Universidad Centroamericana “José Simeón Cañas”

Departamento de Ingeniería y Arquitectura

Cálculo 1

Sección 03

Taller # 3

Estudiante:

Flores Vásquez, Abraham Alejandro

Carné:

00067323

Catedrático:

M.Sc Yoceman Rivas

Antiguo Cuscatlán, 13 de octubre del 2023

Taller 3 ~ Abraham Alejandro Flores 00067323 / 13 / 10 / 23

Problemas

1. Sea $f(x) = 5 - 4/x$, Hallar todos los valores pertenecientes al intervalo $]-4, -1[$ que cumplan la conclusión del Teorema del valor medio.

Calcular dominio de la función

$x \neq 0 \Rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$

$(-4, -1)$ $\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases}$

a) $f(x)$ es continua en $[-4, -1]$

Derivada de $f(x)$

$f'(x) = 5 - 4x^{-1}$

$f'(x) = -4(-1)x^{-2}$

$f'(x) = \frac{4}{x^2} \Rightarrow x \neq 0$

$f(a) = 5 - \frac{4}{-4}$

$f(a) = 5 + 1 = 6$

$f(b) = 5 - \frac{4}{-1}$

$f(b) = 5 + 4 = 9$

b) $f(x)$ es derivable en $]-4, -1[$

Pendiente

$$f'(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{9 - 6}{-1 - (-4)} = \frac{3}{3} = 1$$

Cálculo de "c"

$f'(x) = \dfrac{4}{x^2} = 1$

$f'(c) = \dfrac{4}{c^2} = 1$

$4 = c^2$

$\pm\sqrt{4} = c$

$c = \pm 2$

$\to 2 \notin]-4,-1[\ \wedge -2 \in]-4,-1[$

$\therefore c = -2$

Respuesta: El valor perteneciente al intervalo $]-4,-1[$ que cumple con la conclusión del Teorema de valor medio es -2.

2. Determine si la función $f(x) = 5x^{2/3} - x^{5/3}$ satisface las hipótesis del Teorema de Rolle, en el intervalo $[0,5]$ y encuentra todos los números $c \in]0,5[$ que satisfacen la conclusión del teorema.

Al ser una función polinomial, sin restricciones en su dominio:

a) Si es continua en $[0,5]$

b) Si es derivable en $(0,5)$ $\to$ $f'(x) = 5 \cdot \dfrac{2}{3} x^{\frac{2}{3}-1} - \dfrac{5}{3} x^{\frac{5}{3}-1}$

$f'(x) = \dfrac{10}{3} x^{-\frac{1}{3}} - \dfrac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$

$f'(x) = \dfrac{10}{3x^{1/3}} - \dfrac{5}{3} x^{2/3}$

$f'(x) = \dfrac{10 - 5x}{3\sqrt[3]{x}}$

Verificar $f(0) = f(5)$

$f(0) = 5\sqrt[3]{(0)^2} - \sqrt[3]{(0)^5} = 0$

$f(5) = 5\sqrt[3]{(5)^2} - \sqrt[3]{(5)^5}$ $\quad \therefore f(0) = f(5)$

$= 5 \cdot 5^{2/3} - 5^{5/3}$

$= 5^{5/3} - 5^{5/3}$

$= 0$

Determinar valor de c

$f'(x) = 0 \Rightarrow f'(c) = 0$

$f'(c) = \dfrac{10 - 5c}{3\sqrt[3]{c}} = 0$

Recordar $\rightarrow \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0 \rightarrow f(x) = 0$

$f'(c) = 10 - 5c = 0$

$-5c = -10$

$c = \dfrac{-10}{-5}$

$c = 2 \rightarrow 2 \in]0,5[$

Respuesta: los valores de c que pertenecen a $]0,5[$ y satisfacen el Teorema de Rolle es unicamente 2

3. Encuentre usando el método de Newton Raphson, con una aproximación de cinco lugares decimales, la raíz de la ecuación:

$$\cos x = 2x$$

Recordar: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

$\cos x = 2x$ $\qquad$ $f'(x) = -\operatorname{sen} x - 2$

$\underbrace{\cos x - 2x}_{f(x)} = 0 \Rightarrow f(0) = \cos(0) - 2(0) = 1 \Rightarrow x_n$

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$\overbrace{x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}}^{x_{n+1}}$
1	1	-1.459677	-2.841471	0.486288
2	0.486288	-0.088502	-2.467347	0.450419
3	0.450419	-0.000573	-2.435343	0.45018371
4	0.45018371	-0.00000024	-2.435130	0.4501836114

$$\left.\begin{aligned} f(1) &= \cos(1) - 2(1) = -1.4596977 \\ f'(1) &= -\operatorname{sen}(1) - 2 = -2.841471 \end{aligned}\right\} \quad x_{n+1} = 1 - \frac{(-1.4596977)}{-2.841471}$$

Respuesta: La raíz de la ecuación con una aproximación de cinco lugares decimales es 0.45018