

HOJA DE EJERCICIOS 2: Lógica de predicados EDyL 2014-2015

[Fecha de publicación: 2014/09/25]

[Fecha de entrega: 2014/10/07, 09:00]

[Resolución en clase: 2014/10/07]

NOTA: Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

EJERCICIO 1:

Utilizando las variables

c [dominio: ordenadores]
p [dominio: programas]
d [dominio: CDs]
u [dominio: unidades de lectura]

los predicados

A(c): "El ordenador c es un ordenador del aula"
C(p): "El programa p se puede instalar mediante un CD".
D(p): "El programa p se puede descargar de la red".
P(p,c): "El programa p puede ser instalado en el ordenador c"
I(d,u): "El CD d ha sido insertado en la unidad de lectura u"

y las funciones

cd(p): "CD con el programa p"
ru(c): "unidad de lectura del ordenador c"

Escribir FBFs de la lógica de predicados que expresen de manera correcta y lo más literal posible las siguientes frases

1. "Se puede instalar cualquier programa que se pueda descargar de la red en cualquiera de los ordenadores del aula"

$$\forall c \forall p [(A(c) \wedge D(p)) \Rightarrow P(p,c)]$$

2. "Ningún programa, excepto los que se pueden descargar de la red, puede ser instalado en un ordenador sin utilizar un CD"

$$\neg \exists p, c [\neg D(p) \wedge \neg C(p) \wedge P(p,c)] \equiv \forall p, c [(P(p,c) \wedge \neg D(p)) \Rightarrow C(p)]$$

$$\equiv \forall p,c [P(p,c) \Rightarrow (C(p) \vee D(p))] \equiv \forall p,c [D(p) \vee (P(p,c) \Rightarrow C(p))]$$

3. "Para poder instalar el programa llamado AVALON es necesario haber insertado el CD con dicho programa en la unidad de lectura del ordenador"

$$\forall c [P(\text{AVALON},c) \Rightarrow I(\text{cd}(\text{AVALON}),\text{ru}(c))]$$

EJERCICIO 2 [Adaptación de “Introducción a la Lógica Formal”, A. Deaño, ej. 81]:

Escribe las siguientes frases sobre geometría plana como FBFs utilizando las siguientes variables, funciones y predicados:

Variables: p, q, \dots [puntos]
 r, s, t, u, \dots [rectas]
 θ, ϕ, \dots [ángulos en radianes]

Predicados: Paralelas(<recta-1>, <recta-2>): <recta-1> y <recta-2> son paralelas.

Perpendiculares(<recta-1>, <recta-2>): <recta-1> y <recta-2> son perpendiculares.

Pertenece(<punto>, <recta>): <punto> pertenece a <recta>

Recto(<ángulo>): El ángulo cuyo valor es <ángulo> es recto

Cero(<ángulo>): El ángulo cuyo valor es <ángulo> es cero

Función: ángulo(<recta-1>, <recta-2>):
 evalúa al ángulo que forman las rectas <recta-1>, <recta-2>

No se puede utilizar el predicado de igualdad

No olvides utilizar paréntesis para delimitar el ámbito de las variables.

a) “Dos rectas son paralelas cuando no se cruzan en ningún punto” [Ejemplo]

$$\forall r, s \text{ [Paralelas}(r, s) \Leftrightarrow [\neg \exists p \text{ (Pertenece}(p, r) \wedge \text{Pertenece}(p, s)) \text{]}]$$

b) Dos rectas son perpendiculares cuando el ángulo que forman es recto ($\pi/2$)

$$\forall r, s \text{ [Perpendiculares}(r, s) \Leftrightarrow \text{Recto}(\text{ángulo}(r, s)) \text{]}]$$

- c) "Dos rectas que formen un ángulo cero o bien son coincidentes, o bien son paralelas"

$$\forall r,s [\text{Cero}(\text{ángulo}(r,s)) \Leftrightarrow \\ [\forall p(\text{Pertenece}(p,r) \Leftrightarrow \text{Pertenece}(p,s)) \vee \text{Paralelas}(r,s)]$$

EJERCICIO 3 [Adaptación de "Introducción a la Lógica Formal", A. Deaño, ej. 81]:

Escribe las siguientes frases sobre geometría plana como FBFs utilizando las siguientes variables, funciones y predicados:

Variables: p,q,... [puntos]
 r,s,t,u... [rectas]

Predicados: Paralelas(<recta-1>,<recta-2>): <recta-1> y <recta-2> son paralelas.

Pertenece(<punto>,<recta>): <punto> pertenece a <recta>

Función: perpendicular(<recta>,<punto>):
 evalúa a la recta perpendicular a <recta> que contiene a <punto>

Se pueden utilizar los predicados de igualdad (=) y desigualdad (≠).
No olvides utilizar paréntesis para delimitar el ámbito de las variables.

a) "Dos rectas son paralelas cuando no se cruzan en ningún punto" [Ejemplo]

$$\forall r,s \text{ [Paralelas}(r,s) \Leftrightarrow [\neg \exists p \text{ (Pertenece}(p,r) \wedge \text{Pertenece}(p,s)) \text{]}]$$

b) "Dos rectas no paralelas y diferentes entre sí se cruzan un único punto"

$$\forall r,s \text{ [} [\neg \text{Paralelas}(r,s) \wedge (r \neq s)] \Leftrightarrow [\exists p \{ \text{Pertenece}(p,r) \wedge \text{Pertenece}(p,s) \wedge$$
$$[\forall q \{ (\text{Pertenece}(q,r) \wedge \text{Pertenece}(q,s)) \Rightarrow (q = p) \} \}]]$$

c) "Dos rectas perpendiculares a dos rectas paralelas dadas, de forma que las perpendiculares sean distintas entre sí, son paralelas"

$$\forall r,s,p,q \{ \{ \text{Paralelas}(r,s) \wedge (\text{perpendicular}(r,p) \neq \text{perpendicular}(s,q)) \} \}$$
$$\Rightarrow \text{Paralelas}(\text{perpendicular}(r,p), \text{perpendicular}(s,q))$$

EJERCICIO 4 [adaptado de "Introducción a la Lógica Formal" de A. Deaño]

Traduce a FBF

- (i) "Los comunistas apoyan en todos los países todo movimiento revolucionario en contra del orden social y político existente"
[traducción 1 de la frase de Marx-Engels, en alemán en el original]
- (ii) "Solo un comunista apoyaría en todos los países todo movimiento revolucionario en contra del orden social y político existente"
[traducción 2 de la frase de Marx-Engels, en alemán en el original]

Utiliza para ello los predicados

$C(x)$ = "x es comunista"

$P(y)$ = "y es un país"

$R(z)$ = "z es un movimiento revolucionario en contra del orden social y político existente"

$A(x,y,z)$ = "x apoya en y a z"

SOLUCIÓN:

- (i) $\forall x,y,z \ [[C(x) \wedge P(y) \wedge R(z)] \Rightarrow A(x,y,z)]$
- (ii) $\forall x \ [[\forall y,z \ [(P(y) \wedge R(z)) \Rightarrow A(x,y,z)]] \Rightarrow C(x)]$

EJERCICIO 5 [adaptado de "Introducción a la Lógica Formal" de A. Deaño]

Formalizar en lógica de predicados, especificando las constantes, variables, funciones y predicados necesarios, explicando su significado.

"Edipo mató a su padre y se casó con su madre"

[Ejemplo resuelto. Utiliza el mismo formato para la solución.]

Símbolo	Tipo (constante, variable, predicado, función)	Significado (tipo en el caso de las variables)
Edipo	constante	"El rey Edipo"
x,y	variables	x,y ∈ personas
Mata(x,y)	predicado	"x mata a y"
Casa(x,y)	predicado	"x se casa con y"
padreDe(x)	función	"el padre de x"
madreDe(x)	función	"la madre de x"

FBF: Mata(Edipo,padreDe(Edipo)) ∧ Casa(Edipo,madreDe(Edipo))

(I) "Los amigos de Lancelot no aman a aquellos a quienes Lancelot ama"

Símbolo	Tipo (constante, variable, predicado, función)	Significado (tipo en el caso de las variables)
Lancelot	constante	"El caballero Lancelot"
x,y,z	variables	x,y,z ∈ personas
Ama(x,y)	predicado	"x ama a y"
Es_Amigo(x,y)	función	"x es amigo de y"

$\forall x [Es_Amigo(x, Lancelot) \Rightarrow \forall y [Ama(Lancelot, y) \Rightarrow \neg Ama(x,y)]]$

(II) "Cuando se sabe resolver un problema de búsqueda, se sabe resolver todos".

Símbolo	Tipo (constante, predicado, función)	Significado
p,q	Variable	p,q ∈ problemas
x	variable	x ∈ personas
Búsqueda(p)	predicado	"p es un problema de búsqueda"
SabeResolver(x,p)	predicado	"x sabe resolver y"

$$\forall x [(\exists p[\text{SabeResolver}(x,p) \wedge \text{Búsqueda}(p)]) \Rightarrow \forall q [\text{Búsqueda}(q) \Rightarrow \text{SabeResolver}(x,q)]]$$