Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$.

Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 es conocida se sabe que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim n(0, 1) .$$

Intervalos de Confianza

Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 es conocida se sabe que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim n(0, 1) .$$

Pero si σ es desconocida, la distribución de $\bar{X}$ estandarizada NO es normal.

Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 es conocida se sabe que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim n(0, 1) .$$

Pero si σ es desconocida, la distribución de $\bar{X}$ estandarizada NO es normal. Si en la expresión anterior, reemplazamos σ por S, el estadístico resultante es:

Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 es conocida se sabe que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim n(0, 1) .$$

Pero si σ es desconocida, la distribución de $\bar{X}$ estandarizada NO es normal. Si en la expresión anterior, reemplazamos σ por S, el estadístico resultante es:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ,$$

Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 es conocida se sabe que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim n(0, 1) .$$

Pero si σ es desconocida, la distribución de $\bar{X}$ estandarizada NO es normal. Si en la expresión anterior, reemplazamos σ por S, el estadístico resultante es:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ,$$

La distribución de T se conoce como *t de Student* y se suele escribir $T \sim t(\nu)$.

Intervalos de Confianza

Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 es conocida se sabe que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim n(0, 1) .$$

Pero si σ es desconocida, la distribución de $\bar{X}$ estandarizada NO es normal. Si en la expresión anterior, reemplazamos σ por S, el estadístico resultante es:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ,$$

La distribución de T se conoce como *t de Student* y se suele escribir $T \sim t(\nu)$. Esta distribución tiene propiedades similares a la de la normal estándar, su gráfico es parecido al de la normal estándar pero con colas más pesadas (más alargadas).

Intervalos de Confianza

Intervalos de Confianza para Medias: Distribuciones Normales

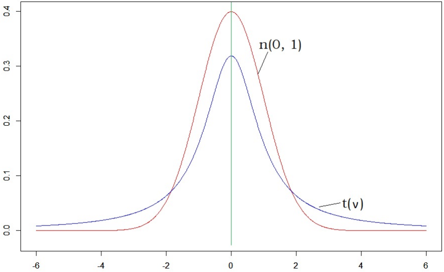
Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 es conocida se sabe que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim n(0, 1) .$$

Pero si σ es desconocida, la distribución de $\bar{X}$ estandarizada NO es normal. Si en la expresión anterior, reemplazamos σ por S, el estadístico resultante es:

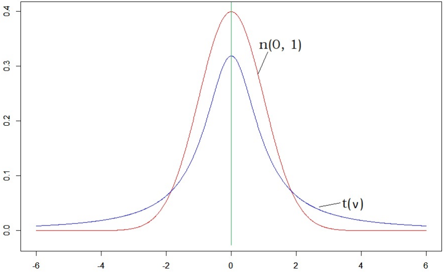
$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ,$$

La distribución de T se conoce como *t de Student* y se suele escribir $T \sim t(\nu)$. Esta distribución tiene propiedades similares a la de la normal estándar, su gráfico es parecido al de la normal estándar pero con colas más pesadas (más alargadas). El parámetro de esta distribución, ν, se conoce como *grados de libertad*.



Distribución **t**

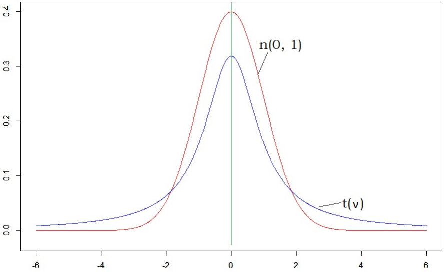
Diremos que una variable aleatoria T tiene una distribución *t de Student* con parámetro ν, si su f.d.p es de la forma:



Distribución t

Diremos que una variable aleatoria T tiene una distribución *t de Student* con parámetro ν, si su f.d.p es de la forma:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{\pi v}}\left[1+\frac{t^2}{v}\right]^{-\frac{(v+1)}{2}} \quad ; \quad v > 0\,; \quad t \in \mathbb{R}\,.$$



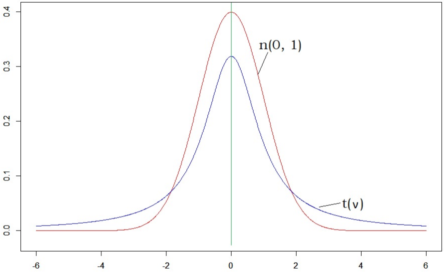
Distribución t

Diremos que una variable aleatoria T tiene una distribución *t de Student* con parámetro ν, si su f.d.p es de la forma:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{\pi v}}\left[1+\frac{t^2}{v}\right]^{-\frac{(v+1)}{2}} \quad ; \quad v > 0\,; \quad t \in \mathbb{R}\,.$$

Se puede mostrar que:

Intervalos de Confianza



Distribución **t**

Diremos que una variable aleatoria T tiene una distribución *t de Student* con parámetro ν, si su f.d.p es de la forma:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{\pi v}}\left[1+\frac{t^2}{v}\right]^{-\frac{(v+1)}{2}} \quad ; \quad v > 0\,; \quad t \in \mathbb{R}\,.$$

Se puede mostrar que:

$$E\left[T\right] = 0 \quad ; \quad Var\left[T\right] = \frac{v}{v-2} \quad ; \quad v > 2\,.$$

Intervalos de Confianza

Si $T \sim t\,(v)$, el cuantil superior α de T, el cual se denota $t_\alpha(v)$ es tal que:

Intervalos de Confianza

Si $T \sim t\,(v)$, el cuantil superior α de T, el cual se denota $t_\alpha(v)$ es tal que: $P\,(T > t_\alpha(v)) = \alpha$.

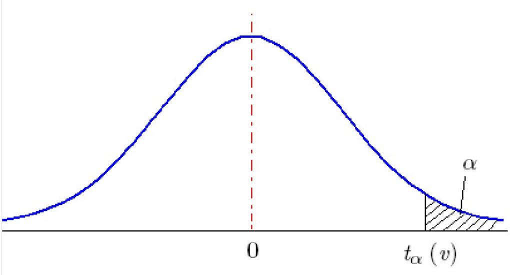
Intervalos de Confianza

Si $T \sim t\,(v)$, el cuantil superior α de T, el cual se denota $t_\alpha(v)$ es tal que: $P\,(T > t_\alpha(v)) = \alpha$.

El cálculo de probabilidaddes con una distribución $t\,(v)$, debe hacerse por métodos numéricos, pero a diferencia de la normal estándar, usualmente se elaboran tablas con los percentiles superiores de la distribución, para diferentes valores de v.

Si $T \sim t\,(v)$, el cuantil superior α de T, el cual se denota $t_\alpha(v)$ es tal que: $P\,(T > t_\alpha(v)) = \alpha$.

El cálculo de probabilidaddes con una distribución $t\,(v)$, debe hacerse por métodos numéricos, pero a diferencia de la normal estándar, usualmente se elaboran tablas con los percentiles superiores de la distribución, para diferentes valores de v. Para ilustrar se muestra una parte de la tabla usual utilizada para la distribución $t(v)$:



Intervalos de Confianza

TABLA PARA LA T, Áreas a la derecha

Cuantiles Superiores

Grados de libertad

v	0,1	0,06	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	3,078	5,242	6,314	12,706	15,895	31,821	63,657
2	1,886	2,620	2,920	4,303	4,849	6,965	9,925
3	1,638	2,156	2,353	3,182	3,482	4,541	5,841
4	1,533	1,971	2,132	2,776	2,999	3,747	4,604
5	1,476	1,873	2,015	2,571	2,757	3,365	4,032
6	1,440	1,812	1,943	2,447	2,612	3,143	3,707
7	1,415	1,770	1,895	2,365	2,517	2,998	3,499
8	1,397	1,740	1,860	2,306	2,449	2,896	3,355
9	1,383	1,718	1,833	2,262	2,398	2,821	3,250
10	1,372	1,700	1,812	2,228	2,359	2,764	3,169

Distribución t

Por ejemplo, suponga que $T \sim t(5)$ y se quiere calcular $P(T > 3)$.
De la tabla se observa que:

TABLA PARA LA T, Áreas a la derecha

Cuantiles Superiores

Grados de libertad

v	0,1	0,06	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	3,078	5,242	6,314	12,706	15,895	31,821	63,657
2	1,886	2,620	2,920	4,303	4,849	6,965	9,925
3	1,638	2,156	2,353	3,182	3,482	4,541	5,841
4	1,533	1,971	2,132	2,776	2,999	3,747	4,604
5	1,476	1,873	2,015	2,571	2,757	3,365	4,032
6	1,440	1,812	1,943	2,447	2,612	3,143	3,707
7	1,415	1,770	1,895	2,365	2,517	2,998	3,499
8	1,397	1,740	1,860	2,306	2,449	2,896	3,355
9	1,383	1,718	1,833	2,262	2,398	2,821	3,250
10	1,372	1,700	1,812	2,228	2,359	2,764	3,169

Distribución t

Por ejemplo, suponga que $T \sim t(5)$ y se quiere calcular $P(T > 3)$. De la tabla se observa que:

$$P(t(5) > 2.757) = 0.02 \;\; y \;\; P(t(5) > 3,365) = 0.01 \, .$$

TABLA PARA LA T, Áreas a la derecha

Cuantiles Superiores

Grados de libertad

v	0,1	0,06	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	3,078	5,242	6,314	12,706	15,895	31,821	63,657
2	1,886	2,620	2,920	4,303	4,849	6,965	9,925
3	1,638	2,156	2,353	3,182	3,482	4,541	5,841
4	1,533	1,971	2,132	2,776	2,999	3,747	4,604
5	1,476	1,873	2,015	2,571	2,757	3,365	4,032
6	1,440	1,812	1,943	2,447	2,612	3,143	3,707
7	1,415	1,770	1,895	2,365	2,517	2,998	3,499
8	1,397	1,740	1,860	2,306	2,449	2,896	3,355
9	1,383	1,718	1,833	2,262	2,398	2,821	3,250
10	1,372	1,700	1,812	2,228	2,359	2,764	3,169

Distribución t

Por ejemplo, suponga que $T \sim t(5)$ y se quiere calcular $P(T > 3)$. De la tabla se observa que:

$$P(t(5) > 2.757) = 0.02 \ \ y \ \ P(t(5) > 3,365) = 0.01 \ .$$

Así $\quad 0.01 < P(t(5) > 3) < 0.02$.

TABLA PARA LA T, Áreas a la derecha

Cuantiles Superiores

Grados de libertad

v	0,1	0,06	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	3,078	5,242	6,314	12,706	15,895	31,821	63,657
2	1,886	2,620	2,920	4,303	4,849	6,965	9,925
3	1,638	2,156	2,353	3,182	3,482	4,541	5,841
4	1,533	1,971	2,132	2,776	2,999	3,747	4,604
5	1,476	1,873	2,015	2,571	2,757	3,365	4,032
6	1,440	1,812	1,943	2,447	2,612	3,143	3,707
7	1,415	1,770	1,895	2,365	2,517	2,998	3,499
8	1,397	1,740	1,860	2,306	2,449	2,896	3,355
9	1,383	1,718	1,833	2,262	2,398	2,821	3,250
10	1,372	1,700	1,812	2,228	2,359	2,764	3,169

Distribución t

Por ejemplo, suponga que $T \sim t(5)$ y se quiere calcular $P(T > 3)$. De la tabla se observa que:

$$P(t(5) > 2.757) = 0.02 \;\; y \;\; P(t(5) > 3,365) = 0.01 \ .$$

Así $\quad 0.01 < P(t(5) > 3) < 0.02$. Observe que $P(t(5) > 3) = 0.015$.

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$.

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t\,(n-1)\,.$$

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t\left(n-1\right).$$

Realizando un proceso similar al caso de muestras aleatorias con media desconocida, se puede encontar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para μ es de la forma:

Intervalos de Confianza

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t\,(n-1)\,.$$

Realizando un proceso similar al caso de muestras aleatorias con media desconocida, se puede encontar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para μ es de la forma:

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1) * \frac{S}{\sqrt{n}}\,.$$

Ejemplo 84

Una máquina produce varillas de metal utilizadas en el sistema de suspensión de un automóvil.

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t\,(n-1)\,.$$

Realizando un proceso similar al caso de muestras aleatorias con media desconocida, se puede encontar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para μ es de la forma:

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1) * \frac{S}{\sqrt{n}}\,.$$

Ejemplo 84

Una máquina produce varillas de metal utilizadas en el sistema de suspensión de un automóvil. De la experiencia se ha encontrado que los diámetros de este tipo de varillas, se distribuyen normalmente.

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t\,(n-1)\,.$$

Realizando un proceso similar al caso de muestras aleatorias con media desconocida, se puede encontar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para μ es de la forma:

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1) * \frac{S}{\sqrt{n}}\,.$$

Ejemplo 84

Una máquina produce varillas de metal utilizadas en el sistema de suspensión de un automóvil. De la experiencia se ha encontrado que los diámetros de este tipo de varillas, se distribuyen normalmente. Se toma una m.a. de 15 varillas y se miden sus respectivos diámetros.

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t\,(n-1)\,.$$

Realizando un proceso similar al caso de muestras aleatorias con media desconocida, se puede encontar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para μ es de la forma:

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1) * \frac{S}{\sqrt{n}}\,.$$

Ejemplo 84

Una máquina produce varillas de metal utilizadas en el sistema de suspensión de un automóvil. De la experiencia se ha encontrado que los diámetros de este tipo de varillas, se distribuyen normalmente. Se toma una m.a. de 15 varillas y se miden sus respectivos diámetros. Se obtiene un diámetro promedio de 8.234 cm con una desviación estándar de 0.0253 cms.

Intervalos de Confianza

Intervalos de Confianza para la Media: Distribuciones Normales

Volviendo al problema inicial, suponga que se tiene $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$. Si σ^2 desconocida se puede mostrar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t\,(n-1)\,.$$

Realizando un proceso similar al caso de muestras aleatorias con media desconocida, se puede encontar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para μ es de la forma:

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1) * \frac{S}{\sqrt{n}}\,.$$

Ejemplo 84

Una máquina produce varillas de metal utilizadas en el sistema de suspensión de un automóvil. De la experiencia se ha encontrado que los diámetros de este tipo de varillas, se distribuyen normalmente. Se toma una m.a. de 15 varillas y se miden sus respectivos diámetros. Se obtiene un diámetro promedio de 8.234 cm con una desviación estándar de 0.0253 cms. Estime el diámetro promedio real de estas varillas usando un I.C. bilateral al $95\,\%$.

Intervalos de Confianza

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$.

Intervalos de Confianza

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$. Un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$. Un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$\bar{X} \pm t_{0.025}(n-1)\,\frac{s}{\sqrt{15}}\,.$$

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$. Un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$\bar{X} \pm t_{0.025}(n-1)\,\frac{s}{\sqrt{15}}\,.$$

Ahora, de la tabla de la distribución t, se tiene que $t_{0.025}(14) = 2.145$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$. Un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$\bar{X} \pm t_{0.025}(n-1)\,\frac{s}{\sqrt{15}}\,.$$

Ahora, de la tabla de la distribución t, se tiene que $t_{0.025}(14) = 2.145$. En R se usa el comando *qt(0.975,14)=2.1447*.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$. Un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$\bar{X} \pm t_{0.025}(n-1)\,\frac{s}{\sqrt{15}}\,.$$

Ahora, de la tabla de la distribución t, se tiene que $t_{0.025}(14) = 2.145$. En R se usa el comando *qt(0.975,14)=2.1447*. Con esto se obtiene que un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$. Un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$\bar{X} \pm t_{0.025}(n-1)\,\frac{s}{\sqrt{15}}\,.$$

Ahora, de la tabla de la distribución t, se tiene que $t_{0.025}(14) = 2.145$. En R se usa el comando *qt(0.975,14)=2.1447*. Con esto se obtiene que un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$8.234 \pm 2.145\,\frac{0.0253}{\sqrt{15}} \quad \Leftrightarrow \quad 8.234 \pm 0.014 \quad \Leftrightarrow \quad (8.220\,,\, 8.248)\,.$$

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los diámetros de las 15 varillas. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas. Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 8.234$, y $s = 0.0253$, con $n = 15$. Un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$\bar{X} \pm t_{0.025}(n-1)\,\frac{s}{\sqrt{15}}\,.$$

Ahora, de la tabla de la distribución t, se tiene que $t_{0.025}(14) = 2.145$. En R se usa el comando *qt(0.975,14)=2.1447*. Con esto se obtiene que un I.C. al $95\,\%$ para μ está dado por:

$$8.234 \pm 2.145\,\frac{0.0253}{\sqrt{15}} \quad \Leftrightarrow \quad 8.234 \pm 0.014 \quad \Leftrightarrow \quad (8.220\,,\,8.248)\,.$$

Se espera que el diámetro medio real de las varillas esté entre 8.22 y 8.25 cms., con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años.

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente.

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias.

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias. Halle un I.C. bilateral al $95\,\%$ para μ: dias de estancia promedio en dicha clínica.

Intervalos de Confianza

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias. Halle un I.C. bilateral al $95\,\%$ para μ: dias de estancia promedio en dicha clínica.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los días de estancia de los 15 pacientes. pause $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas.

Intervalos de Confianza

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias. Halle un I.C. bilateral al $95\,\%$ para μ: dias de estancia promedio en dicha clínica.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los días de estancia de los 15 pacientes. pause $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas.

De la información recolectada sabemos que $\bar{x} = 5.4\,, \quad s = 3.1 \quad y \quad n = 15\,.$

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias. Halle un I.C. bilateral al $95\,\%$ para μ: dias de estancia promedio en dicha clínica.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los días de estancia de los 15 pacientes. pause $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas.

De la información recolectada sabemos que $\bar{x} = 5.4$, $\quad s = 3.1 \quad y \quad n = 15$. Así, Un I.C. al $95\,\%$ para μ es de la forma: $\bar{x} \pm t_{0.025}(14)\,\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Intervalos de Confianza

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias. Halle un I.C. bilateral al $95\,\%$ para μ: dias de estancia promedio en dicha clínica.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los días de estancia de los 15 pacientes. pause $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas.

De la información recolectada sabemos que $\bar{x} = 5.4\,, \quad s = 3.1 \quad y \quad n = 15$. Así, Un I.C. al $95\,\%$ para μ es de la forma: $\bar{x} \pm t_{\,0.025}(14)\,\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Como $t_{\,0.025}(14) = 2.145$, se tiene que un I.C al $95\,\%$ para μ es:

Intervalos de Confianza

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias. Halle un I.C. bilateral al $95\,\%$ para μ: dias de estancia promedio en dicha clínica.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los días de estancia de los 15 pacientes. pause $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas.

De la información recolectada sabemos que $\bar{x} = 5.4\,, \quad s = 3.1 \quad y \quad n = 15$. Así, Un I.C. al $95\,\%$ para μ es de la forma: $\bar{x} \pm t_{\,0.025}(14)\,\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Como $t_{\,0.025}(14) = 2.145$, se tiene que un I.C al $95\,\%$ para μ es:

$$5.4 \pm 2.145\left(3.1/\sqrt{15}\right) \quad \Leftrightarrow \quad (3.383, 6.817)\,.$$

Ejemplo 85

La dirección de una clínica desea estimar el número de dias de estancia promedio necesario para el tratamiento de pacientes entre 25 y 34 años. El estudio de esta variable durante muchos años, a permitido determinar que el número de dias de estancia se distribuye normalmente. Una m.a. de 15 pacientes arrojó un promedio de 5.4 dias y una desviación estándar de 3.1 dias. Halle un I.C. bilateral al $95\,\%$ para μ: dias de estancia promedio en dicha clínica.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{15}$ una m.a. que representa los días de estancia de los 15 pacientes. pause $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, \ldots, 15$, ambas desconocidas.

De la información recolectada sabemos que $\bar{x} = 5.4\,, \quad s = 3.1 \quad y \quad n = 15$. Así, Un I.C. al $95\,\%$ para μ es de la forma: $\bar{x} \pm t_{\,0.025}(14)\,\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Como $t_{\,0.025}(14) = 2.145$, se tiene que un I.C al $95\,\%$ para μ es:

$$5.4 \pm 2.145\left(3.1/\sqrt{15}\right) \quad \Leftrightarrow \quad (3.383, 6.817)\,.$$

En promedio, un paciente permanece en la clínita entre 3.4 y 6.8 días, con una confianza del $95\,\%$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. independiente de la anterior de otra población con media μ_Y y varianza σ_Y^2.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. independiente de la anterior de otra población con media μ_Y y varianza σ_Y^2. ¿Como calcular un I.C. al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$?

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. independiente de la anterior de otra población con media μ_Y y varianza σ_Y^2. ¿Como calcular un I.C. al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$?

Como ambas nuestras son E.I. entonces $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ también lo son.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. independiente de la anterior de otra población con media μ_Y y varianza σ_Y^2. ¿Como calcular un I.C. al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$?

Como ambas nuestras son E.I. entonces $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ también lo son. Ahora

$$E\left[\bar{X} - \bar{Y}\right] = \mu_X - \mu_Y \quad \text{y} \quad Var\left[\bar{X} - \bar{Y}\right] = \frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}\,.$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. independiente de la anterior de otra población con media μ_Y y varianza σ_Y^2. ¿Como calcular un I.C. al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$?

Como ambas nuestras son E.I. entonces $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ también lo son. Ahora

$$E\left[\bar{X} - \bar{Y}\right] = \mu_X - \mu_Y \quad \text{y} \quad Var\left[\bar{X} - \bar{Y}\right] = \frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}\,.$$

En este caso la distribución muestral de $\bar{X} - \bar{Y}$ tiene media $\mu_X - \mu_Y$ y varianza $\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}$, pero no es claro cual sería la forma funcional de la dicha distribución Muestral.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. independiente de la anterior de otra población con media μ_Y y varianza σ_Y^2. ¿Como calcular un I.C. al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$?

Como ambas nuestras son E.I. entonces $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ también lo son. Ahora

$$E\left[\bar{X}-\bar{Y}\right] = \mu_X - \mu_Y \quad \text{y} \quad Var\left[\bar{X}-\bar{Y}\right] = \frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}\ .$$

En este caso la distribución muestral de $\bar{X}-\bar{Y}$ tiene media $\mu_X - \mu_Y$ y varianza $\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}$, pero no es claro cual sería la forma funcional de la dicha distribución Muestral.

Ahora, si los tamaños muestrales n y m son realativamente grandes, el TLC garantiza que:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una población con media μ_X y varianza σ_X^2. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. independiente de la anterior de otra población con media μ_Y y varianza σ_Y^2. ¿Como calcular un I.C. al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$?

Como ambas nuestras son E.I. entonces $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ también lo son. Ahora

$$E\left[\bar{X}-\bar{Y}\right] = \mu_X - \mu_Y \quad \text{y} \quad Var\left[\bar{X}-\bar{Y}\right] = \frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}\ .$$

En este caso la distribución muestral de $\bar{X}-\bar{Y}$ tiene media $\mu_X - \mu_Y$ y varianza $\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}$, pero no es claro cual sería la forma funcional de la dicha distribución Muestral.

Ahora, si los tamaños muestrales n y m son realativamente grandes, el TLC garantiza que:

$$\frac{\bar{X}-\bar{Y}-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n}+\frac{\sigma_Y^2}{m}}} \overset{aprox}{\sim} n(0\,,\,1) \quad ; \quad n, m \to +\infty\ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}} \ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, podemos usar S_X^2 y S_Y^2 las respectivas varianzas muestrales.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X-\mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x}-\bar{y}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n}+\frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, podemos usar S_X^2 y S_Y^2 las respectivas varianzas muestrales. Así, un I.C. aproximado al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X-\mu_Y$ es:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, podemos usar S_X^2 y S_Y^2 las respectivas varianzas muestrales. Así, un I.C. aproximado al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, podemos usar S_X^2 y S_Y^2 las respectivas varianzas muestrales. Así, un I.C. aproximado al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ .$$

Los respectivos I.C aproximados unilaterales al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ son:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras aleatorias de distribuciones no-normales

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, podemos usar S_X^2 y S_Y^2 las respectivas varianzas muestrales. Así, un I.C. aproximado al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ .$$

Los respectivos I.C aproximados unilaterales al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ son:

$$\left(\bar{x} - \bar{y} - z_{\alpha} \sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ ,\ \infty\right) \quad o \quad \left(-\infty\ ,\ \bar{x} - \bar{y} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\right)$$

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B.

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes.

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B.

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$.

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A.

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A. Sea $Y_1, \ldots, Y_{49}$ otra muestra aleatoria que representa los rendimientos con el catalizador B.

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A. Sea $Y_1, \ldots, Y_{49}$ otra muestra aleatoria que representa los rendimientos con el catalizador B. Ambas m.a. son E.I.

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A. Sea $Y_1, \ldots, Y_{49}$ otra muestra aleatoria que representa los rendimientos con el catalizador B. Ambas m.a. son E.I. Suponga que $E\left[X_i\right] = \mu_X$, $Var\left[X_i\right] = \sigma_X^2$, $E\left[Y_j\right] = \mu_Y$ y $Var\left[Y_j\right] = \sigma_Y^2$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A. Sea $Y_1, \ldots, Y_{49}$ otra muestra aleatoria que representa los rendimientos con el catalizador B. Ambas m.a. son E.I. Suponga que $E[X_i] = \mu_X$, $Var[X_i] = \sigma_X^2$, $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$. Un I.C. bilateral aproximado al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A. Sea $Y_1, \ldots, Y_{49}$ otra muestra aleatoria que representa los rendimientos con el catalizador B. Ambas m.a. son E.I. Suponga que $E\left[X_i\right] = \mu_X$, $Var\left[X_i\right] = \sigma_X^2$, $E\left[Y_j\right] = \mu_Y$ y $Var\left[Y_j\right] = \sigma_Y^2$. Un I.C. bilateral aproximado al $100\left(1-\alpha\right)\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ .$$

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A. Sea $Y_1, \ldots, Y_{49}$ otra muestra aleatoria que representa los rendimientos con el catalizador B. Ambas m.a. son E.I. Suponga que $E\left[X_i\right] = \mu_X$, $Var\left[X_i\right] = \sigma_X^2$, $E\left[Y_j\right] = \mu_Y$ y $Var\left[Y_j\right] = \sigma_Y^2$. Un I.C. bilateral aproximado al $100\left(1-\alpha\right)\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ .$$

De la información muestral se tiene que $\bar{x} = 86,\ s_X = 3,\ n = 36,\ \bar{y} = 89,\ s_Y = 2,\ m = 49\,.$

Ejemplo 86

En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores A y B. Se sospecha que ambos catalizadores podrían tener en promedio rendimientos diferentes. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador A y 49 con el catalizador B. Para el primer lote el rendimiento promedio fué del $86\,\%$ con una desviación estándar del $3\,\%$ y para el segundo lote se obtuvo un rendimiento promedio de 89 con una desviación estándar de $2\,\%$. ¿Son ciertas las sospechas?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{36}$ una m.a. que representa los rendimientos con el catalizador A. Sea $Y_1, \ldots, Y_{49}$ otra muestra aleatoria que representa los rendimientos con el catalizador B. Ambas m.a. son E.I. Suponga que $E\left[X_i\right] = \mu_X$, $Var\left[X_i\right] = \sigma_X^2$, $E\left[Y_j\right] = \mu_Y$ y $Var\left[Y_j\right] = \sigma_Y^2$. Un I.C. bilateral aproximado al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ .$$

De la información muestral se tiene que $\bar{x} = 86,\ s_X = 3,\ n = 36,\ \bar{y} = 89,\ s_Y = 2,\ m = 49$. Haciendo $\alpha = 0.05$, se tiene que $z_{0.025} = 1.96$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(86-89) \pm 1.96\sqrt{\frac{3^2}{36}+\frac{2^2}{49}} \;\Leftrightarrow\; -3 \pm 1.129 \Leftrightarrow\; (-4.13,\,-1.87)\,.$$

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(86-89) \pm 1.96\sqrt{\frac{3^2}{36}+\frac{2^2}{49}} \;\Leftrightarrow\; -3 \pm 1.129 \Leftrightarrow \; (-4.13,\,-1.87)\,.$$

Como este intervalo NO contiene el valor 0, esto implica que $\mu_X - \mu_Y \neq 0\,.$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(86-89) \pm 1.96\sqrt{\frac{3^2}{36}+\frac{2^2}{49}} \;\Leftrightarrow\; -3 \pm 1.129 \Leftrightarrow \;(-4.13,\,-1.87)\,.$$

Como este intervalo NO contiene el valor 0, esto implica que $\mu_X - \mu_Y \neq 0$. Con una confianza aproximada del $95\,\%$ se puede afirmar que los rendimientos medios obtenidos por el usos de ambos catalizadores son diferentes.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(86-89) \pm 1.96\sqrt{\frac{3^2}{36}+\frac{2^2}{49}} \;\; \Leftrightarrow \;\; -3 \pm 1.129 \Leftrightarrow \;\; (-4.13,\, -1.87)\;.$$

Como este intervalo NO contiene el valor 0, esto implica que $\mu_X - \mu_Y \neq 0$. Con una confianza aproximada del $95\,\%$ se puede afirmar que los rendimientos medios obtenidos por el usos de ambos catalizadores son diferentes.

Al examinar el I.C se observa que ambos límites son negativos, lo que podría implicar que $\mu_X - \mu_Y < 0$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(86 - 89) \pm 1.96\sqrt{\frac{3^2}{36} + \frac{2^2}{49}} \;\; \Leftrightarrow \;\; -3 \pm 1.129 \Leftrightarrow \;\; (-4.13,\, -1.87)\,.$$

Como este intervalo NO contiene el valor 0, esto implica que $\mu_X - \mu_Y \neq 0$. Con una confianza aproximada del $95\,\%$ se puede afirmar que los rendimientos medios obtenidos por el usos de ambos catalizadores son diferentes.

Al examinar el I.C se observa que ambos límites son negativos, lo que podría implicar que $\mu_X - \mu_Y < 0$.

Para probar esto un, I.C Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(86-89) \pm 1.96\sqrt{\frac{3^2}{36}+\frac{2^2}{49}} \;\;\Leftrightarrow\;\; -3 \pm 1.129 \Leftrightarrow \;\; (-4.13,\, -1.87)\,.$$

Como este intervalo NO contiene el valor 0, esto implica que $\mu_X - \mu_Y \neq 0$. Con una confianza aproximada del $95\,\%$ se puede afirmar que los rendimientos medios obtenidos por el usos de ambos catalizadores son diferentes.

Al examinar el I.C se observa que ambos límites son negativos, lo que podría implicar que $\mu_X - \mu_Y < 0$.

Para probar esto un, I.C Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\left(-\infty\;,\;(86-89) + z_{0.05}\sqrt{\frac{3^2}{36}+\frac{2^2}{49}}\right) \;\;\Leftrightarrow\;\; (\,-\infty,\, -2.05)\,.$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así un I.C aproximado al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(86 - 89) \pm 1.96\sqrt{\frac{3^2}{36} + \frac{2^2}{49}} \;\;\Leftrightarrow\;\; -3 \pm 1.129 \Leftrightarrow \;\; (-4.13,\, -1.87)\;.$$

Como este intervalo NO contiene el valor 0, esto implica que $\mu_X - \mu_Y \neq 0$. Con una confianza aproximada del $95\,\%$ se puede afirmar que los rendimientos medios obtenidos por el usos de ambos catalizadores son diferentes.

Al examinar el I.C se observa que ambos límites son negativos, lo que podría implicar que $\mu_X - \mu_Y < 0$.

Para probar esto un, I.C Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\left(-\infty\;,\;(86 - 89) + z_{0.05}\sqrt{\frac{3^2}{36} + \frac{2^2}{49}}\right) \;\;\Leftrightarrow\;\; (-\infty,\, -2.05)\;.$$

Con una confianza aproximada del $95\,\%$ se puede afirmar que $\mu_X - \mu_Y < 0$, es decir, el rendimiento medio del proceso es mayor usando el Catalizador B que el Catalizador A.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\, kg/mm^2$? Comente.

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\,kg/mm^2$? Comente.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{129}$ una m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1064.

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\, kg/mm^2$? Comente.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{129}$ una m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1064. Suponga que $E\left[X_i\right] = \mu_X$ y $Var\left[X_i\right] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots 129$.

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\, kg/mm^2$? Comente.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{129}$ una m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1064. Suponga que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots 129$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{129}$ otra m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1078.

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\, kg/mm^2$? Comente.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{129}$ una m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1064. Suponga que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots 129$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{129}$ otra m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1078. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 129$.

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\, kg/mm^2$? Comente.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{129}$ una m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1064. Suponga que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots 129$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{129}$ otra m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1078. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 129$. Ambas m.a. E.I entre si.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\, kg/mm^2$? Comente.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{129}$ una m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1064. Suponga que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots 129$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{129}$ otra m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1078. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 129$. Ambas m.a. E.I entre si. La pregunta que se desea responder se puede resumir en la siguiente expresión: ¿$\mu_Y > \mu_X + 10$? .

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Ejemplo 87

Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varillas para alambres y se obtuvieron los siguientes resultados:

Grado	Tamaño Muestral	Media Muestral	Desviación Estándar
AISI-1064	$n = 129$	$\bar{x} = 107.6$	$s_X = 1.3$
AISI-1078	$m = 129$	$\bar{y} = 123.6$	$s_Y = 2.0$

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\,kg/mm^2$? Comente.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{129}$ una m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1064. Suponga que $E\left[X_i\right] = \mu_X$ y $Var\left[X_i\right] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots 129$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{129}$ otra m.a. que representa las resistencias de las 129 varillas tipo 1078. Asuma que $E\left[Y_j\right] = \mu_Y$ y $Var\left[Y_j\right] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 129$. Ambas m.a. E.I entre si. La pregunta que se desea responder se puede resumir en la siguiente expresión: ¿$\mu_Y > \mu_X + 10$? . Esto equivale a verificar si $\mu_Y - \mu_X > 10 \Leftrightarrow \mu_X - \mu_y < -10$.

Solución

Un I.C aproximado Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$, en concordancia con la pregunta, es de la forma:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Un I.C aproximado Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$, en concordancia con la pregunta, es de la forma:

$$\left(-\infty\ ,\ (\bar{x}-\bar{y}) + z_{0.05}\sqrt{\frac{s_x^2}{129}+\frac{s_Y^2}{129}}\ \right)\ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Un I.C aproximado Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$, en concordancia con la pregunta, es de la forma:

$$\left(-\infty \ , \ (\bar{x} - \bar{y}) + z_{0.05} \sqrt{\frac{s_x^2}{129} + \frac{s_Y^2}{129}} \ \right) \ .$$

Usando los datos de la tabla anterior y sabiendo que $z_{0.05} = 1.645$, se tiene:

Solución

Un I.C aproximado Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$, en concordancia con la pregunta, es de la forma:

$$\left(-\infty \ , \ (\bar{x}-\bar{y}) + z_{0.05}\sqrt{\frac{s_x^2}{129}+\frac{s_Y^2}{129}}\right) \ .$$

Usando los datos de la tabla anterior y sabiendo que $z_{0.05} = 1.645$, se tiene:

$$\left(-\infty \ , \ (107.6-123.6) + 1.645\sqrt{\frac{1.3^2}{129}+\frac{2.0^2}{129}}\right) \Leftrightarrow (-\infty\,,\,-15.65) \ .$$

Observe que que este I.C aproximado indica que $\mu_X - \mu_Y < -15.65$, con una confianza aproximada del $95\,\%$.

Solución

Un I.C aproximado Unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$, en concordancia con la pregunta, es de la forma:

$$\left(-\infty\ ,\ (\bar{x} - \bar{y}) + z_{0.05} \sqrt{\frac{s_x^2}{129} + \frac{s_Y^2}{129}} \right) .$$

Usando los datos de la tabla anterior y sabiendo que $z_{0.05} = 1.645$, se tiene:

$$\left(-\infty\ ,\ (107.6 - 123.6) + 1.645 \sqrt{\frac{1.3^2}{129} + \frac{2.0^2}{129}} \right) \Leftrightarrow (-\infty\,, -15.65)\ .$$

Observe que que este I.C aproximado indica que $\mu_X - \mu_Y < -15.65$, con una confianza aproximada del $95\,\%$. Por lo tanto, se cumple que $\mu_X - \mu_Y < -10$, con una confianza aproximada del $95\,\%$, es decir que la resistencia promedio real del grado 1078 supera a la del grado 1064 en más de $10\,kg/mm^2$.

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}} \ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Pero si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, es necesario usar una distribución que tenga en cuenta el desconocimiento de las varianzas poblacionales bajo normalidad.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}} \; .$$

Pero si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, es necesario usar una distribución que tenga en cuenta el desconocimiento de las varianzas poblacionales bajo normalidad. Esa es la distribución t.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Pero si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, es necesario usar una distribución que tenga en cuenta el desconocimiento de las varianzas poblacionales bajo normalidad. Esa es la distribución t. Dependiendo de la relación entre estas varianzas poblacionales, se pueden distinguir dos casos:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}} \ .$$

Pero si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, es necesario usar una distribución que tenga en cuenta el desconocimiento de las varianzas poblacionales bajo normalidad. Esa es la distribución t. Dependiendo de la relación entre estas varianzas poblacionales, se pueden distinguir dos casos:

Caso I: $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\ .$$

Pero si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, es necesario usar una distribución que tenga en cuenta el desconocimiento de las varianzas poblacionales bajo normalidad. Esa es la distribución t. Dependiendo de la relación entre estas varianzas poblacionales, se pueden distinguir dos casos:

Caso I: $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. Se puede probar que:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

Suponga que se tiene una m.a $X_1, \ldots, X_n$ de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$ y que $Y_1, \ldots, Y_m$ es otra m.a. de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$; ambas m.a son independientes entre sí. Si σ_X^2 y σ_Y^2 son conocidas, un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}} \ .$$

Pero si σ_X^2 y σ_Y^2 son desconocidas, es necesario usar una distribución que tenga en cuenta el desconocimiento de las varianzas poblacionales bajo normalidad. Esa es la distribución t. Dependiendo de la relación entre estas varianzas poblacionales, se pueden distinguir dos casos:

Caso I: $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. Se puede probar que:

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_X - \mu_Y)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim t(n+m-2) \ ,$$

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\, s_X^2 + (m-1)\, s_Y^2}{n+m-2}$.

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\,s_X^2 + (m-1)\,s_Y^2}{n+m-2}$.

En este caso se puede deducir que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\, s_X^2 + (m-1)\, s_Y^2}{n+m-2}$.

En este caso se puede deducir que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm t_{\alpha/2}(n+m-2)\; s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\ ,$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\,s_X^2 + (m-1)\,s_Y^2}{n+m-2}$.

En este caso se puede deducir que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm t_{\alpha/2}(n+m-2)\; s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\ ,$$

donde $t_{\alpha/2}(n+m-2)$ corresponde al cuantil superior de una distribución t con $n+m-2$ grados de libertad.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\,s_X^2 + (m-1)\,s_Y^2}{n+m-2}$.

En este caso se puede deducir que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm t_{\alpha/2}(n+m-2)\; s_p\,\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\ ,$$

donde $t_{\alpha/2}(n+m-2)$ corresponde al cuantil superior de una distribución t con $n+m-2$ grados de libertad. s_p^2 es llamada *Varianza Mezclada* o $Spooled$.

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\,s_X^2 + (m-1)\,s_Y^2}{n+m-2}$.

En este caso se puede deducir que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \,\pm\, t_{\alpha/2}(n+m-2)\; s_p\,\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\ ,$$

donde $t_{\alpha/2}(n+m-2)$ corresponde al cuantil superior de una distribución t con $n+m-2$ grados de libertad. s_p^2 es llamada *Varianza Mezclada* o $Spooled$.

Caso II: $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\,s_X^2 + (m-1)\,s_Y^2}{n+m-2}$.

En este caso se puede deducir que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm t_{\alpha/2}(n+m-2)\; s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\ ,$$

donde $t_{\alpha/2}(n+m-2)$ corresponde al cuantil superior de una distribución t con $n+m-2$ grados de libertad. s_p^2 es llamada *Varianza Mezclada* o $Spooled$.

Caso II: $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$. En este un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde $s_p^2 = \dfrac{(n-1)\,s_X^2 + (m-1)\,s_Y^2}{n+m-2}$.

En este caso se puede deducir que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \,\pm\, t_{\alpha/2}(n+m-2)\; s_p\,\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\ ,$$

donde $t_{\alpha/2}(n+m-2)$ corresponde al cuantil superior de una distribución t con $n+m-2$ grados de libertad. s_p^2 es llamada *Varianza Mezclada* o $Spooled$.

Caso II: $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$. En este un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\bar{x} - \bar{y} \pm t_{\alpha/2}(\nu)\,\sqrt{\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}}\ ,$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}}.$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}}.$$

Dado que ν puede no ser un valor entero, se suele aproximar al entero más cercano.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}} .$$

Dado que ν puede no ser un valor entero, se suele aproximar al entero más cercano.

Ejemplo 88

Se investiga el diámetro de las varillas de acero fabricadas en dos diferentes máquinas de extrusión.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}}\,.$$

Dado que ν puede no ser un valor entero, se suele aproximar al entero más cercano.

Ejemplo 88

Se investiga el diámetro de las varillas de acero fabricadas en dos diferentes máquinas de extrusión. La experiencia indica que dichos diámetros tienen una distribución normal, para ambos tipos de máquinas.

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}}.$$

Dado que ν puede no ser un valor entero, se suele aproximar al entero más cercano.

Ejemplo 88

Se investiga el diámetro de las varillas de acero fabricadas en dos diferentes máquinas de extrusión. La experiencia indica que dichos diámetros tienen una distribución normal, para ambos tipos de máquinas. Para ello se toman dos m.a de tamaños $n = 14$ y $m = 18$ y se miden sus respectivos diámetros.

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}}\,.$$

Dado que ν puede no ser un valor entero, se suele aproximar al entero más cercano.

Ejemplo 88

Se investiga el diámetro de las varillas de acero fabricadas en dos diferentes máquinas de extrusión. La experiencia indica que dichos diámetros tienen una distribución normal, para ambos tipos de máquinas. Para ello se toman dos m.a de tamaños $n = 14$ y $m = 18$ y se miden sus respectivos diámetros. Las medias y varianzas muestrales obtenidas son $\bar{x} = 8.73,\ s_X^2 = 0.35,\ \bar{y} = 8.68,\ s_Y^2 = 0.4$.

Muestras Aleatorias de distribuciones Normales

donde

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_X^2}{n} + \frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_X^2}{n}\right)^2}{n-1} + \frac{\left(\frac{s_Y^2}{m}\right)^2}{m-1}}.$$

Dado que ν puede no ser un valor entero, se suele aproximar al entero más cercano.

Ejemplo 88

Se investiga el diámetro de las varillas de acero fabricadas en dos diferentes máquinas de extrusión. La experiencia indica que dichos diámetros tienen una distribución normal, para ambos tipos de máquinas. Para ello se toman dos m.a de tamaños $n = 14$ y $m = 18$ y se miden sus respectivos diámetros. Las medias y varianzas muestrales obtenidas son $\bar{x} = 8.73,\ s_X^2 = 0.35,\ \bar{y} = 8.68,\ s_Y^2 = 0.4$. Construya un I.C bilateral al $95\,\%$ para la diferencia en los diámetros promedios de las varillas fabricadas por las dos máquinas, asumiendo:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Ejemplo 88

1. $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Ejemplo 88

1. $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.
2. $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$.

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{15}$ es una m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina A;

Ejemplo 88

1. $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.
2. $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$.

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{15}$ es una m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina A; sea $Y_1, \ldots, Y_{18}$ otra m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina B.

Ejemplo 88

1. $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.
2. $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$.

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{15}$ es una m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina A; sea $Y_1, \ldots, Y_{18}$ otra m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina B. Del enunciado se tiene que:

Ejemplo 88

1. $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.
2. $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$.

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{15}$ es una m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina A; sea $Y_1, \ldots, Y_{18}$ otra m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina B. Del enunciado se tiene que:

$$X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right) \ , \ i = 1, \ldots, 15 \ ; \ Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right) \ , \ j = 1, \ldots, 18 \, .$$

Ejemplo 88

1. $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.
2. $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$.

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{15}$ es una m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina A; sea $Y_1, \ldots, Y_{18}$ otra m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina B. Del enunciado se tiene que:

$$X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right) \ , \ i = 1, \ldots, 15 \ ; \ Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right) \ , \ j = 1, \ldots, 18 \, .$$

De la información muestral se obtuvo:

Ejemplo 88

1. $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.
2. $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$.

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{15}$ es una m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina A; sea $Y_1, \ldots, Y_{18}$ otra m.a que representa los diámetros de las varillas producidas por la máquina B. Del enunciado se tiene que:

$$X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)\ ,\ i = 1, \ldots, 15\ ;\ Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)\ ,\ j = 1, \ldots, 18\ .$$

De la información muestral se obtuvo:

$$\bar{x} = 8.73\ ,\ s_X^2 = 0.35\ ,\ n = 14 \quad ; \quad \bar{y} = 8.68\ ,\ s_Y^2 = 0.4\ ,\ m = 18\ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \pm t_{0.025}(30)\, s_p \sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{18}}\ ,$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \,\pm\, t_{0.025}(30)\, s_p \sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{18}}\ ,$$

donde $s_p^2 = \frac{13\, s_X^2 + 17\, s_Y^2}{30} = 0.3783$ y así $s_p = 0.615$. Además $t_{0.025}(30) = 2.042$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \,\pm\, t_{0.025}(30)\, s_p \sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{18}}\ ,$$

donde $s_p^2 = \frac{13\, s_X^2 + 17\, s_Y^2}{30} = 0.3783$ y así $s_p = 0.615$. Además $t_{0.025}(30) = 2.042$. Un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \,\pm\, t_{0.025}(30)\, s_p \sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{18}}\ ,$$

donde $s_p^2 = \frac{13\,s_X^2 + 17\,s_Y^2}{30} = 0.3783$ y así $s_p = 0.615$. Además $t_{0.025}(30) = 2.042$. Un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 0.447 \quad \Leftrightarrow \quad (-0.397\,,\ 0.498)\ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \,\pm\, t_{0.025}(30)\, s_p \sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{18}}\ ,$$

donde $s_p^2 = \frac{13\, s_X^2 + 17\, s_Y^2}{30} = 0.3783$ y así $s_p = 0.615$. Además $t_{0.025}(30) = 2.042$. Un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 0.447 \quad \Leftrightarrow \quad (-0.397\, ,\ 0.498)\ .$$

Este intervalo contiene el valor 0, lo cual indica que $\mu_X = \mu_Y$ con una confianza del $95\,\%$, es decir, los diámetros medios de ambas varillas son similares para ambas máquinas.

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \pm t_{0.025}(30)\, s_p \sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{18}} \ ,$$

donde $s_p^2 = \frac{13\, s_X^2 + 17\, s_Y^2}{30} = 0.3783$ y así $s_p = 0.615$. Además $t_{0.025}(30) = 2.042$. Un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 0.447 \quad \Leftrightarrow \quad (-0.397\,,\ 0.498)\ .$$

Este intervalo contiene el valor 0, lo cual indica que $\mu_X = \mu_Y$ con una confianza del $95\,\%$, es decir, los diámetros medios de ambas varillas son similares para ambas máquinas.

2. Como $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

1. Como $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \pm t_{0.025}(30)\, s_p \sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{18}}\ ,$$

donde $s_p^2 = \frac{13\, s_X^2 + 17\, s_Y^2}{30} = 0.3783$ y así $s_p = 0.615$. Además $t_{0.025}(30) = 2.042$. Un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 0.447 \quad \Leftrightarrow \quad (-0.397\,,\ 0.498)\ .$$

Este intervalo contiene el valor 0, lo cual indica que $\mu_X = \mu_Y$ con una confianza del $95\,\%$, es decir, los diámetros medios de ambas varillas son similares para ambas máquinas.

2. Como $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$(8.73 - 8.68) \pm t_{0.025}(\nu) \sqrt{\frac{s_X^2}{14} + \frac{s_Y^2}{18}}\ ,$$

donde $\nu = 28.913 \approx 29$ y $t_{0.025}(29) = 2.045$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \,\pm\, 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14} + \frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\; 0.494)\,.$$

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14}+\frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\ 0.494)\ .$$

La conclusión es similar al numeral anterior, no hay diferencias entre los diámetros medios de las varillas producidas por ambas máquinas, con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 89

Se realizó un experimento para comparar el tiempo promedio requerido por el cuerpo humano para absorber dos medicamentos, A y B.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14} + \frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\ 0.494)\,.$$

La conclusión es similar al numeral anterior, no hay diferencias entre los diámetros medios de las varillas producidas por ambas máquinas, con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 89

Se realizó un experimento para comparar el tiempo promedio requerido por el cuerpo humano para absorber dos medicamentos, A y B. Se cree que el fármaco B se absorbe en promedio más rápido que el A.

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14} + \frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\ 0.494)\,.$$

La conclusión es similar al numeral anterior, no hay diferencias entre los diámetros medios de las varillas producidas por ambas máquinas, con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 89

Se realizó un experimento para comparar el tiempo promedio requerido por el cuerpo humano para absorber dos medicamentos, A y B. Se cree que el fármaco B se absorbe en promedio más rápido que el A. Para verificarlo se eligieron al azar 10 personas para ensayar el fármaco A y se registraron los tiempos que tardan en alcanzar un nivel específico en la sangre.

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14} + \frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\; 0.494)\,.$$

La conclusión es similar al numeral anterior, no hay diferencias entre los diámetros medios de las varillas producidas por ambas máquinas, con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 89

Se realizó un experimento para comparar el tiempo promedio requerido por el cuerpo humano para absorber dos medicamentos, A y B. Se cree que el fármaco B se absorbe en promedio más rápido que el A. Para verificarlo se eligieron al azar 10 personas para ensayar el fármaco A y se registraron los tiempos que tardan en alcanzar un nivel específico en la sangre. El tiempo promedio requerido fue 24.8 min, con una varianza $15.57\ min^2$.

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14}+\frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\ 0.494)\,.$$

La conclusión es similar al numeral anterior, no hay diferencias entre los diámetros medios de las varillas producidas por ambas máquinas, con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 89

Se realizó un experimento para comparar el tiempo promedio requerido por el cuerpo humano para absorber dos medicamentos, A y B. Se cree que el fármaco B se absorbe en promedio más rápido que el A. Para verificarlo se eligieron al azar 10 personas para ensayar el fármaco A y se registraron los tiempos que tardan en alcanzar un nivel específico en la sangre. El tiempo promedio requerido fue 24.8 min, con una varianza $15.57\ min^2$. Al ensayar el fármaco B en 15 personas elegidas al azar, el tiempo promedio fue 22.6 min, con una varianza $17.64\ min^2$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14} + \frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\ 0.494)\,.$$

La conclusión es similar al numeral anterior, no hay diferencias entre los diámetros medios de las varillas producidas por ambas máquinas, con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 89

Se realizó un experimento para comparar el tiempo promedio requerido por el cuerpo humano para absorber dos medicamentos, A y B. Se cree que el fármaco B se absorbe en promedio más rápido que el A. Para verificarlo se eligieron al azar 10 personas para ensayar el fármaco A y se registraron los tiempos que tardan en alcanzar un nivel específico en la sangre. El tiempo promedio requerido fue 24.8 min, con una varianza $15.57\ min^2$. Al ensayar el fármaco B en 15 personas elegidas al azar, el tiempo promedio fue 22.6 min, con una varianza $17.64\ min^2$. La experiencia ha mostrado que los tiempos de absorción de ambos medicamentos se distribuyen normalmente, donde la variabilidad en los tiempos es similar para ambos fármacos.

Así, un I. C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ está dado por:

$$0.05 \pm 2.045\sqrt{\frac{0.35}{14} + \frac{0.4}{18}} \quad \Leftrightarrow \quad (-0.394\,,\ 0.494)\,.$$

La conclusión es similar al numeral anterior, no hay diferencias entre los diámetros medios de las varillas producidas por ambas máquinas, con una confianza del $95\,\%$.

Ejemplo 89

Se realizó un experimento para comparar el tiempo promedio requerido por el cuerpo humano para absorber dos medicamentos, A y B. Se cree que el fármaco B se absorbe en promedio más rápido que el A. Para verificarlo se eligieron al azar 10 personas para ensayar el fármaco A y se registraron los tiempos que tardan en alcanzar un nivel específico en la sangre. El tiempo promedio requerido fue 24.8 min, con una varianza $15.57\,min^2$. Al ensayar el fármaco B en 15 personas elegidas al azar, el tiempo promedio fue 22.6 min, con una varianza $17.64\,min^2$. La experiencia ha mostrado que los tiempos de absorción de ambos medicamentos se distribuyen normalmente, donde la variabilidad en los tiempos es similar para ambos fármacos. Usando un I.C al $95\,\%$ ¿Es cierta la creencia?

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$. El enunciado indica que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$. El enunciado indica que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. La información muestral revela que:

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$. El enunciado indica que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. La información muestral revela que:

$$\bar{x} = 24.8\ ,\ s_X^2 = 15.57\ ,\ n = 10 \quad ; \quad \bar{y} = 22.6\ ,\ s_Y^2 = 17.64\ ,\ m = 15\,.$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$. El enunciado indica que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. La información muestral revela que:

$$\bar{x} = 24.8\,,\ s_X^2 = 15.57\,,\ n = 10 \quad ; \quad \bar{y} = 22.6\,,\ s_Y^2 = 17.64\,,\ m = 15\,.$$

Así, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$. El enunciado indica que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. La información muestral revela que:

$$\bar{x} = 24.8 \, , \; s_X^2 = 15.57 \, , \; n = 10 \quad ; \quad \bar{y} = 22.6 \, , \; s_Y^2 = 17.64 \, , \; m = 15 \, .$$

Así, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(24.8 - 22.6) \pm t_{0.025}(23)\, s_p \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} \quad \Leftrightarrow \quad (-\,1.27 \, , \, 5.67) \, ,$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$. El enunciado indica que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. La información muestral revela que:

$$\bar{x} = 24.8 \,,\; s_X^2 = 15.57 \,,\; n = 10 \quad ; \quad \bar{y} = 22.6 \,,\; s_Y^2 = 17.64 \,,\; m = 15 \,.$$

Así, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(24.8 - 22.6) \pm t_{0.025}(23)\, s_p \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} \quad \Leftrightarrow \quad (-\,1.27 \,,\, 5.67) \,,$$

donde $s_p^2 = 16.83$, $t_{0.025}(23) = 2.069$ y $\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} = \sqrt{\frac{1}{6}}$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Solución

Suponga que $X_1, \ldots, X_{10}$ es una m.a que representa los tiempos de absorción de las 10 personas a las cuales se les administra el fármaco A; se tiene que $X_i \sim n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Análogamente, sea $Y_1, \ldots, Y_{15}$ otra m.a que representa los tiempos de absorción de las 15 personas a las cuales se les administra el fármaco B; similarmente se tiene que $Y_j \sim n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$. El enunciado indica que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. La información muestral revela que:

$$\bar{x} = 24.8\ ,\ s_X^2 = 15.57\ ,\ n = 10 \quad ; \quad \bar{y} = 22.6\ ,\ s_Y^2 = 17.64\ ,\ m = 15\ .$$

Así, un I.C al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$(24.8 - 22.6)\ \pm\ t_{0.025}(23)\, s_p \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} \quad \Leftrightarrow \quad (-\,1.27\,,\,5.67)\ ,$$

donde $s_p^2 = 16.83$, $t_{0.025}(23) = 2.069$ y $\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} = \sqrt{\frac{1}{6}}$.

Este intervalo permite concluir, que no hay diferencias significativas en los tiempos de absorción de ambos fármacos, con una confianza del $95\,\%$.

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\left(\bar{x} - \bar{y} - t_\alpha(n+m-2)\; s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\,,\ \infty\right).$$

Un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\left(\bar{x} - \bar{y} - t_{\alpha}(n+m-2)\, s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\,,\ \infty \right).$$

Ahora $t_{0.05}(23) = 1.714\,.$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\left(\bar{x} - \bar{y} - t_\alpha(n+m-2)\, s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\,,\ \infty\right).$$

Ahora $t_{0.05}(23) = 1.714$. Así, un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

Un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\left(\bar{x} - \bar{y} - t_{\alpha}(n+m-2)\; s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\,,\ \infty\right).$$

Ahora $t_{0.05}(23) = 1.714$. Así, un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$\left(24.8 - 22.6\; - \;1.714\,(4.10)\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}}\,,\ \infty\right) \quad \Leftrightarrow \quad (-0.669,\ \infty)\ .$$

Intervalos de Confianza para la Diferencia de Medias

Un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es de la forma:

$$\left(\bar{x} - \bar{y} - t_\alpha(n+m-2)\; s_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\,,\ \infty\right).$$

Ahora $t_{0.05}(23) = 1.714\,$. Así, un I.C unilateral al $95\,\%$ para $\mu_X - \mu_Y$ es:

$$\left(24.8 - 22.6\ -\ 1.714\,(4.10)\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}}\,,\ \infty\right) \quad \Leftrightarrow \quad (-0.669,\ \infty)\ .$$

Como este intervalo contiene el 0, no es posible afirmar, con una confianza del $95\,\%$, que $\mu_X - \mu_Y > 0\,$.