Análisis Numérico

Numero de lista: 11
Grupo: 11
Tarea: 04
Fecha: 27/febrero/2020

Instrucciones: Es importante que su respuesta sea lo más clara posible.

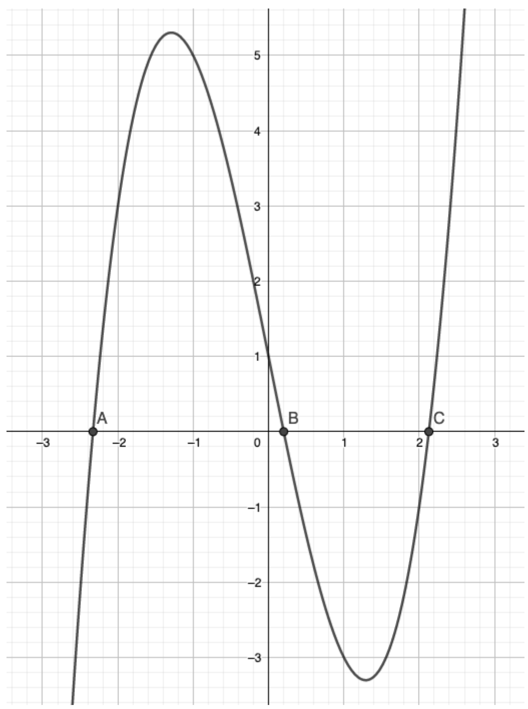
Enunciado

Determina la solución de la siguiente ecuación por medio de un método abierto y método cerrado, en el intervalo [-3,-2], con una tolerancia de 0.0000001

$$x^3 - 5x = -1$$

Desarrollo mediante bisección

1. Gráfica de la función



2. Primera iteración:
    a. [-3 ,-2]

$$f(-3)f(-2) < 0$$

$$X_0 = \frac{-3-2}{2} = -2.5$$

$$f(-2.5) = (-2.5)^3 - 5(-2.5) + 1 = -2.125$$

3. Segunda iteración:
   a. [-2.5,-2]

$$f(-2.5)f(-2) < 0$$

$$X_0 = \frac{-2.5-2}{2} = -2.25$$

$$f(-2.25) = \ (-2.25)^3 - 5(-2.25) + 1 \ = 0.859375$$

   b. Calculando el error absoluto

$$E_{abs} = \ |X_1 - X_0| = \ |-2.25 - (-2.5)\ | = 0.25$$

4. Cuadro resumen

N. Iteración	a	b	f(a)	f(b)	f(a)f(b) < 0	x_0 = (a+b)/2	f(x_0)	Error	Criterio
0	-3	-2	-11	3	-33	-2.5	-2.125		
1	-2.5	-2	-2.125	3	-6.375	-2.25	0.859375	0.25	Divergente
2	-2.5	-2.25	-2.125	0.859375	-1.8261719	-2.375	-0.5214844	0.125	Divergente
3	-2.375	-2.25	-0.5214844	0.859375	-0.4481506	-2.3125	0.19604492	0.0625	Divergente
4	-2.375	-2.3125	-0.5214844	0.19604492	-0.1022344	-2.34375	-0.1558533	0.03125	Divergente
5	-2.34375	-2.3125	-0.1558533	0.19604492	-0.0305542	-2.328125	0.02180099	0.015625	Divergente
6	-2.34375	-2.328125	-0.1558533	0.02180099	-0.0033978	-2.3359375	-0.0665984	0.0078125	Divergente
7	-2.3359375	-2.328125	-0.0665984	0.02180099	-0.0014519	-2.3320313	-0.022292	0.00390625	Divergente
8	-2.3320313	-2.328125	-0.022292	0.02180099	-0.000486	-2.3300781	-0.0002188	0.00195313	Divergente
9	-2.3300781	-2.328125	-0.0002188	0.02180099	-4.77E-06	-2.3291016	0.01079775	0.00097656	Divergente
10	-2.3300781	-2.3291016	-0.0002188	0.01079775	-2.363E-06	-2.3295898	0.00529113	0.00048828	Divergente
11	-2.3300781	-2.3295898	-0.0002188	0.00529113	-1.158E-06	-2.329834	0.00253658	0.00024414	Divergente
12	-2.3300781	-2.329834	-0.0002188	0.00253658	-5.55E-07	-2.3299561	0.00115898	0.00012207	Divergente
13	-2.3300781	-2.3299561	-0.0002188	0.00115898	-2.536E-07	-2.3300171	0.00047011	6.1035E-05	Divergente
14	-2.3300781	-2.3300171	-0.0002188	0.00047011	-1.029E-07	-2.3300476	0.00012565	3.0518E-05	Divergente
15	-2.3300781	-2.3300476	-0.0002188	0.00012565	-2.75E-08	-2.3300629	-4.658E-05	1.5259E-05	Divergente
16	-2.3300629	-2.3300476	-4.658E-05	0.00012565	-5.853E-09	-2.3300552	3.9537E-05	7.6294E-06	Divergente
17	-2.3300629	-2.3300552	-4.658E-05	3.9537E-05	-1.842E-09	-2.3300591	-3.521E-06	3.8147E-06	Divergente
18	-2.3300591	-2.3300552	-3.521E-06	3.9537E-05	-1.392E-10	-2.3300571	1.8008E-05	1.9073E-06	Divergente
19	-2.3300591	-2.3300571	-3.521E-06	1.8008E-05	-6.341E-11	-2.3300581	7.2435E-06	9.5367E-07	Divergente
20	-2.3300591	-2.3300581	-3.521E-06	7.2435E-06	-2.551E-11	-2.3300586	1.8612E-06	4.7684E-07	Divergente
21	-2.3300591	-2.3300586	-3.521E-06	1.8612E-06	-6.554E-12	-2.3300588	-8.299E-07	2.3842E-07	Divergente
22	-2.3300588	-2.3300586	-8.299E-07	1.8612E-06	-1.545E-12	-2.3300587	5.1564E-07	1.1921E-07	Divergente
23	-2.3300588	-2.3300587	-8.299E-07	5.1564E-07	-4.279E-13	-2.3300588	-1.572E-07	5.9605E-08	Convergente

Conclusión

Con la tolerancia de 0.0000001 nuestra raíz es -2.330058753

Desarrollo mediante Newton-Raphson

- Considerando el intervalo [-3,-2], obtendremos el valor de x_0

$$x_0 = \frac{a+b}{2} = \frac{-3-2}{2} = -2.5$$

- Comprobando el criterio de convergencia:

$\left\lvert \frac{f(x_i)f''(x_i)}{[f'(x_i)]^2} \right\rvert < 1$	$f(x) = x^3 - 5x + 1$ $f'(x) = f'(x)$ $\rightarrow 3x^2 - 5$ $f''(x) = f''(x)$ $\rightarrow 6x$ $a = f(-2.5)$ $\rightarrow$ -2.13 $b = f'(-2.5)$ $\rightarrow$ 13.75 $c = f''(-2.5)$ $\rightarrow$ -15	$\left\lvert \frac{(-2.13) * (-15)}{13.75^2} \right\rvert = 0.168595041$ Ya que cumple con el criteiro de convergencia, esto nos indica que a partir de -2.5, sí nos podemos aproximar a la raíz en el intervalo. [-3,-2]

- Primera iteración:

$$X_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Cuando i=0

$$X_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -2.5 - \frac{-2.125}{13.75} = -2.34545454$$

- Tabla resumen

i	x	$f(x) = x^3 - 5x + 1$	$f'(x) = f'(x) \rightarrow 3x^2 - 5$	$f''(x) = f''(x) \rightarrow 6x$	$\left\|\frac{f(x_i)f''(x_i)}{[f'(x_i)]^2}\right\| < 1$	$X_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$	Error	Criterio
0	-2.5	-2.125	13.75	-15	0.168595041	-2.345454545		
1	-2.3454545	-0.175441022	11.50347107	-14.07272727	0.018657421	-2.330203408	0.01525114	Divergente
2	-2.3302034	-0.001633091	11.28954376	-13.98122045	0.000179144	-2.330058753	0.00014466	Divergente
3	-2.3300588	-1.46276E-07	11.28752137	-13.98035252	1.60507E-08	-2.33005874	1.2959E-08	Convergente

Conclusión

Con la tolerancia de 0.0000001 nuestra raíz es -2.33005874