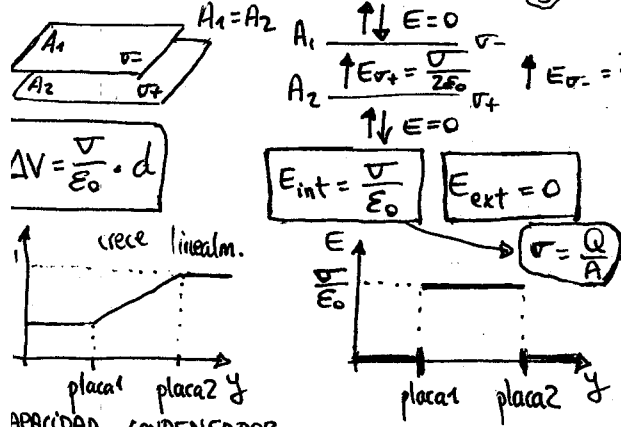


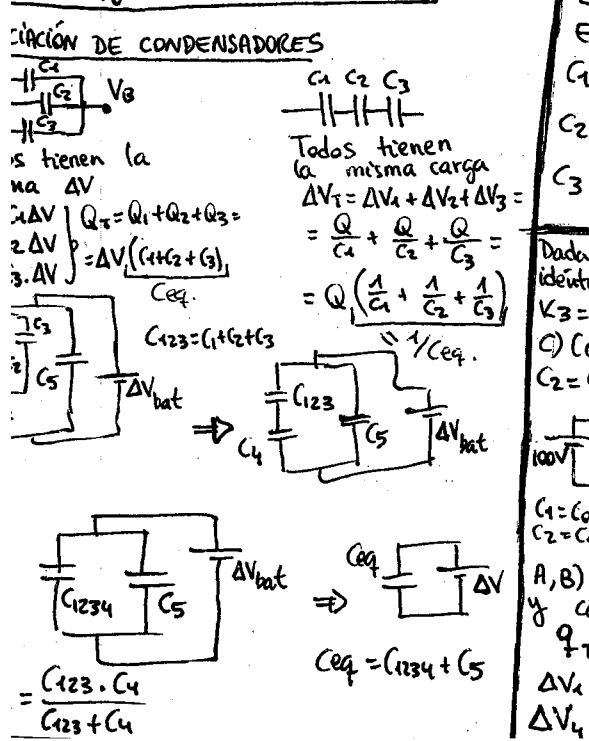
$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$
 $\vec{F} = -\nabla U$
 $\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$
 $\vec{E} = -\nabla V$
 $U = k \frac{q_1 q_2}{r}$
 $U = q \cdot V$
 $V = k \frac{q}{r}$
 $V = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$



CAPACIDAD CONDENSADOR
 $C = \frac{Q}{\Delta V}$
 $C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$
 sólo depende de la geometría
 S.I: $F = \frac{C}{V}$

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CONDENSADOR
 $U = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} C \cdot \Delta V^2$

ELÉCTRICO EN EL INTERIOR DE UN CONDENSADOR
 $V_{pl} = E_0 \cdot d = \frac{V}{E_0} \cdot d$ - antes
 $V_{pl} = \frac{E_0 \cdot d}{K}$ - con dieléctrico
 $C_0 = \frac{Q}{V_0} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$ - antes
 $C_d = \frac{K Q}{V_0} = K \cdot C_0$ - con dieléctrico



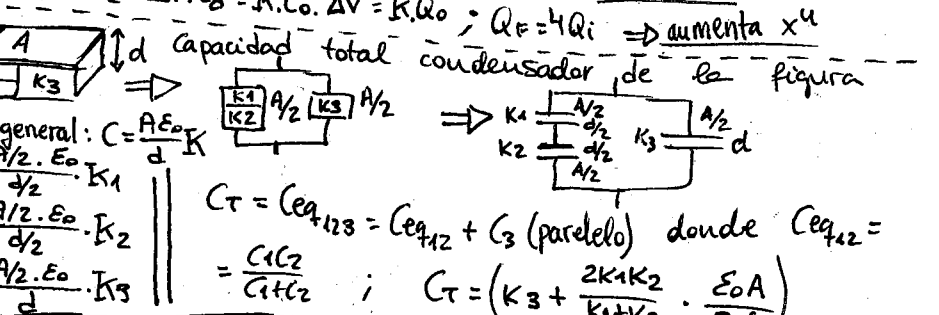
Condensador $x = 14 \text{ cm}$ y $d = 2 \text{ mm}$ se conecta a una batería
 a) $Q?$ $\Delta V_{pl} = \Delta V_{bat} = 12 \text{ V}$
 $C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot \pi \cdot r^2}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot \pi \cdot (0.014)^2}{0.002} = 8.6 \cdot 10^{-11} \text{ F}$
 $Q = C \cdot \Delta V = 8.6 \cdot 10^{-11} \text{ F} \cdot 12 \text{ V} = 1.04 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
 b) $U?$ $U = \frac{1}{2} V^2 C = \frac{1}{2} \cdot 12^2 \cdot 8.6 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 6.2 \cdot 10^{-9} \text{ J}$
 c) Desconectamos las baterías y separamos las placas hasta $d_f = 3.5 \text{ mm}$
 $C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d_f} = \frac{\epsilon_0 \cdot \pi \cdot (0.014)^2}{0.0035} = 4.95 \cdot 10^{-11} \text{ F}$
 $\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{1.04 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{4.95 \cdot 10^{-11} \text{ F}} = 21.01 \text{ V}$

Condensador $C = 2 \mu\text{F}$ conectado a una batería de 12 V
 a) Carga? $C = \frac{Q}{\Delta V_{pl}} \Rightarrow Q = C \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 12 \text{ V} = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$
 $\Delta V_{pl} = \Delta V_{bat}$
 b) Si entre las placas ponemos un dieléctrico con $K = 2.5$
 $C_d = K C_0 = \frac{Q_d}{\Delta V_d}$
 $Q_d = \Delta V \cdot C_d = K \cdot C_0 \cdot \Delta V = 2.5 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

Dado un condensador aislado de placas paralelas con un área A y una distancia d . Si reducimos la distancia entre las placas en un factor 2. ¿En qué factor varían?
 a) Capacidad? La capacidad sólo depende de su geometría
 $C_i = \frac{A \epsilon_0}{d}$; $C_f = \frac{A \epsilon_0}{d/2}$
 $\frac{C_f}{C_i} = 2 \Rightarrow C_f = 2 C_i$ aumenta x2
 b) E_{int} ?
 $E = \frac{V}{E_0} = \frac{Q/A}{E_0}$ no depende de la distancia \Rightarrow constante

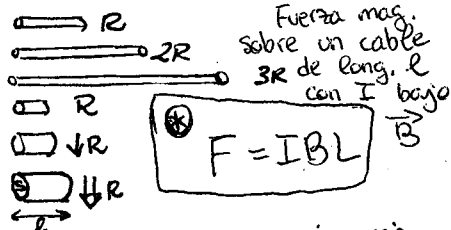
c) Potencial entre placas? $\Delta V = E \cdot d$
 $\Delta V_i = E \cdot d$; $\Delta V_f = E \cdot \frac{d}{2}$
 $\frac{\Delta V_f}{\Delta V_i} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta V_f = \frac{1}{2} \Delta V_i \Rightarrow$ disminuye x2
 d) Carga? Condensador aislado \Rightarrow CARGA CONSTANTE
 aumenta x1/2

Dado un condensador de placas paralelas con un área A y una distancia entre las placas d conectado a una batería. Si introducimos un dieléctrico en su interior con $K = 4$. ¿Factor varían?
 e) Capacidad? $C = \frac{A \cdot \epsilon_0 \cdot K}{d}$; $C_i = \frac{A \epsilon_0}{d}$; $C_f = \frac{A \epsilon_0 \cdot 4}{d}$ aumenta x4
 f) E_{int} ? $E = \frac{V}{E_0} = \frac{Q/A}{E_0}$ con $Q_f = 4 Q_i \Rightarrow E_f = 4 E_i \Rightarrow$ aumenta x4
 g) Potencial entre placas? CONECTADO A BATERÍA $\Rightarrow \Delta V$ CONSTANT.
 h) Carga? $Q_d = \Delta V \cdot C_d = K \cdot C_0 \cdot \Delta V = K \cdot Q_0$; $Q_f = 4 Q_i \Rightarrow$ aumenta x4



Dada la disposición de condensadores de la figura, donde C_1, C_2, C_3, C_4 son de idéntica forma y dimensiones y C_1 tiene $K_1 = 1$, C_2 tiene $K_2 = 2/3$, C_3 con $K_3 = 3$ y C_4 tiene $K_4 = 5$. Calcula:
 DATO: $C_2 = 10^{-9} \text{ F}$
 c) Capacidad equivalente:
 $C_2 = C_0 \cdot K_2 \Rightarrow C_0 = \frac{C_2}{K_2} = \frac{10^{-9}}{2/3} = 1.5 \cdot 10^{-9}$
 Todos tienen la misma geom.
 $C_0 = C_0 = C_0 = C_0$
 $C_1 = C_0 \cdot K_1$; $C_3 = C_0 \cdot K_3$
 $C_2 = C_0 \cdot K_2$; $C_4 = C_0 \cdot K_4$
 $C_{eq} = C_{1234} + C_5$
 $C_{eq} = C_{1234} + C_5$
 D) Energía conjunta: $U_T = \frac{1}{2} C_{eq_T} \cdot V^2 = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
 A, B) ΔV de cada condensador y carga de cada condensador
 $Q_T = \Delta V \cdot C_{eq} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C} \Rightarrow$ la carga en serie no se divide
 $Q_1 = Q_{23} = Q_4 = Q_T$
 $\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 72 \text{ V}$ | $\Delta V_{23} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = 13.6 \text{ V}$ | $\Delta V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 14.4 \text{ V}$
 El ΔV en paralelo no se divide

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow \rho = \frac{RS}{l}$$



POTENCIA DISIPADA EN 1 RESISTENCIA

$$P = V \cdot I = \frac{V^2}{R} = I^2 \cdot R$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad \hat{r} = \text{unitario P-Q}$$

$r = \text{dist P-Q}$

HILO FINITO: $B_p = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$

HILO INFINITO: $B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \vec{B} \perp \vec{I}$

SOLENOIDE, BOBINA, INDUCTANCIA

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l} \quad N = \text{vueltas}$$

$l = \text{longitud}$

ESPIRA CIRCULAR EN SU CENTRO

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad R = \text{radio espira}$$

TOROID

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

LEY DE LORENTZ

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow qVB = \frac{mv^2}{r} \quad T = \frac{2\pi r}{v}$

LEYES DE KIRCHOFF

1. NODOS: $\sum I_{\text{entr}} = \sum I_{\text{sal}} \quad I_{\text{sal}} < 0$

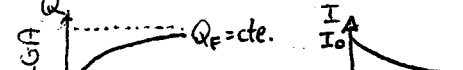
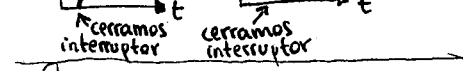


2. BUCLE CERRADO

$$V_1 - IR_1 - IR_1 - V_2 - IR_3 = 0$$

CONDENSADORES EN CIRCUITOS DE C.C.

$$\Delta V = E - IR - \Delta V_{\text{cond}} = 0$$



$$Q = C \cdot E (1 - e^{-t/RC})$$

$$I = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

τ (tiempo característico) $t = RC$

$$Q = Q_F (1 - e^{-1}) = 0.63 Q_F$$



$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-t/RC}$$

$$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$$

EFFECTO HALL $F_B = F_e$ cargas despl.

$$qVB = qE_{\text{hall}} \Rightarrow E_{\text{hall}} = vB$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}; \Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\epsilon_0 \epsilon_r A} = 2'26V; \Delta U = U_F - U_i = \frac{1}{2} \frac{Q_F^2}{C_F} - \frac{1}{2} \frac{Q_i^2}{C_i} = 2'26 \cdot 10^{-1}$$

b) Conectamos bat 3V $\Delta U?$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}; \Delta V = \frac{Q}{C}; Q = C \cdot \Delta V = \frac{\Delta \epsilon_0}{d} \cdot \Delta V_{\text{bat}} = 2'65 \text{ pC}$$

$$U = U_F - U_i = \frac{1}{2} C_F V_F^2 - \frac{1}{2} C_i V_i^2 \approx 2'05 \text{ pJ}$$

Dos conductores esféricos de radios 5cm y 10cm están separados mucho inicialmente (Aislados con $Q = 3\text{nC}$ y -9nC).

Si se conectan con un cable conductor, en el equilibrio calcule: a) Potencial de los conductores $V_1? V_2?$

$$Q_{F1} \neq Q_{i1} \quad y \quad Q_{F2} \neq Q_{i2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_{F1} = V_{F2} &\Rightarrow K \frac{Q_{F1}}{R_1} = K \frac{Q_{F2}}{R_2} \\ Q_{i1} + Q_{i2} &= Q_{F1} + Q_{F2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_{F1} = -2\text{nC}; Q_{F2} = -4\text{nC}$$

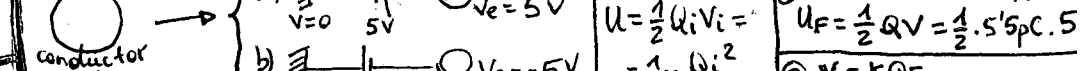
b) Δ Variación de energía electrostática?

$$\Delta U = U_F - U_i = \frac{1}{2} K \left(\frac{Q_{F1}^2}{R_1} + \frac{Q_{F2}^2}{R_2} \right) - \frac{1}{2} K \left(\frac{Q_{i1}^2}{R_1} + \frac{Q_{i2}^2}{R_2} \right) = -3'33 \text{ J}$$

Un conductor esférico de radio 1cm está inicialmente aislado, siendo su carga de -5pC. Se conecta a tierra a través de una batería de 5V. Obtenga la carga final conductor y la variación de su energía electrostática si:

a) El cátodo de la batería está conectado a tierra. SISTEMA FINAL

b) El ánodo de la batería está conectado a tierra.



conductor $R = 1\text{cm}$
 $Q_i = -5\text{pC}$

$$V(\text{esfera conductora}) = K \frac{Q}{R}$$

SIST. INICIAL

$$V = K \frac{Q_F}{R}; Q_F = \frac{VR}{K} = 5$$

$$U = \frac{1}{2} Q_i V_i = \frac{1}{2} K \frac{Q_i^2}{R} = 4'05 \text{ pJ}$$

SIST. FINAL

$$U_F = \frac{1}{2} Q_F V = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \text{ pC} \cdot 5 = 7'5 \text{ pJ}$$

$$Q_F = \frac{VR}{K} = -5'5 \text{ pC}$$

Enunciado $\Rightarrow P_{\text{máx}} = 18\text{W}$ Δ Potencia máxima de un circuito? $P = I \cdot V = I^2 \cdot R$

$$I_{\text{máx}} \Rightarrow P_{\text{máx}} = I_{\text{máx}}^2 \cdot R \Rightarrow I_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{18\text{W}}{RS}} = 3\text{A}$$

Si $I = 3\text{A} \Rightarrow I_2 = I_1 = 1'5\text{A}$

$$P_{\text{total}} = V_T \cdot I_T = P_{\text{res}} + P_{\text{arriba}} + P_{\text{abajo}} = 18 + (1'5^2 \cdot 2) + (1'5^2 \cdot 2) = 27\text{W}$$

1 MALLA LEY BUCLE CERRADO

$$0 = 12 - 1I - 5I - 5I - 4 - 1I - 4I$$

$$0 = 8 - 16I$$

$$I = 0'5\text{A}$$

2 MALLAS LEY NODOS: $I = I_1 + I_2$

Malla ext: abcdefa

$$12 = 2I_1 - 5 - 3I = 0$$

Malla int: bcdeb

$$-2I_1 - 5 + 4I_2 = 0$$

Condensadores inicialmente descargados. Primero se cierra S_1 y después S_2 .

a) I_{bat} después de cerrar S_1 ? En $t=0$ después de cerrar S_1 ya que se comporta como un cable.

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{12\text{V}}{100\Omega} = 0'12\text{A}$$

b) I_{bat} tiempo largo después? $t \rightarrow \infty$ después de cerrar S_1 y S_2 los condensadores alcanzan su máxima carga y actúan como interruptores abiertos.

$$I = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}} = \frac{12\text{V}}{300\Omega} = 0'04\text{A}$$

c) Q_{C1} ? $Q_{C1} = C_1 \cdot \Delta V_{C1} = 10^{-5}\text{F} \cdot 8\text{V} = 8 \cdot 10^{-5}\text{C}$

d) Q_{C2} ? $Q_{C2} = C_2 \cdot \Delta V_{C2} = 5 \cdot 10^{-5}\text{F} \cdot 6\text{V} = 3 \cdot 10^{-4}\text{C}$

e) Se abre de nuevo S_2 en $t = \infty$. Escribe como varía la I en la resistencia de 150Ω en función del tiempo.

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-t/RC} = \frac{Q_0}{RC} \cdot e^{-t/RC}$$

Sabiendo que $Q_0 = 3 \cdot 10^{-4}\text{C}$
 $R = 150\Omega$ y $C = 5 \cdot 10^{-5}\text{F}$

del cubo limitado por los planos $x=0, x=a, y=0, y=a, z=0, z=a$
 $\vec{E} = (0, 0, z^2 + x^2)$ $y=1, z=0, z=1$
 El flujo es paralelo al eje z , por lo que 4 de las caras del cubo tiene $\phi=0$ ya que $\cos 90=0$

$d\vec{s}_1 = (0, 0, dx dy)$ $d\vec{s}_4 = (-dy dz, 0, 0)$
 $d\vec{s}_2 = (dy dz, 0, 0)$ $d\vec{s}_5 = (0, 0, -dx dy)$
 $d\vec{s}_3 = (0, -dx dz, 0)$ $d\vec{s}_6 = (0, dx dz, 0)$

$\phi_T = \int_{S_1} (z^2 + x^2) dx dy - \int_{S_5} (z^2 + x^2) dx dy =$
 $= \int_0^1 \int_0^1 (1+x^2) dx dy - \int_0^1 \int_0^1 (0+x^2) dx dy =$
 $= \left[x + \frac{x^3}{3} \right]_0^1 \cdot 1 - \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 \cdot 1 = 1$

ado $\vec{r} = (x, y, z)$. Hallar el flujo a través del cuadrado de lado a situado en $z=a$
 $\vec{r} = (x, y, z)$
 $\vec{r} \cdot d\vec{s} = z dx dy$ $\phi = \int_{\text{cuadrado}} \vec{r} \cdot d\vec{s}$
 $= \int_0^a \int_0^a z dx dy = z \int_0^a dx \int_0^a dy = a^2 z$

ERCICIOS 3-MARZO

una carga eléctrica q , crea un campo de $3N/C$ a una dist. $2m$. ¿Qué fuerza ejercería q , sobre una carga de $-5C$ a distancia de $4m$?

campo eléctrico uniforme en la dirección del eje x tiene flujo a través de una superficie a lo largo del plano de $\phi = 2Vm$. Si giramos 45° cuanto valdrá ϕ ?

cular el trabajo necesario para mover una carga ($3C$) a B. Y después de A a C

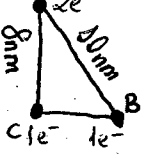
$A-B = Q_2 (V_B - V_A) = Q_2 \left(\frac{kq_1}{r_{Bq_1}} - \frac{kq_1}{r_{Aq_1}} \right)$
 $A-C = Q_2 (V_C - V_A) = Q_2 \left(\frac{kq_1}{r_{Cq_1}} - \frac{kq_1}{r_{Aq_1}} \right)$

$V = \begin{cases} \frac{10}{a} x & 0 < x < a \\ 10 & a \leq x \leq b \\ -\frac{10}{c-b} x + \frac{10c}{c-b} & b < x < c \end{cases}$

$\vec{V} = \begin{cases} -\frac{10}{a} & 0 < x < a \\ 0 & a < x < b \\ \frac{10}{c-b} & b < x < c \end{cases}$

(cro): 10^{-6} n (nano): 10^{-9} p (pico): 10^{-12}

EXERCICU 17-FEB

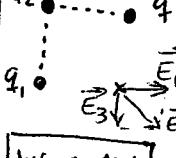


$BC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6nm = 6 \cdot 10^{-9} m$
 a) F_T sobre e^- de C
 b) \vec{E} en C
 c) V en C
 d) U_T

a) b) Calculemos el campo y luego la fuerza
 $\vec{E}_C = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AC} = \frac{kq_B}{(BC)^2} (-1, 0) + \frac{kq_C}{(AC)^2} (0, -1) = (4, 4'5) 10^7 \frac{N}{C}$
 $\vec{F}_C = q_e \cdot \vec{E}_C = -1'6 \cdot 10^{-19} C \cdot \vec{E}_C = \dots N$

c) $V_{TC} = V_{AC} + V_{BC} = \frac{kq_A}{r_{AC}} + \frac{kq_B}{r_{BC}} = 0'6 V$
 d) $U_T = U_A + U_B + U_C = 0 + \frac{kq_A q_B}{r_{AB}} + \frac{kq_A q_C}{r_{AC}} + \frac{kq_B q_C}{r_{BC}} = \dots$

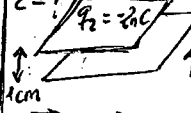
Tres cargas puntuales = de $q = 5 \cdot 10^{-5} C$ se sitúan en un cuadrado de lado $2m$. Calcular \vec{E} en cuarto vértice y el potencial eléctrico. trabajo necesario para trasladar una carga de $10^{-4} C$ desde el 4º vértice al centro del cuadrado.



$W = q \cdot \Delta V$
 $V_{centro} = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3} = \frac{3kq}{r} = \frac{3kq}{\sqrt{2}l}$

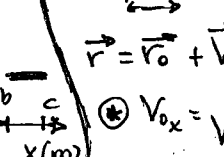
$\vec{E} = \frac{kq}{l^2} (1, 0) + \frac{kq}{2l^2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \frac{kq}{l^2} (0, 1)$
 $V_T = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{kq}{r_1} + \frac{kq}{r_2} + \frac{kq}{r_3} = \frac{kq}{l} + \frac{kq}{\sqrt{2}l} + \frac{kq}{l}$
 $U_T = U_1 + U_2 + U_3 = 0 + \frac{kq^2}{r_{12}} + \left(\frac{kq^2}{r_{31}} + \frac{kq^2}{r_{32}} \right) = \frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}l} + \frac{kq^2}{l}$

2 láminas paralelas cargadas con $20 cm^2$ de superf. se encuentra a $1 cm$. Cargas de $5nC$ y $-2nC$. Si un electrón abandona la segunda lámina con $V_0=0$, ¿con qué velocidad impacta contra la 1ª?



$\vec{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \hat{j}$ $\vec{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \hat{j}$
 $\vec{E} = q\vec{E} = q(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$ = partícula sometida a una fuerza constante
 Podemos aplicar el principio de conservación de la energía
 $E_{Ti} = E_{Tf} \Rightarrow E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 = q_e (-\Delta V)$
 $\Delta V = - \int_{V_i}^{V_f} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_i}^{r_f} (E_x dx + E_y dy + E_z dz) = - \int_{y_i}^{y_f} E_y (-dy) =$
 $\frac{1}{2} m v_f^2 = q_e (-\Delta V) \Rightarrow V_f = \sqrt{\frac{-2q_e \Delta V}{m_e}}$
 $V_f = \sqrt{\frac{-2q_e \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0} d}{m_e}}$

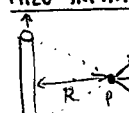
Un e^- cuya energía cinética es de $2 \cdot 10^{-16} J$ se mueve hacia la derecha por el eje del tubo de rayos catódicos. Las placas deflectoras tienen una densidad de carga $\sigma = \pm 1'77 \cdot 10^{-1} C/m^2$, placa inf + y sup -. Ambas generan un campo eléctrico en la región entre las placas y en el resto $E=0$. ¿A qué dist. del eje se encuentra el electrón cuando alcanza el extremo de las placas?



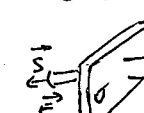
$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
 $x = \frac{1}{2} a t^2$ $y = y_0 + V_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$
 $x = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} \cdot t \Rightarrow x = 4cm = 0'04m \Rightarrow t = \frac{0'04}{\sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}}$
 $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e E}{m_e} t^2$; $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e E}{m_e} \left(\frac{0'04}{\sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}} \right)^2$

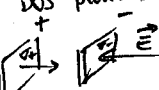
$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$
 $\vec{F} = -\nabla U$
ENERGÍA POTENCIAL ELECTROESTÁTICA ALMACENADA EN UN SIST. 2 CARGAS
 $U = K \frac{q_1 q_2}{r}$ S.I: J
 $U = q \cdot V$
 distancia r S.I: m
 $\vec{E} = K \frac{q}{r^2} \hat{u}_r$
POTENCIAL ELECTROESTÁTICO CREADO POR UNA CARGA
 $V = K \frac{q}{r}$ S.I: V
 $\vec{E} = -\nabla V$

$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$; $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{s} = E \cdot s \cdot \cos\theta$
 \vec{s} perpend. superficie
 3D: $\rho = \frac{Q}{V} = \frac{dq}{dV} \frac{C}{m^3}$
 2D: $\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{dq}{dS} \frac{C}{m^2}$
 1D: $\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{dq}{dL} \frac{C}{m}$
 $\vec{E} = \int_V K \frac{\rho dV}{r^2} \hat{u}_r$
 $\vec{E} = \int_S K \frac{\sigma ds}{r^2} \hat{u}_r$
 $\vec{E} = \int_L K \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{u}_r$

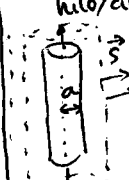
$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
HILO INFINITO DE CARGA

 $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

TEOREMA GAUSS
 $\Phi_{\text{neto}} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$
 si el campo es creado por cargas no incluidas en S es cero

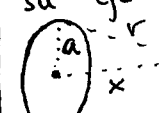
\vec{E} con q distribuida en 1 plano uniforme

 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

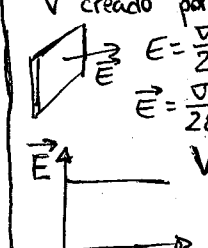
Dos planos = carga; signo

 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

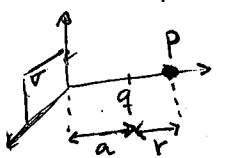
\vec{E} creado por esfera conductora uniformemente cargada
 $r \geq a \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
 $r < a \rightarrow E = 0$ si q está en la superficie
 $E = \frac{Q \cdot r}{4\pi\epsilon_0 a^3}$

Flujo a través de un hilo/cilindro conductor

 $r \geq a: E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$
 $r < a: E = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 a^2}$

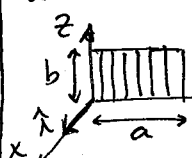
Potencial creado por distribuciones cont. de carg
 $V = \int K \frac{dq}{r}$ o $V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

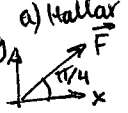
Potencial creado por un anillo de carga su eje:

 $V = \frac{K}{\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot q$

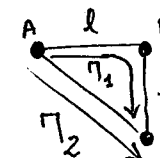
V creado por un plan ∞ cargado

 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
 $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n}$
 $V = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} x + C$
 $V = V_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x|$

Plano ∞ unif. cargado en $x=0$, carga q en $x=a$, potencial en P

 $V_{\text{TOTAL}P} = V_{qp} + V_{op}$
 $V_{op} = V_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x|$
 $V_{qp} = \frac{Kq}{r}$
 para sumarlos necesitamos tengan el mismo origen
 Imponemos que en el pla ($x=0$) V es nulo ($V=0$).
 • Si $V=0 \Rightarrow 0 = V_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot 0 \Rightarrow V_0 = 0$
 • Si $V=0 \Rightarrow 0 = \frac{Kq}{r} + c = \frac{Kq}{a} + c \Rightarrow c = -\frac{Kq}{a}$
 $V_{\text{TOTAL}P} = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} |r+a| + \frac{Kq}{r} - \frac{Kq}{a}$

Calcular gradiente $h(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$
 $\vec{\nabla} h = \left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial h}{\partial z} \right) = (2x, 2y, 2z)$

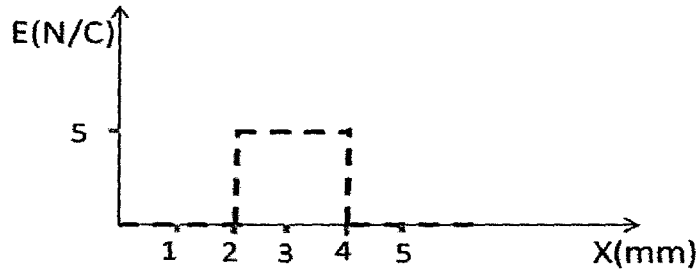
Calcula el flujo de $\vec{E} = (3y^2, 5, 2)$ a través de la superficie:

 $d\vec{s} = b \cdot dy \cdot \hat{n}$
 $d\vec{s} = (b dy, 0, 0)$
 $\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{y=0}^a (3y^2, 5, 2) \cdot (b dy, 0, 0) = \int_{y=0}^a 3by^2 dy = 3b \int_{y=0}^a y^2 dy = [by^3]_{y=0}^a = ba^3$

Una fuerza de 6N forma un $\theta = \pi/4$ con el eje y apuntando a la derecha
 La fuerza actúa en contra del mov. de un objeto que une (1,2) con (4,2)
 a) Hallar la fórmula para el vector fuerza:

 $\vec{F} = 6 \left(\cos \frac{\pi}{4}, \sin \frac{\pi}{4} \right) = 6 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$
 b) Hallar el ángulo entre la dirección de desplazamiento y el vector fuer
 $\vec{F} \cdot \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{6 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \cdot (4, 2)}{6 \sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{40}}$
 $\theta = \arccos \frac{6}{\sqrt{40}} = 18'43''$
 c) Hallar el trabajo realizado por la fuerza como $W = F \cdot l$
 $\vec{W} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{r} = 6 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \cdot (4, 2) = \frac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

FUERZA DE ROTAMIENTO = $|F_{\text{rot}}| = \mu mg$ siempre opuesta al movimiento

 $W_{\eta_1} = -(W_{AB} + W_{BC}) = -\int_A^B \mu mg(-\hat{u}_r) d\vec{r} - \int_B^C \mu mg(-\hat{u}_r) d\vec{r}$
 $d\vec{r} = (dx, 0, 0)$ $\hat{u}_r = (-1, 0, 0)$
 $d\vec{r} = (0, dy, 0)$ $\hat{u}_r = (0, -1, 0)$
 $= -\int_A^B \mu mg(-dx) - \int_B^C \mu mg(-dy) = \mu mg \int_A^B dx + \mu mg \int_B^C dy \Rightarrow$
 $\rightarrow W_{\eta_1} = -\mu mgl + \mu mgl = 2\mu mgl$
 $W_{\eta_2} = -\int_A^C \mu mg(-\hat{u}_r) d\vec{r} = -\mu mg \int_A^C \frac{1}{\sqrt{2}} (-1, -1, 0) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right) ds$
 $\hat{u}_r = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1, -1, 0)$
 $= -\mu mg \int \frac{1}{2} ds - \frac{1}{2} ds = -\mu mg \int -1 ds =$
 $= \mu mg \int_C^A = \mu mg \sqrt{e}$

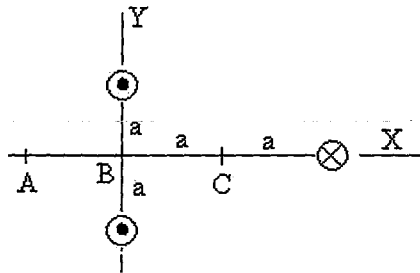
EXÁMEN FINAL ELECTROMAGNETISMO
Ingeniería Informática - 02 de Junio de 2017

1) (10 ptos) La grafica de la figura representa la variación de campo eléctrico en la dirección x a lo largo de una dirección del espacio x, en mm.



- Escribir la expresión analítica del campo eléctrico en cada una de las regiones definidas en la figura.
- ¿Qué fuerza sentiría una carga de 7 C en el punto $X=3\text{mm}$?
- Escribir la expresión analítica del potencial eléctrico derivado del campo eléctrico de la figura en cada una de las regiones definidas en la figura. Hacer una representación grafica. Tomar el potencial $V=0$ en el punto $x=0$.
- Si el campo de la figura está creado por un condensador de placas paralelas situadas en los planos $X=2\text{mm}$ y $X=4\text{mm}$, de dimensiones laterales $2\text{X}2\text{m}$. ¿Cuál será la carga del condensador?

2) (10 ptos) El módulo del campo magnético producido por una corriente rectilíneo indefinida en un punto P situado a una distancia r vale $B = \mu_0 I / 2\pi r$. Tres largos conductores rectilíneos conducen la misma corriente $I = 1\text{A}$ en los sentidos indicados en la figura. Calcular el campo magnético en los puntos A $(-a, 0)$, B $(0, 0)$ y C $(a, 0)$, siendo $a = 10\text{ cm}$.



En el caso de que las corrientes rectilíneas de los tres cables dependiesen del tiempo $I(t)$, ¿Cabría esperar una corriente inducida en una espira circular que se encontrase situada en el plano XY ($z=0$)? Razonad la respuesta.

3) (10 p.) En el circuito de la figura, las resistencias tienen los siguientes valores: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$, el condensador tiene una capacidad $C = 8\ \mu\text{F}$ y la bobina una autoinductancia $L = 16\text{ mH}$.
 $8\ \mu\text{F} = 8 \cdot 10^{-6}\text{ F}$

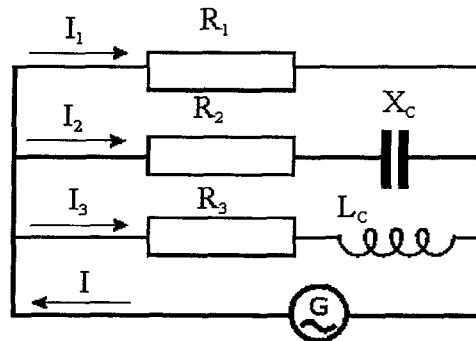
Suponed primero que el elemento G del circuito representa una fuente de tensión continua de 10 V.

- Calculad las corrientes I_1 , I_2 e I_3 por cada rama del circuito inmediatamente después de conectar la fuente.
- Calculad las corrientes I_1 , I_2 e I_3 por cada rama del circuito cuando se ha alcanzado el régimen estacionario, esto es, cuando ha transcurrido un tiempo suficientemente grande después de conectar la fuente.

Para los siguientes apartados, suponed que el elemento G representa una fuente de tensión alterna sinusoidal con un valor *eficaz* de 30 V y una frecuencia $f = 500$ Hz.

- (c) Calculad los valores *máximos* $I_{1,0}$, $I_{2,0}$ e $I_{3,0}$ de las corrientes en cada rama.
(d) Calculad las potencias P_1 , P_2 y P_3 disipadas en cada rama en promedio.

(10 p.)



electroestática almacenada por el sistema y el trabajo necesario para trasladar q de $10^{-4}C$ desde el 4º vértice al centro del cuadrado.

$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}(1,0) + \frac{kq}{2^2}(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) - \frac{kq}{r^2}(0,1)$

$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{kq}{r_1} + \frac{kq}{r_2} + \frac{kq}{r_3} = \frac{kq}{r} + \frac{kq}{\sqrt{2}r} + \frac{kq}{r}$

$W = q \cdot \Delta V$ $U_T = U_1 + U_2 + U_3 = 0 + \frac{kq^2}{r_2} + (\frac{kq^2}{r_1} + \frac{kq^2}{r_3}) = \frac{kq^2}{r} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}r}$

centro = $\frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3} = \frac{3kq}{r} = \frac{3kq}{\sqrt{2}r}$ $W = q(V_{centro} - V_T)$

do un condensador aislado de placas paralelas con área A y dist. d reducimos dist. a la mitad:

capacidad? \rightarrow solo depende geometría: $C = \frac{A\epsilon_0}{d} \Rightarrow$ aumenta x2

int? $\rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q/A}{\epsilon_0}$ no depende de d \Rightarrow no cambia

$\Delta V = E \cdot d \parallel \Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot d \Rightarrow$ disminuye x2

rga? \rightarrow Condensador aislado \Rightarrow carga constante.

condensador conectado a batería de placas paralelas con área A dist. d. Si introducimos un dieléctrico con $K=4$:

capacidad? $\rightarrow C = \frac{A\epsilon_0 K}{d} \Rightarrow$ aumenta x4; $\Delta V? \rightarrow$ conectado a bat. $\Delta V = \text{const.}$

rga? $\rightarrow Q = C \cdot \Delta V = K C_0 \cdot \Delta V = K \cdot Q_0 \Rightarrow$ aumenta x4

condensadores inicialmente descargados. Primero se cierra S_1 y después S_2

bat después de cerrar S_1 :

$t=0$ después de cerrar S_1

$\Delta V_1 = 0$ ya que se comporta como un cable

at $t \rightarrow \infty$? $t \rightarrow \infty$ después de cerrar S_1 y S_2 los condensadores tienen su máxima carga y actúan como int. abiertos

$\Delta V = \frac{12V}{300\Omega} = 0.04V$

$C_1 = C_2 = C_3 = 10^{-5}F$ $\Delta V_1 = 10^{-5}F \cdot 8V = 8 \cdot 10^{-5}C \parallel \Delta V_1 = V_{50\Omega} + V_{150\Omega} = I(50\Omega + 150\Omega)$

$2? \Delta V_2 = 5 \cdot 10^{-5}F \cdot 6V = 3 \cdot 10^{-5}C \parallel \Delta V_2 = V_{50\Omega} = 150 \cdot 0.04A = 6V$

abre de nuevo S_2 en $t \rightarrow \infty$. Escribe como varía la I en resistencia de 150Ω en función del tiempo.

$I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$ $\tau = \frac{L}{R} = \frac{150}{100} = 1.5s$

udo que $Q_0 = 3 \cdot 10^{-4}C$ $\Rightarrow I(t) = 0.04 \cdot e^{-\frac{400t}{3}} A$

150Ω y $C = 5 \cdot 10^{-5}F$

a) I_{eff} por el circuito? b) $\langle P \rangle$ que proporciona la batería.

c) V_{eff} en R, L, C, G d) $\langle P \rangle$ disipada bobina

e) W de resonancia

$I = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$; $I_{eff} = \frac{V_{eff}}{|Z|}$; $\langle P \rangle = I_{eff}^2 \cdot R = 4.84W$

f en $R = I_{eff} \cdot R = 11V$ e) f_{res} ? $X_C = X_L \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

en $C = C_2 = I_{eff} \cdot X_C = 280V$ d) $\langle P \rangle$ bobina = 0

en $L = I_{eff} \cdot X_L = 62.2V$ SÓLO EN RESISTENCIAS

$R_1 = 10\Omega$ 1° CORRIENTE CONTINUA: $V = 10V$

a) I_1, I_2, I_3 ? en $t=0$ b) I_1, I_2, I_3 ? en $t \rightarrow \infty$

$c_1 = 20\mu F$ a) $I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{10V}{10\Omega} = 1A$; $t=0$ cond. descargado $\Rightarrow V_C = 0$

$c_2 = 30\mu F$ el cond. es equivalente a un cable: $I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{10}{20} = 0.5A$

En $t=0$ en la bobina se induce una tensión que se opone al establecimiento de la corriente. $I_3 = 0$

$I_1 = 1A$; en $t \rightarrow \infty$ cond. cargado \Rightarrow no hay corriente $I_2 = 0$

no la corriente está limitada por R_3 : $I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{10V}{30\Omega} = 0.33A$

CORRIENTE ALTERNIA: $V_{eff} = 30V$ $f = 500Hz$

a) $I_{1max}, I_{2max}, I_{3max}$? d) $\langle P \rangle, \langle P_2 \rangle, \langle P_3 \rangle$? e) I_0 total circuito?

$I_{1max} = \frac{V_{max}}{R_1} = \frac{30\sqrt{2}}{10} = 4.24A$ $I_{2max} = \frac{V_{max}}{|Z_2|}$; $|Z_2| = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$

$I_{3max} = \frac{V_{max}}{|Z_3|}$; $|Z_3| = \sqrt{R_3^2 + X_L^2}$ d) $\langle P \rangle = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \delta_1$ $\delta_1 = 0$

$I_{eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos \delta_2 \rightarrow \tan \delta_2 = \frac{X_C}{R_2} \parallel \langle P \rangle = V_{eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos \delta_3 \rightarrow \tan \delta_3 = \frac{X_L}{R_3}$

$I_{2eff}^2 \cdot R_2 = \frac{1}{2} \cdot I_{2max}^2 \cdot R_2 \parallel \langle P \rangle = I_{3eff}^2 \cdot R_3 = \frac{1}{2} \cdot I_{3max}^2 \cdot R_3$

tenemos que calcular I_{2total} INCORRECTO

$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$ $\frac{1}{Z} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

$r = \frac{V_{max}}{|Z|} = \frac{30\sqrt{2}}{12.17} = 5.1A$

laminas paralelas cargadas con $20cm^2$ de superficie se encue a $1cm$. Cargas de $5nC$ y $-2nC$. Si un e^- abandona la segunda lám con $V_0 = 0$. ¿con qué velocidad impacta contra la segunda lám?

$\vec{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \hat{j}$ $\vec{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \hat{j}$ $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = q \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$ = partícula sometida a fuerza constante. Poder aplicar el ppio de conserv. de E: $E_T = E_T f \Rightarrow E_C i + U_i = E_C f + U_f$

$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = q_e (-\Delta V) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 = q_e (-\Delta V) \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{-2q_e \Delta V}{m_e}}$

$\Delta V = - \int_{r_i}^{r_f} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_i}^{r_f} (E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}) \cdot (dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}) = - \int_{y_i}^{y_f} E_y (-dy) = \frac{v_i + v_f}{2\epsilon_0} \int_{y_i}^{y_f} dy$

$= \frac{v_i + v_f}{2\epsilon_0} \cdot d$ $v_f = \sqrt{\frac{-2q_e (v_i + v_f) \cdot d}{m_e}}$

Dos conductores esféricos de radios $5cm$ y $10cm$ están aislados uno de inicialmente con $Q = 3nC$ y $-9nC$. Si se conectan con un cable conduct en el equilibrio calcular: potencial conductores V_1, V_2 y ΔU ?

$Q_1 \neq Q_2$ y $Q_2 \neq Q_1$ $V_1 = V_2 \Rightarrow K \frac{Q_1}{R_1} = K \frac{Q_2}{R_2}$ despejamos Q_1 y Q_2

$Q_{1i} + Q_{2i} = Q_{1f} + Q_{2f}$ $Q_{2f} = -4nC$

$\Delta U = U_f - U_i = \frac{1}{2} K \left(\frac{Q_{1f}^2}{R_1} + \frac{Q_{2f}^2}{R_2} \right) - \frac{1}{2} K \left(\frac{Q_{1i}^2}{R_1} + \frac{Q_{2i}^2}{R_2} \right)$

Para la disposición de condensadores de la figura, donde C_1, C_2, C_3, C_4 si $R_1 = 3$ y C_4 tiene $K_4 = 5$. Calcula: DATO: $C_2 = 10^{-9}F$

Capacidad equivalente:

$C_2 = C_3 \cdot K_2 \Rightarrow C_2 = \frac{C_3}{K_2} = \frac{10^{-9}}{2/3} = 1.5 \cdot 10^{-9}$ Todos tienen la misma geometría: $C_1 = C_2 = C_3 = C_4$

$C_1 = C_2 \cdot K_1$; $C_3 = C_2 \cdot K_3$ $C_3 = C_2 + C_3$ $C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

$C_2 = C_4 \cdot K_4$; $C_4 = C_2 \cdot K_4$ $C_{eq} = \frac{C_{23} \cdot C_4}{C_{23} + C_4}$

Energía conjunto? $\rightarrow U_T = \frac{1}{2} \cdot C_{eq} \cdot \Delta V^2 = 1.5 \cdot 10^{-6}J$

ΔV y Q de cada condensador?

$q_T = \Delta V \cdot C_{eq} = 3.13 \cdot 10^{-8}C \Rightarrow$ LA CARGA EN SERIE NO SE DIVIDE

$q_1 = q_{23} = q_4 = q_T$

$\Delta V_1 = q_1 / C_1 = 72$ $\Delta V_{23} = \frac{q_{23}}{C_{23}} = 136V$ El ΔV en paralelo no se divide: $\Delta V_{23} = \Delta V_2 = \Delta V_3$

$\Delta V_4 = q_4 / C_4 = 14.4V$ $q_2 = C_2 \cdot \Delta V_2 = C_2 \cdot \Delta V_{23}$; $q_3 = C_3 \cdot \Delta V_3 = C_3 \cdot \Delta V_{23}$

$12V$ $R_1 = 27K\Omega$ $f = 30Hz$ $V_{eff} = 12V$ En $t=0$ cond. descargado

$U_1 - U_2$ $R_2 = 27K\Omega$ a) $I(t=0)$? $I(t \rightarrow \infty)$? b) t necesario para que la carga en C alcance un 70% de su valor en $t \rightarrow \infty$

$c_1 = c_2 = 0.1\mu F$ a) $Q(t) = Q_f (1 - e^{-t/RC})$ proceso de carga

$I(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/RC}$

$t=0 \rightarrow I = \frac{V_0}{R} = \frac{12V}{54000} = 2.22 \cdot 10^{-4}A$ (cond. cortocircuito)

$t \rightarrow \infty \rightarrow I = 0$ (cond. = circuito abierto y no deja pasar I).

b) $Q(t) = 0.7Q_0 \Rightarrow 0.7Q_0 = Q_0 (1 - e^{-t/RC}) \Rightarrow 0.7 = 1 - e^{-t/RC} \Rightarrow e^{-t/RC} = 0.3 \Rightarrow -\frac{t}{RC} = \ln(0.3) \Rightarrow t = -RC \ln(0.3) = 3.25ms$

Un e^- con $E_c = 2 \cdot 10^{-16}J$ se mueve a la dcha. a lo largo del eje del tubo de rayos catódicos como en la figura. Las placas deflectoras tienen una densidad de carga $\sigma = \pm 1.77 \cdot 10^{-1} pC/mm^2$, estando la placa inferior $q \oplus$ y la superior $q \ominus$. Ambas generan un campo \vec{E} en la región comprendida entre dichas placas. En el resto $\vec{E} = 0$.

a) ¿A qué distancia del eje se encuentra el electrón cuando alcanza el extremo de las placas?

$\vec{F}_e = \vec{E}_{int} \cdot q_e = q_e \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) \hat{j} = -|q_e| \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{j}$ partícula sometida a una $\vec{F}_{const.}$ $\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$\vec{F} = \vec{F}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$ $x = x_0 + V_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{2EC}{m_e}} \cdot t \rightarrow x = 4cm = 0.04m$ $y = \frac{1}{2} \frac{q_e E}{m_e} t^2$ $y = \frac{1}{2} \frac{q_e E}{m_e} t^2$

b) ¿Bajo qué ángulo respecto el eje se mueve e^- ?

$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t$ $x = v \cos \theta$ $V_x = \sqrt{\frac{2EC}{m}}$

SIEM $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$ $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ $\vec{F} = q\vec{E}$... \vec{E}

ENERGÍA POTENCIAL ELECTROSTÁTICA ALMACENADA EN UN SIST. 2 CARGAS

$U = K \frac{q_1 q_2}{r}$ $U = q \cdot V$

S.I. = J $U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ $V = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$ $\Delta V = E \cdot d$

POTENCIAL ELECTROST. CREADO POR UNA CARGA

$V = K \frac{q}{r}$ S.I. = V

3D: $\rho = \frac{Q}{V} = \frac{dq}{dV}$ $\frac{C}{m^3}$

2D: $\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{dq}{dS}$ $\frac{C}{m^2}$

1D: $\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{dq}{dL}$ $\frac{C}{m}$

$\vec{E} = \int K \frac{P \cdot q}{r^2} \hat{u}_r$

$\vec{E} = \int K \frac{\sigma \cdot dS}{r^2} \hat{u}_r$

$\vec{E} = \int K \frac{\lambda \cdot dl}{r^2} \hat{u}_r$

TEOREMA DE GAUSS

$\Phi_{neto} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$

Si el campo es creado por q fuera de S $\Phi_{neto} = 0$

Si el campo es creado por q dentro de S $\Phi_{neto} = \frac{q}{\epsilon_0}$

Si el campo es creado por q fuera de S $\Phi_{neto} = 0$

Si el campo es creado por q dentro de S $\Phi_{neto} = \frac{q}{\epsilon_0}$

HILO INFINITO DE CARGA

\vec{E} con q distribuida en un plano uniformemente cargado

$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

Flujo a través de un hilo/cilindro conductor

$r > a \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

$r < a \rightarrow E = 0$ si q está en la superficie

$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

Potencial creado por un anillo de carga en su eje

$V = \frac{K}{\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot q = \frac{Kq}{r}$

V creado por un plano o cargado

$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $V = V_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x|$

SOLENOIDE, BOBINA, INDUCTAN

$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{\vec{r} \times \vec{F}}{r^2}$ $r = \text{dist. p-q}$

$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L}$

ESFERA CARGADA

$r > a \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$r < a \rightarrow E = 0$ si q está en la superficie

$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

Flujo a través de un hilo/cilindro conductor

$r > a \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

$r < a \rightarrow E = 0$ si q está en la superficie

$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

Potencial creado por un anillo de carga en su eje

$V = \frac{K}{\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot q = \frac{Kq}{r}$

ESPIRA CIRCULAR CENTRO

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ $R = \text{radio espira}$

HILO FINITO

$B_p = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$

HILO INFINITO

$B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

TOROIDE

$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$

LEY DE LORENTZ $(\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B})$

$F_c = \frac{mv^2}{r} \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r}$

$F_m = qvB$

$F = I \cdot (L \times B)$ Fuerza magnética sobre un cable l con I bajo

DIeléCTRICO

$\Delta V_p = E_0 \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d$ - antes

$\Delta V_p = \frac{E_0 \cdot d}{K}$ - con dieléct.

Asociación de condensadores

$Q_1 = C_1 \cdot \Delta V$ $Q_2 = C_2 \cdot \Delta V$ $Q_3 = C_3 \cdot \Delta V$

$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \Delta V (C_1 + C_2 + C_3)$

$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$

CONDENSADORES EN CIRCUITOS DE C.C.

$\Delta V = E \cdot d$ $E = I \cdot R$ $\Delta V_{cond} = 0$ $Q = Q_0 (1 - e^{-t/RC})$

$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$

BOBINAS EN CIRCUITOS

$V = I \cdot R + L \frac{dI}{dt}$

$I(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$ $\tau = \frac{L}{R}$

ENERGÍA ALMACENADA

$U_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

CONDENSADORES EN CIRCUITOS DE C.C.

$\Delta V = E \cdot d$ $E = I \cdot R$ $\Delta V_{cond} = 0$ $Q = Q_0 (1 - e^{-t/RC})$

$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$

BOBINAS EN CIRCUITOS

$V = I \cdot R + L \frac{dI}{dt}$

$I(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$ $\tau = \frac{L}{R}$

ENERGÍA ALMACENADA

$U_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

CONDENSADORES EN CIRCUITOS DE C.C.

$\Delta V = E \cdot d$ $E = I \cdot R$ $\Delta V_{cond} = 0$ $Q = Q_0 (1 - e^{-t/RC})$

$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$

BOBINAS EN CIRCUITOS

$V = I \cdot R + L \frac{dI}{dt}$

$I(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$ $\tau = \frac{L}{R}$

CONDENSADORES EN CIRCUITOS DE C.C.

$\Delta V = E \cdot d$ $E = I \cdot R$ $\Delta V_{cond} = 0$ $Q = Q_0 (1 - e^{-t/RC})$

$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$

BOBINAS EN CIRCUITOS

$V = I \cdot R + L \frac{dI}{dt}$

$I(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$ $\tau = \frac{L}{R}$

ENERGÍA ALMACENADA

$U_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

CONDENSADORES EN CIRCUITOS DE C.C.

$\Delta V = E \cdot d$ $E = I \cdot R$ $\Delta V_{cond} = 0$ $Q = Q_0 (1 - e^{-t/RC})$

$I(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$

BOBINAS EN CIRCUITOS

$V = I \cdot R + L \frac{dI}{dt}$

$I(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$ $\tau = \frac{L}{R}$

CIRCUITO LC SIN GENERADOR

$Q = Q_0 \cos(\omega t)$ $I = I_0 \sin(\omega t)$ $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

CIRCUITO RLC SIN GENERADOR

$Q(t) = Q_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega_{am} t + \phi)$ $\omega_{am}^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

CIRCUITO RLC CON GENERADOR

$I = I_{max} \cos(\omega t - \phi)$ $I_{max} = \frac{V_{max}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$

EFFECTO HALL

$V_{hall} = E \cdot d$

INDUCCIÓN MUTUA

$\Phi_{12} = M_{12} I_2$ $\Phi_{21} = M_{21} I_1$ $M_{12} = M_{21}$

RESISTENCIA (R) Y RESISTIVIDAD (P)

$R = \rho \frac{L}{S}$ $\rho = \frac{RS}{L}$

Potencia será máx. cuando $|Z|$ min.

$\langle P \rangle = \frac{V_{eff}^2}{|Z|} \cos \phi \Rightarrow X_L = X_C$

INDUCCIÓN MUTUA

$\Phi_{12} = M_{12} I_2$ $\Phi_{21} = M_{21} I_1$ $M_{12} = M_{21}$

EFFECTO HALL

$V_{hall} = E \cdot d$

INDUCCIÓN MUTUA

$\Phi_{12} = M_{12} I_2$ $\Phi_{21} = M_{21} I_1$ $M_{12} = M_{21}$