

Instrucciones del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo aplicar los conceptos de álgebra lineal al proceso de **cifrado y descifrado de mensajes mediante matrices**. Cada alumno recibe una **matriz llave** K y una **cadena de números cifrados**. Su tarea consiste en:

1. Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el **método de Gauss–Jordan**.
2. Multiplicar la matriz inversa K^{-1} por los vectores de la cadena cifrada (en bloques de 3 en 3 números).
3. Obtener la secuencia numérica original y convertirla a texto según la tabla de equivalencias proporcionada.

El mensaje resultante corresponderá a una frase corta que deberá descifrarse correctamente. Presente todos los cálculos y procedimientos paso a paso en el espacio indicado.

Ejemplo de descifrado

Suponga que se le da la siguiente matriz y cadena cifrada:

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad \text{Cadena cifrada: } [7, 18, 3, 4, 9, 2, 15, 21, 5]$$

1. **Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el método de Gauss–Jordan.**

Para ello, se forma la matriz aumentada:

$$[K \mid I] = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, aplicando operaciones elementales de fila (intercambio, multiplicación y suma), se transforma la parte izquierda en la identidad. El resultado final es:

$$[I \mid K^{-1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ 0 & 1 & 0 & -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ 0 & 0 & 1 & -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \Rightarrow K^{-1} = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix}$$

2. **Agrupar la cadena cifrada en vectores de tamaño 3:**

$$(7, 18, 3), \quad (4, 9, 2), \quad (15, 21, 5)$$

3. **Multiplicar K^{-1} por cada vector** para recuperar los números originales del mensaje. Por ejemplo, para el primer bloque:

$$\begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 18 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.50(7) - 0.39(18) - 0.22(3) \\ -0.10(7) + 0.26(18) - 0.09(3) \\ -0.25(7) + 0.24(18) + 0.18(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.83 \\ 3.03 \\ 1.45 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Repetiendo este proceso para los demás bloques, se obtienen los números descifrados.

4. **Convertir los números a letras** utilizando la siguiente tabla de equivalencias:

A=1	B=2	C=3	D=4	E=5	F=6
G=7	H=8	I=9	J=10	K=11	L=12
M=13	N=14	O=15	P=16	Q=17	R=18
S=19	T=20	U=21	V=22	W=23	X=24
Y=25	Z=26	Espacio=27	,=28	.=29	

5. **Interpretar el mensaje obtenido.**

Supongamos que el resultado final es:

[3, 15, 4, 9, 7, 15, 27, 19, 5, 3, 18, 5, 20, 15]

Usando la tabla anterior:

C O D I G O (espacio) S E C R E T O

Por lo tanto, el mensaje descifrado es:

CODIGO SECRETO

Nota: el propósito de este ejemplo es ilustrar el procedimiento paso a paso del método de Gauss–Jordan. Cada alumno deberá aplicar el mismo proceso con su propia matriz y cadena cifrada.

Proyecto 053

Nombre del alumno: _____

Matrícula: _____ Grupo: _____ Fecha de entrega: _____

Matriz llave:

$$K = \begin{pmatrix} 2.0 & 1.0 & 7.0 \\ 3.0 & 4.0 & 4.0 \\ 4.0 & 3.0 & 4.0 \end{pmatrix} \quad (\text{mód } 29)$$

Cadena cifrada:

211.0	171.0	164.0	119.0	125.0	113.0	96.0	93.0	105.0	70.0	95.0	99.0
153.0	182.0	176.0	192.0	177.0	199.0	73.0	133.0	148.0	173.0	221.0	227.0
28.0	43.0	49.0	141.0	141.0	165.0	59.0	111.0	90.0	218.0	233.0	243.0
44.0	127.0	105.0	57.0	98.0	82.0	214.0	217.0	231.0	21.0	45.0	40.0
177.0	229.0	221.0	173.0	155.0	171.0	174.0	140.0	159.0	204.0	177.0	201.0
44.0	75.0	62.0	169.0	217.0	205.0	58.0	70.0	87.0	70.0	108.0	119.0
210.0	187.0	169.0	35.0	29.0	31.0	57.0	127.0	101.0	208.0	139.0	147.0
115.0	104.0	99.0	78.0	91.0	79.0	196.0	121.0	123.0	88.0	124.0	121.0
282.0	297.0	299.0									

Espacio para cálculos y observaciones:
