Problemarios de Álgebra Lineal

Módulo 1: Números Imaginarios Puros

Facultad de Ingeniería Tampico – UAT

Autores:

Dr. Alejandro González Turrubiates Dr. Marcos Alfredo Azuara Hernandez Dr. Juan Enrique Bermea Barrios

30 de septiembre de 2025

Módulo 1: Números Imaginarios Puros

Objetivos de aprendizaje

- Comprender la unidad imaginaria i con $i^2 = -1$.
- Convertir raíces negativas a expresiones con i.
- Resolver operaciones básicas con imaginarios puros: suma, resta, multiplicación y división.
- Usar potencias de i mediante su periodicidad módulo 4.

Marco teórico

- Definición: $i = \sqrt{-1}$.
- Conversión de raíces negativas: $\sqrt{-a} = \sqrt{a}$ i para a > 0.
- Potencias de i:

$$i^1 = i$$
, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$, $i^n = i^{n \mod 4}$

Ejemplos guiados

Ejemplo 1. $\sqrt{-16} = 4i$.

Ejemplo 2. $\sqrt{-a^2} = ai \quad (a \ge 0).$

Ejemplo 3. $\sqrt{-4} + \sqrt{-9} = 2i + 3i = 5i$.

Actividad 1: Conversión a imaginarios

- 1) $\sqrt{-2}$
- 2) $\sqrt{-9}$
- 3) $\sqrt{-81}$
- 4) $\sqrt{-b^2}$
- 5) $\sqrt{-4m^4}$
- 6) $\sqrt{-a^2-b^2}$

Ejemplos guiados

Ejemplo 1.
$$\sqrt{-36} = 6i$$
, $\sqrt{-25} = 5i \implies 6i - 5i = i$.

Ejemplo 2.
$$12i + (-5i) + \sqrt{-12} = 12i - 5i + 2\sqrt{3}i = (7 + 2\sqrt{3})i$$
.

Actividad 2: Suma y resta

- 1) $\sqrt{-4} + \sqrt{-16}$
- 2) $3\sqrt{-64} 5\sqrt{-49} + 3\sqrt{-121}$
- 3) $3\sqrt{-a^2} + 4\sqrt{-9a^2} 3\sqrt{-4a^2}$

Ejemplos guiados

Ejemplo 1. $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = (2i)(3i) = 6i^2 = -6.$

Ejemplo 2. $(3i + 5\sqrt{2}i)(2i - 2\sqrt{2}i) = i^2(3 + 5\sqrt{2})(2 - 2\sqrt{2}) = -8.25$, y su valor absoluto es 8.25.

Actividad 3: Multiplicación

- 1) $\sqrt{-16} \cdot \sqrt{-25}$
- 2) $(2\sqrt{-2} + 5\sqrt{-3})(\sqrt{-2} 4\sqrt{-3})$
- 3) $i \cdot i \cdot i$, i^8 , i^{15}
- 4) (7i)(-3i)
- 5) (12i)(5i)(-2i)
- 6) (-4i)(-6i)
- 7) (9i)(-9i)(i)
- $8)\ (2i)(3i)(4i)(5i)$
- 9) (2i + 3i)(4i + 5i)
- 10) (i+2)(i-2)
- 11) (3i-1)(3i+1)
- 12) (i+1)(i+2)(i+3)
- 13) (2i 5)(2i + 5)(i)

Retos

Reto 1. Simplifica: (3i)(4i).

Reto 2. Evalúa: (2i)(-7i)(5i).

Reto 3. Determina: i^{2025} .

Ejemplos guiados

Ejemplo 1.
$$\frac{\sqrt{-84}}{\sqrt{-7}} = \frac{84i}{7i} = 12.$$

Ejemplo 2.
$$\frac{10\sqrt{-36}}{5\sqrt{-4}} = \frac{10 \cdot 6i}{5 \cdot 2i} = \frac{60i}{10i} = 6.$$

Actividad 4: División

- $1) \ \frac{\sqrt{-27}}{\sqrt{-3}}$
- 2) $\frac{\sqrt{-150}}{\sqrt{-3}}$
- 3) $\frac{10\sqrt{-36}}{5\sqrt{-4}}$

Ejercicios de aplicación

Ejercicio 1

Convierte a forma con $i: \sqrt{-2}$.

Solución

$$\sqrt{-2} = \sqrt{2} i.$$

Ejercicio 2

Convierte a forma con $i: \sqrt{-18}$.

Solución

$$\sqrt{-18} = 3\sqrt{2}\,i.$$

Ejercicio 3

Convierte a forma con i: $\sqrt{-75}$.

$$\sqrt{-75} = 5\sqrt{3}\,i.$$

Convierte a forma con i: $\sqrt{-0.81}$.

Solución

$$\sqrt{-0.81} = 0.9 i.$$

Ejercicio 5

Convierte a forma con $i: \sqrt{-\frac{1}{9}}$.

Solución

$$\sqrt{-\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}i.$$

Ejercicio 6

Convierte a forma con i: $\sqrt{-48x^2}$.

Solución

$$\sqrt{-48x^2} = 4\sqrt{3} |x| i$$
.

Ejercicio 7

Convierte a forma con i: $\sqrt{-9a^2}$.

Solución

$$\sqrt{-9a^2} = 3|a|i.$$

Ejercicio 8

Convierte a forma con i: $\sqrt{-4b^4}$.

$$\sqrt{-4b^4} = 2 \, b^2 \, i.$$

Convierte a forma con i: $\sqrt{-(x^2+y^2)}$.

Solución

$$\sqrt{-(x^2+y^2)} = \sqrt{x^2+y^2} i.$$

Ejercicio 10

Convierte a forma con $i: \sqrt{-98}$.

Solución

$$\sqrt{-98} = 7\sqrt{2}\,i.$$

Ejercicio 11

Convierte a forma con i: $\sqrt{-32}$.

Solución

$$\sqrt{-32} = 4\sqrt{2}\,i.$$

Ejercicio 12

Convierte a forma con i: $\sqrt{-72}$.

Solución

$$\sqrt{-72} = 6\sqrt{2}\,i.$$

Ejercicio 13

Convierte a forma con $i: \sqrt{-\frac{16}{25}}$.

$$\sqrt{-\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} i.$$

Convierte a forma con $i: \sqrt{-200}$.

Solución

$$\sqrt{-200} = 10\sqrt{2}\,i.$$

Ejercicio 15

Convierte a forma con $i: \sqrt{-12 a^2}$.

Solución

$$\sqrt{-12\,a^2} = 2\sqrt{3}\,|a|\,i.$$

Ejercicio 16

Convierte a forma con $i: \sqrt{-36 \, m^4}$.

Solución

$$\sqrt{-36 \, m^4} = 6 \, m^2 \, i.$$

Ejercicio 17

Convierte a forma con $i: \sqrt{-18 x^4}$.

Solución

$$\sqrt{-18\,x^4} = 3\sqrt{2}\,x^2\,i.$$

Ejercicio 18

Convierte a forma con i: $\sqrt{-49 y^2}$.

$$\sqrt{-49\,y^2} = 7\,|y|\,i.$$

Convierte a forma con $i: \sqrt{-3}$.

Solución

$$\sqrt{-3} = \sqrt{3} i.$$

Ejercicio 20

Convierte a forma con i: $\sqrt{-a^2b^2}$.

Solución

$$\sqrt{-a^2b^2} = |ab| i.$$

0.1 2) Suma y resta de imaginarios puros

Ejercicio 21

Calcule $\sqrt{-9} + \sqrt{-16}$.

Solución

$$\sqrt{-9} + \sqrt{-16} = 3i + 4i = 7i.$$

Ejercicio 22

Calcule $2\sqrt{-25} - \sqrt{-49}$.

Solución

$$2\sqrt{-25} - \sqrt{-49} = 2(5i) - 7i = 3i.$$

Ejercicio 23

Calcule $\sqrt{-4} + \sqrt{-36} - \sqrt{-64}$.

$$\sqrt{-4} + \sqrt{-36} - \sqrt{-64} = 2i + 6i - 8i = 0.$$

Calcule $5\sqrt{-81} + 3\sqrt{-16}$.

Solución

$$5\sqrt{-81} + 3\sqrt{-16} = 5(9i) + 3(4i) = 45i + 12i = 57i.$$

Ejercicio 25

Calcule $\sqrt{-121} - 2\sqrt{-49}$.

Solución

$$\sqrt{-121} - 2\sqrt{-49} = 11i - 14i = -3i.$$

Ejercicio 26

Calcule $\sqrt{-1} + \sqrt{-4} + \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$.

Solución

i + 2i + 3i + 4i = 10i.

Ejercicio 27

Calcule $\sqrt{-100} - \sqrt{-25} + \sqrt{-9}$.

Solución

$$10i - 5i + 3i = 8i$$
.

Ejercicio 28

Calcule $3\sqrt{-49} - \sqrt{-121}$.

$$3(7i) - 11i = 21i - 11i = 10i.$$

Calcule
$$\sqrt{-64} + \sqrt{-36} - \sqrt{-4}$$
.

Solución

$$8i + 6i - 2i = 12i$$
.

Ejercicio 30

Calcule
$$-2\sqrt{-9} + \sqrt{-81}$$
.

Solución

$$-2(3i) + 9i = -6i + 9i = 3i.$$

Ejercicio 31

Calcule $\sqrt{-m^2} + \sqrt{-4m^2}$.

Solución

$$\sqrt{-m^2} + \sqrt{-4m^2} = mi + 2mi = 3mi.$$

Ejercicio 32

Calcule
$$7\sqrt{-x^2} - 3\sqrt{-9x^2}$$
.

Solución

$$7xi - 3(3xi) = 7xi - 9xi = -2xi.$$

Ejercicio 33

Calcule
$$\sqrt{-49a^2} + \sqrt{-25a^2}$$
.

$$\sqrt{-49a^2} + \sqrt{-25a^2} = 7ai + 5ai = 12ai.$$

Calcule $\sqrt{-9b^2} - 4\sqrt{-b^2}$.

Solución

$$3bi - 4bi = -bi.$$

Ejercicio 35

Calcule $(2\sqrt{-4} + 3\sqrt{-9}) - (\sqrt{-16})$.

Solución

$$(2 \cdot 2i + 3 \cdot 3i) - (4i) = (4i + 9i) - 4i = 9i.$$

Ejercicio 36

Calcule $6\sqrt{-25} - 2\sqrt{-100}$.

Solución

$$6(5i) - 2(10i) = 30i - 20i = 10i.$$

Ejercicio 37

Calcule $\sqrt{-144} + \sqrt{-81} + \sqrt{-36}$.

Solución

$$12i + 9i + 6i = 27i$$
.

Ejercicio 38

Calcule $\sqrt{-x^2} - \sqrt{-16x^2} + \sqrt{-25x^2}$.

$$xi - 4xi + 5xi = 2xi.$$

Calcule $10\sqrt{-49} + 2\sqrt{-121} - \sqrt{-4}$.

Solución

$$10(7i) + 2(11i) - 2i = 70i + 22i - 2i = 90i.$$

Ejercicio 40

Calcule
$$-\sqrt{-64} + 3\sqrt{-16} + 5\sqrt{-4}$$
.

Solución

$$-8i + 12i + 10i = 14i.$$

Ejercicios de Multiplicación con Imaginarios Puros

Ejercicio 41

Calcule (i)(i).

Solución

$$(i)(i) = i^2 = -1.$$

Ejercicio 42

Calcule (3i)(4i).

Solución

$$(3i)(4i) = 12i^2 = -12.$$

Ejercicio 43

Calcule (-5i)(2i).

$$(-5i)(2i) = -10i^2 = 10.$$

Calcule (7i)(-3i).

Solución

$$(7i)(-3i) = -21i^2 = 21.$$

Ejercicio 45

Calcule (12i)(5i)(-2i).

Solución

$$(12i)(5i)(-2i) = -120i^3 = 120i.$$

Ejercicio 46

Calcule (9i)(-9i)(i).

Solución

$$(9i)(-9i)(i) = -81i^3 = -81(-i) = 81i.$$

Ejercicio 47

Calcule (2i)(3i)(4i)(5i).

Solución

$$(2i)(3i)(4i)(5i) = 120i^4 = 120.$$

Ejercicio 48

Calcule (i)(i)(i).

$$i^3 = -i$$
.

Calcule i^8 .

Solución

$$i^8 = (i^4)^2 = 1.$$

Ejercicio 50

Calcule i^{15} .

Solución

$$i^{15} = i^{4\cdot 3+3} = (i^4)^3 i^3 = i^3 = -i.$$

Ejercicio 51

Calcule (2i + 3i)(4i + 5i).

Solución

$$(5i)(9i) = 45i^2 = -45.$$

Ejercicio 52

Calcule (i+2)(i-2).

Solución

$$(i+2)(i-2) = i^2 - 4 = -1 - 4 = -5.$$

Ejercicio 53

Calcule (3i - 1)(3i + 1).

$$(3i)^2 - 1^2 = 9i^2 - 1 = -9 - 1 = -10.$$

Calcule (i + 1)(i + 2)(i + 3).

Solución

$$(i+1)(i+2) = i^2 + 3i + 2 = 1 + 3i$$
, luego $(1+3i)(i+3) = 1i + 3 + 3i^2 + 9i = 1i + 3 - 3 + 9i = 10i$.

Ejercicio 55

Calcule (2i - 5)(2i + 5)(i).

Solución

$$(2i-5)(2i+5) = 4i^2 - 25 = -4 - 25 = -29$$
, luego $(-29)(i) = -29i$.

Ejercicio 56

Calcule (4i)(-6i)(i).

Solución

$$(4i)(-6i)(i) = -24i^3 = 24i.$$

Ejercicio 57

Calcule (5i)(5i)(-5i).

Solución

$$25i^2(-5i) = -25(5i) = -125i.$$

Ejercicio 58

Calcule (2+3i)(2-3i).

$$(2+3i)(2-3i) = 4-9i^2 = 4+9 = 13.$$

Calcule (7i)(7i)(7i)(7i).

Solución

$$(7^4)(i^4) = 2401(1) = 2401.$$

Ejercicio 60

Calcule $(1+i)^2$.

Solución

$$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i.$$

Ejercicios de División con Imaginarios Puros

Ejercicio 61

Calcule $\frac{i}{i}$.

Solución

$$\frac{i}{i} = 1.$$

Ejercicio 62

Calcule $\frac{6i}{3i}$.

Solución

$$\frac{6i}{3i} = 2.$$

Ejercicio 63

Calcule
$$\frac{-8i}{2i}$$
.

Solución

$$\frac{-8i}{2i} = -4.$$

Ejercicio 64

Calcule $\frac{15i}{-5i}$.

Solución

$$\frac{15i}{-5i} = -3.$$

Ejercicio 65

Calcule $\frac{10i}{2i \cdot i}$.

Solución

$$\frac{10i}{2i^2} = \frac{10i}{-2} = -5i.$$

Ejercicio 66

Calcule $\frac{9i}{3}$.

Solución

$$\frac{9i}{3} = 3i.$$

Ejercicio 67

Calcule $\frac{12}{4i}$.

$$\frac{12}{4i} = \frac{3}{i} = -3i.$$

Calcule $\frac{20}{5i}$.

Solución

$$\frac{20}{5i} = \frac{4}{i} = -4i.$$

Ejercicio 69

Calcule $\frac{7i}{14}$.

Solución

$$\frac{7i}{14} = \frac{1}{2}i.$$

Ejercicio 70

Calcule $\frac{i^5}{i^2}$.

Solución

$$\frac{i^5}{i^2} = i^3 = -i.$$

Ejercicio 71

Calcule $\frac{i^{10}}{i^6}$.

Solución

$$\frac{i^{10}}{i^6} = i^4 = 1.$$

Ejercicio 72

Calcule $\frac{i^{25}}{i^2}$.

Solución

$$\frac{i^{25}}{i^2} = i^{23} = i^3 = -i.$$

Ejercicio 73

Calcule
$$\frac{(4i)(3i)}{6i}$$
.

Solución

$$\frac{12i^2}{6i} = \frac{-12}{6i} = -2 \cdot \frac{1}{i} = 2i.$$

Ejercicio 74

Calcule $\frac{(2i)(5i)}{(10i)}$.

Solución

$$\frac{10i^2}{10i} = \frac{-10}{10i} = -\frac{1}{i} = i.$$

Ejercicio 75

Calcule
$$\frac{(-9i)(i)}{3i}$$
.

Solución

$$\frac{-9i^2}{3i} = \frac{9}{3i} = \frac{3}{i} = -3i.$$

Ejercicio 76

Calcule
$$\frac{50i}{-10}$$
.

$$\frac{50i}{-10} = -5i.$$

Calcule $\frac{(6i)(2)}{3i}$.

Solución

$$\frac{12i}{3i} = 4.$$

Ejercicio 78

Calcule $\frac{(4+2i)}{2i}$.

Solución

$$\frac{4}{2i} + \frac{2i}{2i} = \frac{2}{i} + 1 = -2i + 1.$$

Ejercicio 79

Calcule $\frac{(3i)(-4i)}{12}$.

Solución

$$\frac{-12}{12} = -1.$$

Ejercicio 80

Calcule $\frac{100}{25i}$.

Solución

$$\frac{100}{25i} = \frac{4}{i} = -4i.$$

Módulo 2: Números Complejos (placeholder)

Suma y resta de números complejos (50 ejercicios)

Calcule (3+2i) + (4+5i).

Solución

7 + 7i

Ejercicio 82

Calcule (7-3i) + (2+9i).

Solución

9+6i

Ejercicio 83

Calcule (10 + 4i) - (6 + 7i).

Solución

4-3i

Ejercicio 84

Calcule (-5 + 8i) + (12 - 2i).

Solución

7 + 6i

Ejercicio 85

Calcule (9 - 11i) - (3 - 5i).

Solución

6-6i

Calcule (14+6i)+(-9+2i).

Solución

5 + 8i

Ejercicio 87

Calcule (8+3i) - (5+9i).

Solución

3-6i

Ejercicio 88

Calcule (2-7i) + (6+4i).

Solución

8-3i

Ejercicio 89

Calcule (-10 + 5i) - (-3 + 2i).

Solución

-7 + 3i

Ejercicio 90

Calcule (20 - 12i) + (15 + 7i).

Solución

35-5i

Calcule (11 + 9i) - (5 + 3i).

Solución

6+6i

Ejercicio 92

Calcule (4 + 8i) + (7 - 2i).

Solución

11 + 6i

Ejercicio 93

Calcule (-6 - 3i) + (9 + 5i).

Solución

3 + 2i

Ejercicio 94

Calcule (15 - 7i) - (8 - 4i).

Solución

7-3i

Ejercicio 95

Calcule (2+3i) + (-5+6i).

Solución

-3 + 9i

Calcule (12 - 8i) + (4 + 11i).

Solución

16 + 3i

Ejercicio 97

Calcule (0+9i) - (3-7i).

Solución

-3 + 16i

Ejercicio 98

Calcule (25+6i) - (18+2i).

Solución

7+4i

Ejercicio 99

Calcule (5 - 10i) + (9 + 12i).

Solución

14 + 2i

Ejercicio 100

Calcule (-11 + 7i) + (13 - 5i).

Solución

2 + 2i

Calcule (30 - 15i) + (20 + 5i).

Solución

50-10i

Ejercicio 102

Calcule (7+3i) - (14+9i).

Solución

-7-6i

Ejercicio 103

Calcule (18 - 4i) + (12 - 6i).

Solución

30 - 10i

Ejercicio 104

Calcule (22 + 8i) - (17 + 3i).

Solución

5 + 5i

Ejercicio 105

Calcule (4-11i) + (15+7i).

Solución

19-4i

Calcule (-9 + 12i) - (6 - 4i).

Solución

$$-15 + 16i$$

Ejercicio 107

Calcule (19 + 0i) + (0 + 14i).

Solución

19 + 14i

Ejercicio 108

Calcule (2+5i) - (7+9i).

Solución

$$-5 - 4i$$

Ejercicio 109

Calcule (16 - 13i) + (8 + 3i).

Solución

24-10i

Ejercicio 110

Calcule (9+7i) - (12-11i).

$$-3 + 18i$$

Calcule (5-6i) + (13+9i).

Solución

18 + 3i

Ejercicio 112

Calcule (11 + 11i) - (3 + 4i).

Solución

8 + 7i

Ejercicio 113

Calcule (20 - 8i) + (15 - 12i).

Solución

35-20i

Ejercicio 114

Calcule (-4+9i) - (-7+3i).

Solución

3 + 6i

Ejercicio 115

Calcule (10 - 15i) + (12 + 8i).

Solución

22-7i

Calcule (9+0i) + (-6+14i).

Solución

$$3+14i$$

Ejercicio 117

Calcule (18 - 3i) - (9 + 7i).

Solución

9-10i

Ejercicio 118

Calcule (21 + 11i) + (5 - 6i).

Solución

26 + 5i

Ejercicio 119

Calcule (-8 + 13i) - (2 + 9i).

Solución

-10 + 4i

Ejercicio 120

Calcule (30 + 0i) + (-15 - 12i).

Solución

15-12i

Calcule (40 + 22i) - (25 + 12i).

Solución

15 + 10i

Ejercicio 122

Calcule (17 + 19i) + (9 - 8i).

Solución

26+11i

Ejercicio 123

Calcule (14 - 6i) + (7 + 5i).

Solución

21-i

Ejercicio 124

Calcule (6+9i) - (12+4i).

Solución

-6 + 5i

Ejercicio 125

Calcule (20 + 7i) + (13 - 3i).

Solución

33 + 4i

Calcule (11 - 14i) - (15 - 6i).

Solución

$$-4 - 8i$$

Ejercicio 127

Calcule (-7 + 18i) + (8 - 9i).

Solución

1 + 9i

Ejercicio 128

Calcule (9+5i) - (4+13i).

Solución

5-8i

Ejercicio 129

Calcule (22 - 11i) + (17 + 15i).

Solución

39 + 4i

Ejercicio 130

Calcule (16 + 24i) - (12 + 8i).

Solución

4 + 16i

Multiplicación de números complejos

Calcule (3 + 2i)(1 + 4i).

Solución

$$3 + 12i + 2i + 8i^2 = 3 + 14i - 8 = -5 + 14i$$

Ejercicio 132

Calcule (5 - 3i)(5 + 3i).

Solución

$$25 - 9i^2 = 25 + 9 = 34$$

Ejercicio 133

Calcule (7 + 2i)(4 - 6i).

Solución

$$28 - 42i + 8i - 12i^2 = 28 - 34i + 12 = 40 - 34i$$

Ejercicio 134

Calcule (2+5i)(-3+7i).

Solución

$$-6 + 14i - 15i + 35i^2 = -6 - i - 35 = -41 - i$$

Ejercicio 135

Calcule (1+i)(1+i)(1+i).

$$(1+i)^2(1+i) = (1+2i+i^2)(1+i) = (2i)(1+i) = 2i+2i^2 = -2+2i$$

Calcule (8 - 3i)(-2 - 5i).

Solución

$$-16 - 40i + 6i + 15i^2 = -16 - 34i - 15 = -31 - 34i$$

Ejercicio 137

Calcule (4 + 7i)(4 - 7i).

Solución

$$16 - 49i^2 = 16 + 49 = 65$$

Ejercicio 138

Calcule (3+4i)(2+6i).

Solución

$$6 + 18i + 8i + 24i^2 = 6 + 26i - 24 = -18 + 26i$$

Ejercicio 139

Calcule (9-2i)(-1+5i).

Solución

$$-9 + 45i + 2i - 10i^2 = -9 + 47i + 10 = 1 + 47i$$

Ejercicio 140

Calcule (2+i)(2-i)(3+4i).

Solución

$$(4-i^2)(3+4i) = 5(3+4i) = 15+20i$$

División de números complejos

Calcule $\frac{1+i}{1-i}$.

Solución

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1-(-1)} = \frac{2i}{2} = i.$$

Ejercicio 142

Calcule $\frac{2-3i}{2+3i}$.

Solución

$$\frac{2-3i}{2+3i} = \frac{(2-3i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{4-12i+9i^2}{4+9} = \frac{-5-12i}{13} = -\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i.$$

Ejercicio 143

Calcule $\frac{7+5i}{3+4i}$.

Solución

$$\frac{7+5i}{3+4i} = \frac{(7+5i)(3-4i)}{3^2+4^2} = \frac{21-28i+15i-20i^2}{25} = \frac{41-13i}{25} = \frac{41}{25} - \frac{13}{25}i.$$

Ejercicio 144

Calcule
$$\frac{-2+11i}{4-i}$$
.

$$\frac{-2+11i}{4-i} = \frac{(-2+11i)(4+i)}{4^2+(-1)^2} = \frac{-8-2i+44i+11i^2}{17} = \frac{-19+42i}{17} = -\frac{19}{17} + \frac{42}{17}i.$$

Calcule
$$\frac{10+3i}{-6+8i}$$
.

Solución

$$\frac{10+3i}{-6+8i} = \frac{(10+3i)(-6-8i)}{(-6)^2+8^2} = \frac{-60-80i-18i-24i^2}{100} = \frac{-36-98i}{100} = -\frac{9}{25} - \frac{49}{50}i.$$

Ejercicio 146

Calcule
$$\frac{15-4i}{9-12i}$$
.

Solución

$$\frac{15-4i}{9-12i} = \frac{(15-4i)(9+12i)}{9^2+(-12)^2} = \frac{135+180i-36i-48i^2}{225} = \frac{183+144i}{225} = \frac{61}{75} + \frac{16}{25}i.$$

Ejercicio 147

Calcule
$$\frac{-5-7i}{8+15i}$$
.

Solución
$$\frac{-5-7i}{\frac{8+15i}{289}i.} = \frac{(-5-7i)(8-15i)}{8^2+15^2} = \frac{-40+75i-56i+105i^2}{289} = \frac{-145+19i}{289} = -\frac{145}{289} + \frac{1145}{289}i.$$

Ejercicio 148

Calcule
$$\frac{20 + 21i}{-7 + 24i}.$$

$$\frac{20+21i}{-7+24i} = \frac{(20+21i)(-7-24i)}{(-7)^2+24^2} = \frac{-140-480i-147i-504i^2}{625} = \frac{364-627i}{625} =$$

Calcule
$$\frac{13-5i}{13+5i}$$
.

Solución

$$\frac{13-5i}{13+5i} = \frac{(13-5i)(13-5i)}{13^2+5^2} = \frac{169-130i+25i^2}{194} = \frac{144-130i}{194} = \frac{\frac{72}{97}}{194} - \frac{\frac{65}{97}}{19}i.$$

Ejercicio 150

Calcule
$$\frac{-9+40i}{3+4i}$$
.

Solución

Solution
$$\frac{-9+40i}{\frac{3+4i}{56}} = \frac{(-9+40i)(3-4i)}{3^2+4^2} = \frac{-27+36i+120i-160i^2}{25} = \frac{133+156i}{25} = \frac{133}{25} + \frac{156i}{25}i.$$

Módulo 3: División de Polinomios (placeholder)

Ejercicio 151

Calcule
$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$$
.

Solución

$$x + 3$$

Ejercicio 152

Calcule
$$\frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x + 1}$$
.

$$x^2 + 3x + 2$$

Calcule
$$\frac{x^3-8}{x-2}$$
.

Solución

$$x^2 + 2x + 4$$

Ejercicio 154

Calcule
$$\frac{2x^3 + 3x^2 - 2x - 3}{2x + 3}$$
.

Solución

$$x^2 - 1$$

Ejercicio 155

Calcule
$$\frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$$
.

Solución

$$x^{2} + 1$$

Ejercicio 156

Calcule
$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y}$$
.

Solución

$$x + y$$

Ejercicio 157

Calcule
$$\frac{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}{x + y}$$
.

Solución

$$x^2 + 2xy + y^2$$

Ejercicio 158

Calcule
$$\frac{x^2y + 3xy^2 + 2y^3}{x + y}.$$

Solución

$$xy + 2y^2$$

Ejercicio 159

Calcule
$$\frac{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}{x + y}$$
.

Solución

$$x^2 + 2xy + y^2$$

Ejercicio 160

Calcule
$$\frac{x^2y^2 + 2xy^3 + y^4}{xy + y^2}.$$

Solución

$$xy + y^2$$

Ejercicio 161

Calcule
$$\frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x + 1}.$$

$$x^2 + x - 1$$
 con residuo 4

Módulo 1: Números Imaginarios Puros

Ejercicio 162

Calcule
$$\frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}.$$

Solución

x+1 con residuo 3

Ejercicio 163

Calcule
$$\frac{x^4 - 2x^2 + 3}{x^2 - 1}$$
.

Solución

 $x^2 - 1$ con residuo 2

Ejercicio 164

Calcule
$$\frac{2x^3 - 3x + 7}{x - 2}.$$

Solución

 $2x^2 + 4x + 5$ con residuo 17

Ejercicio 165

Calcule
$$\frac{x^3+5}{x+2}$$
.

Solución

$$x^2 - 2x + 4$$
 con residuo -3

Ejercicio 166

Calcule
$$\frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$$
.

Solución

x con residuo y^2

Calcule
$$\frac{x^3 + 2x^2y + y^3}{x + y}.$$

Solución

$$x^2+xy-y$$
con residuo y^2+y^3

Ejercicio 168

Calcule
$$\frac{x^2y + 2xy^2 + 3y^3}{x + y}.$$

Solución

$$xy+y^2$$
con residuo $2y^3$

Ejercicio 169

Calcule
$$\frac{x^2 + 2xy}{x + y}$$
.

Solución

$$x + y$$
 con residuo $-y^2$

Ejercicio 170

Calcule
$$\frac{x^3 + 3xy^2 + 2y^3}{x + y}.$$

$$x^2 - xy + 4y^2$$
 con residuo $-2y^3$

Rúbrica general de evaluación

Criterio	Descripción
Procedimiento	Presenta pasos claros, justifica conversiones a i y uso de potencias (mod 4).
Exactitud	Resultados correctos y simplificados.
Claridad Reflexión	Notación adecuada, orden y limpieza. Explica errores comunes y cómo evitarlos.