Laboratorio de Cálculo Numérico
Método de Punto Fijo
Dr. Zeferino Parada

1 Introducción

Conocemos el siguiente resultado clásico de Cálculo Diferencial :

Teorema de Punto Fijo. Sea $g.[a, \underline{\,}] \to [a,\ b]$ continuamente diferenciable donde existe $\gamma \in [0,\ 1)$ tal que

$$|g'(x)| \leq \gamma, \quad \text{para todo } \ x \in [a,\ b]$$

entonces existe un único punto $x^* \in [a,\ b]$ tal que $g(x^*) = x^*$.
Además para cada $x_0 \in [a,\ b]$, la iteración

$$x_{k+1} = g(x_k), \ \ k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

está bien definida y converge a x^* con

$$|x_{k+1} - x^*| \leq \gamma^k (b - a).$$

2 Inline Functions

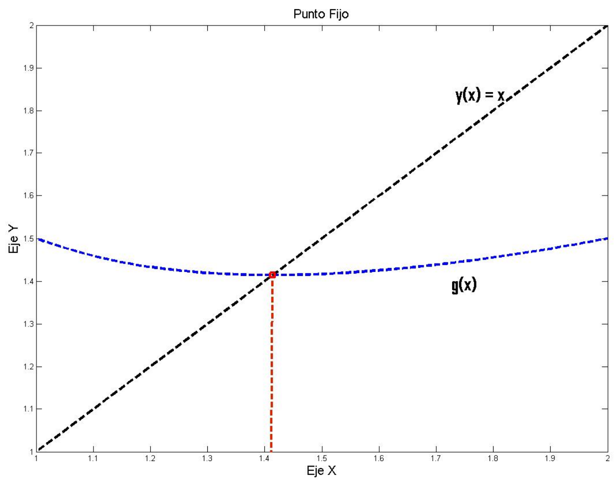
Una forma simple de escribir funciones reales en Matlab es usando el comando **inline**. Por ejemplo la función

$$g(x) = \frac{x + \frac{2}{x}}{2},$$

se escribe en Matlab como:

$>> g = \text{inline}('(x + (2/x))/2')$
$>> f(2)$
$>> 1.500$

Ejercicio 1. Usando la expresión **inline** de $g(x)$, grafique la función $g(x)$ y la función identidad, $y = x$, en el intervalo $[1,\ 2]$.
Escriba un script con nombre **scriptpuntofijo.m** donde aparezca la gráfica con rótulos en los ejes y título. Al inicio del script ponga su nombre y clave única.



3 Iteración de Punto Fijo

Escriba la función en Matlab:

function $[x,\ iter] = \text{puntofijo}(g,\ x0)$
% Iteración de punto fijo para la función $g : [a,\ b] \to [a,\ b]$
% continuamente diferenciable tal que $|g'(x)| \leq \gamma$ para todo $x \in [a,\ b]$
% donde $0 < \gamma < 1$, es una constante.
% **In**
% g.- función en Matlab con la expresión de $g(x)$.
% $x0$.- punto inicial de la iteración tal que $a \leq x0 \leq b$.
% **Out**
% x.- aproximación al punto fijo.
% $iter$.- número de iteraciones en el método.

%
% Criterios de parar el método:
% $|x_{k+1} - x_k| \leq 10^{-12}$
% o $iter = 50$.
%
% **Nombre**
% Clave única
% ————————————————————————

Ejercicio 2. La función

$$g(x) = \frac{x + \frac{2}{x}}{2},$$

tiene un único punto fijo en $[1,\ 2]$, $x^* = \sqrt{2}$.. Aproxime este punto fijo con los comandos:

$>> g = \text{inline}('(x + (2/x))/2')$
$>> [x,\ iter] = puntofijo(g,\ 1);$

Respuesta
$x = 1.414213562373095$
$iter = 6$

Ejercicio 3 La función,

$$g(x) = \frac{1 + 2x^3}{1 + 3x^2},$$

tiene un punto fijo, $x^* \approx 0.68$. Aproxime este punto fijo con semilla, $x0 = 0.5$ usando $puntofijo.m$. Además grafique la función en el intervalo $[0,\ 1]$ junto con la función identidad. Script **ejercicio3.m**

Respuesta
$x = 0.68232780$
$iter = 7$

Enviar sus programas, **graficapuntofijo.m, puntofijo.m, ejercicio3** al correo electrónico
zeferino@itam.mx
Asunto: Cálculo Numérico / Programas de punto fijo.
Tiempo Límite:**13:15 horas**

La gráfica es la siguiente: