

Instrucciones del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo aplicar los conceptos de álgebra lineal al proceso de **cifrado y descifrado de mensajes mediante matrices**. Cada alumno recibe una **matriz llave** K y una **cadena de números cifrados**. Su tarea consiste en:

1. Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el **método de Gauss–Jordan**.
2. Multiplicar la matriz inversa K^{-1} por los vectores de la cadena cifrada (en bloques de 3 en 3 números).
3. Obtener la secuencia numérica original y convertirla a texto según la tabla de equivalencias proporcionada.

El mensaje resultante corresponderá a una frase corta que deberá descifrarse correctamente. Presente todos los cálculos y procedimientos paso a paso en el espacio indicado.

Ejemplo de descifrado

Suponga que se le da la siguiente matriz y cadena cifrada:

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad \text{Cadena cifrada: } [7, 18, 3, 4, 9, 2, 15, 21, 5]$$

1. **Calcular la matriz inversa K^{-1} utilizando el método de Gauss–Jordan.**

Para ello, se forma la matriz aumentada:

$$[K \mid I] = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, aplicando operaciones elementales de fila (intercambio, multiplicación y suma), se transforma la parte izquierda en la identidad. El resultado final es:

$$[I \mid K^{-1}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ 0 & 1 & 0 & -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ 0 & 0 & 1 & -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \Rightarrow K^{-1} = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix}$$

2. **Agrupar la cadena cifrada en vectores de tamaño 3:**

$$(7, 18, 3), \quad (4, 9, 2), \quad (15, 21, 5)$$

3. **Multiplicar K^{-1} por cada vector** para recuperar los números originales del mensaje. Por ejemplo, para el primer bloque:

$$\begin{pmatrix} 0.50 & -0.39 & -0.22 \\ -0.10 & 0.26 & -0.09 \\ -0.25 & 0.24 & 0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 18 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.50(7) - 0.39(18) - 0.22(3) \\ -0.10(7) + 0.26(18) - 0.09(3) \\ -0.25(7) + 0.24(18) + 0.18(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.83 \\ 3.03 \\ 1.45 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Repetiendo este proceso para los demás bloques, se obtienen los números descifrados.

4. Convertir los números a letras utilizando la siguiente tabla de equivalencias:

| | | | | | |
|------|------|------------|------|------|------|
| A=1 | B=2 | C=3 | D=4 | E=5 | F=6 |
| G=7 | H=8 | I=9 | J=10 | K=11 | L=12 |
| M=13 | N=14 | O=15 | P=16 | Q=17 | R=18 |
| S=19 | T=20 | U=21 | V=22 | W=23 | X=24 |
| Y=25 | Z=26 | Espacio=27 | ,=28 | .=29 | |

5. Interpretar el mensaje obtenido.

Supongamos que el resultado final es:

[3, 15, 4, 9, 7, 15, 27, 19, 5, 3, 18, 5, 20, 15]

Usando la tabla anterior:

C O D I G O (espacio) S E C R E T O

Por lo tanto, el mensaje descifrado es:

| |
|----------------|
| CODIGO SECRETO |
|----------------|

Nota: el propósito de este ejemplo es ilustrar el procedimiento paso a paso del método de Gauss–Jordan. Cada alumno deberá aplicar el mismo proceso con su propia matriz y cadena cifrada.

Proyecto 111

Nombre del alumno: _____**Matrícula:** _____ **Grupo:** _____ **Fecha de entrega:** _____**Matriz llave:**

$$K = \begin{pmatrix} 1.0 & 5.0 & 1.0 \\ 8.0 & 6.0 & 3.0 \\ 7.0 & 5.0 & 1.0 \end{pmatrix} \quad (\text{mód } 29)$$

Cadena cifrada:

| | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 114.0 | 267.0 | 186.0 | 90.0 | 198.0 | 144.0 | 125.0 | 288.0 | 215.0 | 91.0 | 152.0 | 97.0 |
| 145.0 | 217.0 | 175.0 | 168.0 | 356.0 | 282.0 | 154.0 | 294.0 | 244.0 | 56.0 | 103.0 | 86.0 |
| 157.0 | 318.0 | 265.0 | 148.0 | 226.0 | 178.0 | 21.0 | 41.0 | 27.0 | 118.0 | 273.0 | 226.0 |
| 125.0 | 366.0 | 287.0 | 61.0 | 145.0 | 91.0 | 115.0 | 235.0 | 199.0 | 191.0 | 407.0 | 305.0 |
| 63.0 | 86.0 | 69.0 | 115.0 | 208.0 | 145.0 | 61.0 | 273.0 | 223.0 | 129.0 | 286.0 | 213.0 |
| 64.0 | 136.0 | 94.0 | 44.0 | 258.0 | 206.0 | 100.0 | 200.0 | 142.0 | 122.0 | 231.0 | 176.0 |
| 151.0 | 285.0 | 241.0 | 111.0 | 251.0 | 207.0 | 43.0 | 163.0 | 127.0 | 165.0 | 382.0 | 321.0 |
| 80.0 | 159.0 | 134.0 | 61.0 | 167.0 | 139.0 | 152.0 | 218.0 | 158.0 | 31.0 | 144.0 | 103.0 |
| 151.0 | 285.0 | 241.0 | 131.0 | 393.0 | 293.0 | | | | | | |

Espacio para cálculos y observaciones:
