

# Fórmulas interesantes sobre agujeros negros

## (Semana de la Ciencia)

Alejandro Jiménez Cano<sup>1</sup>

### Constantes

- ❑ Velocidad de luz (y de todas las cosas sin masa) en el vacío:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s (exacta, se define así)}. \quad (1)$$

- ❑ Constante de gravitación universal de Newton:

$$G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2. \quad (2)$$

### Radio de Schwarzschild

Definición de *radio de Schwarzschild*: radio al que hay que comprimir una masa  $M$  esférica para que colapse en un agujero negro (es igual al radio del agujero negro resultante). Su expresión es:

$$R_{\text{Sch}} = \frac{2GM}{c^2} = (1,48 \times 10^{-27} \text{ m/kg}) M. \quad (3)$$

(Si metéis la masa del objeto o del agujero negro,  $M$ , en kilogramos os sale directamente  $R_{\text{Sch}}$  en metros).

### Tiempo de caída horizonte → singularidad (en caída libre)

Supón que somos liberados (en *reposo*) en la *infinito* (en la práctica sería muuuy lejos, donde los efectos gravitacionales son casi cero), comenzando una *caída libre*. Una vez alcanzado el horizonte, el tiempo de nuestro reloj que tardaríamos en llegar a la singularidad para un agujero negro de Schwarzschild (sin carga y sin rotación) viene dado por:

$$\tau_{\text{hor} \rightarrow \text{sing}} = \frac{4}{3} \frac{GM}{c^3} = (3,3 \times 10^{-36} \text{ s/kg}) M. \quad (4)$$

(Si metéis la masa del agujero negro,  $M$ , en kilogramos os sale directamente  $\tau$  en segundos).

### Ejemplos

Practicad vosotros mismos con lo que os apetezca:<sup>2, 3, 4</sup>

Objeto	$M$ [kg]	$R_{\text{Sch}}$ [m]	$\tau_{\text{hor} \rightarrow \text{sing}}$ [s]	Comentarios
Humano	$\simeq 70$	$1,036 \times 10^{-25}$	$2,31 \times 10^{-34}$	$\dagger R_{\text{Sch}} \simeq 0,000\,000\,000\,12$ veces el tamaño de un protón!
La Tierra	$5,97 \times 10^{24}$	0,0088	$1,97 \times 10^{-11}$	$R_{\text{Sch}} \simeq 1 \text{ cm}$ (¡una canica!)
Júpiter	$1,90 \times 10^{27}$	2,812	$6,27 \times 10^{-9}$	$R_{\text{Sch}} \simeq 3 \text{ m}$
El Sol	$1,99 \times 10^{30}$	2945,2	$6,567 \times 10^{-6}$	$R_{\text{Sch}} \simeq 3 \text{ km}$
Agujero negro de Sagitario A*	$7,164 \times 10^{36}$	$1,060 \times 10^{10}$	23,641	$R_{\text{Sch}} \simeq 0,071 \text{ UA} \simeq \frac{1}{5}$ órbita de Mercurio $\simeq 15,2$ radios solares $\simeq 1664$ radios terrestres
Agujero negro aún más grande	$10^{39}$	$1,48 \times 10^{12}$	3300	$\tau_{\text{hor} \rightarrow \text{sing}} = 55$ agradables minutos para rezar

<sup>1</sup>Contacto: [alejandroj@ugr.es](mailto:alejandroj@ugr.es)

<sup>2</sup>Algunos datos útiles:

Unidad Astronómica (UA) (aprox. el radio medio de la órbita terrestre)  $\simeq 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$   
Radio del protón  $\simeq 8,4 \times 10^{-16} \text{ m}$       Radio medio de la órbita de Mercurio  $\simeq 5,789 \times 10^{10} \text{ m}$   
Radio solar  $\simeq 6,957 \times 10^8 \text{ m}$       Radio terrestre  $\simeq 6,371 \times 10^6 \text{ m}$

<sup>3</sup>Sagitario A\* es una fuente de radio muy pequeña y brillante en el centro de la Vía Láctea donde creemos que hay un agujero negro cuya masa es de unos 3,6 millones de soles.

<sup>4</sup>El caso del humano, la Tierra, Júpiter y el Sol de la tabla no son realistas. Ningún proceso natural los hará colapsar a esos tamaños.