ESTRUCTURAS DISCRETAS Y LÓGICAS

* TUTORÍA en INGLÉS
FORMALIZACIÓN en LÓGICA (en Inglés)
Oct. 14, 2016

EXAMEN FINAL
20 enero
15:00h - 18:00h

Alberto Suarez
albertosuarez@uam.e
Coordinadora: Pilar Rgu

Clave Moodle: TURING1937

PROGRAMA

1. Introducción a la lógica proposicional y de predicados
2. Grafos
3. Árboles
4. Principios de enumeración y combinatoria.
5. Modelos de computación y máquinas de Turing.

LIBRO PARA HACER EJERCICIOS (RESUELTOS):

Kenneth H. Rosen - Discrete Mathematics and its applications 7th edition

Prueba parcial 1: mediados octubre (aprox. 1h)
Prueba parcial 2: finales nov-principios diciembre (aprox. 1'5h)
Not_Pract: 0'

ulos 13, 14 Nilsson
tulo 7 de Russell + Norving

ROBOT SITUACIÓN 1

¿SOBRE QUE SE HABLA?

ÁTOMOS SIMBÓLICOS

- A: "El brazo mecánico está accionado"
- B: "La batería está cargada"
- D: "El objeto se desplaza"
- P: "El objeto es portátil"

Frases atómicas, este caso en conc
porque no nos inter
mayor nivel de de
pero no se pueden
considerar atómicas
sentido extrict

PROPOSICIONES ATÓMICAS (su valor de verdad - "verdadero" "falso") sólo se puede determinar por contraste con l situación concreta en el mundo real.

¿QUÉ SABE EL ROBOT?

"Si la batería está cargada (B) y el objeto es portátil (P), entonces, el objeto se desplaza (D) al accionar el brazo (A)."

ÁTOMOS	CONECTORES
B	(NOT) $\neg$ (UNARIO)
A	(AND) $\wedge$ (N-ARIO)
P	$\Longrightarrow$ (BINARIO)
D	

$\omega_1 : A \wedge B \wedge P \Rightarrow D$

[Si A, B y P, entonces D]

$\omega_2 : A$

$\omega_3 : B$

$\omega_4 : \neg D$

BASE de CONOCIMIEN

$\Downarrow$

REGLAS SINTÁCTICAS de INFERENCIA

$\neg P$

	CONECTORES
UNARIOS	$\neg$ (NOT)
BINARIOS	$\Rightarrow$ (IMPLICACIÓN)
N-ARIOS	$\wedge$ (AND)

FÓRMULA BIEN FORMADA (FBF) ≡ PROPOSICIONES ≡ FRASE

Base del conocimiento del Robot en la situación 1

$W_1: (B \wedge A \wedge P) \Rightarrow D$

$W_2: A$

$W_3: B$

$W_4: \neg D$

REGLAS DE INFERENCIA (tienen que ser correctas) $\neg P$

El objetivo es que el robot llegue a deducir por un mecanismo llamado INFERENCIA, que el objeto no es portátil

PROPOSICIÓN: Sentencia declarativa sobre algún aspecto del mundo real que tiene un valor de verdad definido (o bien es verdadera o bien es falsa).

- PROPOSICIÓN ATÓMICA: Proposición cuyo valor de verdad sólo puede determinarse por contraste directo con el mundo real. ej: "la batería está cargada".

- PROPOSICIÓN COMPUESTA (no ATÓMICA): Proposición formada por proposiciones atómicas articuladas mediante conectores lógicos.

Su valor de verdad se puede establecer a partir del valor de verdad de las proposiciones atómicas de las que se compone y de las tablas de verdad de los conectores lógicos. ej: "si la batería está cargada y el objeto es portátil, entonces el objeto se desplaza al accionar el brazo mecánico".

NO SON PROPOSICIONES

"¿Está la batería cargada?" — Pregunta (no declarativa)

"Acciona el brazo mecánico" — órdenes (no declarativa)

"Esta frase es falsa" — Sin valor de verdad definido

ÁTOMOS

- ÁTOMOS LITERALES: sólo hay dos → $\begin{cases} V \text{ (verdad} \\ F \text{ (falso} \end{cases}$
- ÁTOMOS SIMBÓLICOS: símbolos que representan proposiciones atómicas. La denotación de un átomo simbólico es la proposición en lenguaje natural a la que el átomo hace referencia.

VARIABLE BOOLEANA

$$\underset{\text{símbolo}}{A} \in \{\underset{(1)}{V}, \underset{(0)}{F}\}$$

VALORES DE VERDAD ≡ V

CONECTORES LÓGICOS

Permiten articular proposiciones atómicas para formar proposiciones compuestas.

El valor de verdad de una proposición compuesta formada por proposiciones atómicas articuladas mediante un conector lógico se define mediante una tabla de verdad específica para dicho conector.

TIPOS DE CONECTORES

- → UNARIOS

  $\neg$ (no)

  $\neg D$ (el objeto no se desplaza)

- → N-ARIOS

  $\wedge$ (y), $\vee$ (o)

  $A \wedge B \wedge P$ (el brazo mecánico ha sido accionado, la batería está cargada, y el objeto es portátil)

- → BINARIOS

  $\Longrightarrow$ (implica), $\Longleftrightarrow$ (si solo si)

  $A \wedge B \wedge P \Longrightarrow D$

LOS ELEMENTOS DE LA LÓGICA

- UN LENGUAJE FORMAL: Símbolos + Reglas sintácticas que permiten combinar los símbolos en frases gramaticalmente correctas (FBF: fórmulas bien formadas).

  $A \wedge B \wedge P \Rightarrow D$

  es una FBF, es decir, una frase gramaticalmente correcta en lógica proposicional.

- SEMÁNTICA: Asociación entre FBFs en el lenguaje formal y frases en el lenguaje natural sobre el dominio del que se está hablando.

- REGLAS DE INFERENCIA: Reglas tipográficas que únicamente manipulan símbolos (y, por lo tanto, no utilizan el significado) y que nos permiten generar nuevas FBFs a partir de un conjunto de FBFs dado.

  $\{R, R \Rightarrow S\} \vdash_{\text{MODUS PONENS}} S$

LENGUAJES

ELEMENTOS DEL LENGUAJE
- Sintaxis (forma)
- Semántica (significado)

TIPOS DE LENGUAJE
- Lenguaje natural: medio de comunicación habitual entre humanos
  ej: gallego, castellano
- Lenguaje formal: sintaxis con reglas bien definidas.
  ej: lenguajes de programación

GRAMÁTICA DE UN LENGUAJE

Conjunto de reglas que permiten:
1) Determinar si una frase es correcta desde el punto de vista sintáctico.
2) Generar frases correctas [illegible] de ese lenguaje.

TABLAS DE VERDAD

CONECTOR "NO"

W_1	$\neg W_1$
V	F
F	V

$\neg W_1$ tien valor V si W_1 tiene valor F.

$\neg W_1$ tiene valor F si W_1 tiene valor V.

Ejemplo:

W_1: el objeto se desplaza

$\neg W_1$: el objeto no se desplaza

CONECTOR "Y" (AND)

W_1	W_2	$W_1 \wedge W_2$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplo:

A: El brazo ha sido accionado

P: el objeto es portátil.

$A \wedge P$: el brazo mecánico ha sido accionado y el objeto es portátil.

CONECTOR "O" (OR)

W_1	W_2	$W_1 \vee W_2$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplo:

$\neg P$: el objeto no es portátil

$\neg B$: La batería no está cargada

$\neg P \vee \neg B$: el objeto no es portátil o la batería no está cargada (o ambos a la vez).

CONECTOR "IMPLICA"

W_1	W_2	$W_1 \Rightarrow W_2$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$$\boxed{W_1 \Rightarrow W_2 \equiv (\neg W_1 \vee W_2)}$$

Ejemplo:

$A \wedge B \wedge P$: el brazo está accionado, la batería está cargada y el objeto es portátil

D: el objeto se mueve

$A \wedge B \wedge P \Rightarrow D$: Si el brazo ha sido accionado, la batería está cargada, y el objeto es portátil, entonces el objeto se mueve.

CONECTOR "SI Y SÓLO SI"

W_1	W_2	$W_1 \Leftrightarrow W_2$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplo:

$A \wedge B \wedge P$: Ídem

D : Ídem

$A \wedge B \wedge P \Leftrightarrow D$: el objeto se mueve si y sólo si el brazo mecánico ha sido accionado, la batería está cargada y el objeto es portátil.

REGLAS DE EQUIVALENCIA (algunas)

- $\neg\neg A \equiv A$ regla de la doble negación
- $(A \Rightarrow B) \equiv \neg A \vee B$ definición del condicional
- $(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$
- $(A \Leftrightarrow B) \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
- $A \vee B \equiv B \vee A$ } propiedad conmutativa
- $A \wedge B \equiv B \wedge A$ }
- $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$ } reglas de De Morgan
- $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ }

Δ (BASE DE CONOCIMIENTO) ω (FBF)

¿$\Delta \models \omega$? ¿es la FBF ω consecuencia lógica ($\models$) de la base de conocimiento Δ?

Ejemplo

A : "Dumbo es un hurón"

B: "Dumbo es un elefante"

$\omega_1 : \neg A$

$\omega_2 : (A \Leftrightarrow \neg B) \equiv (A \Rightarrow \neg B) \wedge (\neg B \Rightarrow A)$

Δ (base de conocimiento)

ÁTOMOS

	A	B	$\omega_1 : \neg A$	$\omega_2 : A \Leftrightarrow \neg B$	$\omega : B$?
I_1	V	V	F	F	—
I_2	V	F	F	V	—
I_3	F	V	V	V	V
I_4	F	F	V	F	—

BASE DE CONOCIMIENTO Δ

Decimos que $\Delta \models \omega$ (ω es consecuencia lógica de Δ) si en las INTERPRETACIONES QUE SON MODELO de Δ son MODELO de ω

"ω tiene valor de verdad verdadero"

"en los que las FBFs de Δ tienen valor de verdad verdadero"

SATISFACIBILIDAD

- Satisfacible (SAT): Una base de conocimiento es satisfacible si existe al menos una interpretación que sea modelo de dicha base de conocimiento.

  ejemplo: $\{P, P \Rightarrow Q\}$ es SAT

- Insatisfacible (UNSAT): Una base de conocimiento es insatisfacible (contradicción) si no hay ninguna interpretación que sea modelo de dicha base de conocimiento.

  ejemplos: $\{F\}$ es UNSAT

  $\{F, P \Rightarrow Q\}$ es UNSAT

  $\{P, \neg P\}$ es UNSAT

  $\{P \wedge \neg P\}$ es UNSAT

  $\{\neg Q, P \Rightarrow Q, P\}$ es UNSAT

- Tautología: Una FBF es una tautología si todas las interpretaciones son modelo de dicha FBF.

  ejemplos: $\{V\}$ es tautología

  $\{P \vee \neg P\}$ es tautología

  $\{P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)\}$ es tautología

NOTA: los conceptos introducidos pueden aplicarse a conjuntos de FBFs o a FBFs individuales.

$$\cancel{A \vee B \underset{\text{ELIM } \vee}{\vdash} A}$$

CONSECUENCIA LÓGICA (SEMÁNTICA = tablas de verdad)

$\Delta \models \omega$ "ω es consecuencia lógica de Δ"

Demostración mediante tablas de verdad

Todos los modelos de Δ son modelos de ω

ej:

$\{A, A \Rightarrow B\} \models B$

A	B	A	A ⇒ B	B
V	V	V	V	V
V	F	V	F	–
F	V	F	V	–
F	F	F	V	–

REGLAS DE INFERENCIA

Reglas tipográficas que manipulan únicamente símbolos (y, que por lo tanto, no utilizan el significado de estos símbolos, ni las tablas de verdad) y que nos permiten generar nuevas FBFs a partir de un conjunto de FBFs dado.

Reglas de inferencia correctas

Reglas de inferencia en las que los modelos de conjunto de FBFs de partida son también modelos de las FBFs generadas.

> NOTA: todas las reglas de equivalencia son reglas de inferencia correctas, pero no toda regla de inferencia es de equivalencia.
>
> equivalencia $\Rightarrow$ misma tabla de verdad (tienen que coincidir los F)

TODAS LAS REGLAS DE EQUIVALENCIA SON REGLAS DE INFERENCIA (correctas)

BASE DE CONOCIMIENTO en FORMA NORMAL CONJUNTIVA (FNC)

conjunción $(\wedge)$ $\equiv$ de disyunción $(\vee)$ de literales

$\equiv$ conjunción de cláusulas disyun[tivas]

LITERAL

- → POSITIVOS ≡ ÁTOMOS SIMBÓLICO
- → NEGATIVOS ≡ negación de un literal positivo

ej: $A, B, \neg C, \neg P, \neg B$

CLÁUSULAS (disyuntivas) ≡ DISYUNCIÓN DE LITERALES

ej: $A \vee \neg B \vee C$

$P \vee Q$

$\neg P \vee \neg C \vee \neg A$

RESOLUCIÓN SOBRE UN SÍMBOLO

REGLA DE INFERENCIA SOBRE CLÁUSULAS

$$\begin{array}{l} B \vee C \vee \neg D \\ \neg C \vee \neg A \end{array} \vdash_{RES_C} B \vee \neg D \vee \neg A$$

$$(P \wedge \neg Q) \veebar (Q \wedge \neg P) \veebar \neg R \veebar S$$

$$\begin{array}{c|cc} & \xrightarrow{\wedge} & \\ & P & \neg Q \\ \vee & Q & \neg P \\ & \neg R & \\ \downarrow & S & \end{array}$$

$$(P \vee Q \vee \neg R \vee S) \wedge$$

$$\wedge \left(\underbrace{\underbrace{P \vee \neg P}_{\vee} \cancel{\vee \neg R} \vee S}_{\vee}\right) \wedge$$

$$\wedge \left(\underbrace{\underbrace{\neg Q \vee Q}_{\vee} \cancel{\vee \neg R} \vee S}_{\vee}\right) \wedge$$

$$\wedge \left(\neg Q \vee \neg P \vee \neg R \vee S\right) \equiv$$

$$\equiv (P \vee Q \vee \neg R \vee S) \wedge (\neg Q \vee \neg P \vee \neg R \vee S)$$

LISTA DE REGLAS DE INFERENCIA

Sean W_1, W_2 dos FBFs

1) MODUS PONENS: $\begin{array}{l} W_1 \Rightarrow W_2 \\ W_1 \end{array} \vdash_{\underline{M.P.}} W_2$

2) MODUS TOLLENS: $\begin{array}{r} W_1 \Rightarrow W_2 \\ \neg W_2 \end{array} \vdash_{\underline{M.T.}} \neg W_1$

3) INTRODUCCIÓN DE $\wedge$: $\begin{array}{l} W_1 \\ W_2 \end{array} \vdash_{\underline{\wedge\ INTRO}} W_1 \wedge W_2$

4) CONMUTATIVIDAD DE $\wedge$: $W_1 \wedge W_2 \vdash_{\underline{\wedge\ CONMUTA}} W_2 \wedge W_1$

5) ELIMINACIÓN DE $\wedge$: $W_1 \wedge W_2 \vdash_{\underline{\wedge\ ELIMIN}} W_1\ ,\ W_2$

6) INTRODUCCIÓN DE $\vee$: $\begin{array}{l} W_1 \\ W_2 \end{array} \vdash_{\underline{\vee\ INTRO}} W_1 \vee W_2$

7) ELIMINACIÓN DE $\neg\neg$: $\neg\neg W_1 \vdash_{\underline{\neg\neg\ ELIMIN}} W_1$

NOTA: Este conjunto de reglas es correcto pero no completo.

$W_1: (A \vee B) \Rightarrow C$

$W_2: A$

$$\{W_1, W_2\} \models C$$

$$A \vdash_{\vee \text{INTRO}} W_3: A \vee B$$

$$\frac{W_3: A \vee B \qquad W_1: (A \vee B) \Rightarrow C}{C} \; \text{M.P.}$$

TEOREMA

METATEOREMA

$$\overbrace{\{\underbrace{(A \vee B) \Rightarrow C}_{\omega_1},\ \underbrace{A}_{W_2}\}}^{\Delta} \models \underbrace{C}_{W_4}$$

$$\left[\left((A \vee B) \Rightarrow C\right) \wedge A\right] \Rightarrow C$$

es una tautología

REDUCCIÓN AL ABSURDO

$$\alpha = \{\Delta, \neg\omega\}$$

¿$\Delta \models \omega$?

FNC!!

¿$\alpha = \{\Delta, \underbrace{\neg\omega}\}$ es UNSAT?

negación de meta

$(A \vee B) \Rightarrow C$

$A \vdash_{\text{INTRO } \vee} (A \vee B)$

$\neg C$

$$\frac{\dfrac{A \vee B \qquad \vee B) \Rightarrow C}{C}\,\text{M.P} \qquad \neg C}{\boxed{}}\,RES_C \equiv F \text{ (UNSAT)}$$

cláusula vacía $\equiv F$

Sí, α es UNSAT $[\Delta \models \omega]$

No, α es SAT $[\Delta \not\models \omega]$

α es UNSAT

$\hookrightarrow$ ω es consecuencia lógica de la base de conocimiento

ACLARACIÓN DE DIFERENCIAS

CONSECUENCIA LÓGICA

$$\Delta \models \omega$$

- Importante mirar las TABLAS DE VERDAD
- Todos los modelos de Δ son modelos de ω.

MODELO ≡ interpretaciones en las que todas las FBFs de Δ tienen valor "verdadero".

$\neg A \vee B$, A

	A	B	$\neg A \vee B$	A	B
I_1	V	V	V	V	V
I_2	V	F	F	V	—
I_3	F	V	V	F	—
I_4	F	F	V	F	—

$$\{\neg A \vee B,\ A\} \models B \Rightarrow \{\neg A \vee B,\ A,\ B\}$$

INFERENCIA (CORRECTA)

$$\Delta \vdash_{R.I.} \omega$$

REGLA DE INFERENCIA
RESOLUCIÓN SOBRE CLÁUSULAS

$$\frac{\neg A \vee B \quad A}{B}\ RES_A$$

$$\frac{\neg A \vee B \vee D \quad \neg B \vee C}{\neg A \vee D \vee C}\ RES_B$$

átomos simbólicos $\{A, B, C, D\}$

↳ $\#interpr = 2^{\#átomos}$

$$\cancel{\frac{A \vee \neg C \vee D \quad C \vee \neg D}{A}\ RES_{C \wedge D}}$$

De uno en uno

$$\frac{A \vee \neg C \vee D \quad C \vee \neg D}{A \vee D \vee \neg D}\ RES_C$$

$A \vee D \vee \neg D = V$

no vale para nada

Δ, base de conocimiento

ω, FBF meta

¿$\Delta \models \omega$?

[TODOS LOS MODELOS DE Δ SON MODELOS DE ω]

INFERENCIA

R: REGLAS DE INFERENCIA CORRECTAS

Cuando $\Delta \vdash_R \omega$, entonces $\Delta \models \omega$

SISTEMAS DE REGLAS DE INFERENCIA COMPLETO

Cuando $\Delta \models \omega$, entonces $\Delta \vdash_R \omega$

¿$\Delta \models \omega$? $\equiv$ ¿es α UNSAT?

$\alpha = \{\Delta, \neg\omega\}$ negación de la meta

- Si α es **UNSAT**, $\Delta \models \omega$
- Si α es **SAT**, $\Delta \not\models \omega$

$$\boxed{\begin{array}{l}
¿\Delta \models \omega? \equiv ¿\text{es } \alpha_{FNC} \text{ UNSAT}? \\
\alpha = \alpha_{FNC} \equiv \{\Delta_{FNC}, (\neg\omega)_{FNC}\} \\
\quad \to \text{Si } \alpha_{FNC} \text{ es UNSAT } (\equiv \text{por resolución se puede deducir } \square) \\
\qquad \Delta \models \omega \\
\quad \to \text{Si } \alpha_{FNC} \text{ es SAT } (\equiv \text{por resolución no encuentro la } \square) \\
\qquad \Delta \not\models \omega
\end{array}}$$

5.

FRASE A: "Solo hay una frase falsa"

FRASE B: "~~2~~ Hay 2 frases falsas"

FRASE C: "Hay 3 frases falsas"

ÁTOMOS + DENOTACIÓN

A: "La frase A es verdadera".

B: "La frase B es verdadera".

C: "La frase C es verdadera".

[1] $A \Leftrightarrow ((A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C))$

[2] $B \Leftrightarrow ((A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C))$

[3] $C \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$

↓ pasar a FNC

[1.1] $(\neg A \vee \cancel{\neg B \vee \neg C})$ por abs [2.2]

[1.2] $(\neg A \cancel{\vee C \vee B})$ por abs [3.1]

[1.3] $(A \cancel{\vee \neg B \vee \neg C})$ abs por [2.2]

[2.1] $(\neg B \vee \neg A)$

[2.2] $(\neg B \vee \neg C)$

[2.3] $(A \vee B \vee \neg C)$

[2.4] $(\neg A \cancel{\vee B \vee C})$ repetida

[3.1] $B \vee \neg A$

[3.2] $B \vee \neg C$

[3.3] $A \vee B \vee C$

$$\neg B \vee \neg A,\ B \vee \neg A \vdash_{Res_B} \neg A \quad [4]$$

$$\neg B \vee \neg C,\ B \vee \neg C \vdash_{Res_B} \neg C \quad [5]$$

$$A \vee B \vee C,\ \neg C \vdash_{Res_C} A \vee B \quad [6]$$

$$A \vee B,\ \neg A \vdash_{Res_A} B \quad [7]$$

En conclusión:

B: "Hay 2 frases falsas"

[6.] A: A es jedi (dice la verdad)
B: B es jedi (dice la verdad)
C: C es jedi
D: D es jedi

A dice: "o C o D o ambos son jedi" $\rightsquigarrow C \vee D$
B dice: "C y A son jedi".
C dice: "D y yo somos jedi".
D dice: "C es sith y A es jedi".

$[1]\ A \Leftrightarrow (C \vee D)$
$[2]\ B \Leftrightarrow (C \wedge A)$
$[3]\ C \Leftrightarrow (D \wedge C)$
$[4]\ D \Leftrightarrow (\neg C \wedge A)$

Pasamos a FNC $\rightsquigarrow$

$[1.1]\ \neg A \vee C \vee D$ X
$[1.2]\ \neg C \vee A$ X
$[1.3]\ \neg D \vee A$
$[2.1]\ \neg B \vee C$ X
$[2.2]\ \neg B \vee A$ X
$[2.3]\ \neg C \vee \neg A \vee B$ X

Pasamos [3] a FNC explícitamente:

$$C \Leftrightarrow (D \wedge C) \overset{\text{def. bicond.}}{\equiv} C \Rightarrow (D \wedge C) \overset{\text{def. cond.}}{\equiv} \neg C \vee (D \wedge C) \overset{\text{distr.}}{\equiv} \neg C \vee D$$

$$\equiv (D \wedge C) \Rightarrow C \equiv \neg(D \vee C) \vee C \equiv \neg D \vee \neg C \vee C \equiv \text{Verdadero}$$

$[3.1]\ \neg C \vee D$ X

~~[4.0] $\neg D \vee A$ (repetida 1.3)~~

$[4.1]\ \neg D \vee \neg C$

~~[4.0] $C \vee \neg A \vee D$ (rep. 1.1)~~

Hacemos RESOLUCIONES:

$[1.1]\ \neg A \vee C \vee D$, $[3.1]\ \neg C \vee D \vdash_{RES_C} \neg A \vee D$ [5]

$[3.1]\ \neg C \vee D$, $[4.1]\ \neg D \vee \neg C \vdash_{RES_D} \neg C$ (C es Sith) [6]

$[6]\ \neg C$, $[2.1]\ \neg B \vee C \vdash_{RES_C} \neg B$ [7] (B es Sith)

$[5]\ \neg A \vee D$, $[1.3]\ \neg D \vee A \vdash_{INTRO_\wedge} (\neg A \vee D) \wedge (\neg D \vee A) \overset{\text{def.} \Rightarrow}{\equiv} (A \Rightarrow D) \wedge (D \Rightarrow A) \equiv$

$\overset{\text{def.} \Leftrightarrow}{\equiv} A \Leftrightarrow D$ [8]

(o ambos son Sith
o ambos son Jedi)

EJERCICIOS EDyL

BASE DE CONOCIMIENTO

W_1: "Dumbo no es un hurón"

W_2: "Dumbo o es un elefante o es un hurón"

1. $\boxed{A}$: "Dumbo es un hurón"

$\boxed{B}$: "Dumbo es un elefante"

1.1: Sólo se puede utilizar: $\Leftrightarrow$, $\neg$

$W_1: \neg A$

$W_2: A \Leftrightarrow \neg B \equiv \neg A \Leftrightarrow B \equiv B \Leftrightarrow \neg A \equiv \neg B \Leftrightarrow A \equiv$

$\equiv \neg(A \Leftrightarrow B) \equiv \neg(B \Leftrightarrow A)$

1.2: Sólo se puede utilizar: $\Rightarrow$, $\wedge$, $\neg$

$W_1: \neg A$

$W_2: \neg((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)) \equiv (\neg A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow \neg B) \equiv$

$\equiv (\neg A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow \neg A)$

1.3: Sólo se puede utilizar: $\wedge$, $\vee$, $\neg$

$W_1: \neg A$

$W_2: (\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$

ÁTOMOS

$\neg A \Rightarrow \neg B$

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \Rightarrow \neg B$	$\neg B \Rightarrow A$	$\neg A \wedge B$	$\neg B \wedge A$	$A \Leftrightarrow \neg B$	$(A \Rightarrow \neg B) \wedge (\neg B \Rightarrow A)$	$(\neg A \vee \neg B) \wedge (B \vee A)$	$(\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)$
V	V	F	F	F	V	F	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F

ESPACIO DE TRABAJO

2. Demostrar que $(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$

$$(A \Rightarrow B) \overset{\text{def.} \Rightarrow}{\equiv} \neg A \vee B \overset{\text{conm. de} \vee}{\equiv} B \vee \neg A \overset{\text{doble neg.}}{\equiv} (\neg(\neg B)) \vee (\neg A) \overset{\text{def.} \Rightarrow}{\equiv}$$

$$\equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

3.

A: "Dumbo es un hurón"

B: "Dumbo es un elefante"

ω_1: $\neg A$

ω_2: $(A \Leftrightarrow \neg B)$

$\equiv$

$(A \Rightarrow \neg B) \wedge (\neg B \Rightarrow A)$

Δ (BASE DE CONOCIMIENTO)

$\models$?

$\boxed{¿\Delta \models \omega?}$

ÁTOMOS / BASE DE CONOCIMIENTO (Δ)

A	B	ω_1 $\neg A$	ω_2 $A \Leftrightarrow \neg B$	ω B?
V	V	F	F	—
V	F	F	V	—
F	V	V	V	V
F	F	V	F	—

~~ω es~~

(ω es consecuencia lógic[a] de Δ)

Decimos que $\Delta \models \omega$ si en las INTERPRETACIONES QUE SON MODELO de Δ SON MODELO de ω

↳ "ω tiene valor de verdad verdadero"

↳ "en los que las FBFs de Δ tienen valor de verdad verdadero"

ESTRUCTURAS DISCRETAS Y LOGICA
Parcial 1, 2016/10/19
Publicación de calificaciones: 2016/11/07

E1	E2	E3	E4	TOTAL
0				
Apellidos:				
Nombre:				

NOTA: Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

EJERCICIO 1 (2 puntos):
Sean w_1, w_2 y w FBFS que cumplen:

I. $\{w_1, w_2, w\}$ es UNSAT
II. $\{w_1, w_2, \neg w\}$ es SAT
III. Sea R un conjunto de reglas de inferencia correcto pero incompleto.

Utilizando las definiciones de consecuencia lógica, SAT, UNSAT e inferencia, explica cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas, cuáles incorrectas y para cuáles no es posible determinar si son correctas o no a partir de la información dada (I, II y III)

a. $\{w_1, w_2\} \models \neg w$
b. $\{w_1, w_2\} \not\models w$
c. $\{w_1, w_2\} \vdash_R \neg w$
d. $\{w_1, w_2\} \nvdash_R w$

EJERCICIO 2 (2 puntos):
Utilizando únicamente tablas de verdad (sin usar reglas de equivalencia), demuestra si la base de conocimiento

$\Delta = \{A \Leftrightarrow ((B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C))\}$

tiene como consecuencia lógica $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C$.

EJERCICIO 3 (3 puntos): [adaptado de http://www.folj.com/puzzles/easy.htm]
Nos encontramos con 3 criaturas (llamémoslas A, B, C) que pertenecen a una de dos especies: falacius (siempre miente) y verosus (siempre dice la verdad): Preguntamos a A de qué especie son las otras dos y ésta nos responde "Las otras dos criaturas pertenecen a la misma especie". Hacemos la misma pregunta a B y ésta nos proporciona la misma respuesta: "Las otras dos criaturas pertenecen a la misma especie". ¿Podemos anticipar cuál sería la respuesta de C si le hiciéramos la misma pregunta? En caso de respuesta positiva a la pregunta anterior ¿Cuál sería dicha respuesta?
¿Podemos determinar de qué tipo es cada criatura? En caso de que sea posible ¿De qué tipo es cada criatura?
Para resolver este ejercicio, únicamenete se puede utilizar inferencia

$A \Leftrightarrow ((B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C))$

$B \Leftrightarrow ((A \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C))$

0

EJERCICIO 4 (3 puntos): [RESPONDER EN ESTA HOJA DE ENUNCIADO]

Vamos a formalizar mediante lógica de predicados el último teorema de Fermat

> Sea n es un número entero mayor que 2. No existen x, y, z, enteros tales que se cumpla: $x^n + y^n = z^n$

El único objeto constante que se puede definir es 0

(i) describe las variables, funciones y los predicados necesarios para formalizar el teorema.

Objetos: 0 (cero, entero)

Variables	Nombre	tipo

Funciones	Nombre	Aridad	Descripción (incluyendo el tipo de sus argumentos)	Tipo del resultado de su evaluación

Predicados	Nombre	Aridad	Descripción (incluyendo el tipo de sus argumentos)

(ii) Formaliza el teorema de la manera más literal posible.