



Optimización matemática unidimensional aplicada a la ecuación de radiación espectral del cuerpo negro de Planck en estrellas a partir de su temperatura superficial

Susana Pineda
Alejandro López
Antonio Rivera



I. Introducción

Radiación de cuerpo negro

Radiación electromagnética térmica dentro o alrededor de un cuerpo en equilibrio termodinámico con su entorno, o emitida por un cuerpo negro (opaco y no reflectante).

Tiene un espectro y una intensidad específicos que dependen sólo de la temperatura del cuerpo.

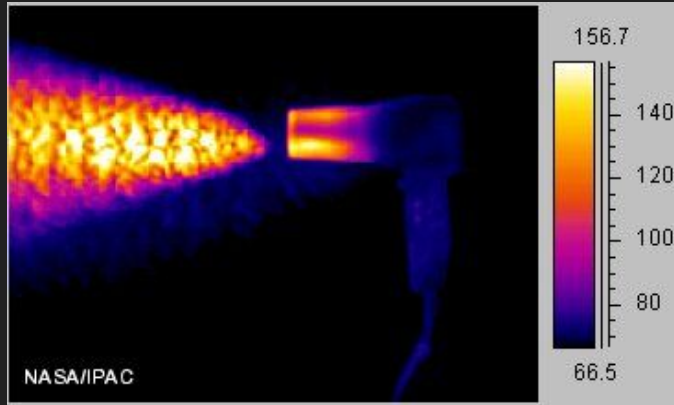
Radiación de cuerpo negro

A temperatura ambiente aparece negro, mayormente energía infrarroja.

A medida que aumenta su temperatura, se vuelve rojo, amarillo, blanco y, finalmente, azul-blanco.



Radiación infrarroja a bajas temperaturas



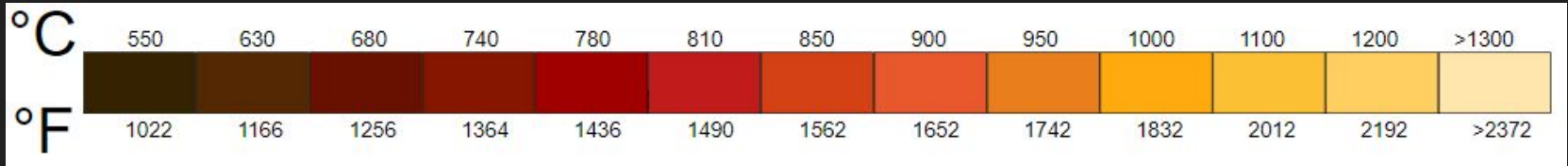
Much of a person's energy is radiated away in the form of infrared light.

Some materials are transparent in the infrared, but opaque to visible light, (plastic bag).

Other materials are transparent to visible light, but opaque or reflective in the infrared (glasses).



Radiación de luz visible a altas temperaturas



This blacksmith's colour chart stops at the melting temperature of steel

Aunque los planetas y las estrellas no están en equilibrio térmico con sus alrededores ni los cuerpos negros perfectos, la radiación del cuerpo negro se usa como primera aproximación de la energía que emiten.

Ley de Planck

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

B = Radiación espectral

ν = Frecuencia

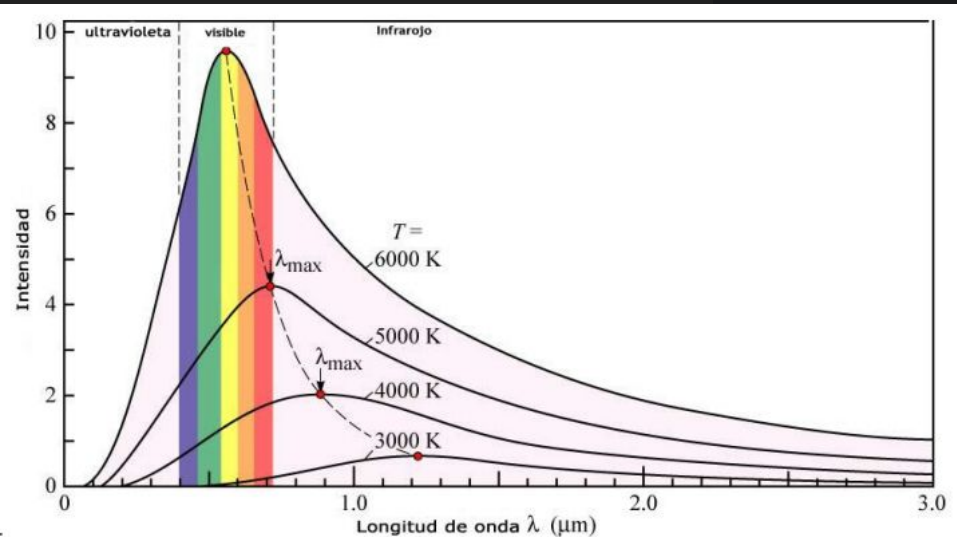
λ = Longitud de onda

T = Temperatura

h = Constante de Planck

k_B = Constante de Boltzmann

c = Velocidad de la luz

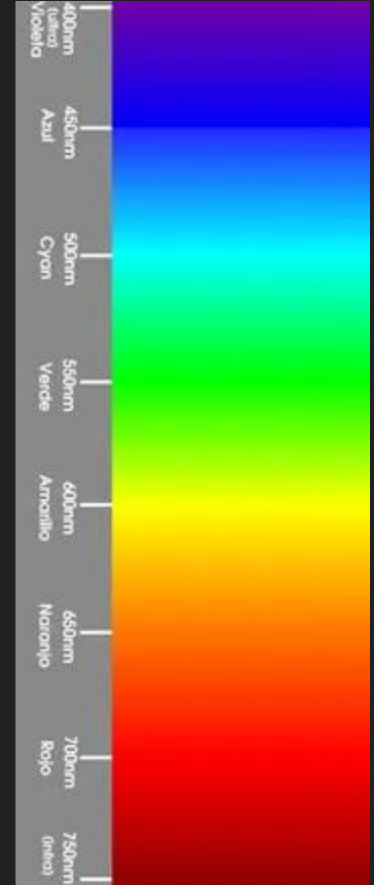


Emisión del espectro continuo

Consiste en cualquier proceso físico que emite fotones en un amplio abanico de diferentes longitudes de onda.

Ejemplo:

Al observar la luz del Sol a través de un prisma, pero no se aprecian al verlo directamente



Ley de Wien

Da la longitud de onda a la que la estrella emite más luz (el máximo del espectro del cuerpo negro).

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}$$

λ = longitud de onda

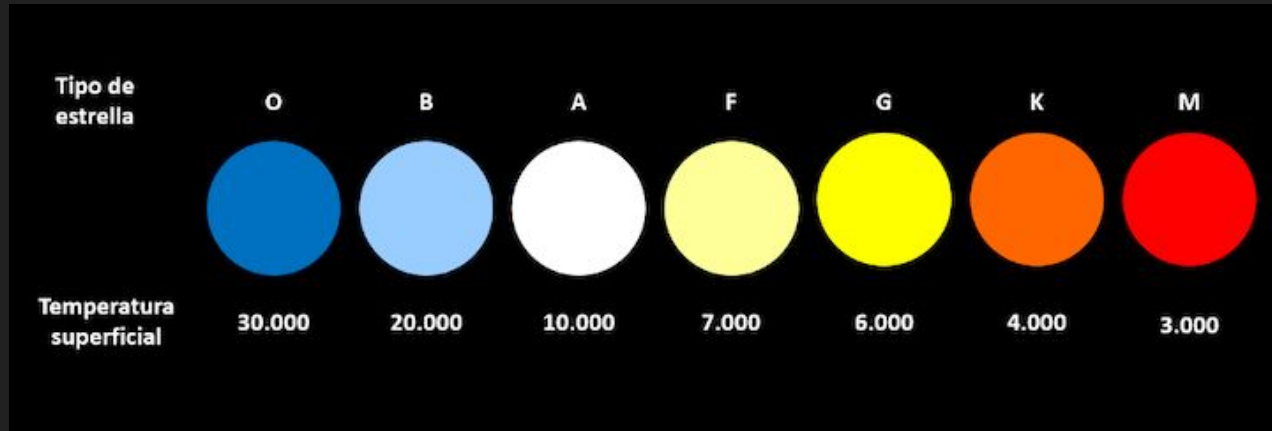
T = temperatura del cuerpo negro

b = constante de desplazamiento de Wien

Nos permite estimar aproximadamente la temperatura de cualquier objeto parecido a un cuerpo negro sencillamente midiendo dónde está el máximo en su espectro.

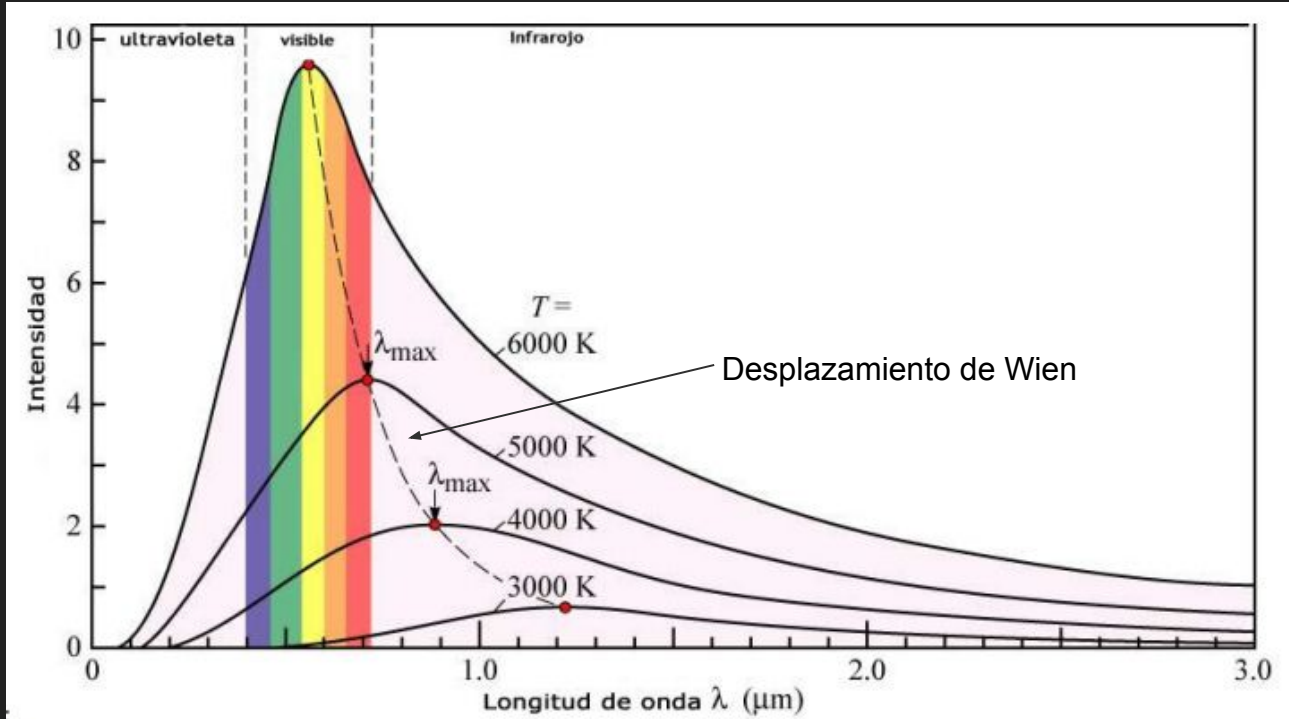
Radiación de estrellas

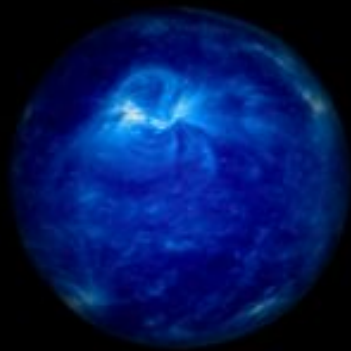
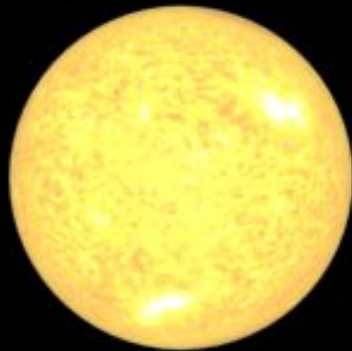
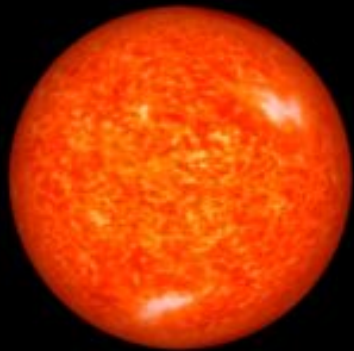
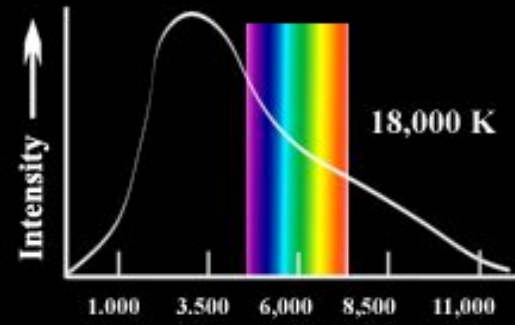
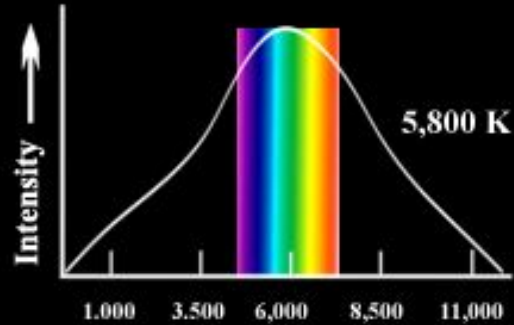
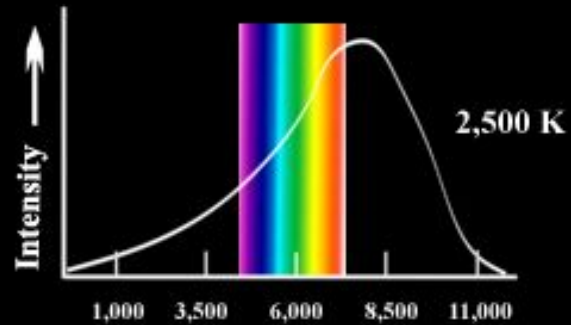
El color de una estrella está dado por la temperatura de su superficie.



La ecuación de Planck puede ser utilizada para el cálculo de la longitud de onda máxima radiada por la estrella que se desee analizar.

Radiación de estrellas





Colors are exaggerated

¿Estrellas verdes y violetas?

Las estrellas no emiten luz en una sola longitud de onda, sino que mandan un todo un rango de luz.

La estrella verde emite un poco de luz en todos los colores posibles. La estrella se ve blanca, pues es la combinación cada color.

Una estrella emitiendo luz morada también manda luz azul. Ambos colores están juntos en el espectro de luz visible, por lo que el ojo sólo percibe la luz azul.



II. Planteamiento del proyecto

Objetivo general

Optimizar la ecuación de radiación espectral, por medio de la aplicación de un método de optimización unidimensional, para comprobar la funcionalidad e importancia de los métodos de optimización.



Objetivos particulares

1. Optimizar la función de radiación espectral de un cuerpo negro para las estrellas Aldebaran, Capellana, Canopus y el Sol, para conocer la longitud de onda máxima en la que se encuentra radiando cada una de ellas, por medio de la aplicación del método de sección aurea.
2. Asociar la temperatura con la longitud de onda máxima encontrada para cada una de las estrellas, para conocer en qué parte del espectro de luz visible se encuentran.

Hipótesis

El método de optimización de la sección áurea nos ayudará a conocer la longitud de onda máxima radiada por las estrellas Aldebarán, Capellana, Canopus y el Sol, para poder asociar ésta longitud de onda a un valor de espectro electromagnético visible.





III. Desarrollo


Método de la sección áurea para encontrar puntos máximos

Este método se ejecuta mediante reducciones sucesivas de un rango de valores en los cuales se conoce, o asume, que se encuentra un punto extremo, sea máximo o mínimo.

```
70 def Golden_ratio_maximum(self, f, x_l, x_u, variable):
71     prop = (float(sqrt(5)) - 1) / 2
72     conteo = 0
73     while (abs(x_u - x_l) > self.tol and conteo < self.maxIter):
74         d = prop * (x_u - x_l)
75         x_1 = x_l + d
76         x_2 = x_u - d
77         eval_x1 = f.subs(variable, x_1)
78         eval_x2 = f.subs(variable, x_2)
79
80         if (eval_x1 < eval_x2):
81             x_u = x_1
82             x_1 = x_2
83             x_2 = x_u - (prop * (x_u - x_l))
84         elif (eval_x2 < eval_x1):
85             x_l = x_2
86             x_2 = x_1
87             x_1 = x_l + (prop * (x_u - x_l))
88         conteo += 1
89     return x_1
90
```

Aplicación del método de la sección áurea

Estrella	Temperatura (K)
Aldebarán	4000
Sol	5770
Capella	6000
Canopus	7300



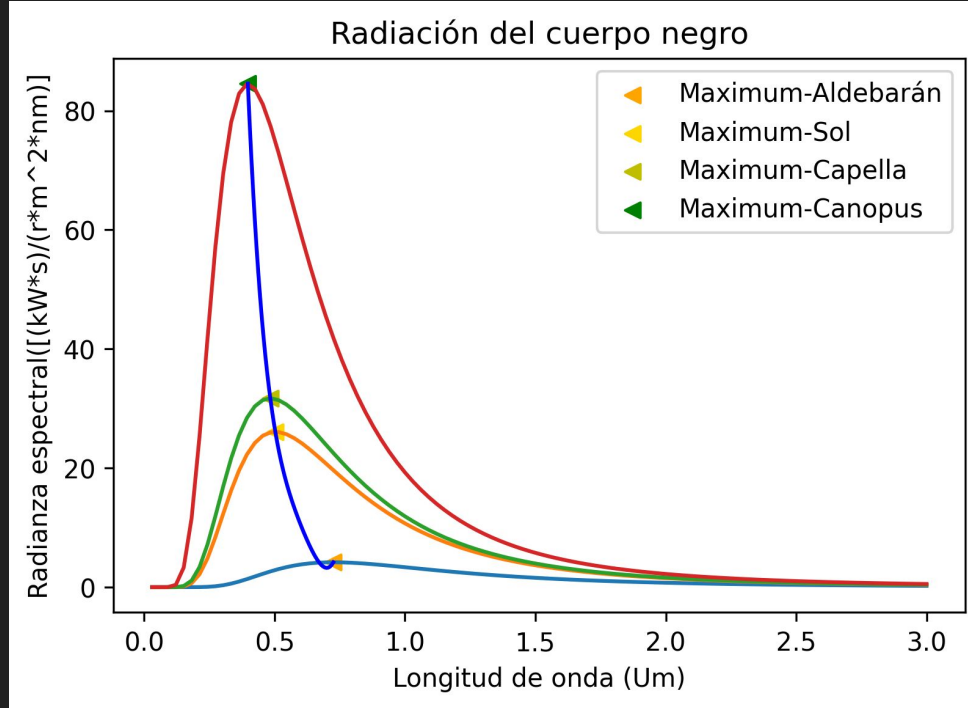
IV. Resultados y discusión

Resultados

Comparación de las temperaturas y los puntos máximos encontrados

Estrella	T [K]	λ_{max} [μm]	Radiancia [kW/(sr*m ² * μm)]
Aldebarán	4000	0.725	4.175
Sol	5770	0.502	26.079
Capella	6000	0.483	31.708
Canopus	7300	0.397	84.534

Resultados



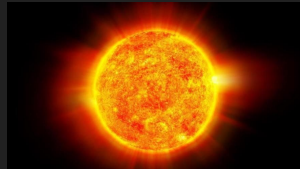
Funciones que describen la radiación del cuerpo negro a diferentes temperaturas.

Resultados

Estrella	Color	λ_{max} [um]
Aldebarán	Naranja	0.725
Sol	Naranja-amarillo	0.502
Capella	Amarilla	0.483
Canopus	Blanca	0.397



Aldebarán
(EcuRed.cu)



Sol
(nationalgeographic.es)



Capella.
(red-estelar)



Canopus
(wikipedia.org)

Conclusiones

- La longitud de onda de radiancia espectral máxima depende de la temperatura de cada cuerpo.
- la causa de que no existan estrellas verdes es que el verde está justo en la mitad del rango de longitudes de onda del visible.
- Las estrellas moradas son algo que el ojo humano no verá fácilmente porque nuestros ojos son más sensibles a la luz azul
- Se identificó un problema físico de la vida real que pudiera ser solucionado con los conocimientos adquiridos en en la materia de Computación III

Fuentes de información

1. Chapra, C. S. (2015). Numerical Methods For Engineers (7.a ed.). MCGRAW HILL EDUCATION.
2. Gutierrez, O.L. (2016). MÉTODOS NUMÉRICOS PARA RESOLVER ECUACIONES Y PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN NO LINEALES. ptolomeo.unam.mx.
3. <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/jspui/bitstream/132.248.52.100/10589/1/tesis.pdf>
Colaboradores de Wikipedia. (2020, 12 octubre). Radiación de cuerpo negro. Wikipedia, la enciclopedia libre. http://es.wikipedia.org/wiki/Radiaci%C3%B3n_de_cuerpo_negro#:~:text=Un%20objeto%20que%20absorbe%20toda,llama%20radiaci%C3%B3n%20de%20cuerpo%20negro.
4. Apéndice B: Por qué y cómo emiten radiación las estrellas. (s. f.). aavso.org.
https://www.aavso.org/sites/default/files/publications_files/ccd_photometry_guide/CCDPhotometryGuideSpanish/SpanishPhotometryGuide-AppendixB.pdf
5. Instituto de Astrofísica Andalucía. (2007). El color de las estrellas. 2020, de A través del Universo <http://universo.iaa.es/php/190-el-color-de-las-estrellas.htm>

A cosmic scene featuring two bright stars, one yellow and one blue, with swirling nebulae and a starry background. The yellow star is on the left, and the blue star is on the right. The background is a deep blue and purple space filled with numerous small white stars. Swirling nebulae in shades of blue, purple, and orange are visible around the stars.

Gracias