Instrucciones del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo aplicar los conceptos de álgebra lineal al proceso de cifrado y descifrado de mensajes mediante matrices. Cada alumno recibe una matriz llave K y una cadena de números cifrados. Su tarea consiste en:

- 1. Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el **método de Gauss-Jordan**.
- 2. Multiplicar la matriz inversa K^{-1} por los vectores de la cadena cifrada (en bloques de 3 en 3 números).
- 3. Obtener la secuencia numérica original y convertirla a texto según la tabla de equivalencias proporcionada.

El mensaje resultante corresponderá a una frase corta que deberá descifrarse correctamente. Presente todos los cálculos y procedimientos paso a paso en el espacio indicado.

Ejemplo de descifrado

Suponga que se le da la siguiente matriz y cadena cifrada:

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$
, Cadena cifrada: [7, 18, 3, 4, 9, 2, 15, 21, 5]

1. Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el método de Gauss-Jordan. Para ello, se forma la matriz aumentada:

$$[K \mid I] = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, aplicando operaciones elementales de fila (intercambio, multiplicación y suma), se transforma la parte izquierda en la identidad. El resultado final es:

$$[I \mid K^{-1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ 0 & 1 & 0 & -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ 0 & 0 & 1 & -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad K^{-1} = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix}$$

2. Agrupar la cadena cifrada en vectores de tamaño 3:

3. Multiplicar K^{-1} por cada vector para recuperar los números originales del mensaje. Por ejemplo, para el primer bloque:

$$\begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 18 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.50(7) - 0.39(18) - 0.22(3) \\ -0.10(7) + 0.26(18) - 0.09(3) \\ -0.25(7) + 0.24(18) + 0.18(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.83 \\ 3.03 \\ 1.45 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Repitiendo este proceso para los demás bloques, se obtienen los números descifrados.

4. Convertir los números a letras utilizando la siguiente tabla de equivalencias:

5. Interpretar el mensaje obtenido.

Supongamos que el resultado final es:

$$[3, 15, 4, 9, 7, 15, 27, 19, 5, 3, 18, 5, 20, 15]$$

Usando la tabla anterior:

Por lo tanto, el mensaje descifrado es:

CODIGO SECRETO

Nota: el propósito de este ejemplo es ilustrar el procedimiento paso a paso del método de Gauss-Jordan. Cada alumno deberá aplicar el mismo proceso con su propia matriz y cadena cifrada.

Prov	vecto	058

Nombre del alumno: _____

Matrícula: _____ Grupo: ____ Fecha de entrega: _____

Matriz llave:

$$K = \begin{pmatrix} 6.0 & 1.0 & 1.0 \\ 5.0 & 1.0 & 3.0 \\ 6.0 & 5.0 & 3.0 \end{pmatrix} \pmod{29}$$

Cadena cifrada:

100.0	142.0	158.0	147.0	166.0	191.0	180.0	183.0	222.0	99.0	103.0	141.0
38.0	47.0	156.0	131.0	157.0	279.0	173.0	192.0	321.0	23.0	32.0	81.0
119.0	135.0	229.0	179.0	154.0	245.0	136.0	172.0	194.0	132.0	152.0	190.0
124.0	153.0	216.0	75.0	124.0	201.0	133.0	155.0	193.0	136.0	175.0	266.0
47.0	72.0	135.0	181.0	156.0	255.0	185.0	187.0	273.0	28.0	45.0	98.0
64.0	99.0	160.0	142.0	177.0	300.0	175.0	166.0	209.0	126.0	125.0	156.0
117.0	119.0	183.0	112.0	152.0	170.0	25.0	38.0	87.0	117.0	120.0	207.0
160.0	194.0	266.0	47.0	71.0	111.0	28.0	45.0	98.0	46.0	97.0	104.0
117.0	107.0	145.0	192.0	223.0	254.0						

Espacio para cálculos y observaciones: