

Instrucciones del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo aplicar los conceptos de álgebra lineal al proceso de **cifrado y descifrado de mensajes mediante matrices**. Cada alumno recibe una **matriz llave** K y una **cadena de números cifrados**. Su tarea consiste en:

1. Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el **método de Gauss–Jordan**.
2. Multiplicar la matriz inversa K^{-1} por los vectores de la cadena cifrada (en bloques de 3 en 3 números).
3. Obtener la secuencia numérica original y convertirla a texto según la tabla de equivalencias proporcionada.

El mensaje resultante corresponderá a una frase corta que deberá descifrarse correctamente. Presente todos los cálculos y procedimientos paso a paso en el espacio indicado.

Ejemplo de descifrado

Suponga que se le da la siguiente matriz y cadena cifrada:

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad \text{Cadena cifrada: } [7, 18, 3, 4, 9, 2, 15, 21, 5]$$

1. **Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el método de Gauss–Jordan.**

Para ello, se forma la matriz aumentada:

$$[K \mid I] = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, aplicando operaciones elementales de fila (intercambio, multiplicación y suma), se transforma la parte izquierda en la identidad. El resultado final es:

$$[I \mid K^{-1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ 0 & 1 & 0 & -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ 0 & 0 & 1 & -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \Rightarrow K^{-1} = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix}$$

2. **Agrupar la cadena cifrada en vectores de tamaño 3:**

$$(7, 18, 3), \quad (4, 9, 2), \quad (15, 21, 5)$$

3. **Multiplicar K^{-1} por cada vector** para recuperar los números originales del mensaje. Por ejemplo, para el primer bloque:

$$\begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 18 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.50(7) - 0.39(18) - 0.22(3) \\ -0.10(7) + 0.26(18) - 0.09(3) \\ -0.25(7) + 0.24(18) + 0.18(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.83 \\ 3.03 \\ 1.45 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Repetiendo este proceso para los demás bloques, se obtienen los números descifrados.

4. **Convertir los números a letras** utilizando la siguiente tabla de equivalencias:

| | | | | | |
|------|------|------------|------|------|------|
| A=1 | B=2 | C=3 | D=4 | E=5 | F=6 |
| G=7 | H=8 | I=9 | J=10 | K=11 | L=12 |
| M=13 | N=14 | O=15 | P=16 | Q=17 | R=18 |
| S=19 | T=20 | U=21 | V=22 | W=23 | X=24 |
| Y=25 | Z=26 | Espacio=27 | ,=28 | .=29 | |

5. **Interpretar el mensaje obtenido.**

Supongamos que el resultado final es:

[3, 15, 4, 9, 7, 15, 27, 19, 5, 3, 18, 5, 20, 15]

Usando la tabla anterior:

C O D I G O (espacio) S E C R E T O

Por lo tanto, el mensaje descifrado es:

| |
|----------------|
| CODIGO SECRETO |
|----------------|

Nota: el propósito de este ejemplo es ilustrar el procedimiento paso a paso del método de Gauss–Jordan. Cada alumno deberá aplicar el mismo proceso con su propia matriz y cadena cifrada.

Proyecto 054

Nombre del alumno: _____**Matrícula:** _____ **Grupo:** _____ **Fecha de entrega:** _____**Matriz llave:**

$$K = \begin{pmatrix} 8.0 & 6.0 & 8.0 \\ 3.0 & 9.0 & 5.0 \\ 7.0 & 5.0 & 6.0 \end{pmatrix} \quad (\text{mód } 29)$$

Cadena cifrada:

| | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 174.0 | 123.0 | 139.0 | 162.0 | 99.0 | 132.0 | 70.0 | 41.0 | 57.0 | 370.0 | 321.0 | 292.0 |
| 166.0 | 122.0 | 131.0 | 394.0 | 316.0 | 320.0 | 302.0 | 158.0 | 245.0 | 406.0 | 240.0 | 327.0 |
| 302.0 | 265.0 | 254.0 | 342.0 | 186.0 | 286.0 | 354.0 | 183.0 | 294.0 | 226.0 | 192.0 | 191.0 |
| 222.0 | 189.0 | 182.0 | 284.0 | 241.0 | 225.0 | 322.0 | 313.0 | 270.0 | 410.0 | 360.0 | 340.0 |
| 274.0 | 311.0 | 220.0 | 220.0 | 180.0 | 175.0 | 330.0 | 312.0 | 279.0 | 278.0 | 155.0 | 221.0 |
| 330.0 | 338.0 | 266.0 | 124.0 | 170.0 | 103.0 | 378.0 | 198.0 | 312.0 | 98.0 | 67.0 | 80.0 |
| 330.0 | 312.0 | 279.0 | 214.0 | 142.0 | 172.0 | 86.0 | 95.0 | 72.0 | 346.0 | 320.0 | 292.0 |
| 178.0 | 97.0 | 150.0 | 272.0 | 247.0 | 228.0 | 350.0 | 170.0 | 290.0 | 286.0 | 169.0 | 235.0 |
| 294.0 | 223.0 | 229.0 | 454.0 | 235.0 | 368.0 | | | | | | |

Espacio para cálculos y observaciones:
