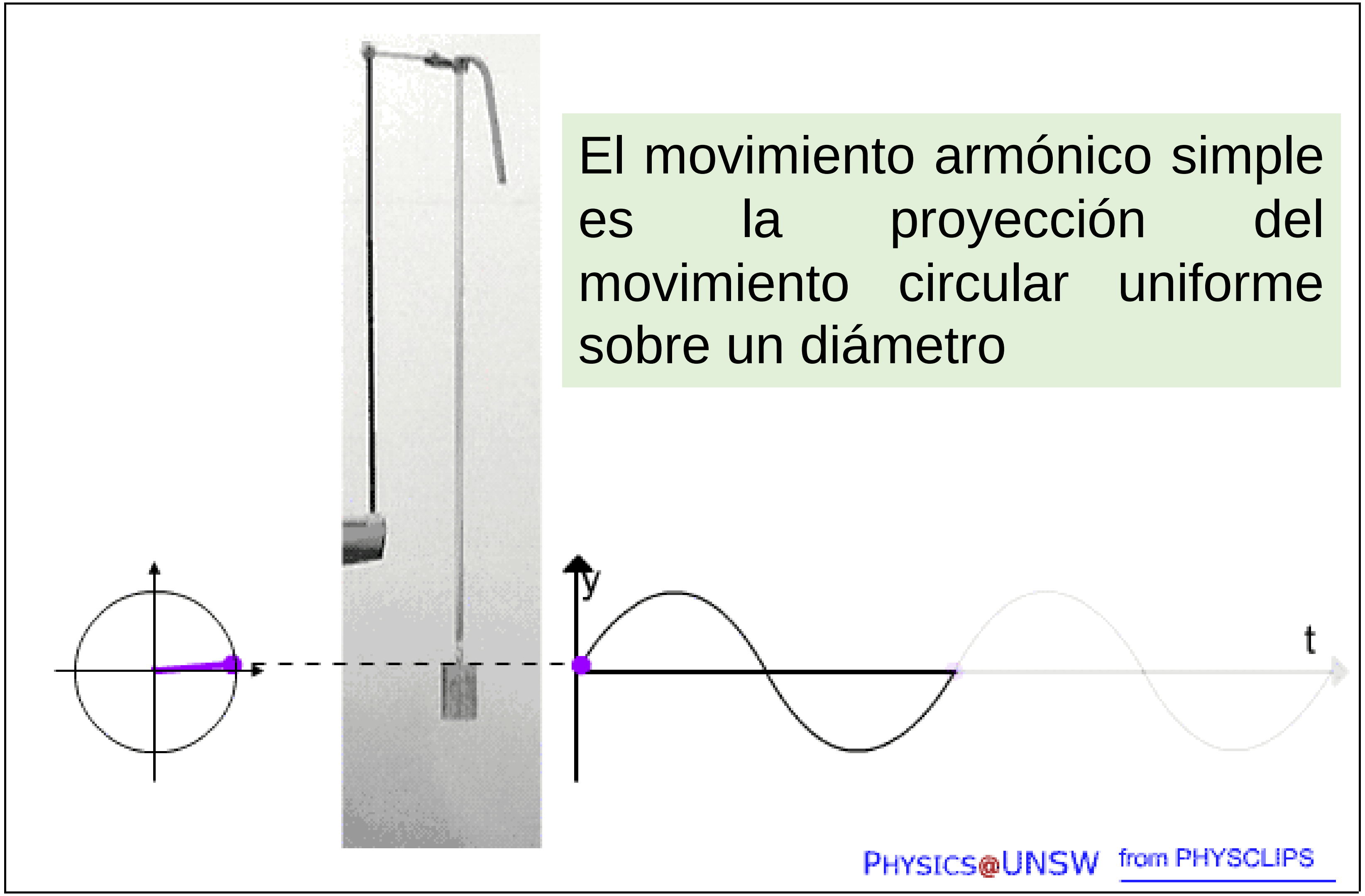
Pregunta 1

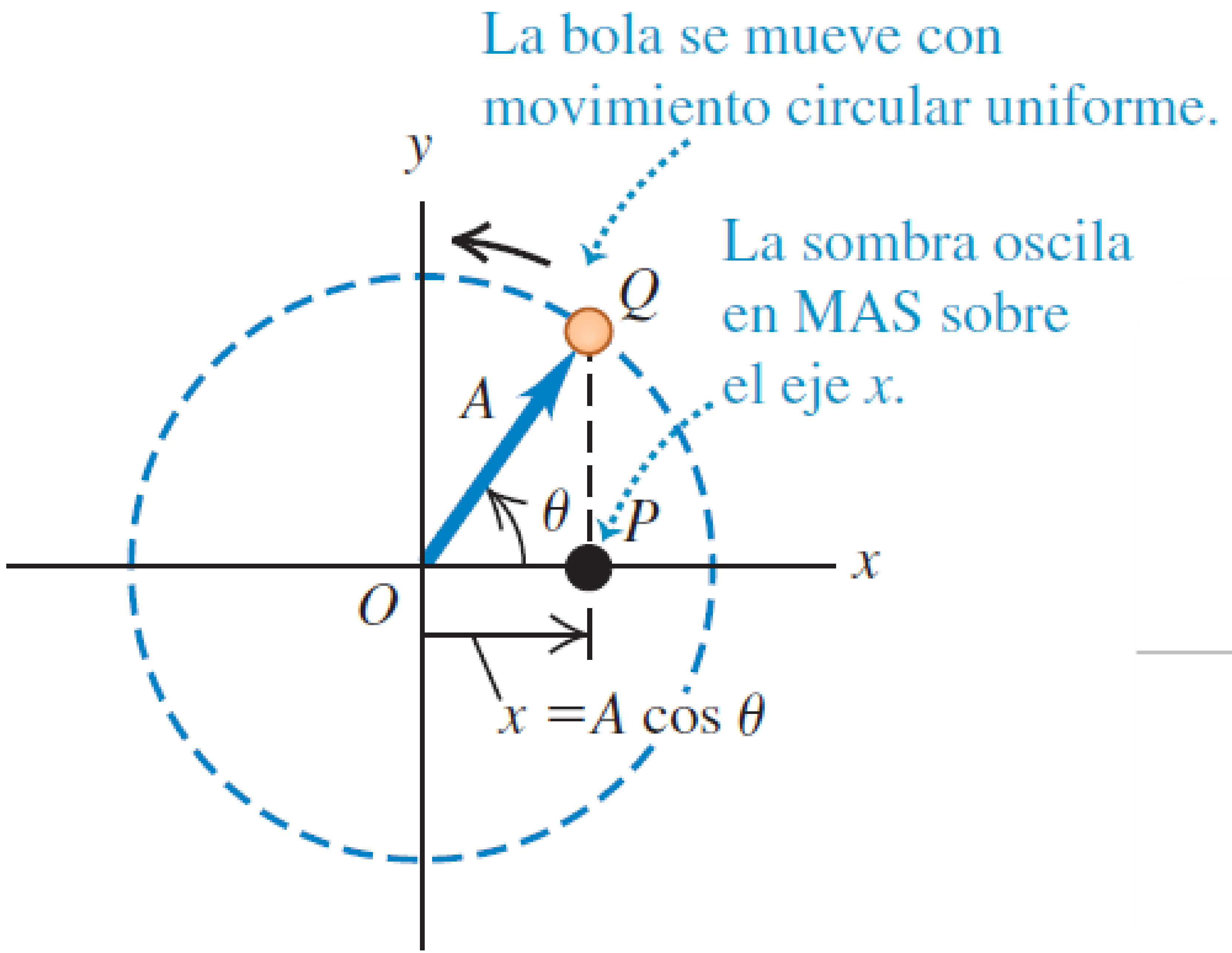
Un resorte oscila de un lado a otro. Para cada uno de los siguientes valores de la velocidad v_x y la aceleración a_x del cuerpo, indique si el desplazamiento x es positivo, negativo o cero.



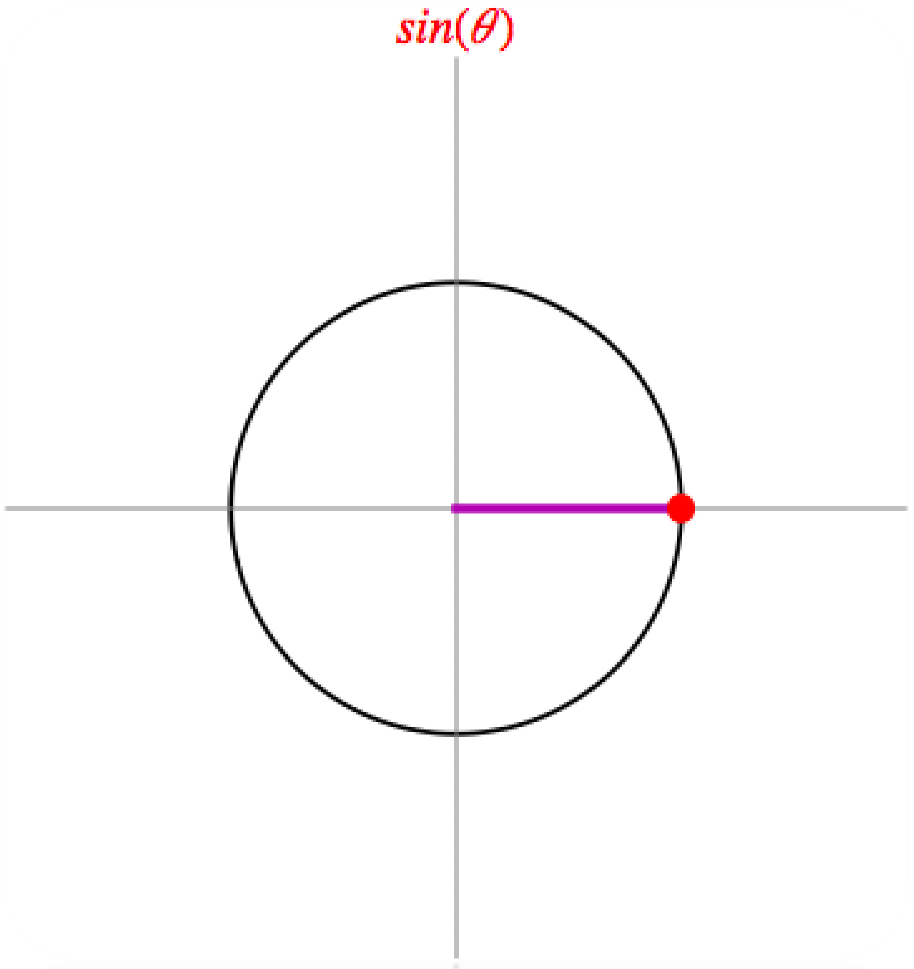
a) $v_x > 0$ y $a_x > 0$
b) $v_x > 0$ y $a_x < 0$
c) $v_x < 0$ y $a_x > 0$
d) $v_x < 0$ y $a_x < 0$
e) $v_x = 0$ y $a_x < 0$
f) $v_x > 0$ y $a_x = 0$.

Movimiento circular uniforme y ecuaciones del MAS

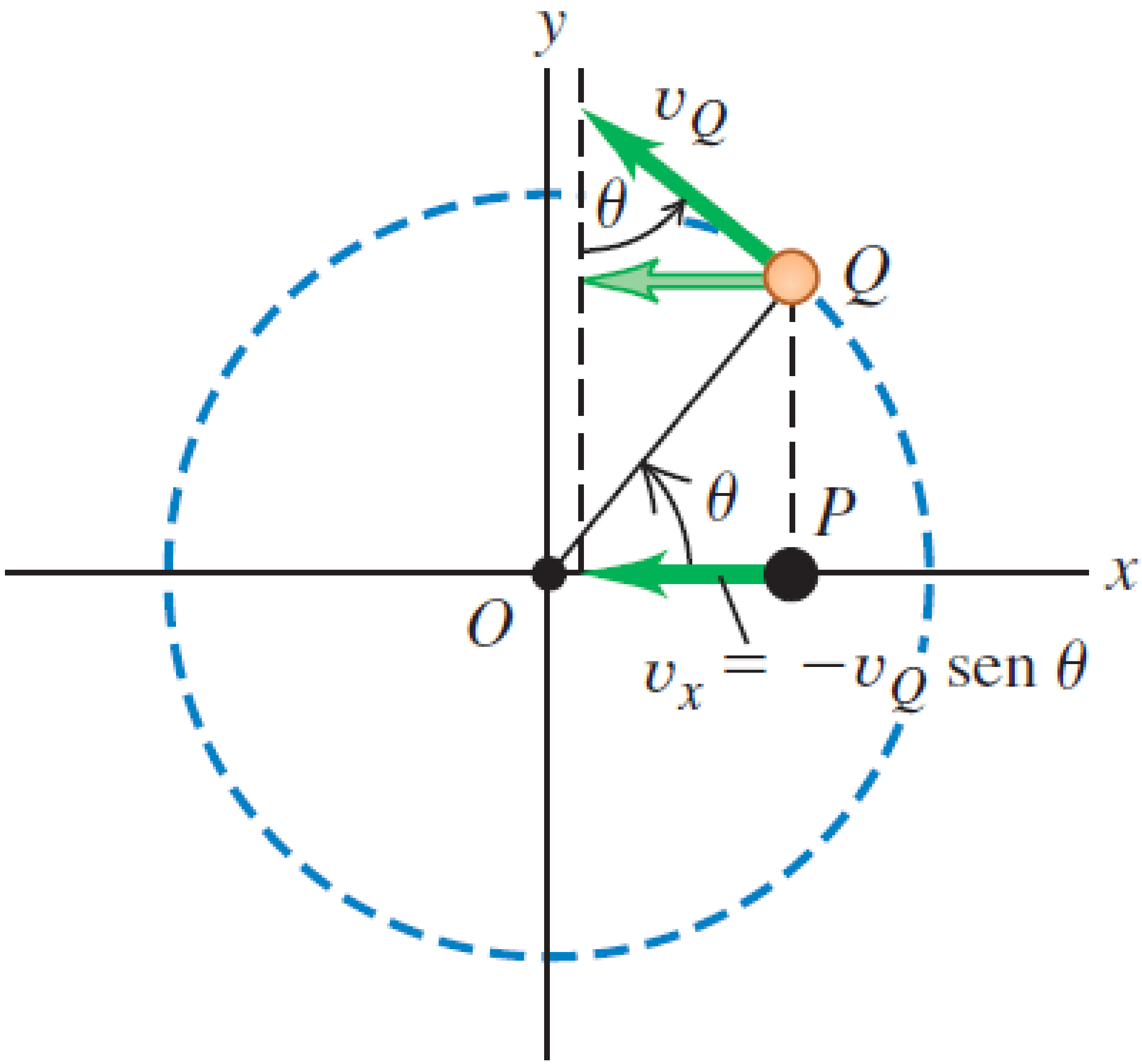




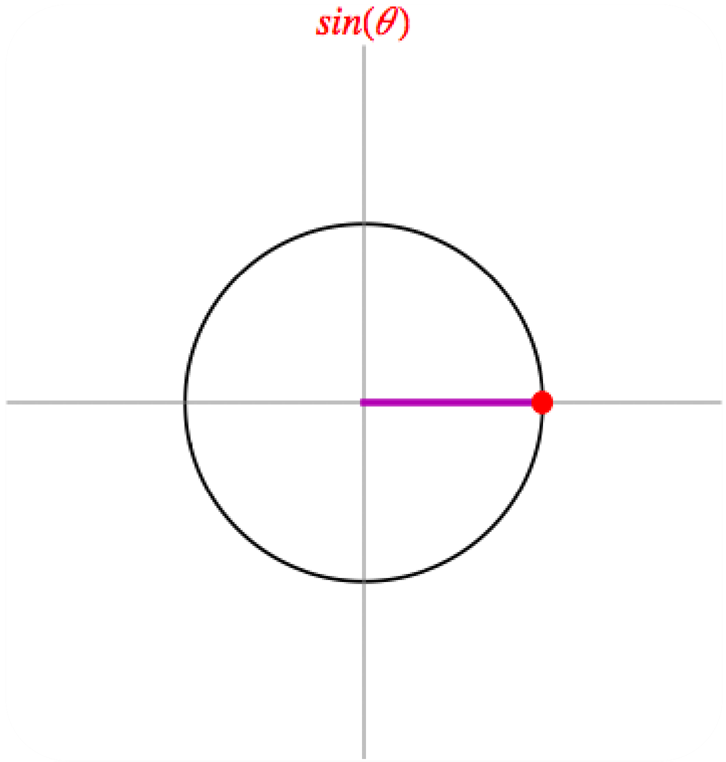
La bola se mueve con movimiento circular uniforme.
La sombra oscila en MAS sobre el eje x.
y
Q
A
θ
P
x
O
x = A cos θ



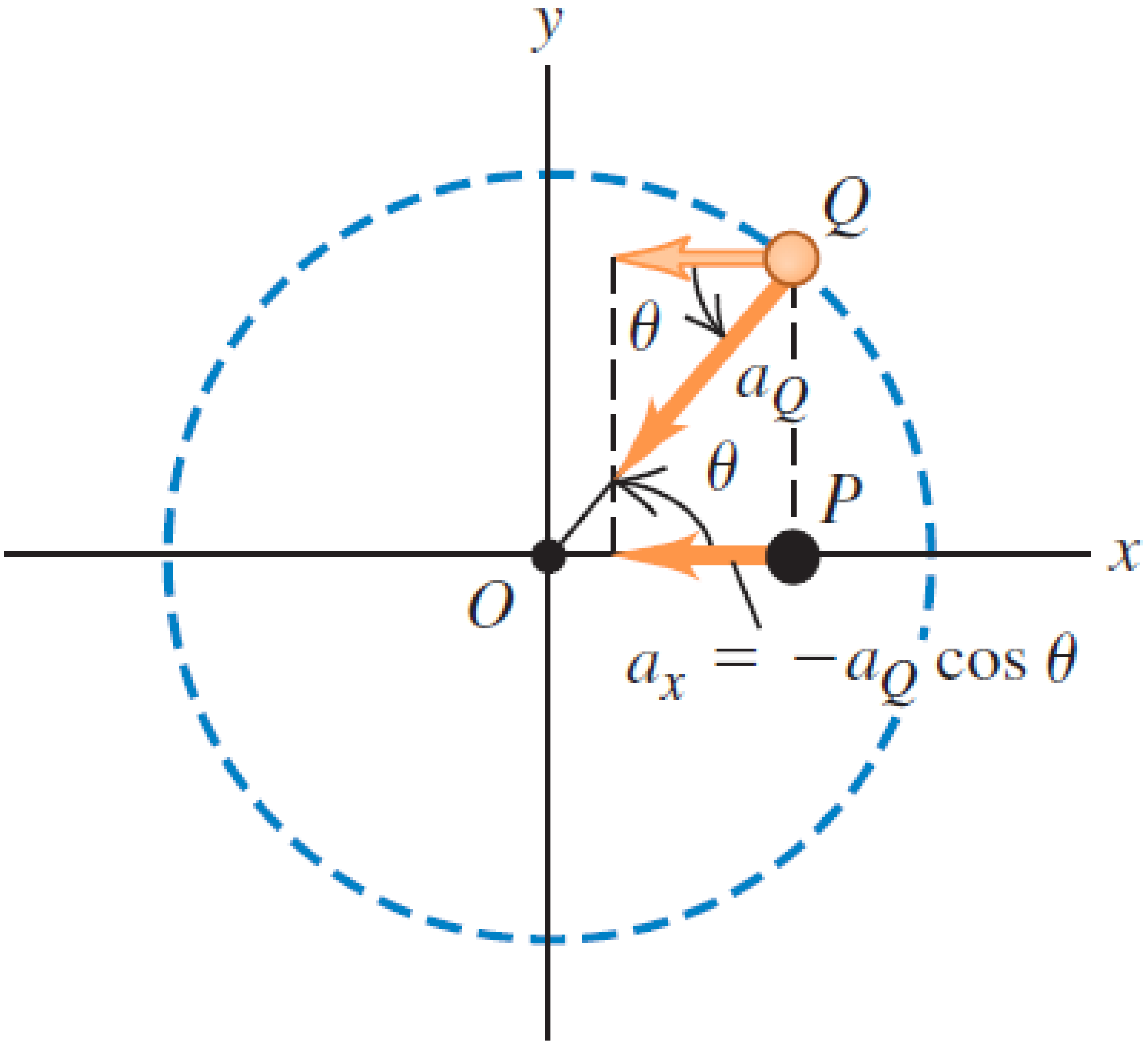
sin(θ)

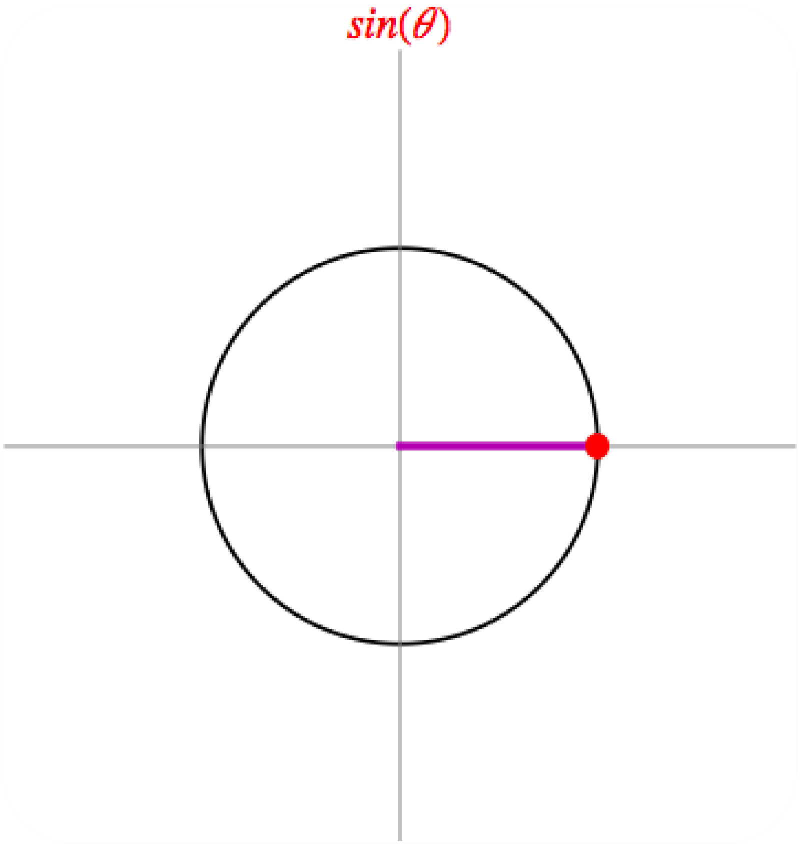


y
v_Q
θ
Q
θ
P
x
O
$v_x = -v_Q \operatorname{sen} \theta$



sin(θ)

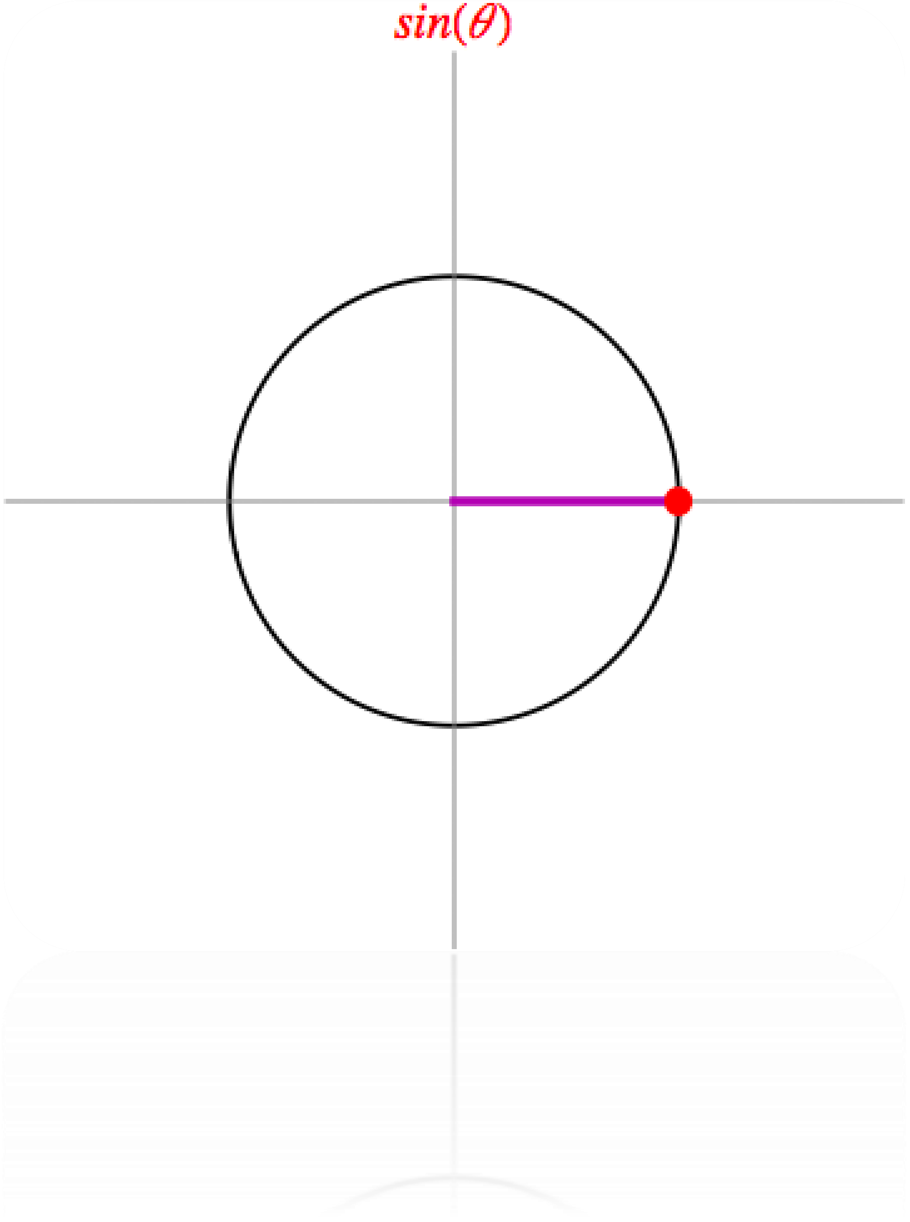




$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

¿Cuáles son las ecuaciones de movimiento?

Asumamos que la posición inicial es A



$$x = A\cos(\omega t)$$

$$v_x = -A\omega \sin(\omega t)$$

$$a_x = -A\omega^2 \cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{frecuencia angular, ¿ Qué significa?}$$

Para un sistema masa-resorte:

- Masa mayor *m* → menor aceleración,

Partícula se mueve más lentamente

Tarda más en completar un ciclo

- Mayor constante de fuerza *k* → mayor fuerza

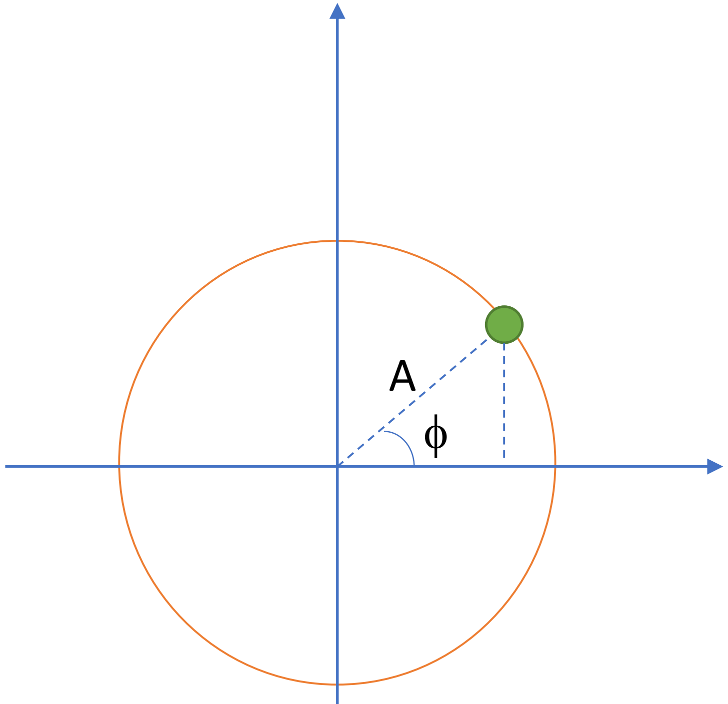
Partícula se mueve mas rápido

Ciclos más cortos.

La frecuencia f nos indica cuántos ciclos de oscilación ocurren por segundo

La frecuencia angular ω nos dice a cuántos radianes por segundo corresponde esto en el círculo de referencia.

Ecuaciones de movimiento para posición inicial



$$x = A\sin(\omega t + \phi)$$

También es solución

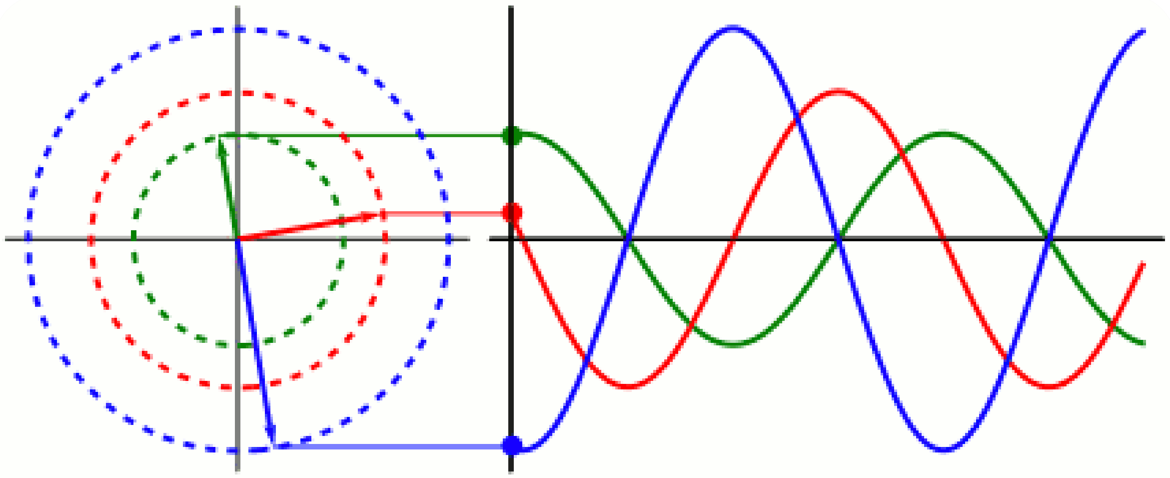
$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

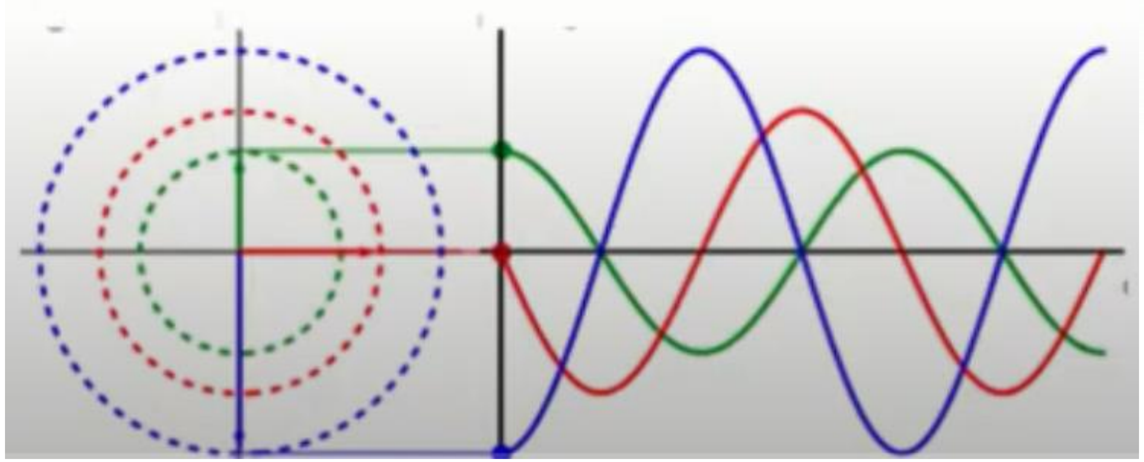
$$v_x = -A\omega\sin(\omega t + \phi)$$

$$a_x = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

Amplitud





$$x = Acos(\omega t + \phi)$$

$$v = -A\omega sen(\omega t + \phi)$$

$$a = -A\omega^2 cos(\omega t + \phi)$$

Ejemplo 1

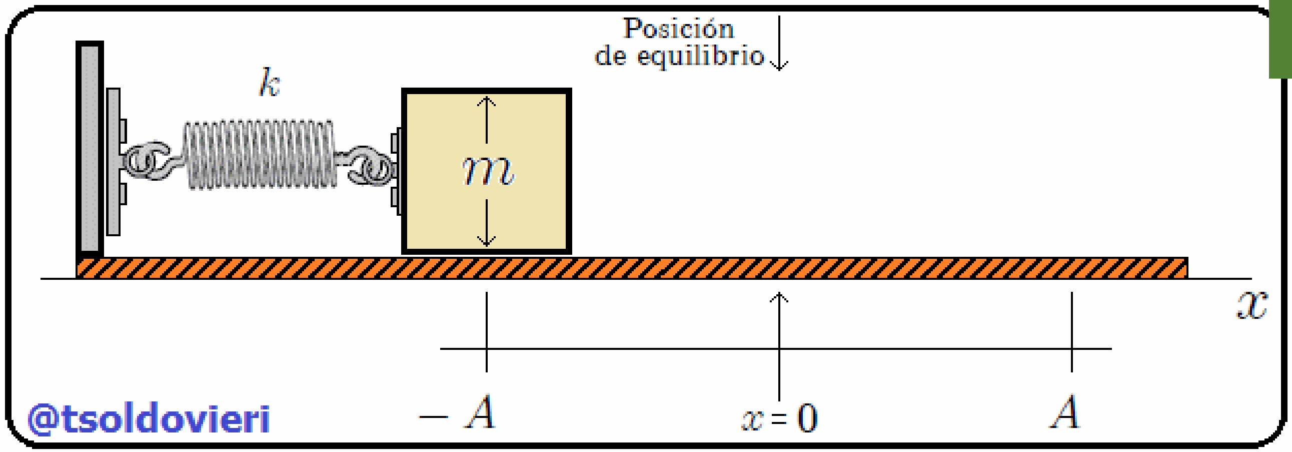
Dadas las funciones del desplazamiento x, velocidad v y aceleración a de un oscilador armónico, determine las condiciones de las 2 funciones restantes :en las que x, v y a son máximas

$$\boldsymbol{x = Acos(\omega t + \phi)}$$

$$\boldsymbol{v = -A\omega sen(\omega t + \phi)}$$

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{-A\omega^2 cos(\omega t + \phi)}$$

Casos límites



$$(\omega t + \phi), \textit{fase del movimiento}$$

$$\phi, \textit{constante de fase}$$

$$\boldsymbol{x = A\cos(\omega t + \phi)}$$

¿*Cuando x es maximo*?

$$\cos(\omega t + \phi) = 1$$

→ $x = A$

Si $x = A$, ¿Qué pasa con la velocidad?

$$(\omega t + \phi) = 0$$

→ $v = 0$

Si $x = A$, ¿Qué pasa con la aceleración?

→ $a = -A\omega^2$

La aceleración y fuerza de restitución, tiene una magnitud máxima pero está dirigida en sentido opuesto al desplazamiento.

$$\boldsymbol{v = -A\omega sen(\omega t + \phi)}$$

¿*Cuando v es maximo*?

$$sen(\omega t + \phi) = 1$$

→ $v = -A\omega$

Si $v = -A\omega$, ¿Qué pasa con el desplazamiento?

$$(\omega t + \phi) = 90° = \frac{\pi}{2} rad$$

→ $x = 0$

Si $v = -A\omega$, ¿Qué pasa con la aceleración?

→ $a = 0$

La aceleración es cero y la fuerza de restitución es nula.

$$\boldsymbol{a = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi)}$$

¿*Cuando a es maximo*?

$$\cos(\omega t + \phi) = 1$$

→ $a = -A\omega^2$

→ $x = A$

→ $v = 0$

¿*Cuando a es* cero?

→ $x = 0$

→ $v = -A\omega$

La ecuación del oscilador armónico simple y su solución.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Ecuación general del MAS

$(\omega t + \phi), fase\ del\ movimiento$

$\phi, constante\ de\ fase$

$\boldsymbol{x = A\cos(\omega t + \phi)}$

A, *amplitud del movimiento*

$\boldsymbol{v = -A\omega sen(\omega t + \phi)}$

$\boldsymbol{A\omega}$, amplitud de la velocidad

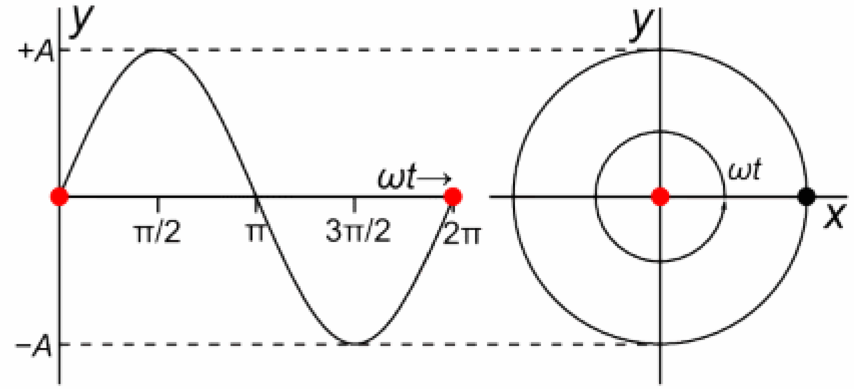
$\boldsymbol{a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi)}$

$\boldsymbol{A\omega^2}$, amplitud de la aceleración

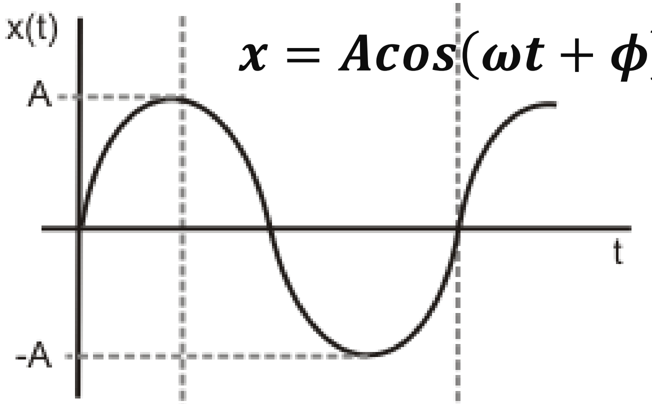
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, frecuencia angular

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{(movimiento armónico simple)} \qquad (14.11)$$

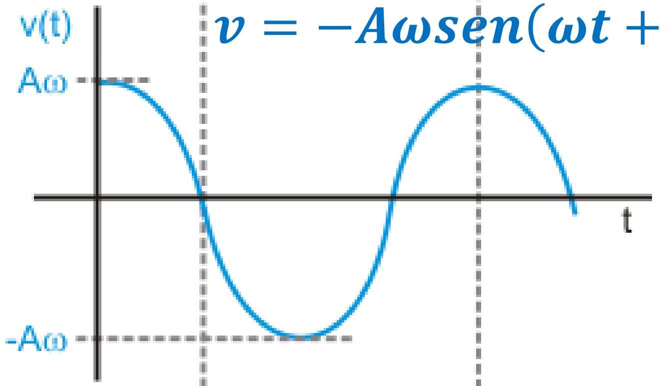
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{(movimiento armónico simple)} \qquad (14.12)$$



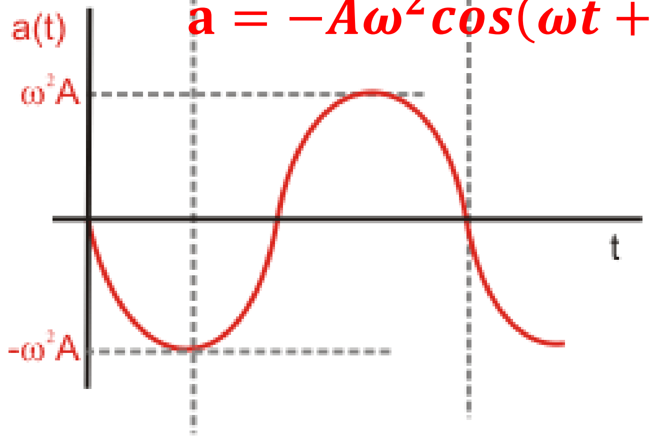
$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$



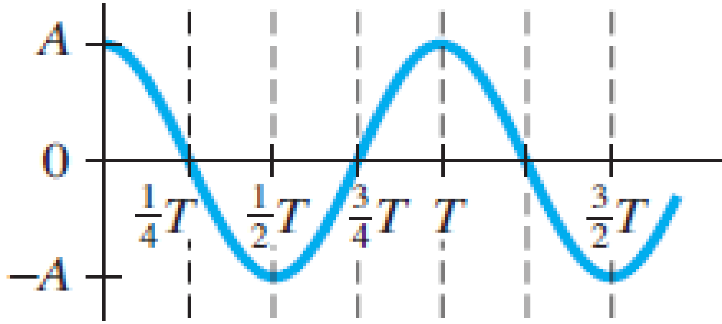
$$v = -A\omega sen(\omega t + \phi)$$

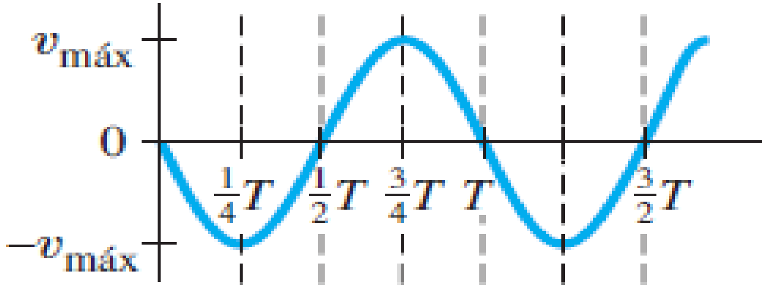


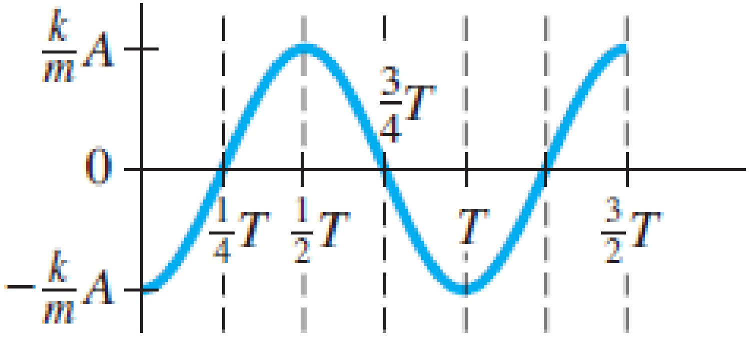
$$a = -A\omega^2 cos(\omega t + \phi)$$



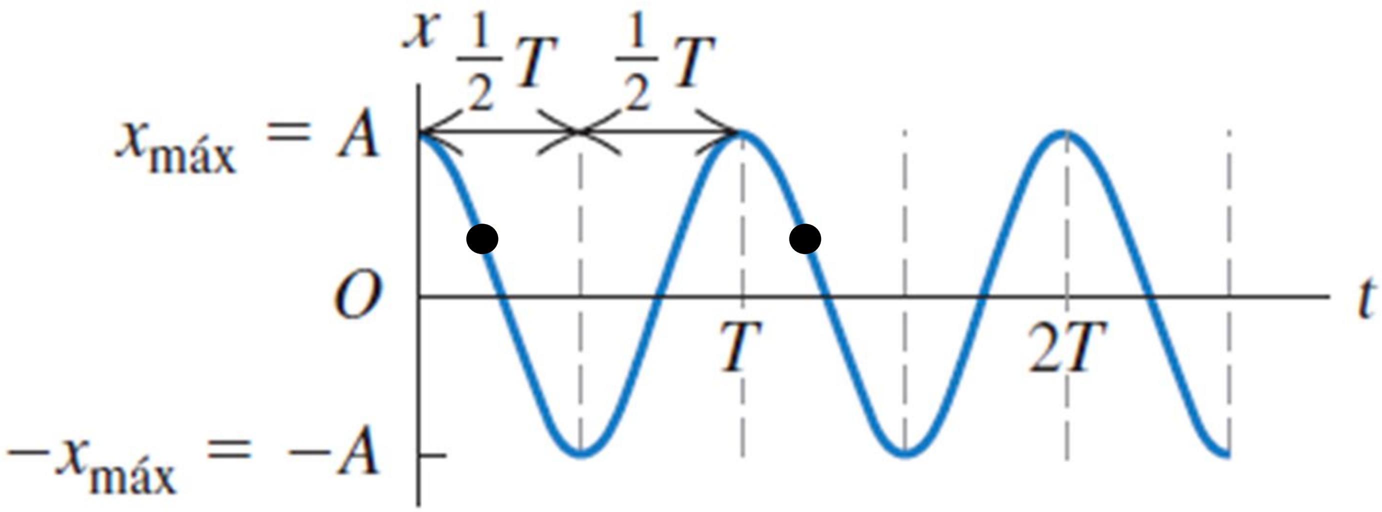
x=A	x=0
v=0	v=Aω
a=ω²A	a=0



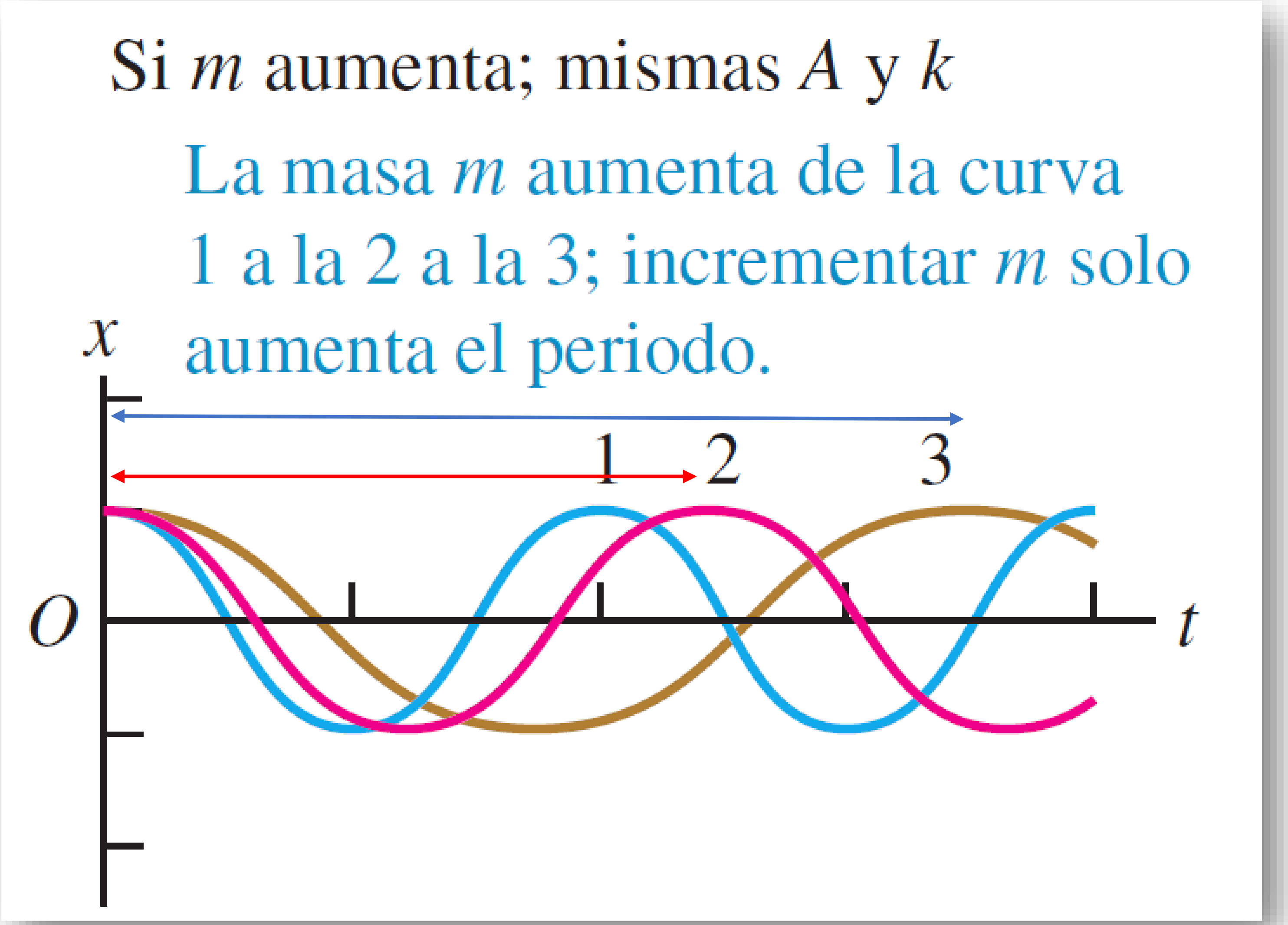




$$x = A\cos(\omega t + \phi) \qquad \text{(desplazamiento del MAS)}$$



$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$



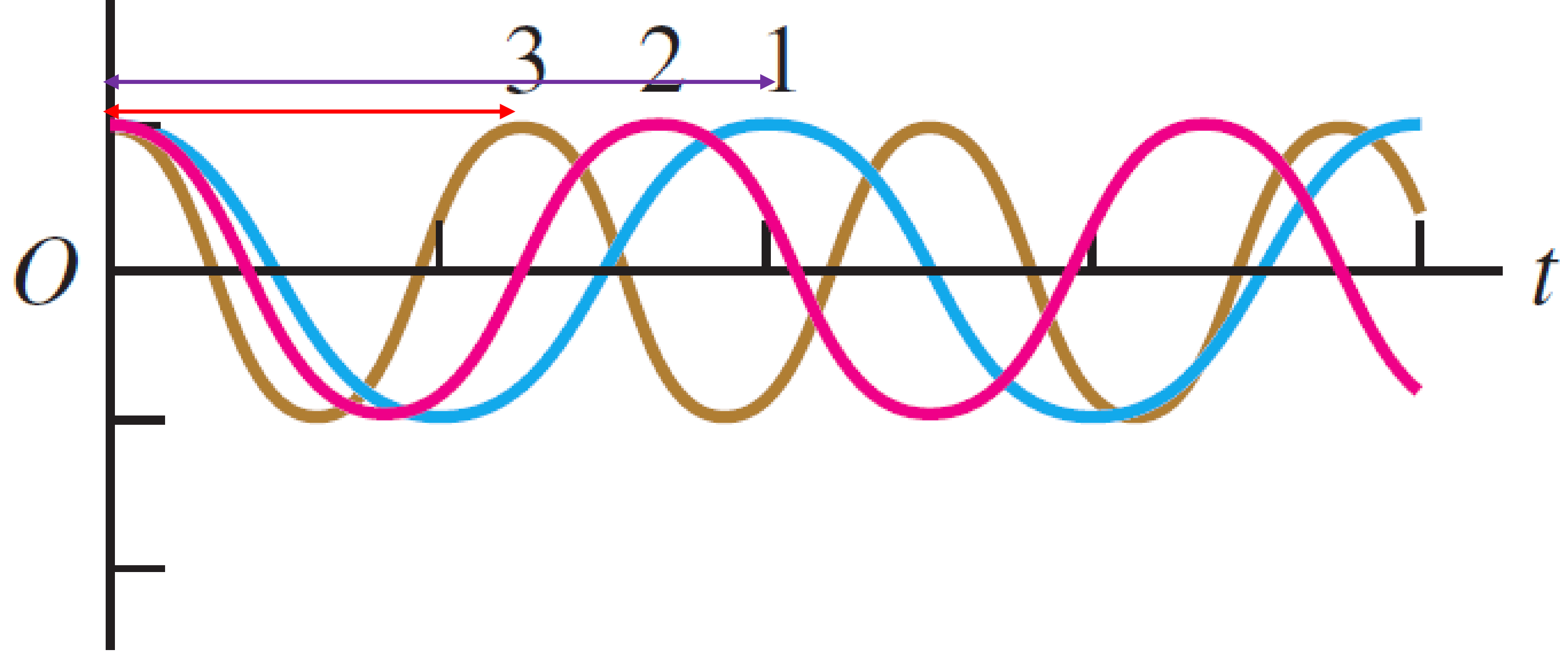
$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

Si k aumenta; mismas A y m

La constante de fuerza k aumenta de la curva 1 a la 2 a la 3; incrementar k sola reduce el periodo.



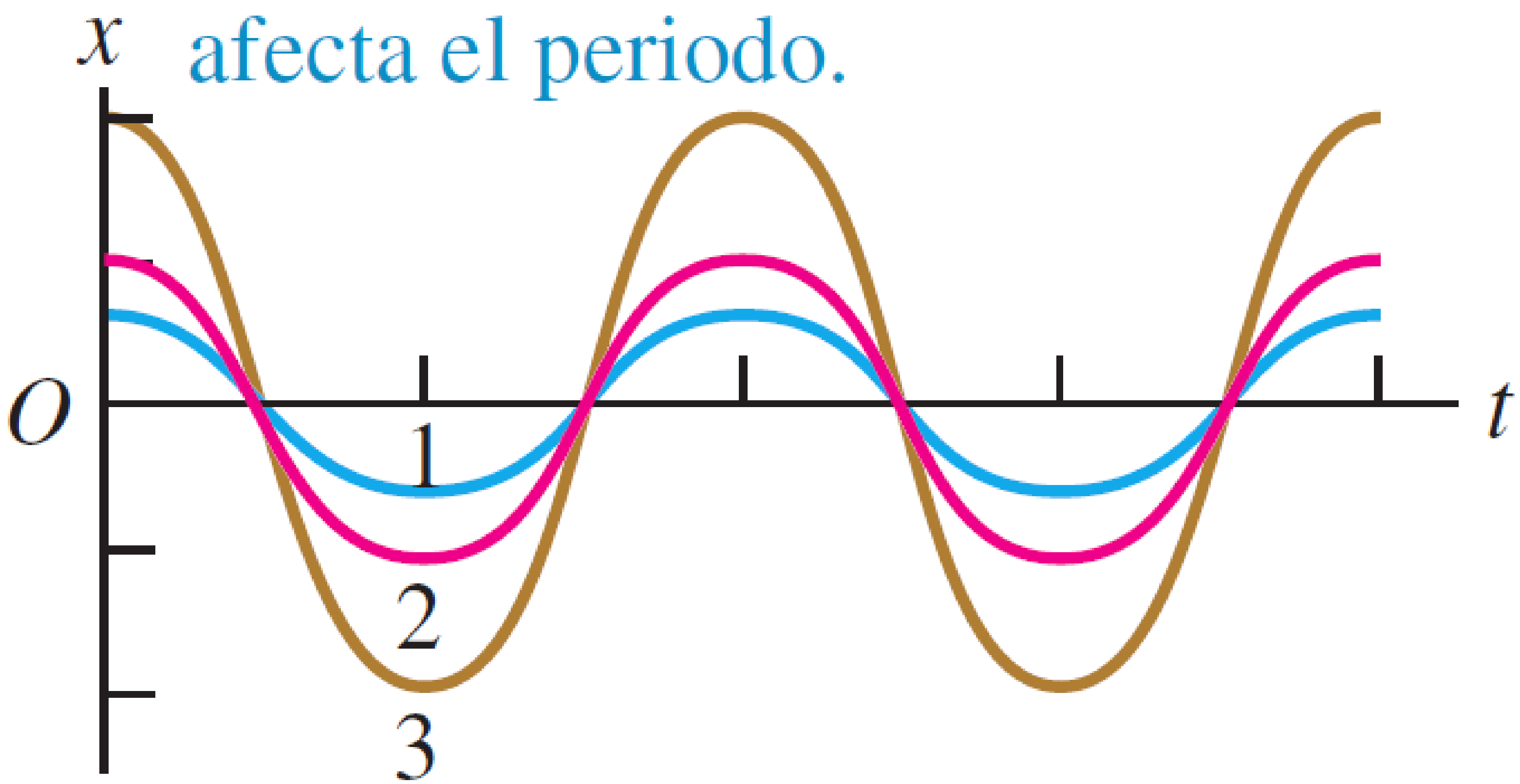
$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

Si A aumenta; mismas k y m

La amplitud A aumenta de la curva 1 a la 2 a la 3. El cambio de A no afecta el periodo.



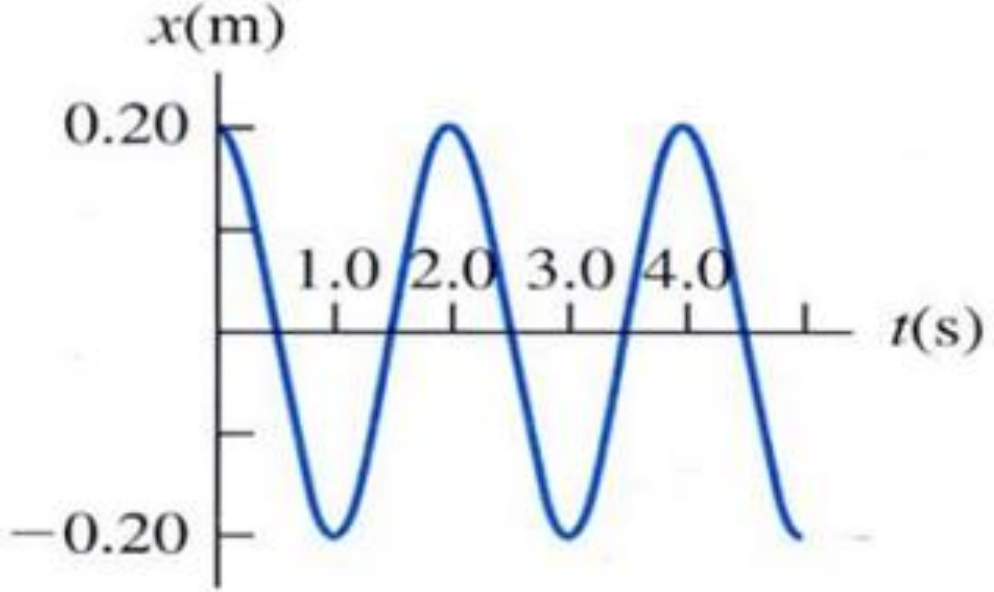
$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Ejemplo 2

Un oscilador se compone de un bloque de 512 g de masa, conectado a un resorte. Cuando hace que oscile con una amplitud de 34.7 cm, se observa que repite su movimiento cada 0.48 s. Calcular: El periodo. La frecuencia. La frecuencia angular. La constante de fuerza. La rapidez máxima. La fuerza máxima ejercida sobre el bloque.

- Ejemplo 3: En la figura se muestra el desplazamiento de un objeto oscilante en función del tiempo. Calcule: a) la frecuencia; b) la amplitud c) el periodo d) Escriba la ecuación del movimiento



- Ejemplo 4: Un cuerpo oscila con MAS de acuerdo con la ecuación: x = (6.12 m) cos[(8.38 rad/s)t + 1.92 rad]. Encuentre: La posición en el tiempo t = 1.90 s. La velocidad en el tiempo t = 1.90 s. La aceleración en el tiempo t = 1.90 s. La frecuencia. El periodo del movimiento

GRACIAS