TOPOLOGÍA. UAM, 25 de octubre de 2019

APELLIDOS, NOMBRE: ______________________________

GRUPO: ______________________________

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	TOTAL
4 puntos	2 puntos	2 puntos	2 puntos	10

---

1. Calcula el interior, el cierre, el conjunto de puntos de acumulación y la frontera de $A \subset X$ en los siguientes casos:

a) $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\} \cup (2,3] \cup \{4\}$, $X = \mathbb{R}$ con la topología usual.

b) $A = \{(x,y) \in X : 1/2 < y < 3/4\}$, $X = [0,1] \times [0,1]$ con la topología del orden lexicográfico.

---

2. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones.

a) Definir con precisión qué es un **espacio topológico de Hausdorff**.

b) Sea $f : X \longrightarrow Y$ una aplicación inyectiva y continua del espacio topológico X en el espacio topológico de Hausdorff Y. Demostrar que, entonces, X es también de Hausdorff.

$\rightsquigarrow$ **dorso**

3. Sea $(X, \mathcal{T})$ un espacio topológico, $Y \subset X$ un subconjunto no vacío

a) Si $\mathcal{T}_Y$ es la topología inducida en Y por la topología $\mathcal{T}$ de X, describe cómo son los abiertos de $\mathcal{T}_Y$ en relación con la topología $\mathcal{T}$ de X.

b) Como un subconjunto A de Y es también subconjunto de X, tiene sentido estudiar quién es su clausura $\mathrm{cl}(A)$ como subconjunto del espacio topológico $(X, \mathcal{T})$ o su clausura $\mathrm{cl}_Y(A)$ como subconjunto del espacio topológico $(Y, \mathcal{T}_Y)$. Demuestra que

$$\mathrm{cl}_Y(A) = \mathrm{cl}(A) \cap Y.$$

c) En las mismas condiciones del apartado anterior, tiene sentido calcular $\mathrm{Int}(A)$, el interior de A visto como subconjunto del espacio topológico $(X, \mathcal{T})$, o calcular $\mathrm{Int}_Y(A)$, el interior de A visto como subconjunto del espacio topológico $(Y, \mathcal{T}_Y)$. Demuestra que

$$\mathrm{Int}_Y(A) \supset \mathrm{Int}(A) \cap Y.$$

---

4. Sean $f : X \to Y$, $g : Z \to W$ aplicaciones continuas entre espacios topológicos. Demuestra que la aplicación $h : X \times Z \to Y \times W$ dada por $h(x, z) = (f(x), g(z))$ es una aplicación continua (considerando en ambos productos cartesianos las correspondientes topologías producto).

TIEMPO: 2 horas.