3,4

TRABAJO CORTO 01 - ESTADISTICA II

ANDRÉS DUQUE RENDÓN CRISTÒBAL HENAO RUEDA MANUEL JOSÉ RAMÍREZ PINEDA PEDRO ALEJANDRO PACHECO BOHORQUEZ

GRUPO 38

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA - SEDE MEDELLÍN

30/MARZO/2023

Preguntas a resolver.

- 1. Estime un modelo de regresión lineal múltiple que explique el riesgo de infección en términos de las variables restantes (actuando como predictoras) Analice la significancia de la regresión y de los parámetros individuales. Interprete los parámetros estimados. Calcule e interprete el coeficiente de determinación múltiple R2.
- 2. Use la tabla de todas las regresiones posibles, para probar la significancia simultánea del subconjunto de tres variables con los valores p más grandes del punto anterior. ¿Según el resultado de la prueba es posible descartar del modelo las variables del subconjunto? Explique su respuesta.
- **3.** Plantee una pregunta donde su solución implique el uso exclusivo de una prueba de hipótesis lineal general de la forma H0 : Lβ = 0 (solo se puede usar este procedimiento y no SSextra). Especifique claramente la matriz L, el modelo reducido y la expresión para el estadístico de prueba (no hay que calcularlo).
- **4.** Realice una validación de los supuestos en los errores y examine si hay valores atípicos, de balanceo e influenciales. ¿Qué puede decir acerca de la validez de éste modelo? Argumente su respuesta.

SOLUCIÓN

1. Con base en la tabla de parámetros estimados se obtiene la ecuación de regresión ajustada:

Y: Riesgo de infección Probabilidad promedio estimada (en porcentaje).

X1: Duración de la estadía (en días).

X2: Rutina de cultivos Razón del número de cultivos realizados en pacientes sin síntomas de infección hospitalaria, por cada 100.

X3: Número de camas

X4: Censo promedio diario

X5: Número de enfermeras

	TABLA DE PARAMETROS ESTIMADOS									
	Estimado	error estd.	Estadístico t	Valor p						
β0	-1,5124812	2,0046923	-0,7544705	0,4545860						
β1	0,0313136	0,1177962	0,2658286	0,7916129						
β2	0,0455480	0,0378258	1,2041533	0,2349682						
β3	0,0315445	0,0187667	1,6808751	0,0998738						
β4	0,0249176	0,0095867	2,5991873	0,0126700						
β5	0,0026273	0,0009807	2,6789126	0,0103485						

Para analizar la significancia de los parámetros del modelo, se plantea el siguiente juegos de hipótesis:

H0:
$$\beta_i = 0$$
 vs H1: $\beta_i \neq 0$ para j= 0,1,2,3,4,5.

Haciendo uso de los valores p proporcionados por la tabla de parámetros estimados a una significancia del 0.05, se concluye que los parámetros individuales $\beta_0^{}$, $\,\beta_1^{}$, $\,\beta_2^{}$ y $\,\beta_3^{}$ (para los cuales el valor p>0.05 y permiten rechazar Ho) son significativos cada uno en presencia de los demás parámetros, por otro lado se encuentra que $\beta_4^{}$ y $\beta_5^{}$ (para los cuales el valor p<0.05 y no permiten rechazar Ho) son individualmente no significativas en presencia de los demás parámetros.

Interpretación de los parámetros estimados: Los parámetros susceptibles de interpretación son aquellos que son significativos individualmente (β0, β1, β2 y β3) En el caso de $^{\mathbf{A}}\mathbf{60}$ =-1.512 como $x_{j} = 0 \notin [x_{j,min}, x_{j,max}] \, \forall j$ (evidenciado en la tabla de maximos y minimos para cada variable) entonces este valor no es interpretable

TA	TABLA DE MINIMOS Y MAXIMOS										
	Υ	X1	X2	Х3	X4	X 5					
					42,6						
MAX	7,6	17,94	65,9	60,5	133,5	835					

06+

estadía de todos los pacientes en el hospital (x_1) , el porcentaje de la probabilidad promedio estimada de adquirir infección en el hospital se incrementa en 0.0313 unidades.

Para $^{62}=0.0455$, indica que por cada punto de incremento en la razón del número de cultivos realizados en pacientes sin síntomas de infección hospitalaria (x_2) , el porcentaje de la probabilidad promedio estimada de adquirir infección en el hospital se incrementa en 0.0455 unidades.

Para $^{63}=0.0315$, indica que por cada punto de incremento en la razón del número de cultivos realizados en pacientes sin síntomas de infección hospitalaria (x_2) , el porcentaje de la probabilidad promedio estimada de adquirir infección en el hospital se incrementa en 0.0455 unidades.

Para $^{63}=0.0315$, indica que por promedio de compositor de compo

adquirir infección en el hospital se incrementa en 0.0315 unidades.

Al interpretar x_1 , x_2 y x_3 sin tener en cuenta sus coeficientes estimados sino únicamente la lógica y el sentido común, se puede pensar que al incrementar el número de cultivos realizados en pacientes sin síntomas de infección hospitalaria, el porcentaje de la probabilidad promedio estimada de adquirir infección en el hospital debería de disminuir ya que si se realizan cultivos con mayor frecuencia, se pueden detectar infecciones antes y prevenir su propagación, lo que reduciría el riesgo de infección. Pero se ve que según esta muestra no es así.

Significancia de la regresión: para verificar la significancia de la regresión se plantean el siguiente juego de hipótesis

H0:
$$\beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_5 = 0$$
 vs H1: algún $\beta_j \neq 0$ para j= 1,2,3,4,5

TABLA ANOVA										
Suma de cuadrados Grados de libertad Cuadrado medio Estadistico F V										
Modelo	41,1881	5	8,23762	6,96077	7,26E-05					
Error	520 741	44	1,18343							

De la tabla Anova se obtienen los valores del estadístico de prueba F0=6.96 y su valor p=7.26e-05, como vp<0.05=α se rechaza H0 y se concluye que el modelo de RLM planteado es significativo. Lo cual se traduce en que el porcentaje de la probabilidad promedio estimada de adquirir infecciones en el hospital depende significativamente de al menos una de las predictoras del modelo

<u>Coeficiente de determinación:</u> se sabe que $R^2 = \frac{SSR}{SST}$ de la tabla anova se obtiene que $R^2 = \frac{41.1881}{41.1881 + 52.0711} = \frac{41.1881}{93.2592} = 0.4417$ de lo que se puede concluir que el 44.17% de la variabilidad total en la probabilidad promedio de adquirir infecciones es explicado por el modelo propuesto.

Adicionalmente, se puede calcular el ${\it R}^2$ ajustado como una medidas de bondad de ajuste: $R_{adj}^2 = 1 - \frac{(n-1)MSE}{SST} = 1 - \frac{(50-1)^*1.18343}{41.1881+52.0711} = 1 - \frac{57.9881}{93.2592} = 0.3782$ ya que $R_{adj}^2 = 0.3782$ es menor que $R^2 = 0.4417$ podemos afirmar que en el modelo existen variables que no dan un aporte significativo al modelo. \

2. Se busca probar la significancia simultánea de las 3 variables con valor p más alto las cuales son $\beta_{_1}$, $\beta_{_2}$ y $\beta_{_3}$ aunque $\beta_{_0}$ tiene mayor valor p que alguno de los coeficientes anteriores este no se incluye ya que no está directamente relacionado con la contribución de las variables independientes especificadas que se están examinando. Para probar esto se tiene el siguiente juego de hipótesis

H0:
$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$
 vs H1: algún $\beta_j \neq 0$ para j= 1,2,3

Para esta prueba de hipótesis el estadístico de prueba es
$$F_0 = \frac{MSextra}{MSE} = \frac{MSR(\beta_1,\beta_2,\beta_3|\beta_0,\beta_4,\beta_5)}{MSE} = \frac{SSR(\beta_1,\beta_2,\beta_3|\beta_0,\beta_4,\beta_5)}{3*MSE} = \frac{SSE(\beta_0,\beta_4,\beta_5) - SSE(MP)}{3*MSE}$$
 de la tabla de todas las

posibles regresiones se saca el SEE de la regresión que incluye β_0 , β_4 y β_5 y de la

Anova se obtiene SSE y MSE, reemplazando se tiene que $F_0 = \frac{56.868-52.0711}{3*1.18343}$

entonces $F_0 = 1.3511$ para el criterio de decisión se requiere obtener el valor crítico

de una distribución
$$f_{0.05,147}$$
 a un nivel de significancia α =0.05, esto es $f_{0.05,147} = 2.8024$, como $F_0 = 1.3511 < f_{0.05,347} = 2.8024$, entonces con α =0.05 no se rechaza H0 y no se puede concluir que al menos una variable del subconjunto sea significativa, sin embargo, estas variables no se pueden eliminar del modelo sin antes considerar otras pruebas de significancia individual para evaluar la relevancia.

antes considerar otras pruebas de significancia individual para evaluar la relevancia de cada variable en el modelo, si se determina que alguna de las variables es importante para explicar la variable respuesta, entonces, debe mantenerse en el modelo, incluso si el subconjunto completo no es significativo. 🗡

Esta proeba se hace Precisamente porque ningung es significativa y se quiere salver si vale la pena saculas

5p+

10+

		TAB	LA DE TODAS	LAS PO	SIBLES REGRE	SIONES
	k	R^2	R^2 ajustado	SSE	Est. de Mallows	Variables
1	1	0,219	0,203	72,808	15,522	X1
2	1	0,195	0,179	75,033	17,402	X3
3	1	0,168	0,15	77,593	19,566	X4
4	1	0,166	0,149	77,755	19,702	X5
5	1	0,001	-0,02	93,206	32,759	X2
6	2	0,39	0,364	56,868	4,054	X4 X5
7	2	0,311	0,282	64,234	10,278	X1 X3
8	2	0,298	0,268	65,493	11,342	X1 X4
9	2	0,289	0,259	66,328	12,047	X3 X5
10	2	0,262	0,231	68,789	14,127	X3 X4
11	2	0,257	0,226	69,252	14,517	X1 X5
12	2	0,224	0,191	72,356	17,141	X2 X3
13	2	0,223	0,189	72,504	17,265	X1 X2
14	2	0,179	0,144	76,602	20,728	X2 X5
15	2	0,168	0,133	77,589	21,563	X2 X4
16	3	0,415	0,377	54,581	4,12	X3 X4 X5
17	3	0,401	0,362	55,845	5,189	X2 X4 X5
18	თ	0,4	0,361	55,911	5,245	X1 X4 X5
19	თ	0,349	0,308	60,737	9,322	X1 X3 X4
20	თ	0,338	0,295	61,692	10,129	X1 X3 X5
21	თ	0,335	0,291	62,039	10,423	XX X3 X5
22	3	0,316	0,271	63,799	11,91	X1 X2 X3
23	3	0,301	0,255	65,218	13,109	X1 X2 X4
24	/3	0,278	0,231	67,369	14,926	X2 X3 X4
2 5	3	0,258	0,209	69,238	16,506	X1 X2 X5
26	4	0,441	0,391	52,155	4,071	X2 X3 X4 X5
27	4	0,423	0,372	53,787	5,45	X1 X3 X4 X5
28	4	0,406	0,353	55,415	6,825	X1 X2 X4 X5
29	4	0,356	0,299	60,066	10,756	X1 X2 X3 X5
30	4	0,351	0,293	60,564	11,177	X1 X2 X3 X4
31	5	0,442	0,378	52,071	6	X1 X2 X3 X4 X5

Presenten côto
le que se
necesita, no
survien el regorte

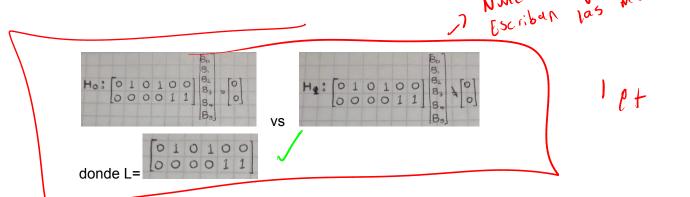
3. ¿Existen relaciones lineales entre las variables: duración de la estadía, número de camas, censo premedio diario y riesgo de infeccion en un hospital, tales que si se suman los coeficientes de regresión de duración de la estadía y números de camas, y si se suman los coeficientes de regresión de censo promedio diario y número de enfermeras el resultado es cero?

Para responder la pregunta se tienen que verificar simultáneamente las 2 ecuaciones, planteando entonces el siguiente juego de hipótesis

H0:
$$\beta_1 + \beta_3 = 0$$
 y $\beta_4 + \beta_5 = 0$ **v**

H0:
$$\beta_1 + \beta_3 = 0$$
 y $\beta_4 + \beta_5 = 0$ **vs H1**: $\beta_1 + \beta_3 \neq 0$ **y** $\beta_4 + \beta_5 \neq 0$ Lo cual se puede reescribir como

se está probando si los efectos llevan relación.



se observa que L tiene 2 filas linealmente independientes, por lo tanto r=2, el modelo el reducido puede escribirse como: $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 - \beta_1 X_3 + \beta_4 X_4 - \beta_4 \beta_5 + \epsilon$ $Y = \beta_0 + \beta_1 (X_1 - X_3) + \beta_2 X_2 + \beta_4 (X_4 - X_5) + \epsilon$

$$Y = \beta_0 + \beta_1(X_1 - X_3) + \beta_2X_2 + \beta_4(X_4 - X_5) + \varepsilon$$

RM:
$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_{1,3} + \beta_2 X_2 + \beta_4 X_{4,5} + \epsilon$$
, donde $X_{1,3} = (X_1 - X_3)$ y $X_{4,5} = (X_4 - X_5)$

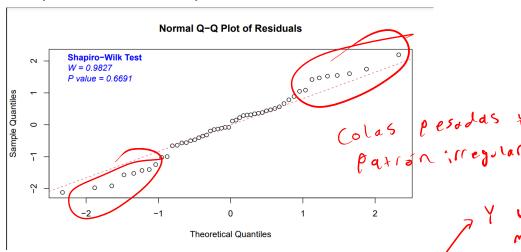
¿cómo disaribuye? La expresión del estadístico de prueba está dado por

$$F_0 = \frac{MSH}{MSE} = \frac{SSH}{2*MSE} = \frac{SSE(RM) - SSE(FM)}{2*MSE} = \frac{SSE(RM) - 52.0711}{2*1.18343} = \frac{SSE(RM) - 52.0711}{2.3669} = F_0 \text{ Con la}$$

información suministrada no podemos obtener el valor de SSE(RM) ya que de la tabla de todas las posibles regresiones no se puede sacar este valor, dado que esta no admite restas entre variables, por lo tanto, no se puede rechazar o aceptar alguna hipótesis.

4. Validación de los supuestos sobre los errores: se quiere probar

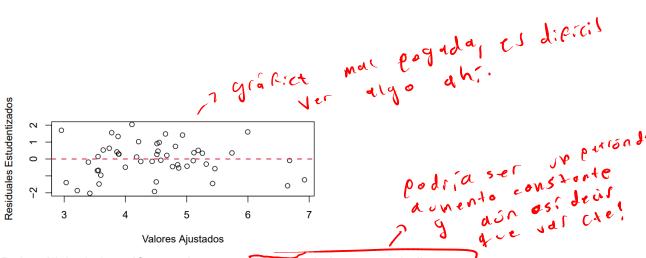
H0: $\varepsilon_i \sim normal \ vs$ **H1:** ε_{i} rormal



Si bien según la prueba de shapiro-wilk el valor permite aceptar la hipótesis nula, po lo que según este criterio los errores distribuyen normal, ahora bién, si vemos la gráfica, vemos que los puntos no se ajustan muy bien a la recta, entonces según la gráfica los errores no se distribuyen normal. Esa contradicción se puede deber a la presencia de poservaciones influenciales. Entonces se acepta el criterio de la gráfica y se concluye que el supuesto de normalidad no se cumple 🗸

Supuesto de varianza constante: se quiere probar **H0**: $V[\varepsilon] = \sigma^2$ **vs H1**: $V[\varepsilon] \neq \sigma^2$

1,5 pz



Del análisis de la gráfica se tiene que el patrón de los puntos indica un comportamiento constante. De lo cual podemos concluir que el supuesto de varianza constante se cumple.

Análisis de la presencia de observaciones extremas: para identificar si en el modelo hay observaciones extremas se busca calcular los estadísticos que nos permitan aplicar criterios a estos puntos, los cuales incluyen: residuales estudentizados,los h_{ii} , las distancias de $\operatorname{cook}(d_i)$ y los DFFITS.

Una <u>observación i es atípica</u> cuando $|r_i| > 3$ de acuerdo a la columna res.stud de residuales estudentizados se tiene que ningun valor es menor a 3 o mayor que 3, por lo tanto se concluye que no tiene observaciones atípicas

Puntos de balanceo: se asume que la observación i es un punto de balanceo si $h_{ii} > \frac{2P}{n}$ en la práctica tenemos que $h_{ii} > \frac{2P}{n} = 2 * \frac{6}{50} = 0.24$, de acuerdo a las columnas h_{ii} . value de valores de la diagonal de la matriz H se tiene que las observaciones 17, 22, 40 y 45 son puntos de balanceo $i \ Q \ \sim \ CAU \ Observaciones influenciales:$ se dice que la observación y será influencial si $D_i > 1$

según este criterio no hay ninguna observación influencial. Adicionalmente si $|DFFITS| > 2\sqrt{\frac{P}{n}} = 2\sqrt{\frac{6}{50}} = 0.693$. De acuerdo a la columna DFFITS tenemos que las observaciones 12, 17, 39, 45 y 47 son influenciales.

En resumen, para el análisis de observaciones extremas se tiene que:

- no hay valores atípicos
- las observaciones 17, 22, 40 y 45 son puntos de balanceo
- las observaciones 12, 17, 39, 45 y 47 son influenciales

Como el supuesto de normalidad no se cumple y se verificó la existencia de puntos de balanceo e influenciales significa que la validez del modelo puede estar comprometida y se deben tomar medidas para corregir estas limitaciones.

En general es recomendable realizar una validación exhaustiva de los supuestos y

En general es recomendable realizar una validación exhaustiva de los supuestos examinar cuidadosamente los datos antes de tomar decisiones basados en los resultados del modelo.

96

2p +

	Tabla para el nálisis de la presencia de observaciones extremas												
i	Υ	X1	X2	ХЗ	X4	X5		se,y gorro			Cooks,D	valor hii	Dffits
1	4,3	9,89	45,2	11,8	108,7	190	4,4359	0,4859	-0,1359	-0,1397	0,0008	0,1995	-0,0689
2	5,6	8,95	53,7	18,9	122,8	147	5,256	0,4118	0,344	0,3416	0,0033	0,1433	0,1383
3	5	10,33	_	21,2	104,3	266	5,3191	0,2537	-0,3191	-0,3016	0,0009	0,0544	-0,0716
4	5,3	8,15	54,9	12,3	79,8	99	3,8798	0,2215	1,4202	1,3334	0,0128	0,0415	0,2798
5	2,6	9,76	53,2	6,9	80,1	64	3,598	0,2994	-0,998	-0,9543	0,0124	0,0758	-0,2729
6	4,3	9,23	51,6	11,6	42,6	620	4,1832	0,4136	0,1168	0,1161	0,0004	0,1445	0,0472
7	4,2	7,39	51	14,6	88,4	72	3,8943	0,2876	0,3057	0,2914	0,0011	0,0699	0,079
8	6,4	11,62	53,9	25,5	99,2	133	4,9321	0,3281	1,4679	1,4153	0,0334	0,0909	0,4529
9	4,8	9,36	54,1	18,3	90,6	165	4,5131	0,1896	0,2869	0,2679	0,0004	0,0304	0,0469
10	4,7	8,77	54,5	5,2	47	143	2,9554	0,3551	1,7446	1,6966	0,0572	0,1065	0,5991
11	5,7	11,2	56,5	34,5	88,9	180	5,1881	0,4204	0,5119	0,5102	0,0076	0,1493	0,2119
12	7,6	11,4	61,1	16,6	97,9	535	5,9965	0,4264	1,6035	1,6022	0,0777	0,1537	0,6955
13	5,4	7,9	64,1	7,5	98,1	68	4,5151	0,4857	0,8849	0,9091	0,0343	0,1994	0,4527
14	4,2	9	56,3	14,6	76,4	72	3,8871	0,2384	0,3129	0,2948	0,0007	0,048	0,0655
15	6,1	13,6	54	24,2	111,7	312	5,7391	0.4928	0,3609	0.3572	0,0034	0,1371	0,1409
16	3,7	7,1	59	2,6	75,8	70	3,5531	0,3544	0,1469	0,1428	0,0004	0,1061	0,0487
17	5,9	17,9	56,2	26,4	91,8	835	6,9271	0,7031	-1,0231		0,1816	0,4177	-1,0502
18	4,3	7,6	47,1	16,4	65,7	318	3,8623	0,319	0,4377	0,4209	0,0028	0,086	0,1279
19	5,5	10,9	57,2	10,6	71,9	593	5,1181	0,3424	0,3819	0,3698	0,0025	0,0991	0,1214
20	1,3	8,2	60,9	1,9	58	73	3,2139	0,3667	-1,9139	-1,8687	0,0746	0,1136	-0,6893
21	6,2	10,2	51,9	16,4	59,2	568	4,6541	0,3046	1,5459	1,4803	0,0311	0,0784	0,4378
22	6,6	13,95	65,9	15,6	133,5	356	6,6799	0,6186	-0,0799	-0,0893	0,0006	0,3233	-0,061
23	5,3	9,77	50,2	15,7	89,7	154	4,2149	0,2502	1,0851	1,0249	0,0098	0,0529	0,242
24	4,5	9,31	47,2	30,2	101,3	170	4,8524	0,3531	-0,3524	-0,3424	0,0023	0,1053	-0,1163
25	2	8,93	56	6,2	72,5	95	3,5695	0,2387	-1,5695	-1,4788	0,0184	0,0481	-0,3373
26	4,4	7,7	56,9	12,2	67,9		3,736	0,2885	0,664	0,6331	0,0051	0,0703	0,1729
27	1,3	8,92	53,9	2,2	79,5	56	3,4194	0,3036	-2 1194	-2,0288	0,058	0,0779	-0,6123
28	6,3	9,74	54,4	11,4	76,1	221	4,1068	0,1767	2,1982	2,0432	0,0189	0,0264	0,3496
29	1,6	8,82	58,2	3,8	51,7	80	3,0329	0,3599	-1,4329	-1,3958	0,0399	0,1094	-0,4948
30	4,2	9,06 /	52,8	6,9	75,9	134	3,6371	0,2396	0,5629	0,5304	0,0024	0,0485	0,1188
31	3,2	8,19	52,1	10,8	59,2	176	3,3952	0,263	-0,1952	-0,185	0,0004	0,0585	-0,0456
32	5,6	11,48	57,6	20,3	82	252	4,8163	0,2691	0,7837	0,7436	0,006	0,0612	0,1889
33	2,9	10,8	63,9	1,6	57,4	130	3,5585	0,4568	-0,6585	0,667	0.0159	0,1763	-0,3066
34	4,6	10,16	54,2	8,4	51,5	831	5,0059	0,5244	-0,4059	-0,4259	0,0092	0,2324	-0,2321
-	4,9	9,89	50,5	17,7	103,6		4,676	0,2782	0,224	0,213	0,0005	0,0654	0,0557
36	5,6	10,12	_	14,9	79,1		4,5513		1,0487	0,978	0,0047	0.0286	0,1676
-	3,9	10,73		19,3	101	_	5,4229	0,2883	-1,5229	-1,4518	0,0265	0,0702	-0,4042
-	4,9	10,23	_	9,9	77,9			0,4767	-0,5601	-0,5728	0,013	0,192	-0,2771
-	5,3	11,77		17,3	56			0,4696	1,5237	1,5528	0,0921	0,1864	0,7557
\vdash	2,9	10,79		2,6	56,6	461		0,5605	-0,6422	-0,6888	0,0286	0,2655	-0,4116
-	4,5	8,28	48,1	26	101,8		4,5782	0,3489	-0,0782	-0,0759	0,0001	0,1029	-0,0254
-	4,3	10,39		14	88,3			0,1918	-0,5691	-0,5315	0,0015	0,0311	-0,0944
-	4,1	9,05	51,2	20,5	79,8	_		0,2111	-0,1504	-0,1409	0,0001	0,0377	-0,0276
44		7,78	45,5	20,9	71,6		4,5317	0,4017	0,4683	0,4632	0,0056	0,1364	0,1824
-	5,4	11,18		60,5	85,8		6,647	0,7507	-1,247	-1,5838	0,38	0,4762	-1,5373
\vdash	4,3	9,42	50,6	24,8	62,8	_	4,769	0,3314	-0,469	-0,4527	0,0035	0,0928	-0,1435
-	2,5	8,54	56,1	27	82,5	98	4,4751	0,3613	-1,9751	-1,9248	0,0766	0,1103	-0,7002
48		11,03	_	19,7	102,1	318	5,1068	0,2814	-0,1068	-0,1016	0,0001	0,0669	-0,0269
-	3,1	9,41	59,5	20,6	91,7	29	4,5032	0,3298	-1,4032	-1,3536	0,0309	0,0003	-0,4348
-	3,5	7,94	49,5	6,2	92,3			0,3611	-0,4986	-0,4859	0,0049	0,1102	-0,1695
55	0,0	7,04	70,0	٠,٤	32,3	100	5,5500	0,0011	0,7000	0,4008	3,0048	0,1102	0,1000

¿ Para qué todo eso? 3 avuian el reporte. pac ejemplo, no Je en el reporte donde usan et datos son de reporte estadístico.