Análisis Numérico

Numero de lista: 11
Grupo: 11
Tarea: 11
Fecha: 16/04/2020

Instrucciones: Es importante que su respuesta sea lo más clara posible.

Enunciado Primera Parte

DADA LA SIGUIENTE TABULACIÓN

t	0	5	10	15	20	25	30
s	0	0.5	7	27.2	68	137.5	243

a) Obtenga “s” para t=7.5, por Newton y Lagrange

b) Obtenga el polinomio de segundo grado que pasa por los puntos centrales.

c) Obtenga “t” para s=27.3

Desarrollo

a) En la interpolación de Newton, con los datos proporcionados, se llega hasta una sexta diferencia, de la cual ya no se pueden realizar más diferencias, pues no se tiene mayor cantidad de datos, por lo que, se asume que al valor llegado en la sexta diferencia es constate, teniendo que el polinomio interpolante es:

$$\begin{aligned} s_k = s_o + k\Delta s_o + \frac{k(k-1)}{2!}\Delta {s_o}^2 + \frac{k(k-1)(k-2)}{3!}\Delta s_o^3 \\ + \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)}{4!}\Delta {s_o}^4 \\ + \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)}{5!}\Delta {s_o}^5 \\ + \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)(k-5)}{6!}\Delta {s_o}^6 \end{aligned}$$

Donde

$$k = \frac{t_k - t}{h}$$

	t	s	PD	SD	TD	CD	QD	SD
	0	0						
Espaciamiento h			0.5					
	5	0.5		6				
	7.5		6.5		7.7			
	10	7		13.7		-0.8		
			20.2		6.9		2	
	15	27.2		20.6		1.2		-4
			40.8		8.1		-2	
	20	68		28.7		-0.8		-4
			69.5		7.3			
	25	137.5		36				
			105.5					
	30	243						

$$k = \frac{t_k - t}{h}$$

tk =	7.5		
t0 =	5		
h =	5		
k =	0.5		
s0 =	0.5		
PD =	6.5		
SD =	13.7		
TD =	6.9		
CD=	1.2	-0.046875	Cuarto término
QD=	-2	-0.0546875	Quinto término
SD=	-4	0.08203125	Sexto término
sk =	2.44921875		

$$s_k = s_o + k\Delta s_o + \frac{k(k-1)}{2!}\Delta {s_o}^2 + \frac{k(k-1)(k-2)}{3!}\Delta s_o^3 + \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)}{4!}\Delta {s_o}^4 + \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)}{5!}\Delta {s_o}^5 + \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)(k-5)}{6!}\Delta {s_o}^6$$

$$Conclusión\ interpolación\ de\ Newton: s_k = 2.44921875$$

Para la interpolación de Lagrange tenemos que:

	t	s	
t0	0	0	s0
t1	5	0.5	s1
t2	10	7	s2
t3	15	27.2	s3
t4	20	68	s4
t5	25	137.5	s5
t6	30	243	s6

Numerador	
t =	7.5
t1 =	0
t2 =	5
t3 =	10
t4 =	15
t5 =	20
t6 =	25
Resultado =	76904.2969

FRACCIÓN
1.661132813

Denominador			
t0 =	30	s0 =	243
t1 =	0		
t2 =	5		
t3 =	10		
t4 =	15		
t5 =	20		
t6 =	25		
Resultado =	11250000		

	0
	0.184570313
	6.459960938
	-11.15625
	12.55078125
	-7.250976563
	1.661132813
Resultado =	2.449218751

$$Conclusión\ interpolación\ de\ Lagrange: s_k = 2.449218751$$

b) Calculando el polinomio interpolante de segundo grado que pasa por los puntos centrales tenemos que:

t	s	PD	SD
0	0		
		0.5	
5	0.5		6
		6.5	
10	7		13.7
t	s(t)	20.2	
15	27.2		20.6
		40.8	
20	68		28.7
		69.5	
25	137.5		36
		105.5	
30	243		

$T_0 = 10$
$S_0 = 7$
$k = t-10/5 = t/5 - 2$
PD = 20.2
SD = 20.6

$$s(t) = 7 + \left(\frac{t}{5} - 2\right) 20.2 + \frac{\left(\frac{t}{5} - 2\right)\left(\frac{t}{5} - 2 - 1\right)}{2} 20.6$$

- Simplificando tenemos que:

$$El\ polinomio\ interpolante\ de\ grado\ dos\ es:$$
$$s(t) = 0.412t^2 - 6.26t + 28.4$$

c) Utilizando la interpolación inversa de Lagrange tenemos que:

	s	t	
s0	0	0	t0
s1	0.5	5	t1
s2	7	10	t2
s3	27.2	15	t3
s4	68	20	t4
y5	137.5	25	t5
y6	243	30	t6

Numerador	
s =	27.3
s1 =	0
s2 =	0.5
s3 =	7
s4 =	27.2
s5 =	68
s6 =	137.5
Resultado =	6661460.89

FRACCIÓN
3.60677E-06

Denominador			
s0 =	243	t0 =	30
s1 =	0		
s2 =	0.5		
s3 =	7		
s4 =	27.2		
s5 =	68		
s6 =	137.5		
Resultado =	5.5408E+13		

	0
	1.377603168
	-0.409928841
	15.12837343
	0.005081942
	-0.000163958
	3.60677E-06
Resultado =	16.10096935

$$Conclusión: t_k = 16.10096935$$

Enunciado Segunda Parte

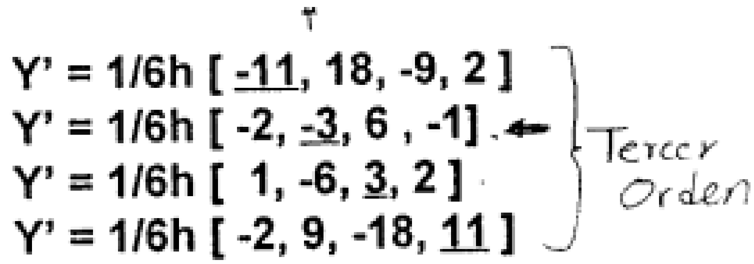
6. En la siguiente tabla se muestran los valores de la velocidad de un tren que frena al llegar a una estación. Calcule la aceleración para los tiempos t=15 y t=20 segundos.

X[s]	Y=v(t) [m/s]
5	6.6328
10	4.7590
15	3.6741
20	2.9164
25	2.3412
30	1.8842

Desarrollo

Partiendo de un polinomio interpolante de grado tres y un h = 3, que es el espaciamiento, tenemos que para t=15 segundos:

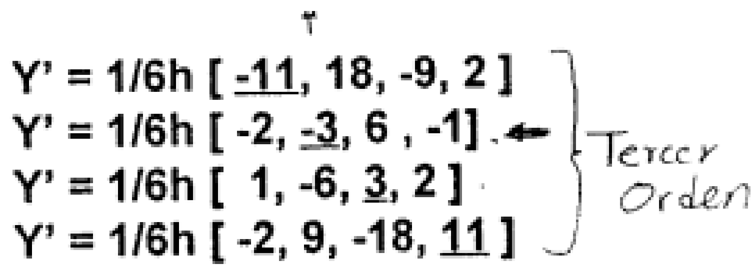
x[s]	y=v(t) [m/s]
5	6.6328
10	4.759
15	3.6741
20	2.9164
25	2.3412
30	1.8842



$$y' = \frac{1}{6*5}\big((-2)*(4.759)+(-3)*(3.6741)+(6)*(2.9146)+(-1)*(2.3412)\big)$$
$$= -0.1794367$$

Para t=20 segundos:

x[s]	y=v(t) [m/s]
5	6.6328
10	4.759
15	3.6741
20	2.9164
25	2.3412
30	1.8842



$$y' = \frac{1}{6*5}\big((1)*(4.759)+(-6)*(3.6741)+(3)*(2.9146)+(2)*(2.3412)\big)$$
$$= -0.1284667$$

Conclusión

Para t = 15 segundos, el valor de la aceleración es de $-0.1794367\ \left[\frac{m}{s^2}\right]$ y, para un t = 20 segundos, el valor de la aceleración es de $-0.1284667\left[\frac{m}{s^2}\right]$