Cálculo Numérico
Tarea I
Dr: Zeferino Parada

1 Raíces de Ecuaciones No- Lineales, Puntos Fijos y Mínimos Locales.

Los problemas requieren de la computadora y el uso de los métodos de:**bisección, regla flasa, secante, Newton, razón dorada y punto fijo.**

1. Supongamos que se tiene en la computadora un arreglo de n números reales que están en forma creciente en el arreglo $TABLA$. Sea X un número real tal que $TABLA(1) \leq X \leq TABLA(n)$. Explique cómo puede usar el método de bisección para encontrar el índice $\hat{k}$ tal que $TABLA(\hat{k}) \leq X \leq TABLA(\hat{k}+1)$.

2. Aproxime con bisección la raíz de, $f(x) = \sqrt{x} - 1.1$, con una tolerancia de $tol = 10^8$ para $b - a$ con intervalo inicial $[0,\ 2]$ y escriba el número de iteraciones que se hicieron.

3. El pago de una hipoteca de una casa en un periodo fijo de tiempo requiere la **ecuación de anualidad ordinaria**
$$A = \frac{P}{i}[1 - (1+i)^{-n}],$$
donde A es el importe de la hipoteca, P es el importe de cada pago e i es la tasa de interés por periodo para n periodos. Supongamos que se necesita una hipoteca de \$2, 000, 000 por una casa a 30 años y que los pagos máximos que se puede realizar el cliente son de \$10, 000 pesos mensuales. ¿Cuál será el interés más alto que podrá pagar ?

4. Aproxime el valor $\sqrt{p^*}$, donde p^* es el mayor número primo antes de 100, con la iteración de punto fijo:
$$x_{k+1} = \frac{1}{2}\left(x_k + \frac{p^*}{x_k}\right).$$
Usted debe encontrar el valor de p^* y el punto inicial, x_0 para su proceso iterativo. Realice la aproximación numérica a una precisión de 10^{-12} y escriba una tabla de la forma:

p	$\sqrt{p}$	$iter$

5. De nuevo, aproxime el valor $\sqrt{p^*}$, donde p^* es el mayor número primo antes de 100, con el método de Newton a la función, $f(x) = x^2 - p$, y escriba una tabla de la forma:

p	$\sqrt{p}$	$iter$

   El método de Newton tendrá tolerancia: $|f(x_k)| \leq 10^{-12}$.

6. Aproxime los valores propios de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix},$$

   con los siguientes pasos:

   (a) Grafique en Matlab el polinomio característico, $p(\lambda)$, correspondiente a la matriz A.

   (b) Use el método de Newton para aproximar cada uno de los tres valores propios de A, $\lambda_1 = 0.1270$, $\lambda_2 = 1.0, \lambda_3 = 7.8730$.

7. Considere la función $g(x) = x^2 + \frac{3}{16}$.

   (a) Muestre que $g(x)$ tiene dos puntos fijos, x_1^*, x_2^*.

   (b) Calcule $|g'(x_1^*)|$ y $|g'(x_2^*)$ e indique en cuáles de ellos la iteración, $x_{k+1} = g(x_k)$, converge al respectivo punto fijo.

   (c) Use en Matlab el método de punto fijo, para mostrar la convergencia.

8. Considere la función

$$g(x) = \omega x + \frac{(1-\omega)A}{x^2},$$

   donde $\omega \neq 1$.

   (a) Muestre que $g(x^*) = x^*$ si y sólo si $A = (x^*)^3$.

   (b) Determine un valor de ω^* tal que $g'(x^*) = 0$.

(c) Aproxime la raíz cúbica de 2, es decir $A = 2$, con ω^* del inciso anterior y la iteración de punto fijo correspondiente. Usted debe hacer un programa en Matlab para obtener su resultado.

9. Aproxime con el método de la razón dorada, el mínimo local del polinomio, $p(x) = (x-1)(x-(3/2))(x-2)$.

10. Encuentre el área máxima de un triágulo con vértices en $(0,\ 3)$, $(-x,\ y)$, $(x,\ y)$ y que pertenecen a la elipse,

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1.$$