

Instrucciones del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo aplicar los conceptos de álgebra lineal al proceso de **cifrado y descifrado de mensajes mediante matrices**. Cada alumno recibe una **matriz llave** K y una **cadena de números cifrados**. Su tarea consiste en:

1. Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el **método de Gauss–Jordan**.
2. Multiplicar la matriz inversa K^{-1} por los vectores de la cadena cifrada (en bloques de 3 en 3 números).
3. Obtener la secuencia numérica original y convertirla a texto según la tabla de equivalencias proporcionada.

El mensaje resultante corresponderá a una frase corta que deberá descifrarse correctamente. Presente todos los cálculos y procedimientos paso a paso en el espacio indicado.

Ejemplo de descifrado

Suponga que se le da la siguiente matriz y cadena cifrada:

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad \text{Cadena cifrada: } [7, 18, 3, 4, 9, 2, 15, 21, 5]$$

1. **Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el método de Gauss–Jordan.**

Para ello, se forma la matriz aumentada:

$$[K \mid I] = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, aplicando operaciones elementales de fila (intercambio, multiplicación y suma), se transforma la parte izquierda en la identidad. El resultado final es:

$$[I \mid K^{-1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ 0 & 1 & 0 & -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ 0 & 0 & 1 & -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \Rightarrow K^{-1} = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix}$$

2. **Agrupar la cadena cifrada en vectores de tamaño 3:**

$$(7, 18, 3), \quad (4, 9, 2), \quad (15, 21, 5)$$

3. **Multiplicar K^{-1} por cada vector** para recuperar los números originales del mensaje. Por ejemplo, para el primer bloque:

$$\begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 18 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.50(7) - 0.39(18) - 0.22(3) \\ -0.10(7) + 0.26(18) - 0.09(3) \\ -0.25(7) + 0.24(18) + 0.18(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.83 \\ 3.03 \\ 1.45 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Repetiendo este proceso para los demás bloques, se obtienen los números descifrados.

4. Convertir los números a letras utilizando la siguiente tabla de equivalencias:

A=1	B=2	C=3	D=4	E=5	F=6
G=7	H=8	I=9	J=10	K=11	L=12
M=13	N=14	O=15	P=16	Q=17	R=18
S=19	T=20	U=21	V=22	W=23	X=24
Y=25	Z=26	Espacio=27	,=28	.=29	

5. Interpretar el mensaje obtenido.

Supongamos que el resultado final es:

[3, 15, 4, 9, 7, 15, 27, 19, 5, 3, 18, 5, 20, 15]

Usando la tabla anterior:

C O D I G O (espacio) S E C R E T O

Por lo tanto, el mensaje descifrado es:

CODIGO SECRETO

Nota: el propósito de este ejemplo es ilustrar el procedimiento paso a paso del método de Gauss–Jordan. Cada alumno deberá aplicar el mismo proceso con su propia matriz y cadena cifrada.

Proyecto 052

Nombre del alumno: _____

Matrícula: _____ Grupo: _____ Fecha de entrega: _____

Matriz llave:

$$K = \begin{pmatrix} 6.0 & 6.0 & 4.0 \\ 9.0 & 3.0 & 3.0 \\ 8.0 & 6.0 & 2.0 \end{pmatrix} \quad (\text{mód } 29)$$

Cadena cifrada:

154.0	150.0	120.0	194.0	264.0	238.0	164.0	159.0	178.0	270.0	318.0	268.0
222.0	168.0	178.0	40.0	42.0	38.0	220.0	129.0	196.0	198.0	123.0	164.0
318.0	240.0	282.0	372.0	351.0	392.0	152.0	189.0	178.0	266.0	222.0	284.0
258.0	216.0	280.0	34.0	24.0	34.0	314.0	324.0	358.0	198.0	132.0	174.0
338.0	294.0	340.0	264.0	285.0	252.0	128.0	180.0	162.0	252.0	183.0	208.0
130.0	108.0	100.0	96.0	72.0	90.0	186.0	219.0	186.0	240.0	297.0	264.0
310.0	255.0	306.0	60.0	45.0	44.0	126.0	96.0	130.0	168.0	165.0	132.0
174.0	111.0	140.0	130.0	99.0	132.0	196.0	129.0	204.0	224.0	213.0	246.0
128.0	153.0	146.0	428.0	405.0	424.0						

Espacio para cálculos y observaciones:
