#### HOJA DE EJERCICIOS 4: Grafos y Árboles EDyL 2014-2015

[Fecha de publicación: 2014/10/14]

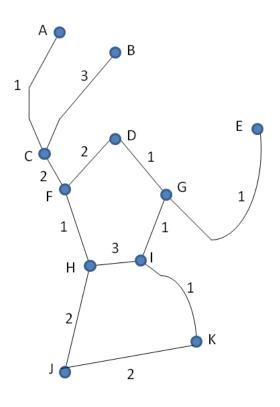
[Fecha de entrega: 2014/10/23, 09:00]

[Resolución en clase: 2014/10/23]

**NOTA:** Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta sea correcta, pero que no incluya explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

NOTA: En caso de que existan distintas alternativas en algún paso de los algoritmos implementados, debe utilizarse el orden alfabético con la convención de que los dígitos preceden a las letras.

**EJERCICIO 1:** El grafo que se presenta a continuación representa una versión simplificada, y con alguna licencia, de la conocida Constelación de Orión. En dicho grafo, aplicad el algoritmo de Dijkstra para encontrar un camino óptimo entre las estrellas A (origen) y K (destino). Detalla cada uno de los pasos del algoritmo en la tabla adjunta. Finalmente, indica el camino óptimo encontrado y su peso.



#### **SOLUCIÓN:**

#### Utiliza en la tabla tantas filas y columnas como sean necesarias

	Lo	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>	L <sub>7</sub>	L <sub>8</sub>	L <sub>9</sub>	L <sub>10</sub>	
Α	(0)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
В	00	00	<b>4</b> <sub>C</sub>	(4) <sub>C</sub>	-	-	-	-	-	-	-	
С	00	(1) <sub>A</sub>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
D	00	00	00	5 <sub>F</sub>	5 <sub>F</sub>	(5) <sub>F</sub>	-	-	-	-	-	
E	00	00	00	00	00	00	00	7 <sub>G</sub>	(7) <sub>G</sub>	-	-	
F	00	00	(3) <sub>c</sub>	-	-	-	-	-	-	-	-	
G	00	00	00	00	00	00	(6) <sub>D</sub>	-	-	-	-	
Н	00	00	8	4 <sub>F</sub>	(4) <sub>F</sub>	-	-	-	-	-	-	
I	00	00	00	00	90	7 <sub>H</sub>	<b>7</b> <sub>H</sub>	7 <sub>H</sub> =7 <sub>G</sub>	7 <sub>H</sub> = 7 <sub>G</sub>	$(7_{H} = 7_{G})$	-	
J	00	00	00	00	00	6 <sub>H</sub>	6 <sub>H</sub>	(6) <sub>H</sub>	-	-	-	
K	00	00	00	00	00	00	00	∞	8 <sub>J</sub>	<b>8</b> <sub>J</sub>	(8 <sub>I</sub> =8 <sub>J</sub> )	

Hay tres caminos óptimos:

 $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow J \rightarrow K$ 

 $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow I \rightarrow K$ 

 $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow K$ 

#### Peso:8

**EJERCICIO 2:** Se pretende establecer comunicación mediante naves teletransportadoras entre las diversas estrellas que constituyen la Constelación de Orión. Los costes de las infraestructuras necesarias para establecer comunicación entre pares de estrellas de la constelación están indicados en el grafo. Por restricciones presupuestarias, el establecimiento de la comunicación interestelar ha de hacerse por etapas. En este caso, se exige que, en cada una de las etapas del despliegue sea posible que se comuniquen dos estrellas ya conectadas a la red de teletransporte.

Explica el algoritmo a utilizar. Si tiene un nombre o relación con algún algoritmo impartido en clase indícalo. Dibuja el árbol que se obtiene si la red de teletransporte parte de la estrella A. Indica asimismo el orden en el que se añaden estrellas a la red de comunicación ¿Cuál será el coste de desplegar una red de comunicación con estas características?

#### **SOLUCIÓN:**

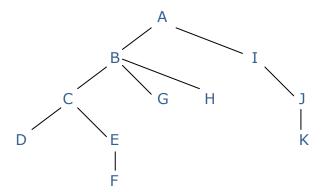
Dado que la restricción es que en todo momento la red, aunque no abarque todo el grafo, debe ser conexa en cada una de las etapas del despliegue, el algoritmo a utilizar es Prim.

- A-C [1]
- C-F [2]
- F-H [1]
- F-D [2]
- D-G [1]
- G-E [1]
- G-I [1]
- I-K [1]
- H-J [2]
- C-B [3]

peso: 15

**EJERCICIO 3:** Dado el grafo de la Pirámide de Keops e ignorando pesos, genera el árbol de búsqueda en anchura que parte de la Entrada de la pirámide (nodo "A"). Detalla paso a paso el despliegue del árbol.

## SOLUCIÓN:



**EJERCICIO 4:** Dado el plano de la Pirámide de Keops, aplica el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino óptimo entre la Entrada (nodo A) y la Cámara de la Reina (nodo G), indicando a qué trayectoria corresponde. Utilizar tantas columnas de la tabla como sea necesario.

#### SOLUCIÓN:

	L(0)	L(1)	L(2)	L(3)	L(4)	L(5)	L(6)	L(7)	L(8)	L(9)	L(10)
A	(0)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
В	œ	Ba(4)	Ba(4)	Ba(4)	Ва=н(4)	В*а=н(4)	-	-	-	-	-
С	<sub>∞</sub>	œ	<b>∞</b>	œ	œ	∞	C*B(5)	-	-	-	-
D	œ	<b>∞</b>	<b>∞</b>	œ	œ	∞	œ	D*c(6)	-	-	-
E	œ	œ	8	œ	œ	∞	œ	Ec(7)	E*c=D(7)	-	-
F	8	œ	8	œ	œ	œ	œ	œ	œ	F*E (8)	-
G	8	œ	8	œ	GH (8)	<b>G</b> н (8)	<b>G</b> н (8)	<b>G</b> н (8)	<b>G</b> н (8)	GH=E (8)	GH=E*(8)
Н	<b>∞</b>	œ	HI(4)	H*)(3)	-	-	-	-	-	-	-
I	<b>∞</b>	I*A (1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
J	œ	œ	J*I (2)	-	-	-	-	-	-	-	-
K	<b>∞</b>	œ	8	Kı (3)	K*J (3)	-	-	-	-	-	-

El algoritmo acaba en L(10).

La distancia más corta entre A y G es 8, y existen cinco trayectorias posibles:

A-I-J-H-G [solución Dijkstra estricto]

A-B-C-E-G

A-I-J-H-B-C-E-G

A-B-C-D-E-G

A-I-J-H-B-C-D-E-G

**EJERCICIO 5:** Se ha decidido asegurar el acceso a todos los nodos de la Pirámide de Keops con coste mínimo, comenzando desde el nodo D (por razones técnicas). Por seguridad, sólo se podrá avanzar por caminos ya asegurados, y en cada paso se debe asegurar el coste mínimo de la obra. Los costes de asegurar los caminos entre los nodos están especificados en los

enlaces del grafo de la pirámide adjunto. En caso de que existan distintas alternativas en algún paso del algoritmo, debe utilizarse el orden alfabético. Utilizar tantas filas de la tabla como sea necesario. ¿Cuál sería el coste mínimo de realizar una obra de estas características? Dibuja el árbol resultante.

SOLUCIÓN: Aristas por orden de elección:

	Arista analizada	Peso	Elegida/Descartada
arista 1	D-C	1	Elegida
arista 2	С-В	1	Elegida
arista 3	В-Н	1	Elegida
arista 4	D-E	1	Elegida
arista 5	E-F	1	Elegida
arista 6	E-G	1	Elegida
arista 7	H-J	1	Elegida
arista 8	I-J	1	Elegida
arista 9	A-I	1	Elegida
arista 10	J-K	1	Elegida

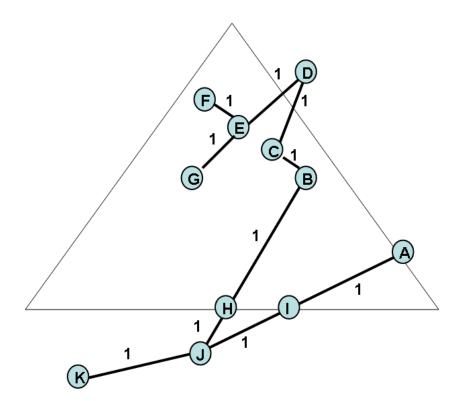
El orden en el que incluyen aristas y nodos es el siguiente:

- 1) Incluir D-C (arista 1), se acceden C y D
- 2) Incluir B-C (arista 2), se accede B
- 3) Incluir B-H (arista 3), se accede H
- 4) Incluir D-E (arista 4), se accede E
- 5) Incluir E-F (arista 5), se accede F

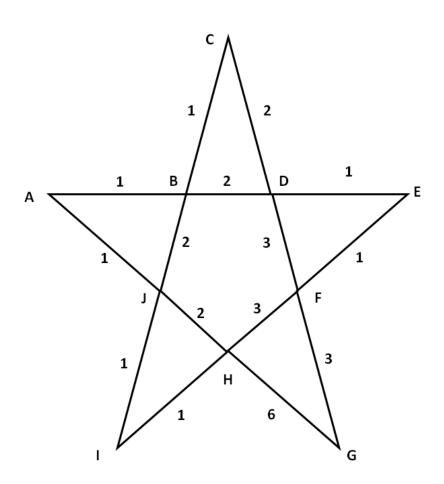
- 6) Incluir E-G (arista 6), se accede G
- 7) Incluir H-J (arista 7), se accede J
- 8) Incluir I-J (arista 8), se accede I
- 9) Incluir A-I (arista 9), se accede A
- 10) Incluir J-K (arista 10), se accede K

# El algoritmo concluye habiéndose accedido ya a todos los nodos, y el resto de las aristas NO se consideran: NO hay ni que mirarlas!!

El árbol resultante se representa a continuación, y su peso es 10.



**EJERCICIO 6:** Dado el grafo adjunto, que representa "La Estrella de la Suerte", famosa nave de "La Guerra de las Falacias", aplica el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino óptimo entre la Sala de Control (nodo A) y la Bodega de Popa (nodo G), indicando a qué trayectoria corresponde. Utilizar tantas columnas de la tabla como sea necesario.



### SOLUCIÓN:

	L(0)	L(1)	L(2)	L(3)	L(4)	L(5)	L(6)	L(7)	L(8)	L(9)
Α	(0)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
В	œ	B*A(1)	-	-	-	-	-	-	-	-
С	œ	∞	Св(2)	C*B(2)	-	-	-	-	-	-
D	œ	œ	DB(3)	DB (3)	DB(3)	D*B(3)	-	-	-	-
E	œ	∞	œ	œ	8	œ	ED(4)	E*D(4)	-	-
F	œ	œ	œ	œ	8	œ	FD (6)	FD=H (6)	F*E (5)	-
G	œ	œ	œ	œ	<b>∞</b>	œ	œ	<b>G</b> н (9)	<b>G</b> н (9)	GF (8)
Н	œ	∞	∞	Нэ(3)	HJ=I (3)	H)(3)	H*)(3)	-	-	-
I	∞	∞	∞	I) (2)	I*J (2)	-	-	-	-	-
J	œ	JA (1)	J*A (1)	-	-	-	-	-	-	-

El algoritmo acaba en L(9).

La distancia más corta entre A y G es 8, y la trayectoria:

A-B-D-E-F-G

**EJERCICIO 7:** Se desea recablear la "Estrella de la Suerte" por etapas, de manera que en cada una de ellas se elija el tramo de menor coste, comenzando por la Sala de Mandos (nodo A). Los costes de asegurar los caminos entre los nodos están especificados en los enlaces del grafo. En caso de que existan distintas alternativas en algún paso del algoritmo, debe utilizarse el orden alfabético. Utilizar tantas filas de la tabla como sea necesario. ¿Cuál sería el coste mínimo de realizar este recableado?

## SOLUCIÓN:

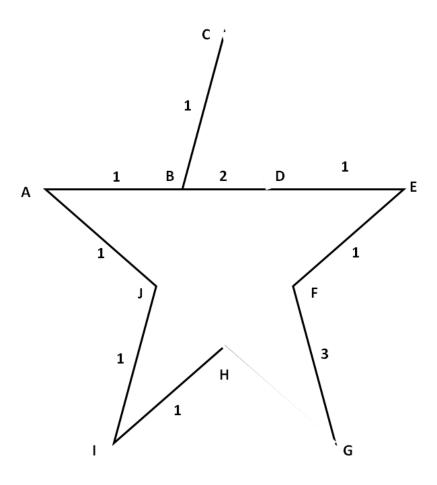
## Aristas por orden de elección:

	Arista analizada	Peso	Elegida/Descartada
arista 1	А-В	1	Elegida
arista 2	A-J	1	Elegida

arista 3	B-C	1	Elegida
arista 4	D-E	1	Elegida
arista 5	E-F	1	Elegida
arista 6	H-I	1	Elegida
arista 7	I-J	1	Elegida
arista 8	B-D	2	Elegida
arista 9	В-Ј	2	Descartada
arista 10	C-D	2	Descartada
arista 11	H-J	2	Descartada
arista 12	D-F	3	Descartada
arista 13	F-G	3	Elegida

El algoritmo concluye habiéndose accedido ya a todos los nodos, y el resto de las aristas NO se consideran: NO hay ni que mirarlas!!

El árbol resultante se representa a continuación, y su peso es 12.



**EJERCICIO 8:** Dado el grafo de la "Estrella de la Suerte" e ignorando pesos, genera el árbol de búsqueda en anchura que parte de la Sala de Mandos (nodo "A"). Detalla paso a paso el despliegue del árbol.

## SOLUCIÓN:

