



# AB-266 - Exame

Antônio Bernardo Guimarães Neto

05 de junho de 2018

## Instruções

- a data-limite para entrega é **02 de julho de 2018**
- escolha **dez** entre os exercícios de 1 a 11
- o exercício 12 é um desafio, valendo 2.0 pontos de bônus na nota deste trabalho
- você deve fazer seus próprios códigos: não utilize códigos de colegas
- este trabalho corresponde a 50% da nota de exame, com a outra metade ficando sob responsabilidade do Prof. Flávio Silvestre
- envie para o e-mail antoniobgn@gmail.com um arquivo compactado contendo:
  - **um** documento **.pdf** com as soluções comentadas dos exercícios: inclua as respostas às perguntas, bem como as análises pedidas ou as que julgue pertinentes. Inclua os gráficos necessários às suas respostas ou análises.
  - os códigos implementados para a solução das questões, organizados em pastas, uma para cada exercício e/ou item proposto.

O modelo da aeronave conceitual GNBA (“Generic Narrow-Body Airliner”) foi desenvolvido na seguinte tese de doutorado, com a finalidade de estudar a dinâmica de aeronaves flexíveis:

GUIMARÃES NETO, Antônio Bernardo. **Flight dynamics of flexible aircraft using general body axes**: a theoretical and computational study. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos: ITA, 2014. 450 p. (DCTA/ITA/TD-032/2014). Disponível em: [http://www.bdita.bibl.ita.br/tesesdigitais/lista\\_resumo.php?num\\_tese=67648](http://www.bdita.bibl.ita.br/tesesdigitais/lista_resumo.php?num_tese=67648). Acesso em: 20 mar. 2017.

Neste trabalho, você irá implementar a versão rígida do GNBA. Diferentemente do caso do F-16, os estudos com o GNBA irão se basear na atmosfera padrão internacional (ISA), definida na função **ISA.m** fornecida como anexo a este documento.

Os dados necessários para a construção do modelo da aeronave podem ser encontrados no Apêndice.

Você deverá construir o modelo adotando o seguinte vetor de estados (observe as diferenças em relação ao modelo do F-16):

$$\mathbf{X} = [V \quad \alpha \quad q \quad \theta \quad H \quad x \quad \beta \quad \phi \quad p \quad r \quad \psi \quad y]^T, \quad (1)$$

em que as grandezas dimensionais deverão estar no **sistema internacional de unidades (SI)**, os ângulos deverão estar em **graus** e as velocidades angulares em **graus por segundo**.

O GNBA tem seis diferentes variáveis de controle, sendo dois motores e quatro superfícies de controle. Você deverá adotar o seguinte vetor de variáveis de controle:

$$\mathbf{U} = [T_{le} \quad T_{re} \quad i_h \quad \delta_e \quad \delta_a \quad \delta_r]^T, \quad (2)$$

onde  $T_{le}$  é a força de tração do motor esquerdo, em newtons;  $T_{re}$  é o análogo para o motor direito;  $i_h$  é a deflexão da empenagem horizontal toda móvel (estabilizador horizontal), em graus;  $\delta_e$  é a deflexão do profundor localizado na mesma empenagem, em graus;  $\delta_a$  é a deflexão do aileron, em graus; e, finalmente,  $\delta_r$  é a deflexão do leme, em graus.

O avião é equilibrado usando-se o estabilizador horizontal como superfície de controle para trimagem. A deflexão de profundor permanece nula, exceto na execução de manobras em voo. Em outras palavras,  $i_h$  é uma incógnita e  $\delta_e = 0$  no cálculo de equilíbrio.

Além disso, no cálculo das condições de equilíbrio, sempre assuma a restrição “fraca” de que o ângulo de derrapagem aerodinâmico seja nulo ( $\beta = 0$ ).

**Salvo menção explícita em contrário (caso dos exercícios 8, 9, 10 e 11), considere a configuração de massa nominal da aeronave.**

Na programação da dinâmica e dos modelos do GNBA, mantenha arquivos separados para a dinâmica (tal como o `dynamics.m` sugerido no curso), para as cargas aerodinâmicas (`aero_loads.m`) e para as cargas propulsivas (`prop_loads.m`), fazendo as adaptações necessárias do F-16 para o GNBA.

Considerando o exposto, resolva os seguintes exercícios:

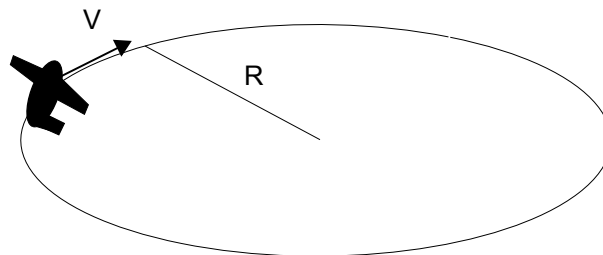
**1.** (1.0 ponto) Calcule os estados e controles de voo trimado para a condição de operação em voo reto nivelado a:

- Mach: 0.78
- Altitude: 38000 ft

Simule a aeronave nesta condição por 10 segundos e mostre que o equilíbrio foi de fato encontrado.

2. (1.0 ponto) Calcule os estados e controles do voo trimado para curva coordenada à direita:

- Mach: 0.78
- Altitude: 38000 ft
- Raio de curvatura: 10 km



Mostre em um gráfico a trajetória da aeronave durante uma volta completa, considerando  $x(t=0) = 0$  e  $y(t=0) = 0$ .

3. (1.0 ponto) Linearize numericamente a dinâmica da aeronave na condição de operação em voo reto nivelado (Exercício 1) e encontre as matrizes **A** e **B** do modelo linear na forma:

$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{U},$$

onde  $\Delta \mathbf{X}$  é a variação do vetor de estados da aeronave em relação ao vetor de estados de equilíbrio, sem incluir as variáveis de estado de dinâmica ignorável ( $\Delta \mathbf{X} = [V \ \alpha \ q \ \theta \ H \ \beta \ \phi \ p \ r]^T$ ), e  $\Delta \mathbf{U}$  é a variação do vetor de variáveis de controle em relação aos controles do voo equilibrado.

Encontre os autovalores da matriz Jacobiana e identifique os diferentes modos da dinâmica: período curto, período longo (fugoide), espiral, rolamento puro, *Dutch roll*.

4. (1.0 ponto) Se você implementasse a dinâmica da aeronave usando as variáveis  $(u, w, v)$  no lugar de  $(V, \alpha, \beta)$ , os autovalores da dinâmica linearizada em torno da condição de voo reto nivelado mudariam? Justifique.

5. (1.0 ponto) Considere a existência de vento uniforme com componentes de velocidade  $(-10, -10, -10)$  m/s no sistema terrestre fixo (inercial). Determine os parâmetros de equilíbrio da aeronave para voo reto nivelado na direção  $x$  do sistema terrestre e a favor desse eixo, a 38000 ft de altitude e em Mach 0.78.

6. (1.0 ponto) Considere a aeronave originalmente em atmosfera parada e em voo reto nivelado a 38000 ft e Mach 0.78. Ela será então exposta a uma rajada vertical ascendente com perfil de velocidade dado por  $w_w = -5 \left(1 - \cos \left(2\pi \left(\frac{x-1000}{L}\right)\right)\right)$  no sistema terrestre fixo, válido para  $1000 \leq x \leq 1000 + L$ , e  $w_w = 0$  para outros valores de  $x$ . Simule a resposta da aeronave para  $L = 500$ ,  $L = 1000$  e  $L = 2000$ . Analise os resultados.

7. (1.0 ponto) Justifique a utilidade das equações do movimento com origem arbitrária do sistema de coordenadas do corpo, deduzidas e empregadas neste curso. Você pode optar por tomar como base as referências [1] e [2] em anexo.

[1] ABZUG, M. J.; RODDEN, W. P. **The Centroidal Siren and Computational Flight Mechanics**. In: Advances in Aerospace Sciences, Stanford, CA: Stanford

University, 1993. apud RODDEN, W. P. **Theoretical and Computational Aeroelasticity**. [S.l.]: Crest Publishing, c2011. 829 pp. ISBN (10): 0-692-01241-9; (13): 978-0-692-01241-3.

- [2] ESDU. **Conversion of stability derivatives for a general change of body axes**. Item n. 86041. Engineering Sciences Data Unit. London, 1986.

**8.** (1.0 ponto) Para as configurações de massa 01 (CG frontal), 02 (CG intermediário) e 03 (CG traseiro), calcule o equilíbrio em voo reto nivelado a 38000 ft de altitude e em Mach 0.78. Mostre graficamente a evolução do ângulo de ataque, da incidência do estabilizador horizontal, do coeficiente de arrasto e da tração por motor na condição de equilíbrio em função da posição do CG. Analise os resultados. Considerando o consumo de combustível proporcional à tração do motor, é o CG frontal ou o CG traseiro o mais vantajoso em termos econômicos?

**9.** (1.0 ponto) Mostre graficamente a evolução da frequência natural e da razão de amortecimento do modo de período curto com a posição do CG para as configurações de massa 01, 02 e 03. Mostre também, num mesmo gráfico, o lugar geométrico das raízes para as três configurações.

**10.** (1.0 ponto) Obtenha e compare a resposta da aeronave nas configurações de massa 01, 02 e 03 a uma perturbação inicial de um grau no ângulo de ataque. Realize a simulação em um tempo adequado para a observação da resposta. Quais modos predominam?

**11.** (1.0 ponto) Obtenha e compare a resposta da aeronave nas configurações de massa 01, 02 e 03 a um mesmo comando *doublet* no profundor. Considere o *doublet* iniciando a picar em  $t = 1$  s; com transições cúbicas com duração de 0.1 s, 0.2 s e 0.1 s, respectivamente; amplitude pico-a-pico de 10 graus; e tempo de permanência em cada deflexão (máxima e mínima) de 2 s.

**12. (2.0 pontos bônus) Desafio:** Inclua os efeitos aerodinâmicos não estacionários devidos a  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\beta}$ ,  $\dot{p}$ ,  $\dot{q}$  e  $\dot{r}$ , e recalcule os autovalores da dinâmica linearizada em torno da condição de equilíbrio em voo reto nivelado a 38000 ft de altitude e em Mach 0.78. Compare graficamente com os resultados do Exercício 3, e analise as diferenças.

## Apêndice

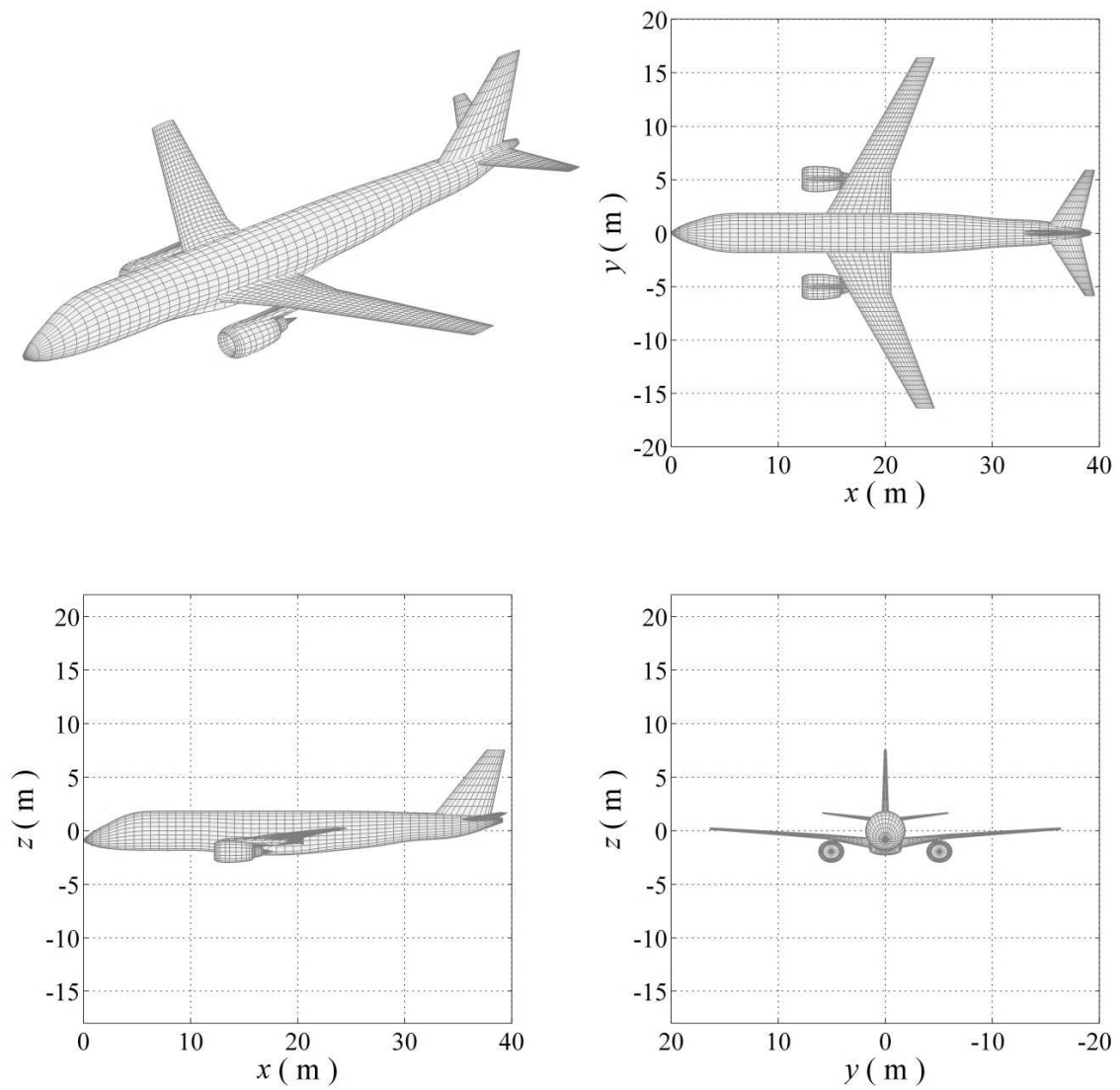


Figura 1: GNBA: Generic Narrow-Body Airliner.

Observe na Tabela 2 que a origem do sistema do corpo coincide com o CG da configuração nominal.

Tabela 1: Dados geométricos do GNBA.

Variável	Definição	Valor	Unidade
$S$	Área de referência da asa	116	m <sup>2</sup>
$\bar{c}$	Corda média aerodinâmica da asa	3.862	m
$b$	Envergadura da asa	32.757	m

Tabela 2: Propriedades de massa do GNBA, no sistema internacional de unidades.

Variável	Configuração Nominal	Conf. 01	Conf. 02	Conf. 03
$m$	55788	53620	53620	53620
$\vec{r}_C^b$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.265 \\ 0 \\ -0.085 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.105 \\ 0 \\ -0.085 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.515 \\ 0 \\ -0.085 \end{bmatrix}$
$I_{xx}$	821466	796100	796100	796100
$I_{yy}$	3343669	3572000	3501000	3406000
$I_{zz}$	4056813	4262000	4192000	4096000
$I_{xz}$	178919	192300	177500	161200
$I_{xy}$	0	0	0	0
$I_{yz}$	0	0	0	0

Tabela 3: Parâmetros propulsivos do GNBA, no sistema internacional de unidades.

Variável	Definição	Valor
$\iota_{le}$	Incidência do motor esquerdo	2.0 deg
$\tau_{le}$	Ângulo de “toe-in” do motor esquerdo	1.5 deg
$\mathbf{C}_{le/b}$	Matriz de transformação: sist. do corpo $\rightarrow$ motor esquerdo	$\mathbf{C}_2(\iota_{le}) \mathbf{C}_3(\tau_{le})$
$\iota_{re}$	Incidência do motor direito	2.0 deg
$\tau_{re}$	Ângulo de “toe-in” do motor direito	-1.5 deg
$\mathbf{C}_{re/b}$	Matriz de transformação: sist. do corpo $\rightarrow$ motor direito	$\mathbf{C}_2(\iota_{re}) \mathbf{C}_3(\tau_{re})$
$\vec{r}_{le}^b$	Ponto de aplicação da força de tração do motor esquerdo	$\begin{bmatrix} 4.899 \\ -5.064 \\ 1.435 \end{bmatrix}$
$\vec{r}_{re}^b$	Ponto de aplicação da força de tração do motor direito	$\begin{bmatrix} 4.899 \\ 5.064 \\ 1.435 \end{bmatrix}$

Nas Tabelas 4 a 9, você deve empregar:  $\alpha$  em graus;  $\beta$  em graus; deflexões de superfícies de controle em graus; velocidades angulares  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $\dot{\alpha}$  e  $\dot{\beta}$  em rad/s; e acelerações angulares  $\dot{p}$ ,  $\dot{q}$  e  $\dot{r}$  em rad/s<sup>2</sup>.

Nessas tabelas, os momentos aerodinâmicos são calculados em torno da origem do sistema do corpo, assim como as velocidades angulares se dão em torno dessa mesma origem. Os momentos já se encontram expressos nas direções dos eixos do corpo.

A resultante aerodinâmica no sistema do corpo deve ser calculada através da equação:

$$\mathbf{F}_{aero,b} = \mathbf{C}_{b/a} \begin{bmatrix} -D \\ -Y \\ -L \end{bmatrix} \quad (3)$$

O momento aerodinâmico em torno da origem do sistema do corpo é dado diretamente:

$$\mathbf{M}_{aero,O,b} = \begin{bmatrix} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Tabela 4: Definições referentes à força de sustentação do GNBA, a Mach 0.78 e a 38000 ft de altitude.

Definições e valores
Pressão dinâmica: $\bar{q} = \frac{1}{2}\rho V^2$
Sustentação: $L = \bar{q} S C_L$
Coeficiente de sustentação: $C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_q} \frac{q\bar{c}}{2V} + C_{L_{i_h}} i_h + C_{L_{\delta_e}} \delta_e$
Apenas no Ex. 12: $C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_q} \frac{q\bar{c}}{2V} + C_{L_{i_h}} i_h + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + C_{L_{\dot{\alpha}}} \frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2V} + C_{L_{\dot{q}}} \frac{\dot{q}\bar{c}^2}{4V^2}$
$C_{L_0} = 0.308$
$C_{L_\alpha} = 0.133 \text{ deg}^{-1}$
$C_{L_q} = 16.7$
$C_{L_{i_h}} = 0.0194 \text{ deg}^{-1}$
$C_{L_{\delta_e}} = 0.00895 \text{ deg}^{-1}$
$C_{L_{\dot{\alpha}}} = 8.87$
$C_{L_{\dot{q}}} = -9.34$

Tabela 5: Definições referentes à força de arrasto do GNBA, a Mach 0.78 e a 38000 ft de altitude.

Definições e valores
Arrasto: $D = \bar{q}SC_D$
Coeficiente de arrasto: $C_D = C_{D_0} + C_{D_\alpha}\alpha + C_{D_{\alpha^2}}\alpha^2 + C_{D_{q^2}}\left(\frac{q\bar{c}}{2V}\right)^2 + C_{D_{\beta^2}}\beta^2 + C_{D_{p^2}}\left(\frac{pb}{2V}\right)^2 + C_{D_{r^2}}\left(\frac{rb}{2V}\right)^2 + C_{D_{i_h}}i_h + C_{D_{i_h^2}}i_h^2 + C_{D_{\delta_e^2}}\delta_e^2 + C_{D_{\delta_a^2}}\delta_a^2 + C_{D_{\delta_r^2}}\delta_r^2$
Mantenha a mesma expressão no Ex. 12
$C_{D_0} = 0.02207$ $C_{D_\alpha} = 0.00271 \text{ deg}^{-1}$ $C_{D_{\alpha^2}} = 0.000603 \text{ deg}^{-2}$ $C_{D_{q^2}} = 35.904$ $C_{D_{\beta^2}} = 0.000160 \text{ deg}^{-2}$ $C_{D_{p^2}} = 0.5167$ $C_{D_{r^2}} = 0.5738$ $C_{D_{i_h}} = -0.000420 \text{ deg}^{-1}$ $C_{D_{i_h^2}} = 0.000134 \text{ deg}^{-2}$ $C_{D_{\delta_e^2}} = 4.61 \times 10^{-5} \text{ deg}^{-2}$ $C_{D_{\delta_a^2}} = 3.00 \times 10^{-5} \text{ deg}^{-2}$ $C_{D_{\delta_r^2}} = 1.81 \times 10^{-5} \text{ deg}^{-2}$

Tabela 6: Definições referentes ao momento de arfagem do GNBA, a Mach 0.78 e a 38000 ft de altitude.

Definições e valores
Momento de arfagem: $\mathcal{M} = \bar{q}S\bar{c}C_m$
Coeficiente de momento de arfagem: $C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_q}\frac{q\bar{c}}{2V} + C_{m_{i_h}}i_h + C_{m_{\delta_e}}\delta_e$
Apenas no Ex. 12: $C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_q}\frac{q\bar{c}}{2V} + C_{m_{i_h}}i_h + C_{m_{\delta_e}}\delta_e + C_{m_{\dot{\alpha}}}\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2V} + C_{m_{\dot{q}}}\frac{\dot{q}\bar{c}^2}{4V^2}$
$C_{m_0} = 0.0170$ $C_{m_\alpha} = -0.0402 \text{ deg}^{-1}$ $C_{m_q} = -57.0$ $C_{m_{i_h}} = -0.0935 \text{ deg}^{-1}$ $C_{m_{\delta_e}} = -0.0448 \text{ deg}^{-1}$ $C_{m_{\dot{\alpha}}} = -45.8$ $C_{m_{\dot{q}}} = -14.2$



Tabela 7: Definições referentes à força aerodinâmica lateral do GNBA, a Mach 0.78 e a 38000 ft de altitude.

Definições e valores
Força lateral: $Y = \bar{q}SC_Y$
Coeficiente de força lateral: $C_Y = C_{Y_\beta}\beta + C_{Y_p}\frac{pb}{2V} + C_{Y_r}\frac{rb}{2V} + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a + C_{Y_{\delta_r}}\delta_r$
Apenas no Ex. 12: $C_Y = C_{Y_\beta}\beta + C_{Y_p}\frac{pb}{2V} + C_{Y_r}\frac{rb}{2V} + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a + C_{Y_{\delta_r}}\delta_r + C_{Y_{\dot{\beta}}}\frac{\dot{\beta}b}{2V} + C_{Y_{\dot{p}}}\frac{\dot{p}b^2}{4V^2} + C_{Y_{\dot{r}}}\frac{\dot{r}b^2}{4V^2}$
$C_{Y_\beta} = 0.0228 \text{ deg}^{-1}$
$C_{Y_p} = 0.0840$
$C_{Y_r} = -1.21$
$C_{Y_{\delta_a}} = 2.36 \times 10^{-4} \text{ deg}^{-1}$
$C_{Y_{\delta_r}} = -5.75 \times 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$
$C_{Y_{\dot{\beta}}} = 1.64$
$C_{Y_{\dot{p}}} = 0.0159$
$C_{Y_{\dot{r}}} = -0.0350$

Tabela 8: Definições referentes ao momento de rolamento do GNBA, a Mach 0.78 e a 38000 ft de altitude.

Definições e valores
Momento de rolamento: $\mathcal{L} = \bar{q}SbC_l$
Coeficiente de momento de rolamento: $C_l = C_{l_\beta}\beta + C_{l_p}\frac{pb}{2V} + C_{l_r}\frac{rb}{2V} + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r$
Apenas no Ex. 12: $C_l = C_{l_\beta}\beta + C_{l_p}\frac{pb}{2V} + C_{l_r}\frac{rb}{2V} + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r + C_{l_{\dot{\beta}}}\frac{\dot{\beta}b}{2V} + C_{l_{\dot{p}}}\frac{\dot{p}b^2}{4V^2} + C_{l_{\dot{r}}}\frac{\dot{r}b^2}{4V^2}$
$C_{l_\beta} = -3.66 \times 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$
$C_{l_p} = -0.661$
$C_{l_r} = 0.144$
$C_{l_{\delta_a}} = -2.87 \times 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$
$C_{l_{\delta_r}} = 6.76 \times 10^{-4} \text{ deg}^{-1}$
$C_{l_{\dot{\beta}}} = -0.263$
$C_{l_{\dot{p}}} = -6.37 \times 10^{-3}$
$C_{l_{\dot{r}}} = 8.77 \times 10^{-3}$

Tabela 9: Definições referentes ao momento de guinada do GNBA, a Mach 0.78 e a 38000 ft de altitude.

Definições e valores
Momento de guinada: $\mathcal{N} = \bar{q}SbC_n$
Coeficiente de momento de guinada: $C_n = C_{n_\beta}\beta + C_{n_p}\frac{pb}{2V} + C_{n_r}\frac{rb}{2V} + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r$
Apenas no Ex. 12: $C_n = C_{n_\beta}\beta + C_{n_p}\frac{pb}{2V} + C_{n_r}\frac{rb}{2V} + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r + C_{n_{\dot{\beta}}}\frac{\dot{\beta}b}{2V} + C_{n_{\dot{p}}}\frac{\dot{p}b^2}{4V^2} + C_{n_{\dot{r}}}\frac{\dot{r}b^2}{4V^2}$
$C_{n_\beta} = 5.06 \times 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$
$C_{n_p} = 0.0219$
$C_{n_r} = -0.634$
$C_{n_{\delta_a}} = 0$
$C_{n_{\delta_r}} = -3.26 \times 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$
$C_{n_{\dot{\beta}}} = 0.811$
$C_{n_{\dot{p}}} = 3.98 \times 10^{-3}$
$C_{n_{\dot{r}}} = -0.0958$