

EJERCICIO 3

1) Calculamos los pto. críticos \equiv pto. fijos

$$x = 1 - x^2 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Para la estabilidad calculamos su derivada: $f'(x) = -2x$

$$|f'(x_1)| = |- \sqrt{5} + 1| \approx 1.24 > 1 \Rightarrow x_1 \text{ repulsor}$$

$$|f'(x_2)| = |1 + \sqrt{5}| \approx 3.24 > 1 \Rightarrow x_2 \text{ repulsor}$$

2) Los 2-ciclos son los puntos fijos de $f^2 = f \circ f$.

$$1 - (1 - x^2)^2 = 1 - (1 - 2x^2 + x^4) = 2x^2 - x^4$$

$$2x^2 - x^4 = x \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 \\ x_4 = 1 \end{cases} \quad \text{estos son los 2-ciclos}$$

Calculando el exponente de Liapunov:

$$m = f'(x_1) \cdot f'(x_2) \cdot f'(x_3) \cdot f'(x_4) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \ln|m| = \ln 0 \quad \text{no existe}$$

3) Calculando f^3 :

$1 - (2x^2 - x^4)^2 = X \Rightarrow$ las soluciones de esta ecuación (usando la calculadora) están en el plano complejo (menos los pts. críticos del \mathbb{A})

\Rightarrow No hay 3-ciclos.