

## HOJA DE EJERCICIOS 3: Combinatoria      EDyL 2012-2013

[Fecha de publicación: 29 octubre 2012]

[Fecha de entrega: 16 noviembre 2012, 10 am]

[Resolución en clase: 16 noviembre 2012]

### Notación:

$$\begin{aligned}C_{n,k} &= C(n, k) = \binom{n}{k} \\C_{n,k}^R &= C^R(n, k) = C(n + k - 1, k) = C(n + k - 1, n - 1) \\P_{n,k} &= P(n, k) = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - k + 1) \\P_n^{n_1, n_2, \dots, n_k} &= \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}\end{aligned}$$

**EJERCICIO 1:** ¿Cuántas cadenas de 10 bits o bien comienzan por "000" o bien acaban por "00"?

**Solución :**  $2^7 + 2^8 - 2^5$

**EJERCICIO 2:** ¿Cuántos subconjuntos de más de dos elementos tiene un conjunto de 100 elementos?

**Solución:**  $2^{100} - 1 - 100 - C_{100,2}$

**EJERCICIO 3:** ¿Cuántas soluciones enteras no negativas tiene la siguiente ecuación, si  $X_1$  tiene que ser mayor o igual que 1?

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 21$$

**Solución:**  $C_{5,20}^R = C_{24,20}$

**EJERCICIO 4:** ¿De cuántas maneras se pueden colocar 20 libros en tres estanterías distinguibles

a) si los libros son copias indistinguibles de un mismo título?

**Solución:**  $C_{3,20}^R = C_{22,20}$

b) Si todos los libros son distintos y se tienen en cuenta las posiciones de los libros en las estanterías?

**Solución:** Partiendo de la solución del apartado anterior, rotula los libros con etiquetas distintas y después permuta las etiquetas.  
 $20! \cdot C_{22,20} = 22! / 2!$

**EJERCICIO 5:** De entre las cadenas de tres dígitos decimales

a) ¿Cuántas no contienen el mismo dígito 3 veces?

Solución:  $10^3 - 10$

b) ¿Cuántas comienzan con un dígito impar?

Solución:  $5 \cdot 10 \cdot 10$

c) ¿Cuántas contienen exactamente 2 cuatros?

Solución:  $C(3,2) \cdot 9$

**EJERCICIO 6:** ¿Cuántas cadenas de 10 bits contienen al menos 3 unos y 3 ceros?

Solución: a todas las cadenas le quito las que tienen exactamente 0, 1, 2 unos y las que tienen exactamente 0, 1, 2 ceros, es decir:  
 $2^{10} - 2 \cdot C(10,0) - 2 \cdot C(10,1) - 2 \cdot C(10,2)$

**EJERCICIO 7:** ¿Cuántas aristas, como máximo, puede tener un grafo simple de N nodos que no tiene circuitos?

Solución:  $N-1$

**EJERCICIO 8:** ¿De cuántas maneras se pueden asignar tres incentivos iguales a cinco empleados, si a cada empleado se le puede asignar más de un incentivo?

$C^R(5,3) = C(7,3) = 7! / 4! 3!$

**EJERCICIO 9:** ¿Cuántas cadenas de 8 caracteres (no de 9 caracteres!) se pueden formar utilizando únicamente las 9 letras que componen la palabra EVERGREEN?

Solución:  $\sin E + \sin V + \sin R + \sin G + \sin N =$   
 $P_8^{3,2} + P_8^{4,2} + P_8^4 + P_8^{4,2} + P_8^{4,2}$

**EJERCICIO 10:** Un ayuntamiento tiene 24 concejales, 14 de ellos mujeres. La mitad de los hombres y la mitad de las mujeres son del partido Amarillo, y el resto del partido Naranja.

- a) ¿Cuántas maneras hay de confeccionar un grupo de trabajo de ocho concejales, la mitad hombres y la mitad mujeres?

Solución:  $C(14,4) * C(10,4)$

- b) ¿Cuántas maneras hay de elegir a tres mujeres para ocupar los cargos de alcaldesa, secretaria y tesorera?

Solución:  $14 * 13 * 12$

- c) ¿De cuántas maneras se pueden cubrir los puestos del apartado b, si se quiere evitar que todos los cargos sean del mismo sexo?

Solución:  $(24 * 23 * 22) - (14 * 13 * 12) - (10 * 9 * 8)$

- d) Se quiere dividir a los concejales en tres comisiones de 8 concejales cada una: seguridad, urbanismo y festejos. ¿Cuántas maneras hay de hacerlo si se quiere que en cada comisión haya tantos concejales del partido Naranja como del Amarillo?

Solución:  $P_{12}^{4,4,4} * P_{12}^{4,4,4}$

**EJERCICIO 11:** ¿De cuántas maneras se pueden disponer las cifras 123444445, de manera que no haya dos 4 juntos?

Solución:  $4!$

**EJERCICIO 12:** ¿Cuántos enteros positivos pueden formarse con las cifras 2334467 y que sean mayores que 4.000.000?

Solución:  $P_6^2 + 2 * P_6^{2,2}$

**EJERCICIO 13:** ¿De cuantas maneras se pueden distribuir 15 libros diferentes entre cinco niños de modo que cada niño reciba tres libros?

Solución:  $P_{15}^{3,3,3,3,3}$