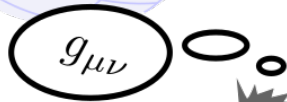
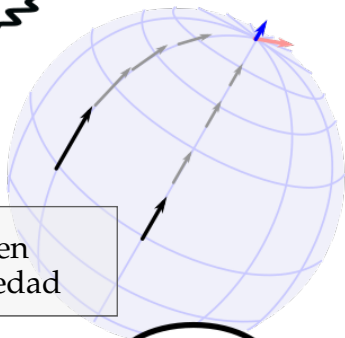


III JIFFI
20 de junio de 2018
Granada, España



La conexión afín y su papel en teorías modificadas de gravedad

Alejandro Jiménez Cano



Universidad de Granada
Dpto. de Física Teórica y del Cosmos
✉ alejandrojcu@ugr.es



Relatividad especial (1905)

- ❑ Visión moderna de la mecánica (completa a Newton)
- ❑ Consecuencia: *hay una velocidad límite*

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}.$$

Einstein y el problema de la gravedad de Newton



Relatividad especial (1905)

- Visión moderna de la mecánica (completa a Newton)
- Consecuencia: *hay una velocidad límite*

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}.$$

Y si el sol desapareciese (?)

$$\mathbf{F} = -G \frac{Mm}{d^2} \mathbf{e}_r \quad \xrightarrow{M=0} \quad \mathbf{F} = 0.$$

Einstein y el problema de la gravedad de Newton



Relatividad especial (1905)

- Visión moderna de la mecánica (completa a Newton)
- Consecuencia: *hay una velocidad límite*

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}.$$

Y si el sol desapareciese (?)

$$\mathbf{F} = -G \frac{Mm}{d^2} \mathbf{e}_r \quad \xrightarrow{M=0} \quad \mathbf{F} = 0.$$

- La Tierra se saldría instantáneamente de su órbita (¡más rápido que c !)

Gravedad de Newton \leftarrow CONFLICTO \rightarrow Relatividad especial

- Una brillante idea condujo a Einstein a:

Teoría de la Relatividad General (1915)

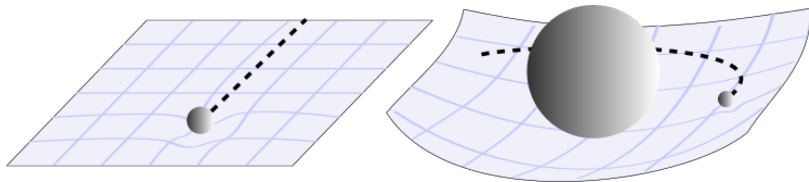
Relatividad General: la gravedad como geometría

- Una brillante idea condujo a Einstein a:

Teoría de la Relatividad General (1915)

Nueva manera de entender la gravedad:

- Las masas no se atraen, deforman el espaciotiempo (*variedad*).
- No hay fuerzas \Rightarrow Sigue el camino más corto en un espacio curvo (*geodésicas*).
La gravedad no distingue objetos porque es una propiedad del propio espaciotiempo (*curvatura*).



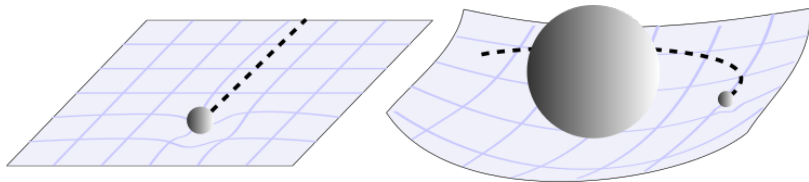
Relatividad General: la gravedad como geometría

- Una brillante idea condujo a Einstein a:

Teoría de la Relatividad General (1915)

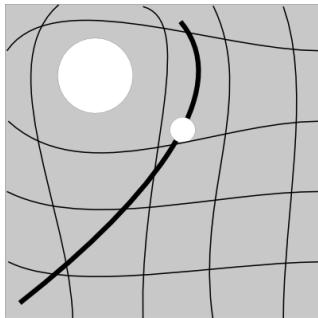
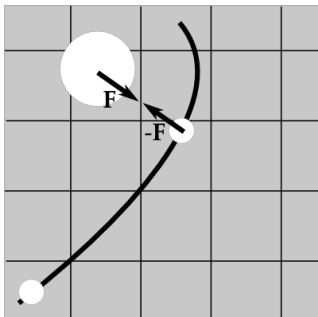
Nueva manera de entender la gravedad:

- Las masas no se atraen, deforman el espaciotiempo (*variedad*).
- No hay fuerzas \Rightarrow Sigue el camino más corto en un espacio curvo (*geodésicas*).
La gravedad no distingue objetos porque es una propiedad del propio espaciotiempo (*curvatura*).



- Exactitud con las órbitas y sus anomalías (¡no explicado por la teoría de Newton!) y muchos otros fenómenos.

Visiones de Newton y Einstein



Los dos protagonistas: la métrica y la conexión

Vamos a equipar nuestro espaciotiempo con dos objetos:

Los dos protagonistas: la métrica y la conexión

Vamos a equipar nuestro espaciotiempo con dos objetos:

- Métrica

$$g_{\mu\nu}$$

Nos permite medir:

- Módulo de vectores
- Longitudes de curvas
- Volúmenes
- Ángulos
- ...

Los dos protagonistas: la métrica y la conexión

Vamos a equipar nuestro espaciotiempo con dos objetos:

- Métrica

$$g_{\mu\nu}$$

Nos permite medir:

- Módulo de vectores
 - Longitudes de curvas
 - Volúmenes
 - Ángulos
 - ...
- Conexión afín

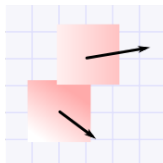
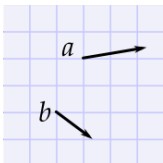
$$\Gamma_{\mu\nu}{}^{\rho}$$

Nos permite comparar vectores en diferentes puntos del espacio.

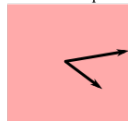
Aclaremos un poco esto de la conexión...

- La conexión afín nos permite comparar vectores en diferentes puntos del espacio.

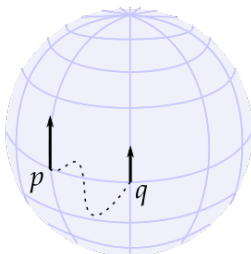
PLANO EUCLÍDEO



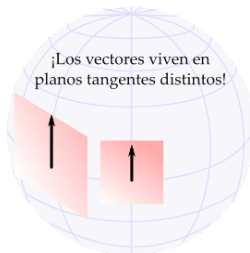
¡Los dos vectores viven en el mismo plano!



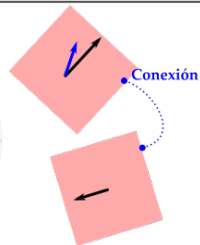
ESFERA



* Detalle técnico.
Hay que especificar un camino entre p y q



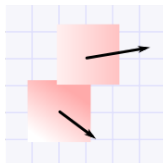
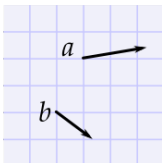
¡Los vectores viven en planos tangentes distintos!



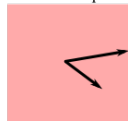
Aclaremos un poco esto de la conexión...

- La conexión afín nos permite comparar vectores en diferentes puntos del espacio.

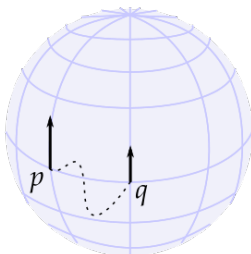
PLANO EUCLÍDEO



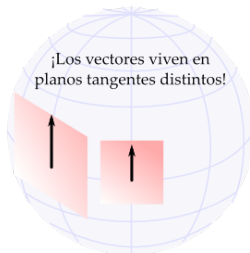
¡Los dos vectores viven en el mismo plano!



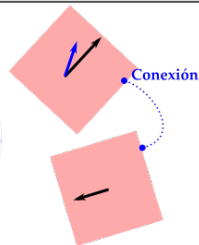
ESFERA



* Detalle técnico.
Hay que especificar un camino entre p y q

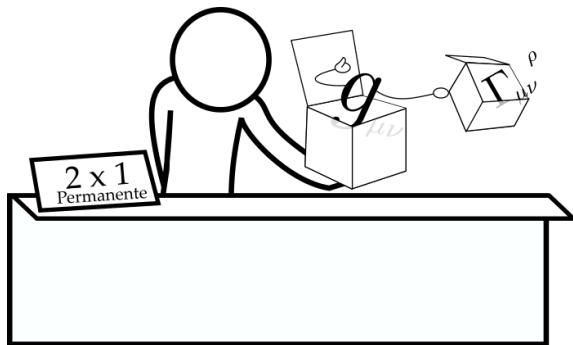


¡Los vectores viven en planos tangentes distintos!

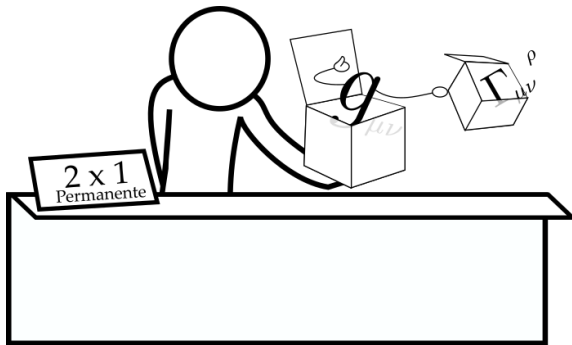


⇒ La curvatura es el hecho de que el transporte DEPENDA DEL CAMINO.

- **Teorema.** Toda métrica induce de forma natural una conexión (*conexión de Levi-Civita*).



- **Teorema.** Toda métrica induce de forma natural una conexión (*conexión de Levi-Civita*).



- El objeto fundamental es la métrica.
- Rel. General, por ejemplo, se formula con la curvatura de esta conexión.
[Funciona a grandes escalas (astrofísica, cosmología)].

- ❑ Pero a pequeña escala y altas energías (agujeros negros, universo primitivo,...) no tenemos una teoría satisfactoria de la gravedad.

- ❑ Pero a pequeña escala y altas energías (agujeros negros, universo primitivo,...) no tenemos una teoría satisfactoria de la gravedad.

¿Cuáles son los objetos fundamentales (grados de libertad) de la gravedad?

- ❑ Pero a pequeña escala y altas energías (agujeros negros, universo primitivo,...) no tenemos una teoría satisfactoria de la gravedad.

¿Cuáles son los objetos fundamentales (grados de libertad) de la gravedad?

- ❑ ¿Por qué solo la métrica?
⇒ *Teoría métrico-afín*: ampliación del “saco” de objetos fundamentales que describen la gravedad con una conexión afín general.

$$g_{\mu\nu} \quad \rightarrow \quad g_{\mu\nu}, \Gamma_{\mu\nu}^{\rho} \text{ (indep.)}$$

- ❑ Pero a pequeña escala y altas energías (agujeros negros, universo primitivo,...) no tenemos una teoría satisfactoria de la gravedad.

¿Cuáles son los objetos fundamentales (grados de libertad) de la gravedad?

- ❑ ¿Por qué solo la métrica?
⇒ *Teoría métrico-afín*: ampliación del “saco” de objetos fundamentales que describen la gravedad con una conexión afín general.

$$g_{\mu\nu} \quad \rightarrow \quad g_{\mu\nu}, \Gamma_{\mu\nu}^{\rho} \text{ (indep.)}$$

La gravedad no solo se manifiesta a través de curvatura, también de nuevas estructuras (torsión y no-metricidad) que esperamos que se “activen” al subir de energía.

Mi trabajo (*in progress*)

Continuar la búsqueda de soluciones exactas a estas teorías (iniciada por Hehl, Tresguerres, Obukhov y otros \sim años 90's) y sus implicaciones físicas.

[Cualquier detalle que quieras conocer, no dudes en preguntarme]

Mi trabajo (*in progress*)

Continuar la búsqueda de soluciones exactas a estas teorías (iniciada por Hehl, Tresguerres, Obukhov y otros \sim años 90's) y sus implicaciones físicas.

[Cualquier detalle que quieras conocer, no dudes en preguntarme]

¡Gracias por vuestra atención!