UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura SISTEMAS INFORMÁTICOS II **Grupo** 231

Apellidos ... **Nombre** ...

Ejercicio del día 19 de abril de 2017. Examen parcial.

1.1 (1)	1.2 (1)	1.3 (1)	2.1 (1)	2.2 (1)	2.3 (2)	2.3 (1)	2.4 (1)	2.5 (1)	Total (10)

1. PROBLEMA (3 puntos).

Una empresa tiene una intranet compuesta por **3 ordenadores** que usan los empleados de la empresa para mandar peticiones a un servidor de proceso de transacciones. Cada ordenador permanece trabajando o inactivo un tiempo aleatorio distribuido exponencialmente con valor medio igual a **500ms**. Pasado ese periodo de tiempo, manda su petición transaccional al servidor. El servidor tarda en procesar cada transacción un tiempo distribuido de forma exponencial y que tiene como valor medio **200ms**. Hasta que no contesta el servidor, el ordenador no vuelve a formular una nueva petición. La cola de espera del servidor tiene tamaño infinito.

1.1 (1 puntos) Justificar razonadamente un modelo de colas válido para describir el escenario planteado. No se considerarán respuestas sin razonar.

Se trata de un sistema **M/M/1/inf/3** debido a que:

- El tiempo de servicio está distribuido de forma exponencial.
- Solo hay un servidor.
- El tiempo entre llegadas está distribuido de forma exponencial.
- El tamaño de la cola se puede considerar infinito.
- El número de clientes es finito e igual a 3.

1.2 (1 puntos) Calcular la probabilidad de que en la cola de espera haya 1 ó más peticiones.

Esta será la probabilidad de que en el sistema haya 2 peticiones o más (1 en la cola y una en el servidor).

$$Prob = \sum_{n=2}^{3} p_n = \sum_{n=2}^{3} p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{3!}{(3-n)!} = 0.282 * (0.96 + 0.384) = 0.379$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{3} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{3!}{(3-n)!}\right]^{-1} = [1 + 1.2 + 0.96 + 0.384]^{-1} = 0.282$$

1.3 (1 puntos) Calcular el tiempo medio de respuesta del servidor.

El tiempo de proceso es el tiempo de estancia en el sistema. Usamos el teorema de Little

$$W = \frac{L}{\lambda'} = \frac{1.21}{3.59} = 0.337\ segundos$$

$$\rho = 1 - p_0 = 1 - 0.282 = 0.718$$

$$\lambda' = \rho\mu = 0.718 \cdot 5 = 3.59$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda}\rho = 3 - \frac{5}{2} 0.718 = 1.21$$

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR (IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo 231

Apellidos .... Nombre ....

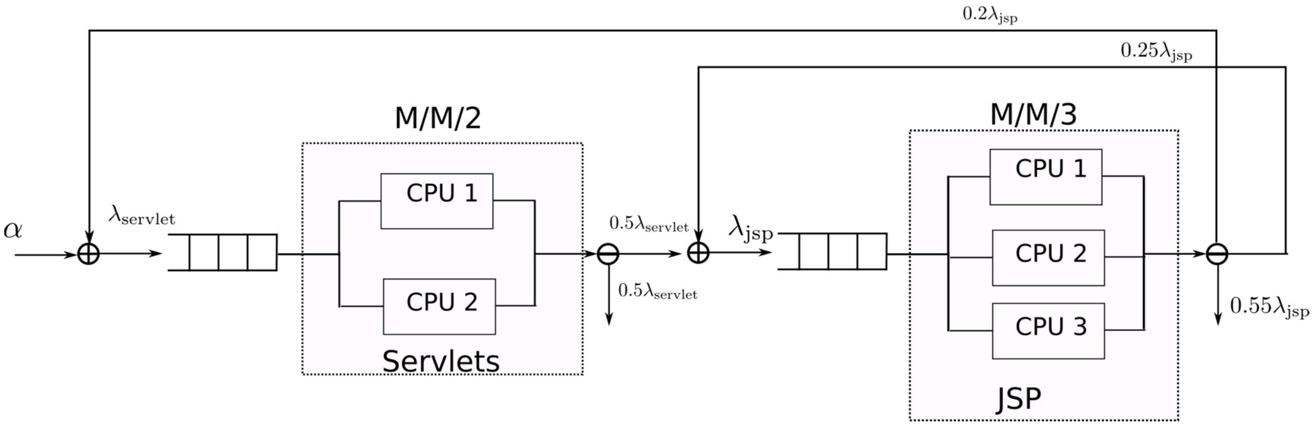
Ejercicio del día 19 de abril de 2017. Examen parcial.

2. PROBLEMA (7 puntos).

Una empresa presta un servicio en forma de aplicación web. Las peticiones de los clientes son recibidas inicialmente por un servidor de Servlets. Este servidor cuenta con 2 CPUs que pueden atender cualquiera de las peticiones recibidas. En promedio cada CPU tarda **100ms** en atender una petición. Se ha estimado que un 50% de las peticiones necesitan invocar además una página JSP. Estas páginas se ejecutan en un segundo servidor que cuenta con 3 CPUs que pueden atender cualquiera de las peticiones recibidas. En promedio cada CPU tarda **200ms** en atender una petición Además, se ha observado que con un 25% de probabilidad una página JSP necesitará invocar otra página JSP. Estas peticiones serán recibidas por el mismo servidor de páginas JSP. Finalmente, se estima que el 20% de las páginas JSP tienen que invocar un Servlet. Estas peticiones serán recibidas por el servidor de Servlets. El resto de peticiones se dan por finalizadas. Finalmente, el servicio prestado recibe tráfico Poisson con una media de **10 peticiones por segundo**.

Considerar que todos los tiempos están distribuidos de forma exponencial y que todos los servidores se encuentran en estado estacionario y que tienen una cola de tamaño infinito.

2.1 (1 puntos) Dibujar el diagrama de proceso del sistema completo, e indicar (no calcular) las tasas de llegada a la entrada de cada servidor. Dar una explicación razonada sobre qué modelo, según la notación de Kendall, será aplicable a cada una de sus componentes. Indicar las suposiciones y teoremas utilizados.



Cada uno de los subsistemas presentados en el diagrama se pueden modelar de acuerdo a un modelo M/M/2 y M/M/3 aplicando el teorema de Jackson. Esto es así porque el primer servidor tiene 2 CPUs, mientras que el segundo tiene 3. Todos los tiempos están distribuidos de forma exponencial, cada subsistema tiene un único servidor, las colas son infinitas, la red es una red de colas abierta ya que la probabilidad de salir de la red es estrictamente mayor que 0, y según nos han indicado en el enunciado todos los sistemas están en estado estacionario.

2.2 (1 puntos) Calcular la tasa de llegadas efectiva a la entrada de cada servidor.

α=10p/s
λservlet = α+0.2 λjsp
λjsp = 0.25 λjsp + 0.5 * λservlet
λjsp = 0.5 * λservlet / 0.75 = 2 / 3 λservlet
λservlet = α+0.2 2 / 3 λservlet

Asignatura: SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo: 231

Apellidos: Nombre:

Ejercicio del día: 19 de abril de 2017. Examen parcial.

λservlet = α / (1 – 0.2 * 2 / 3) = 11.53 p / s

Por tanto:

λjsp = 2 / 3 * 11.53 = 7.69 p / s

Comprobamos que en efecto cada servidor está en estado estacionario. Pues λservlet < 2 * 10 y λjsp < 3 * 5

2.3 (2 puntos) Calcular justificadamente el número medio de peticiones en <u>cola</u> en todo el sistema.

Usamos el teorema de Jackson del que se deduce que el número total de peticiones es la suma de las peticiones en cada sub-sistema, cuyas probabilidades vendrían dadas por las fórmulas del modelo M/M/2 y M/M/3, respectivamente.

L_q_servlet = P_q_servlet * rho_servlet / (1 – rho_servlet) =0.423 · 0.577 / (1 – 0.577) = 0.577
P_q_servlet = P_2_servlet / (1 – rho_servlet) = 0.179 / (1 – 0.577) = 0.423

Rho_servlet = $\frac{\lambda_{servlet}}{2 \cdot \mu_{servlet}} = \frac{11.53}{20} = 0.577$

P_2_servlet = P_0_servlet * $\left(\frac{\lambda_{servlet}}{\mu_{servlet}}\right)^2 \frac{1}{2!} = \text{P\_0\_servlet} * \left(\frac{11.53}{10}\right)^2 \frac{1}{2!}$=0.269$\cdot\left(\frac{11.53}{10}\right)^2 \frac{1}{2!} = 0.179$

P_0_servlet = $\left[\left(\frac{\lambda_{servlet}}{\mu_{servlet}}\right)^0 \frac{1}{0!} + \left(\frac{\lambda_{servlet}}{\mu_{servlet}}\right)^1 \frac{1}{1!} + \left(\frac{\lambda_{servlet}}{\cdot \mu_{servlet}}\right)^2 \frac{1}{2!} \frac{1}{(1-rho_{servlet})}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{11.53}{10} + \left(\frac{11.53}{10}\right)^2 \cdot \frac{1}{1-0.577}\right]^{-1} = 0.269$

L_q_jsp = P_q_jsp * rho_jsp / (1 – rho_jsp) =0.251 · 0.513 / (1 – 0.513) = 0.264
P_q_jsp = P_3_jsp / (1 – rho_jsp) =0.122 / (1- 0.513) = 0.251

Rho_jsp = $\frac{\lambda_{jsp}}{3 \cdot \mu_{jsp}} = \frac{7.69}{15} = 0.513$

P_3_jsp = P_0_jsp * $\left(\frac{\lambda_{jsp}}{\mu_{jsp}}\right)^3 \frac{1}{3!}$ =0.201 $\left(\frac{7.69}{5}\right)^3 \frac{1}{6} = 0.122$

P_0_jsp = $\left[\left(\frac{\lambda_{jsp}}{\mu_{jsp}}\right)^0 \frac{1}{0!} + \left(\frac{\lambda_{jsp}}{\mu_{jsp}}\right)^1 \frac{1}{1!} + \left(\frac{\lambda_{jsp}}{\mu_{jsp}}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{\lambda_{jsp}}{\cdot \mu_{jsp}}\right)^3 \frac{1}{3!} \frac{1}{(1-rho_{jsp})}\right]^{-1} =$

$$\left[1 + 1.538 + 1.183 + 0.606 \cdot \frac{1}{0.487}\right]^{-1} = 0.201$$

L_q_total = L_q_servlet + L_q_jsp = 0.577 + 0.264 = 0.841

2.4 (1 puntos) Calcular justificadamente el tiempo medio de respuesta de todo el sistema.

Usamos Little:

L_total = L_q_total + 2 · rho_servlet + 3 · rho_jsp = 0.841 + 2 · 0.577 + 3 · 0.513 = 3.534

Wtotal = Ltotal / α = 3.534 / 10 = 0.3534 segundos

UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo 231

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día 19 de abril de 2017. Examen parcial.

2.5 (1 puntos) Calcular justificadamente el tiempo medio de respuesta de las peticiones que no necesitan invocar ninguna página jsp.

Usamos Little con la tasa efectiva de llegadas al servidor de servlets:

Wservlet = $\frac{L_{servlet}}{\lambda_{servlet}} = \frac{0.577+2\cdot 0.577}{11.53} = 0.150$ segundos

2.6 (1 puntos) Calcular justificadamente el tiempo medio de respuesta de las peticiones que necesitan invocar únicamente un servlet y una página jsp.

Usamos Little con la tasa efectiva de llegadas al servidor de jsps:

Wjsp = $\frac{Ljsp}{\lambda_{jsp}} = \frac{0.264+3\cdot 0.513}{7.69} = 0.235$ segundos

W=Wjsp + Wservlet = 0.150 + 0.235 = 0.385 segundos

Formulario:

Modelo M/M/1

$$p_n = (1-\rho)(\rho)^n$$

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$F_W(t) = 1 - e^{-(\mu-\lambda)t}$$

Modelo M/M/c:

$$p_n = \begin{cases} p_0 \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} & (n < c) \\ p_0 \dfrac{c^c}{c!}\left(\dfrac{\lambda}{c\mu}\right)^n & (n \geq c) \end{cases}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!(1-\rho)}\right]^{-1}$$

$$P_q = \frac{p_c}{1-\rho} = E_c(c,u)$$

$$L = \frac{P_q \rho}{1-\rho} + c\rho$$

Modelo M/M/c/c:

$$p_n = p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!} \quad (0 \leq n \leq c)$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1}$$

Modelo M/G/1:

(IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR

$$L = \frac{\lambda^2 \,\mathrm{E}\left[S^2\right]}{2(1-\rho)} + \rho$$

$$\rho = \lambda/\mu$$

Modelo M/M/1/K:

$$p_n = p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \quad (0 \le n \le K)$$

$$p_0 = \begin{cases} \left[\dfrac{1-\lambda/\mu}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \ne \mu) \\ \dfrac{1}{K+1} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{\mu}\left[\dfrac{1-(\lambda/\mu)^K}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \ne \mu) \\ \dfrac{K}{K+1} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

$$L = \begin{cases} \dfrac{\lambda/\mu}{1-\lambda/\mu}\left[\dfrac{1-(K+1)(\lambda/\mu)^k + K(\lambda/\mu)^{K+1}}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \ne \mu) \\ \dfrac{K}{2} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

Modelo M/M/1//M

$$p_n = p_0 \binom{M}{n} n! \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = p_0 \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$\rho = 1 - p_0$$

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{\mu}{\lambda}\rho$$

Modelo M/M/c//M

$$p_n = \begin{cases} p_0 \dbinom{M}{n}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n & (0 \le n < c) \\ p_0 \dbinom{M}{n} \dfrac{n!}{c^{n-c}c!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n & (c \le n < M) \end{cases}$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1}\binom{M}{n}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=c}^{M}\binom{M}{n}\frac{n!}{c^{n-c}c!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$\rho = 1 - \sum_{n=0}^{c-1} p_n \frac{c-n}{c}$$

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{c\mu}{\lambda}\rho$$