



Eigenvalores y eigenvectores aplicados para predecir el comportamiento de la migración por medio del método de Markov

Miguel Alejandro López Olvera
Susana Pineda Solís
Rodrigo Luna esquivel

V Semestre
Lic. en Tecnología

Introducción

En álgebra lineal, los eigenvectores de un operador lineal son los vectores no nulos que, cuando son transformados por el operador, dan lugar a un múltiplo escalar de sí mismos, con lo que no cambian su dirección.

Existen diferentes métodos para calcular los eigenvalores y los eigenvectores, en este caso se utilizarán:

- Método de potencias
 - Método QR con ortogonalización de Gram-Schmidt
-

A close-up photograph of a hand holding a pen, poised to write on a document. The image is dimly lit, with a semi-transparent dark blue rectangle overlaid in the center. Inside this rectangle, the text 'Modelos de Markov' is written in a clean, white, sans-serif font. The background is blurred, showing some indistinct shapes and colors.

Modelos de Markov

Tipos de modelos de Markov

Procesos de Markov (modelos semi-markovianos)

- Las probabilidades de transición entre estados pueden variar a medida que transcurren más ciclos

Cadenas de Markov

- Las probabilidades de transición se suponen constantes a lo largo del tiempo.

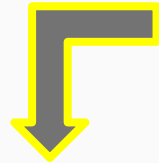
Cadenas de Markov



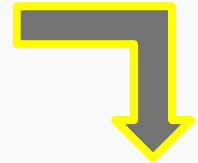
Son procesos estocásticos en los que:



Si el estado actual X_n y los estados previos X_1, \dots, X_{n-1} son conocidos:



No depende de los estados anteriores



Solamente depende del estado actual X_n

$$\begin{aligned} P(X_{n+1} = s_{n+1} \mid X_1 = s_1, X_2 = s_2, \dots, X_n = s_n) &= \\ &= P(X_{n+1} = s_{n+1} \mid X_n = s_n) \end{aligned}$$

Procesos estocásticos

- Los valores no se pueden predecir exactamente
- Se pueden especificar las probabilidades para los distintos valores posibles

Ejemplos

Procesos de Markov

- Para modelizar la esperanza de vida, el riesgo de la muerte aumenta con la edad
- Comportamiento (sube/baja) de las acciones hoy, depende de lo ocurrido ayer.



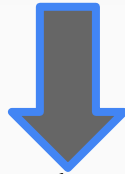
Cadenas de Markov

- Proporción de participación de mercado futura de empresas
- Predicción de la proporción de clientes en supermercados.

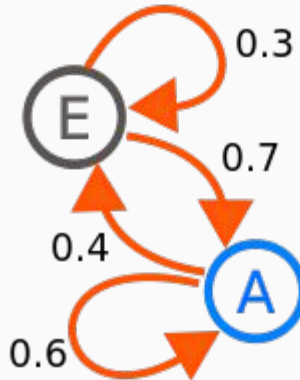


Propiedad markoviana

Propiedad de ciertos procesos estocásticos por la cual "carecen de memoria"



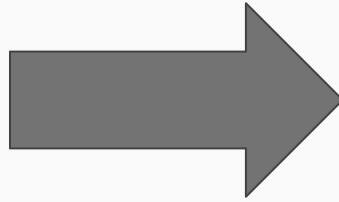
La probabilidad de que ocurra un evento depende *solamente* del evento presente, siendo independiente de la historia de dicha variable.



Cadena simple biestable de Markov

Migración y los Modelos de Markov

El método markoviano estima las probabilidades de transición (como el cambio de una situación a otra) con técnicas de tipo estático.



La migración es un fenómeno socioespacial altamente dinámico que está influido por una serie de factores cuyo efecto no siempre es bien conocido y resulta muy complicado de anticipar.

Objetivos

General

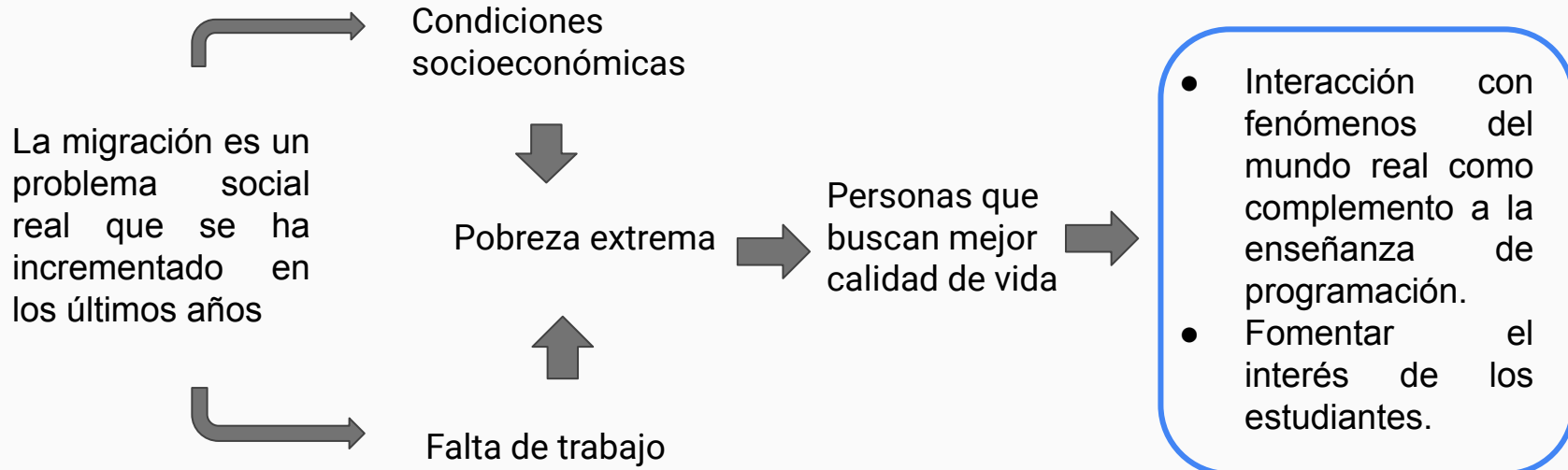
Demostrar que los eigenvalores y los eigenvectores de una matriz A pueden usarse para la predicción del comportamiento de la inmigración con la selección previa de los países a trabajar y la afluencia de clientes en empresas, encontrando el eigenvector con el método de potencias y el método QR con ortogonalización de Gram-Schmidt, para aplicar los conocimientos adquiridos en la materia de Computación III impartida en el V Semestre de la Licenciatura en Tecnología.

Objetivos

Particulares

- Implementar el método de potencias y el método QR con ortogonalización de Gram-Schmidt, para obtener los eigenvectores que ayudarán a predecir el número de personas inmigrantes que habrá o el número visitas que recibirá una empresa, para así demostrar que el uso de los eigenvalores y eigenvectores nos ayudan a la predicción de estos datos.
- Discutir los resultados obtenidos de la inmigración así como de la afluencia esperada por empresas, por medio de la obtención de las gráficas correspondientes a cada uno, para ver qué es lo que pasa en cada uno de los casos y así poder sugerir la dependencia de estos procesos.

Planteamiento del problema



Hipótesis

El método de potencias y el método QR con ortogonalización de Gram-Schmidt, ayudarán a conocer los eigenvalores y los eigenvectores, que a este último le corresponde la predicción del comportamiento, siendo el número de iteraciones el número de años transcurridos desde el año inicial.

An aerial photograph of the New York City skyline at dusk. The sky is a mix of dark blue and orange, with scattered clouds. The city is densely packed with skyscrapers, many of which are illuminated with their lights. The Hudson River is visible in the background, and the Manhattan skyline is prominent in the foreground. The title 'Resultados y conclusiones' is overlaid in a large, white, sans-serif font, centered horizontally and vertically.

Resultados y conclusiones

Resultados

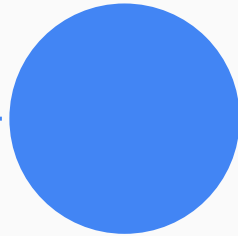
CASO 1

SUPERMERCADOS



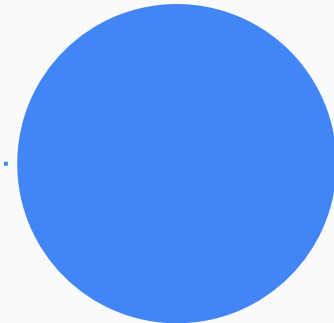
CASO 2

PARTICIPACIÓN
DE MERCADO



CASO 3

MIGRACIÓN



Caso 1. EL PROBLEMA DE LOS SUPERMERCADOS

Despues de 41 iteraciones, la evolución del vector inicial convergió a un vector final de la forma;

a = 0.7055739444149788

b = 0.08535193231397986

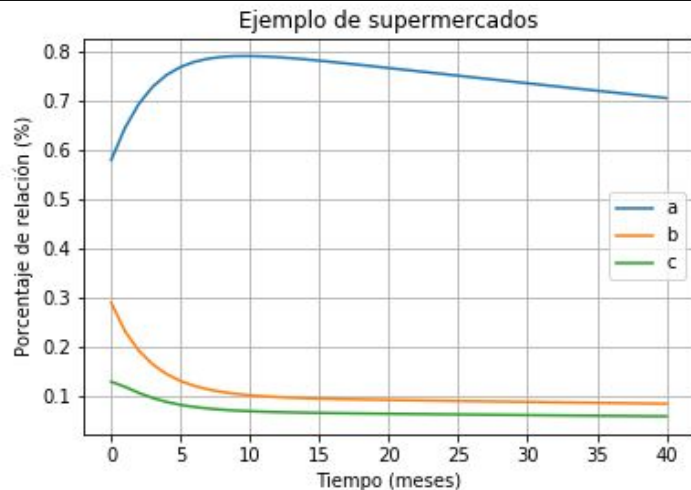
c = 0.05969333658786848

En un pueblo hay tres supermercados $\{S_1, S_2, S_3\}$ existe la movilidad de un cliente de uno a otro.

$$\begin{pmatrix} 0.94 & 0.026 & 0.029 \\ 0.14 & 0.69 & 0.17 \\ 0.46 & 0.13 & 0.41 \end{pmatrix}$$

El vector de condiciones iniciales

$$[0.58, 0.29, 0.13]$$



Caso 2. PROPORCIÓN DE LA PARTICIPACIÓN DE MERCADO FUTURA DE TRES EMPRESAS.

Después de 41 iteraciones, la evolución del vector inicial convergió a un vector final de la forma;

a = 23.82704207109829

b = 61.67305025173537

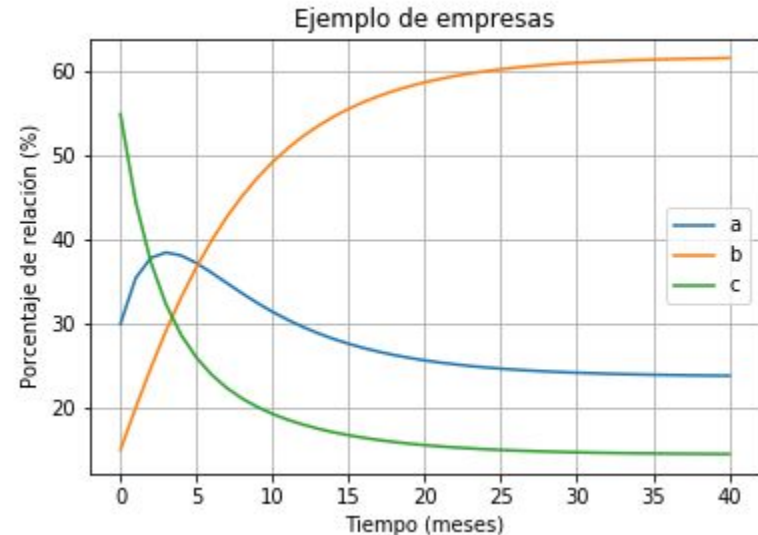
c = 14.499907677161758

La proporción de participación de mercado futura de tres empresas se determinará mediante una *matriz de transición*

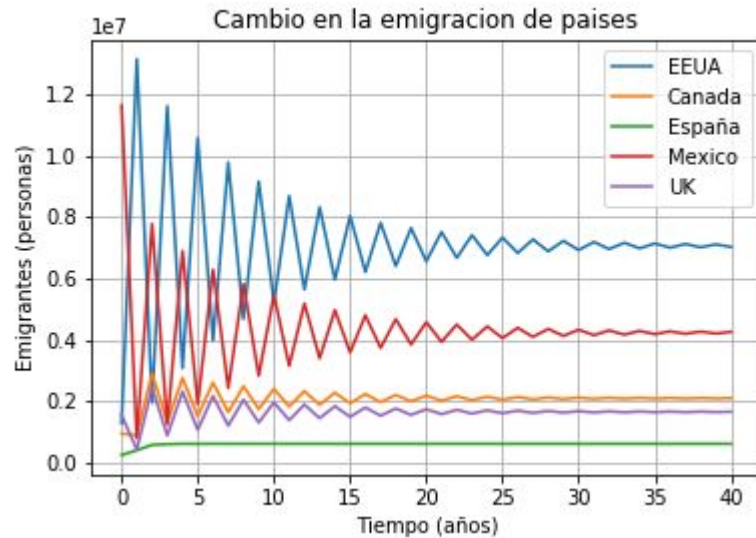
$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.03 & 0.95 & 0.02 \\ 0.2 & 0.05 & 0.75 \end{bmatrix}$$

La cuota de participación inicial de las tres empresas está representada por el vector

$$\begin{bmatrix} 30 \\ 15 \\ 55 \end{bmatrix}$$



Caso 3. COMPORTAMIENTO DE LA MIGRACIÓN



Fórmulas importantes:

(1) $P^n * V_0 = V_n$

(2) $P * V_n = V_f$

(3) $P * V_f = V_f$

Conclusiones

Los eigenvalores y los eigenvectores de una matriz A pueden usarse para la predicción del comportamiento de la inmigración y la afluencia de clientes en empresas, esto se sabe obteniendo los eigenvectores con el método de potencias y el método QR con ortogonalización de Gram-Schmidt, siendo que la diferencia entre los resultados de ambos métodos es mínima tomando éstos como correctos, concluyendo que la hipótesis formulada al inicio de este trabajo es verdadera.

El uso de Cadenas de Markov Dinámicas con Medias Móviles puede resultar como una mejor forma para reproducir los flujos migratorios (que se ven influidos por factores desconocidos complicados de anticipar), en lugar de Cadenas de Markov Estáticas como las que se emplearon en este proyecto.

Referencias

Chapra, C. S. (2015). Numerical Methods For Engineers (7.a ed.). MCGRAW HILL EDUCATION

Colaboradores de Wikipedia. (2019, 22 octubre). Método de las potencias. Wikipedia, la enciclopedia libre. https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_las_potencias:%7E:text=En%20an%C3%A1lisis%20num%C3%A9rico%2C%20el%20m%C3%A9todo,y%20autovalores%20de%20una%20matriz.text=El%20m%C3%A9todo%20converge%20lentamente%20y,los%20autovectores%20de%20la%20matriz

Introduction to General Markov Processes <https://www.randomservices.org/random/markov/General.html>