

Problemarios de Álgebra Lineal

Módulo 1: Números Imaginarios Puros

Facultad de Ingeniería Tampico – UAT

Autores:

Dr. Alejandro González Turrubiates

Dr. Marcos Alfredo Azuara Hernandez

Dr. Juan Enrique Bermea Barrios

25 de agosto de 2025

Módulo 1: Números Imaginarios Puros

Comprender la unidad imaginaria con $i^2 = -1$.

Convertir raíces negativas a expresiones con i .

Resolver operaciones básicas con imaginarios puros: suma, resta, multiplicación y división.

Usar potencias de i mediante su periodicidad módulo 4.

Definición: $i = \sqrt{-1}$.

Conversión de raíces negativas: $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$ para $a > 0$.

Potencias de i :

$$i^1 = i, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1, \quad i^n = i^{n \bmod 4}.$$

$$\sqrt{-16} = 4i.$$

$$\sqrt{-a^2} = ai \quad (a \geq 0).$$

$$\sqrt{-4} + \sqrt{-9} = 2i + 3i = 5i.$$

1: Conversión a imaginarios

$$\sqrt{-2}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt{-81}$$

$$\sqrt{-b^2}$$

$$\sqrt{-4m^4}$$

$$\sqrt{-a^2 - b^2}$$

$$\sqrt{-36} = 6i, \quad \sqrt{-25} = 5i \Rightarrow 6i - 5i = i.$$

$$12 + (-5i) + \sqrt{-12} = 12 - 5i + 2\sqrt{3}i = (12 + 2\sqrt{3}) - 5i.$$

2: Suma y resta

$$\sqrt{-4} + \sqrt{-16}$$

$$3\sqrt{-64} - 5\sqrt{-49} + 3\sqrt{-121}$$

$$3\sqrt{-a^2} + 4\sqrt{-9a^2} - 3\sqrt{-4a^2}$$

$$\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = (2i)(3i) = 6i^2 = -6.$$

$$(3 + 5\sqrt{2}i)(2 - 2\sqrt{2}i) = (3 + 5\sqrt{2}i)(2 - 2\sqrt{2}i) = -8.25, \text{ y su valor absoluto es } 8.25.$$

3: Multiplicación

$$\sqrt{-16} \cdot \sqrt{-25}$$

$$(2\sqrt{-2} + 5\sqrt{-3})(\sqrt{-2} - 4\sqrt{-3})$$

$$\dots, \quad i^8, \quad i^{15}$$

$$(7)(-3)$$

$$(12)(5)(-2)$$

$$(-4)(-6)$$

$$(9)(-9)(\quad)$$

$$(2)(3)(4)(5)$$

$$(2+3)(4+5)$$

$$(+2)(-2)$$

$$(3-1)(3+1)$$

$$(+1)(+2)(+3)$$

$$(2-5)(2+5)(\quad)$$

Simplifica: $(3)(4)$.

Evalúa: $(2)(-7)(5)$.

Determina: 2025 .

$$\frac{\sqrt{-84}}{\sqrt{-7}} = \frac{84}{7} = 12.$$

$$\frac{10\sqrt{-36}}{5\sqrt{-4}} = \frac{10 \cdot 6}{5 \cdot 2} = \frac{60}{10} = 6.$$

4: División

$$\frac{\sqrt{-27}}{\sqrt{-3}}$$

$$\frac{\sqrt{-150}}{\sqrt{-3}}$$

$$\frac{10\sqrt{-36}}{5\sqrt{-4}}$$

Ejercicios de aplicación

Ejercicio 1

Convierte a forma con i : $\sqrt{-2}$.

Ejercicio 2

Convierte a forma con i : $\sqrt{-18}$.

Ejercicio 3

Convierte a forma con i : $\sqrt{-75}$.

Ejercicio 4

Convierte a forma con i : $\sqrt{-0.81}$.

Ejercicio 5

Convierte a forma con i : $\sqrt{-\frac{1}{9}}$.

Ejercicio 6

Convierte a forma con i : $\sqrt{-48x^2}$.

Ejercicio 7

Convierte a forma con i : $\sqrt{-9a^2}$.

Ejercicio 8

Convierte a forma con i : $\sqrt{-4b^4}$.

Ejercicio 9

Convierte a forma con i : $\sqrt{-(x^2 + y^2)}$.

Ejercicio 10

Convierte a forma con i : $\sqrt{-98}$.

Ejercicio 11

Convierte a forma con i : $\sqrt{-32}$.

Ejercicio 12

Convierte a forma con i : $\sqrt{-72}$.

Ejercicio 13

Convierte a forma con i : $\sqrt{-\frac{16}{25}}$.

Ejercicio 14

Convierte a forma con i : $\sqrt{-200}$.

Ejercicio 15

Convierte a forma con i : $\sqrt{-12 a^2}$.

Ejercicio 16

Convierte a forma con i : $\sqrt{-36 m^4}$.

Ejercicio 17

Convierte a forma con i : $\sqrt{-18 x^4}$.

Ejercicio 18

Convierte a forma con i : $\sqrt{-49 y^2}$.

Ejercicio 19

Convierte a forma con i : $\sqrt{-3}$.

Ejercicio 20

Convierte a forma con i : $\sqrt{-a^2b^2}$.

0.1 2) Suma y resta de imaginarios puros**Ejercicio 21**

Calcule $\sqrt{-9} + \sqrt{-16}$.

Ejercicio 22

Calcule $2\sqrt{-25} - \sqrt{-49}$.

Ejercicio 23

Calcule $\sqrt{-4} + \sqrt{-36} - \sqrt{-64}$.

Ejercicio 24

Calcule $5\sqrt{-81} + 3\sqrt{-16}$.

Ejercicio 25

Calcule $\sqrt{-121} - 2\sqrt{-49}$.

Ejercicio 26

Calcule $\sqrt{-1} + \sqrt{-4} + \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$.

Ejercicio 27

Calcule $\sqrt{-100} - \sqrt{-25} + \sqrt{-9}$.

Ejercicio 28

Calcule $3\sqrt{-49} - \sqrt{-121}$.

Ejercicio 29

Calcule $\sqrt{-64} + \sqrt{-36} - \sqrt{-4}$.

Ejercicio 30

Calcule $-2\sqrt{-9} + \sqrt{-81}$.

Ejercicio 31

Calcule $\sqrt{-m^2} + \sqrt{-4m^2}$.

Ejercicio 32

Calcule $7\sqrt{-x^2} - 3\sqrt{-9x^2}$.

Ejercicio 33

Calcule $\sqrt{-49a^2} + \sqrt{-25a^2}$.

Ejercicio 34

Calcule $\sqrt{-9b^2} - 4\sqrt{-b^2}$.

Ejercicio 35

Calcule $(2\sqrt{-4} + 3\sqrt{-9}) - (\sqrt{-16})$.

Ejercicio 36

Calcule $6\sqrt{-25} - 2\sqrt{-100}$.

Ejercicio 37

Calcule $\sqrt{-144} + \sqrt{-81} + \sqrt{-36}$.

Ejercicio 38

Calcule $\sqrt{-x^2} - \sqrt{-16x^2} + \sqrt{-25x^2}$.

Ejercicio 39

Calcule $10\sqrt{-49} + 2\sqrt{-121} - \sqrt{-4}$.

Ejercicio 40

Calcule $-\sqrt{-64} + 3\sqrt{-16} + 5\sqrt{-4}$.

Ejercicios de Multiplicación con Imaginarios Puros

Ejercicio 41

Calcule $(i)(i)$.

Ejercicio 42

Calcule $(3i)(4i)$.

Ejercicio 43

Calcule $(-5i)(2i)$.

Ejercicio 44

Calcule $(7i)(-3i)$.

Ejercicio 45

Calcule $(12i)(5i)(-2i)$.

Ejercicio 46

Calcule $(9i)(-9i)(i)$.

Ejercicio 47

Calcule $(2i)(3i)(4i)(5i)$.

Ejercicio 48

Calcule $(i)(i)(i)$.

Ejercicio 49

Calcule i^8 .

Ejercicio 50

Calcule i^{15} .

Ejercicio 51

Calcule $(2i + 3i)(4i + 5i)$.

Ejercicio 52

Calcule $(i + 2)(i - 2)$.

Ejercicio 53

Calcule $(3i - 1)(3i + 1)$.

Ejercicio 54

Calcule $(i + 1)(i + 2)(i + 3)$.

Ejercicio 55

Calcule $(2i - 5)(2i + 5)(i)$.

Ejercicio 56

Calcule $(4i)(-6i)(i)$.

Ejercicio 57

Calcule $(5i)(5i)(-5i)$.

Ejercicio 58

Calcule $(2 + 3i)(2 - 3i)$.

Ejercicio 59

Calcule $(7i)(7i)(7i)(7i)$.

Ejercicio 60

Calcule $(1 + i)^2$.

Ejercicios de División con Imaginarios Puros

Ejercicio 61

Calcule $\frac{i}{i}$.

Ejercicio 62

Calcule $\frac{6i}{3i}$.

Ejercicio 63

Calcule $\frac{-8i}{2i}$.

Ejercicio 64

Calcule $\frac{15i}{-5i}$.

Ejercicio 65

Calcule $\frac{10i}{2i}$.

Ejercicio 66

Calcule $\frac{9i}{3}$.

Ejercicio 67

Calcule $\frac{12}{4i}$.

Ejercicio 68

Calcule $\frac{20}{5i}$.

Ejercicio 69

Calcule $\frac{7i}{14}$.

Ejercicio 70

Calcule $\frac{i^5}{i^2}$.

Ejercicio 71

Calcule $\frac{i^{10}}{i^6}$.

Ejercicio 72

Calcule $\frac{i^{25}}{i^2}$.

Ejercicio 73

Calcule $\frac{(4i)(3i)}{6i}$.

Ejercicio 74

Calcule $\frac{(2i)(5i)}{(10i)}$.

Ejercicio 75

Calcule $\frac{(-9i)(i)}{3i}$.

Ejercicio 76

Calcule $\frac{50i}{-10}$.

Ejercicio 77

Calcule $\frac{(6i)(2)}{3i}$.

Ejercicio 78

Calcule $\frac{(4 + 2i)}{2i}$.

Ejercicio 79

Calcule $\frac{(3i)(-4i)}{12}$.

Ejercicio 80

Calcule $\frac{100}{25i}$.

Rúbrica general de evaluación

Criterio	Descripción
Procedimiento	Presenta pasos claros, justifica conversiones a i y uso de potencias (mod 4).
Exactitud	Resultados correctos y simplificados.
Claridad	Notación adecuada, orden y limpieza.
Reflexión	Explica errores comunes y cómo evitarlos.