Autómatas y Lenguajes

3er curso
1er cuatrimestre

Alfonso Ortega: alfonso.ortega@uam.es

UNIDAD 3: Equivalencias y caracterización

TEMA Conjuntos regulares

b) Equivalencia de expresiones regulares y autómatas finitos

L(ER) = L(AF)

Teoremas de análisis y síntesis de Kleen; problemas asociados: introducción

- **Enunciado del teorema de análisis de Kleene**:

Todo lenguaje aceptado por un autómata finito es un lenguaje regular

- Está relacionado con el **problema de análisis**:

Dado un autómata finito A, encontrar una expresión regular r_a tal que $L(A)=L(r_a)$

- **Enunciado del teorema de síntesis de Kleene**:

Todo lenguaje regular es aceptado por un autómata finito

- Está relacionado con **el problema de síntesis**:

Dado un lenguaje L, representado por una expresión regular, construir un autómata finito A, tal que $L(A)=L$

L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: concepto

- Es posible solucionar el problema de análisis, y por tanto, demostrar el teorema de análisis utilizando lo que se conoce como **grafos de transición generalizados**.

- Informalmente, se pueden considerar los **grafos de transición generalizados** como

una extensión a los diagramas de transición de las funciones de transición de los autómatas finitos en los que se puede etiquetar **los arcos con expresiones regulares**, en lugar de con símbolos del alfabeto.

L(ER) ⊇ L(AF)

Grafos de transición generalizados: propiedades

- Es intersante mencionar las siguientes propiedades de estos grafos:

Las **etiquetas de los caminos del grafo de transición generalizado** son expresiones regulares

- Ya que:
  - Las etiquetas de los caminos se forman concatenando las etiquetas
  - Las etiquetas de los grafos de transición generalizado son expresiones regulares y su concatenación es una expresión regular

L(ER) ⊇ L(AF)

Grafos de transición generalizados: propiedades

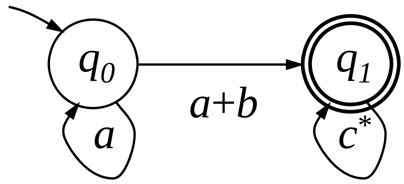
Pueden obtenerse **grafos de transición generalizados** directamente a partir de los diagramas de transición de los autómatas finitos

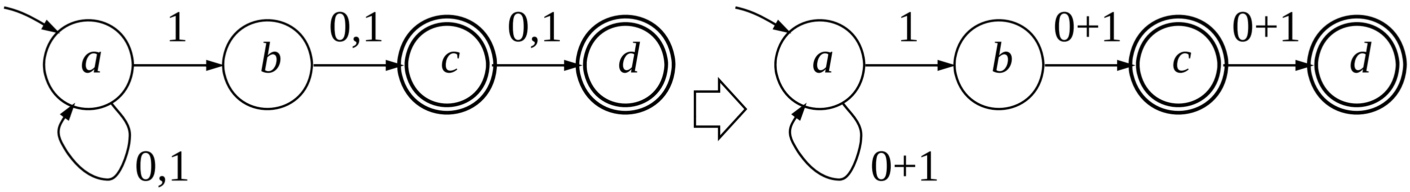
- Para ello es suficiente con interpretar adecuadamente las etiquetas de los arcos:
  - Las etiquetas de la forma $a \in \Sigma$, son interpretadas directamente como las expresiones regulares a.
  - Las etiquetas de la forma $a_1, a_2, \ldots, a_n$,, $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \Sigma$, son sustituidas por la expresión regular $a_1+a_2+\ldots+a_n$.
- Resulta claro que el significado de las expresiones regulares es el mismo que el de las etiquetas originales.

- Se utilizarán los mismos conceptos y términos de los autómatas finitos sin justificarlos.

Grafos de transición generalizados: ejemplos

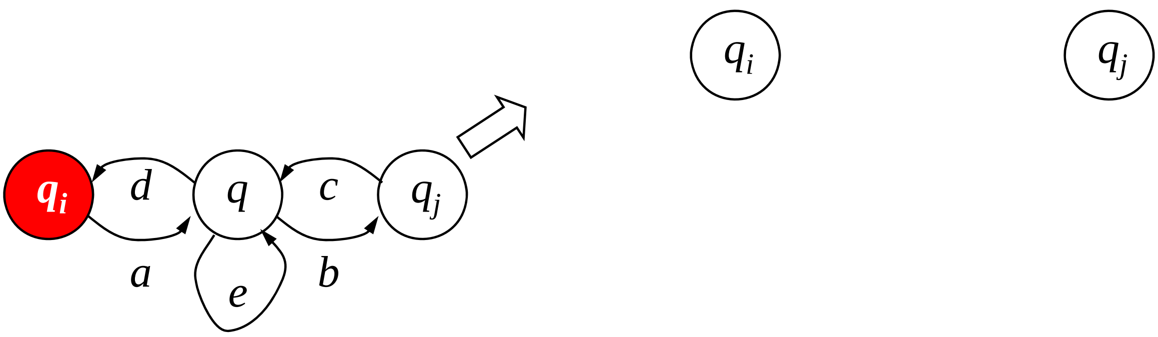
- A continuación se muestran algunos ejemplos de grafos de transición generalizados:





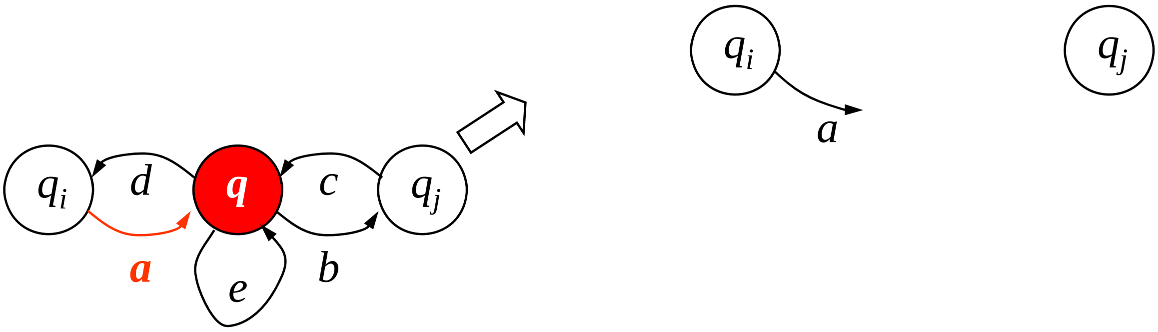
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



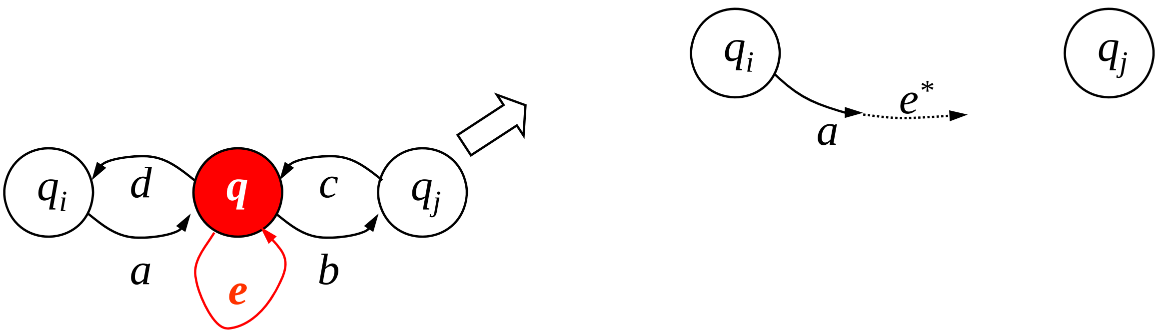
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



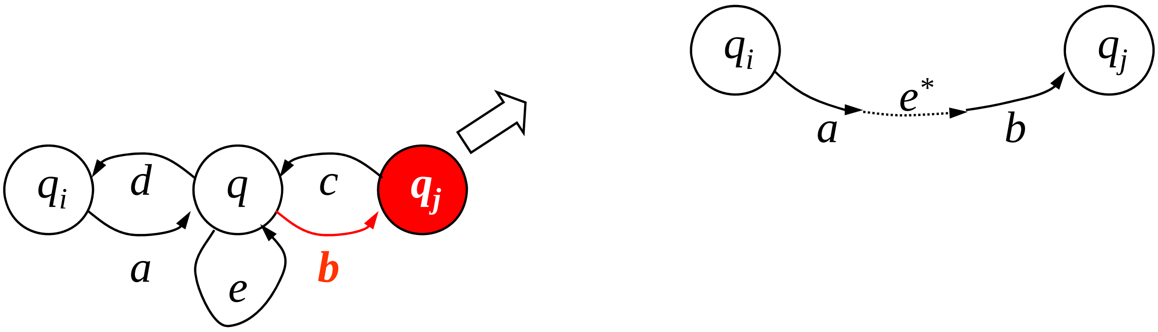
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



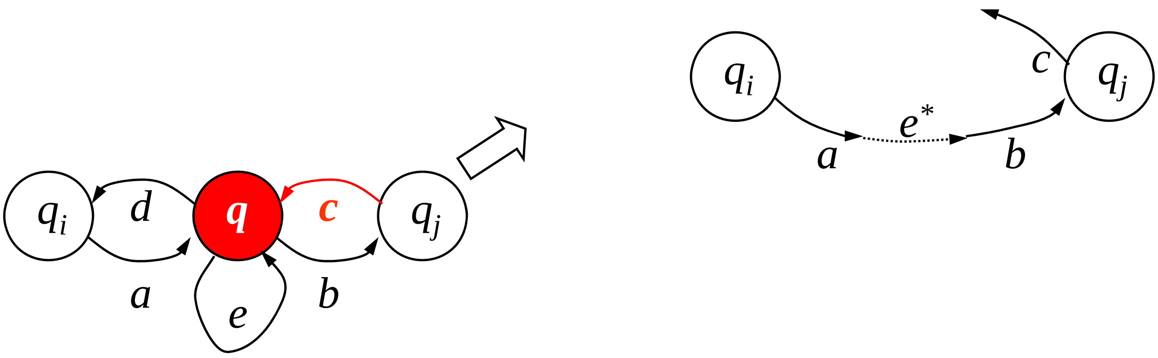
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

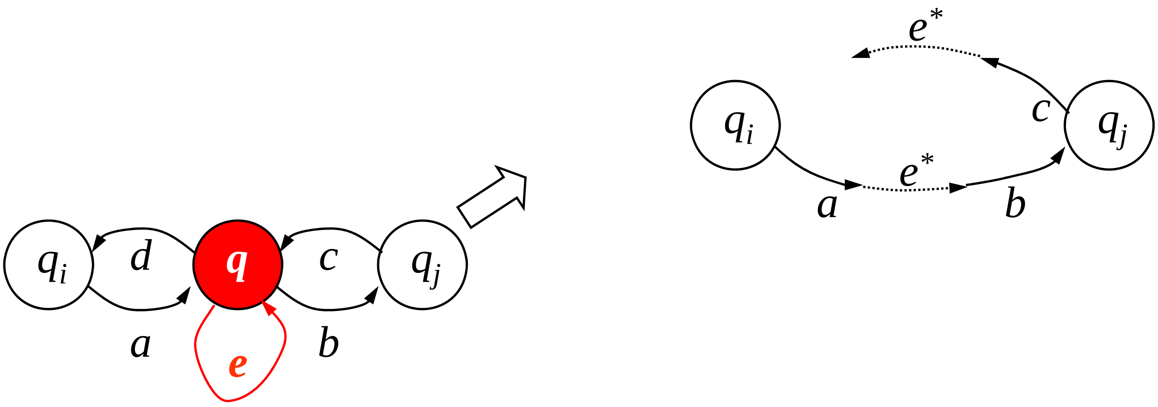
Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



$L(ER) \supseteq L(AF)$

Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

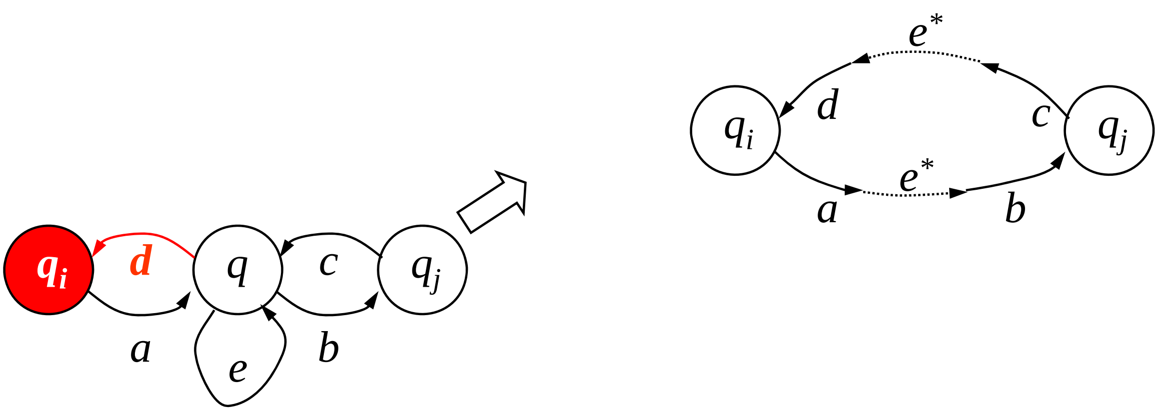
Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es “equivalente” (acepta el mismo lenguaje)



$L(ER) \supseteq L(AF)$

Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

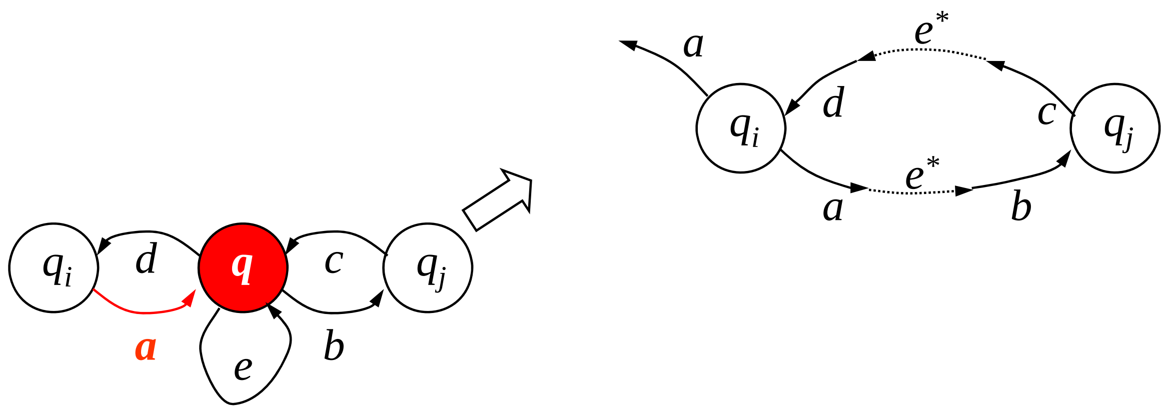
Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es “equivalente” (acepta el mismo lenguaje)



L(ER) ⊇ L(AF)

Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

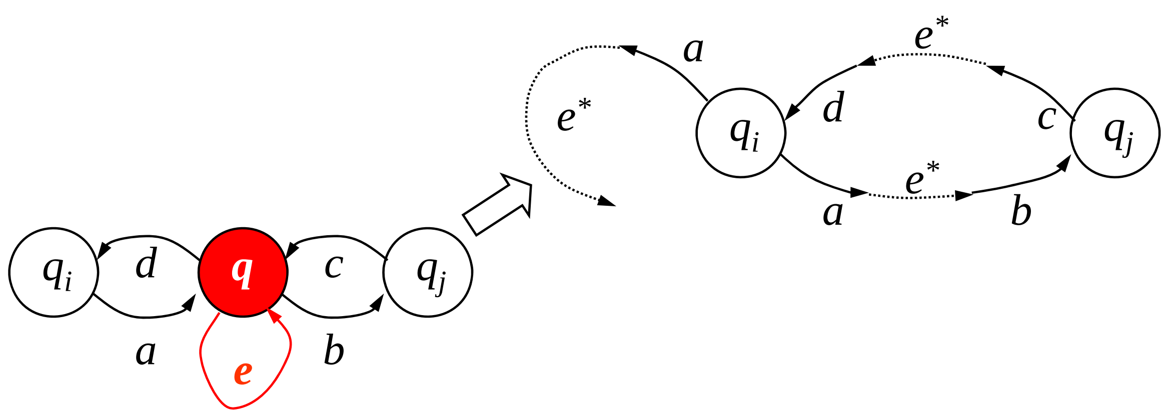
Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



L(ER) ⊇ L(AF)

Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

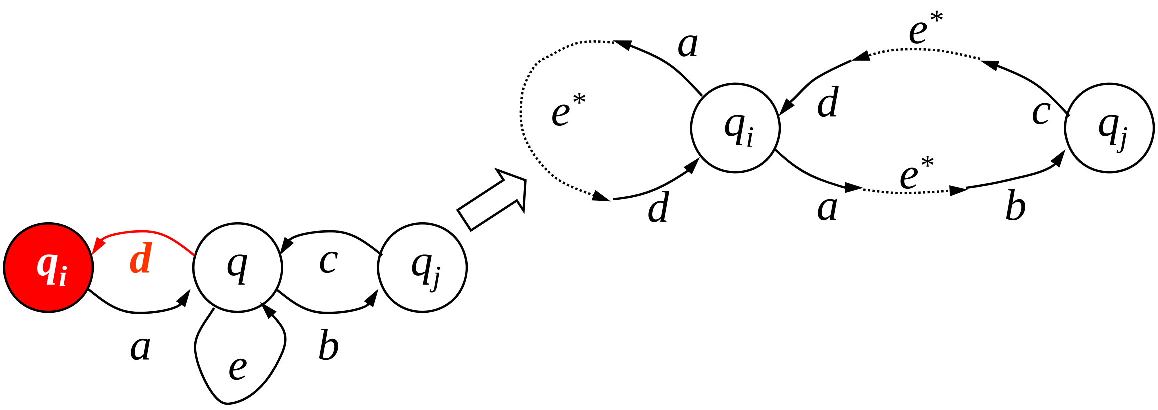
Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

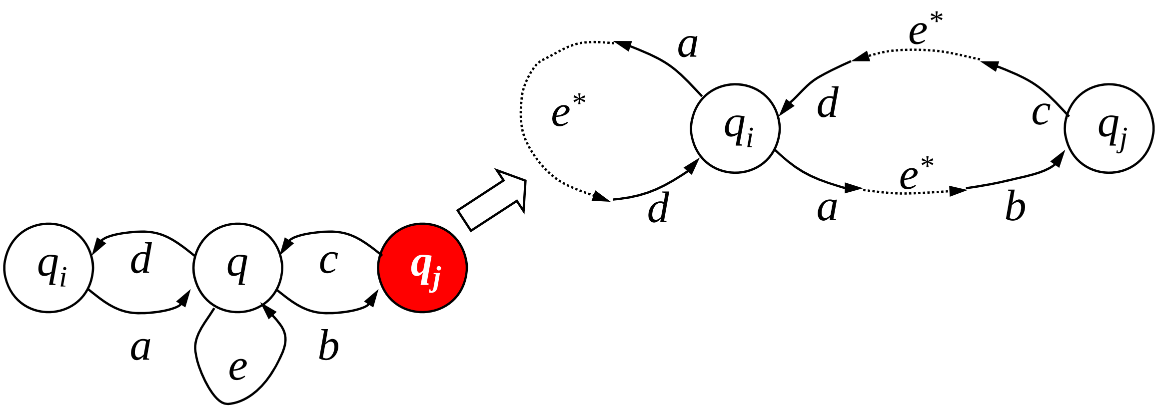
Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



L(ER) $\supseteq$ L(AF)

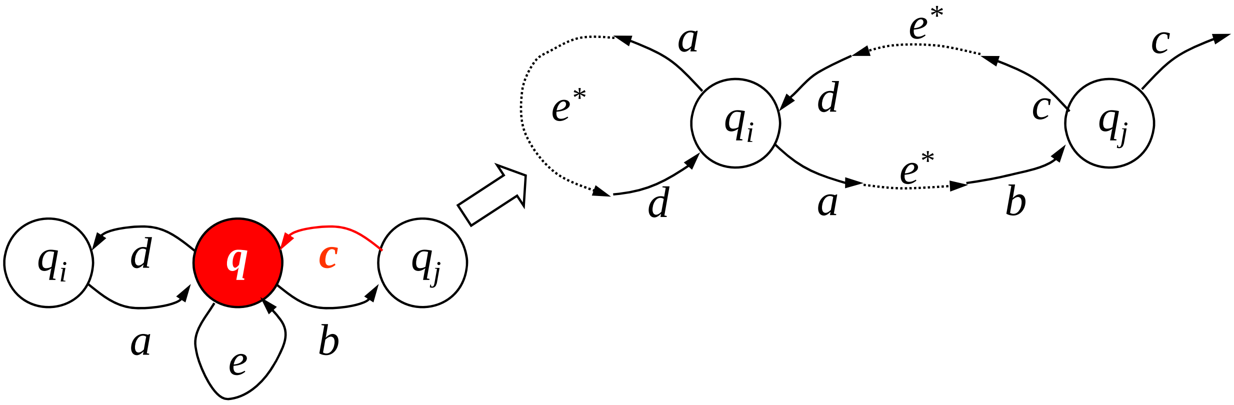
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

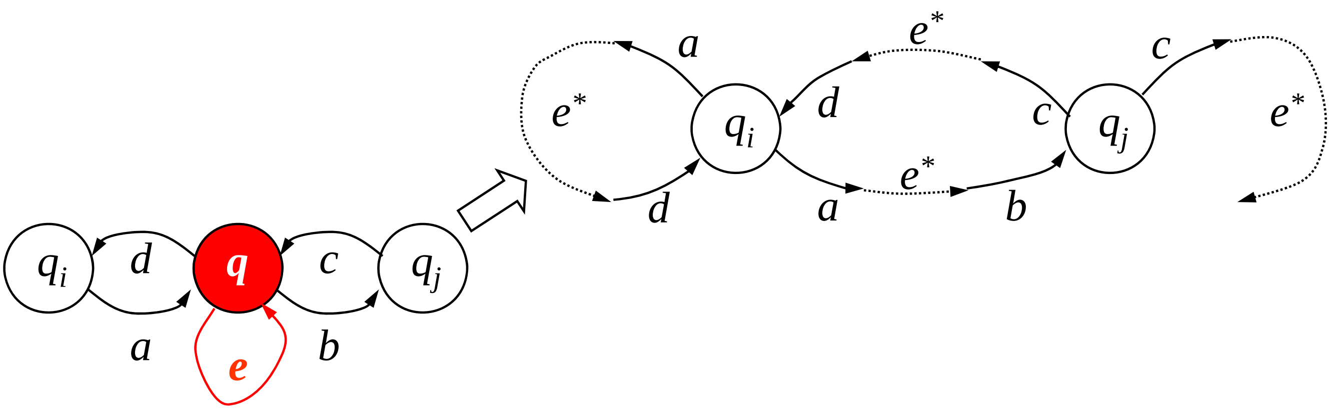
Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



L(ER) ⊇ L(AF)

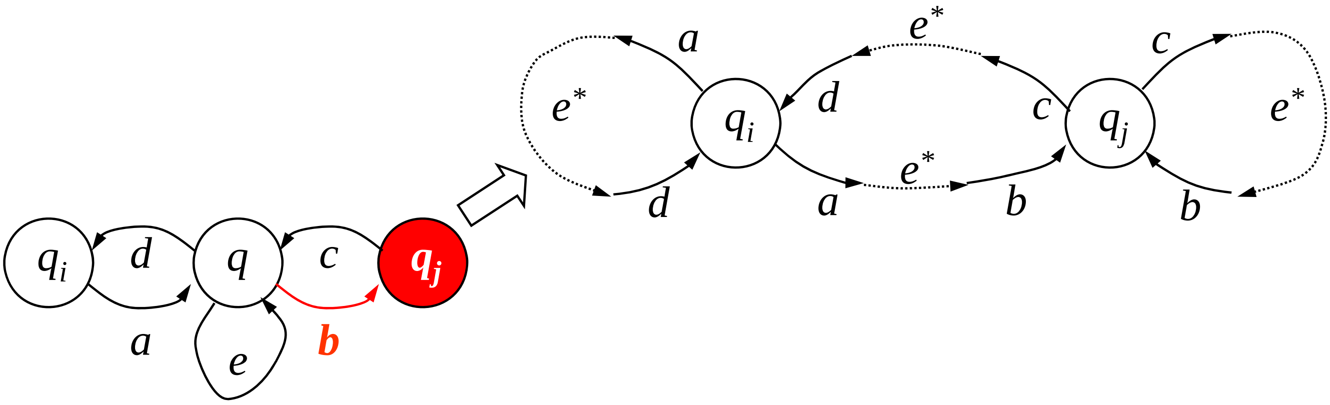
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



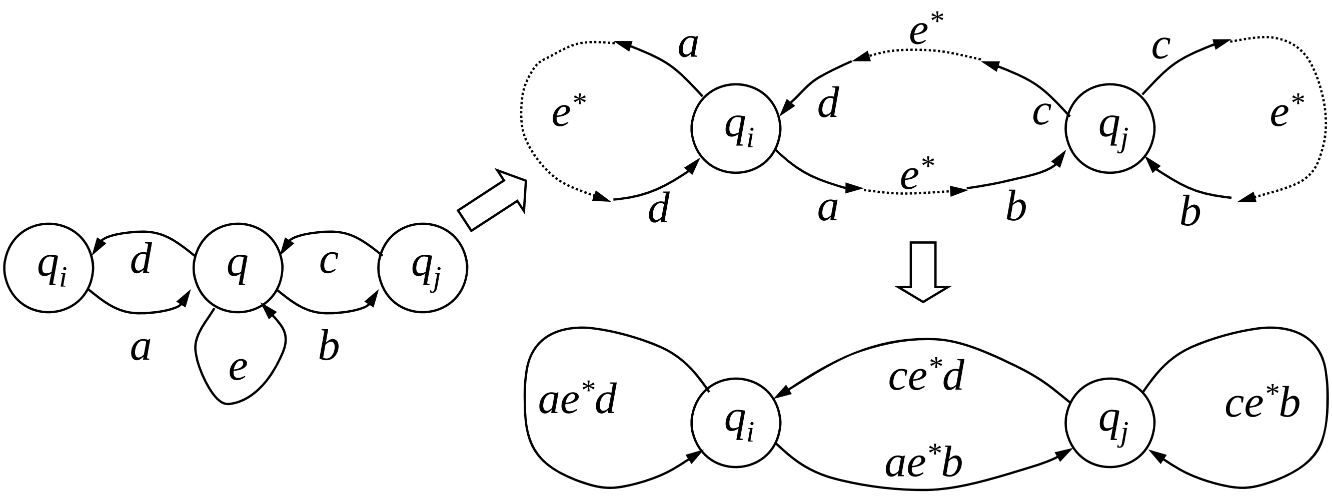
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



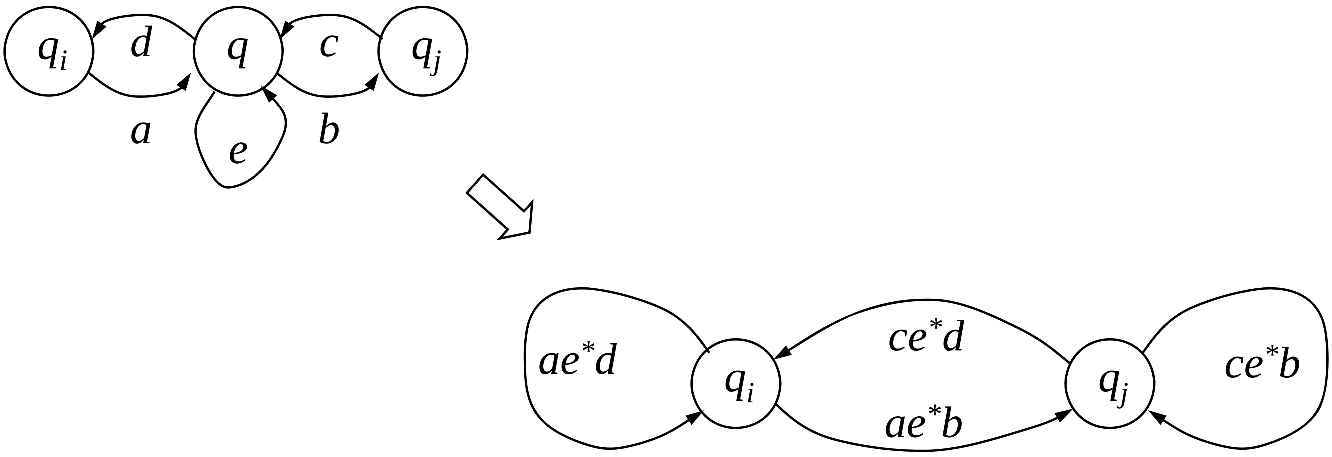
Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

Dado un diagrama de transición generalizado D, el diagrama D' obtenido tras eliminar un nodo q no inicial ni final y las transiciones en las que interviene, mediante el siguiente método que debe aplicarse a toda pareja (q_i, q_j) posible, es "equivalente" (acepta el mismo lenguaje)



Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1, observación

- La figura muestra el caso más general con todas las transiciones posibles, en el caso de que alguna de ellas no aparezca simplemente se ignora también en el diagrama resultado.



Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1

- No se proporcionará una demostración formal.
- Informalmente, es fácil comprobar que todas las etiquetas de caminos que se pueden formar con uno de ellos, también pueden encontrarse en el otro y viceversa.

Algoritmo mediante grafos de transición generalizados: Lema er.1, ejemplos

- En las próximas páginas se describe un algoritmo que se basa en este lema.
- Los ejemplos de aplicación de ese algoritmo contienen ejemplos de aplicación de este lema.

Demostración del teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados

- Demostración constructiva:
  - Dado un autómata finito (no necesariamente determinista)

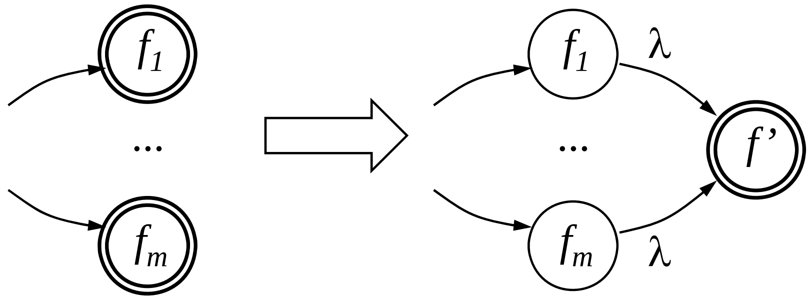
$$A=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

    - se aplica el siguiente algoritmo para obtener una expresión regular r_A tal que $L(A)=L(r_A)$

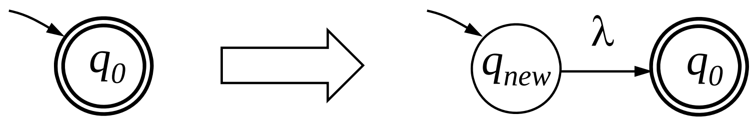
1. Inicialización, se obtiene un autómata finito equivalente a A con sólo 1 estado final y q_0 no final. En caso de que A no cumpla esta condición se aplicaría el siguiente método que resulta claro que no modifica el lenguaje aceptado por el autómata.

Demostración del teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados

- Para $m\geq 1$ estados finales:
  1. Se crea un nuevo estado final f.
  2. Se añaden transiciones λ a f desde los antiguos estados finales
  3. Se quitan de F los antiguos estados finales

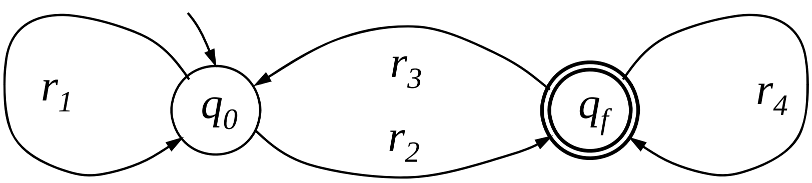


- Para $q_0 \in F$:
  1. Se crea un nuevo estado inicial q_{new}.
  2. Se añade una transición λ desde él a q_0.
  3. Y q_0 deja de ser inicial.



Demostración del teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados

2. Se interpreta el diagrama de transición de su función como un grafo de transiciones generalizado
3. Se aplica reiteradamente el lema de eliminación de un estado para todo estado distinto del final y del inicial ($\forall\, q \in Q$-$(\{q_0\} \cup F)$)
4. Se llega a una situación como la siguiente

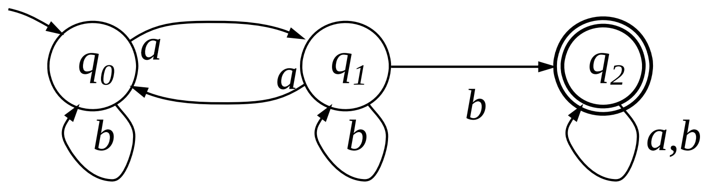


5. La expresión regular es la siguiente

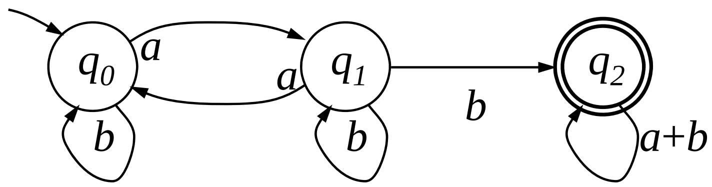
$$r_A = r_1^* r_2 (r_4^* + r_3 r_1^* r_2)^*$$

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

- A continuación se muestra un ejemplo. Sólo son de interés las manipulaciones sobre los diagramas de transición.
- El ejemplo comienza con el siguiente diagrama de transiciones de un autómata finito

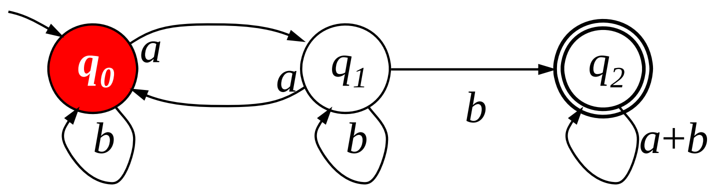


- Que se interpreta como un grafo de transición generalizado



Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

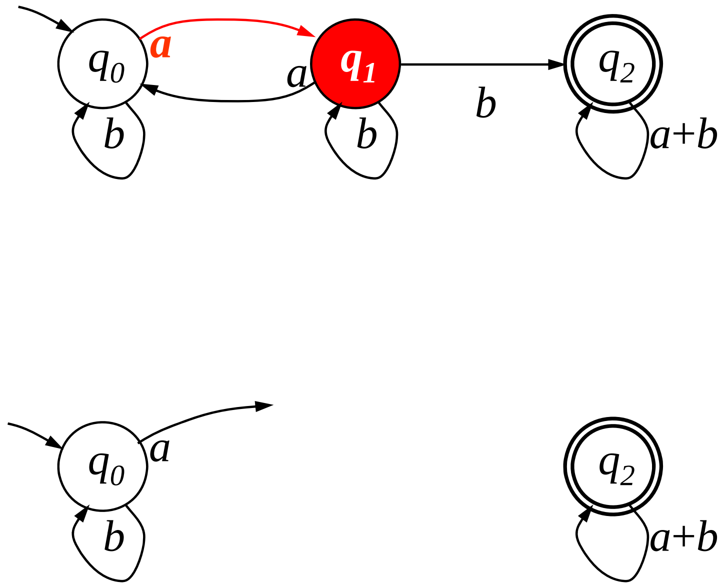
- Se elimina el estado q_1.



L(ER) ⊇ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

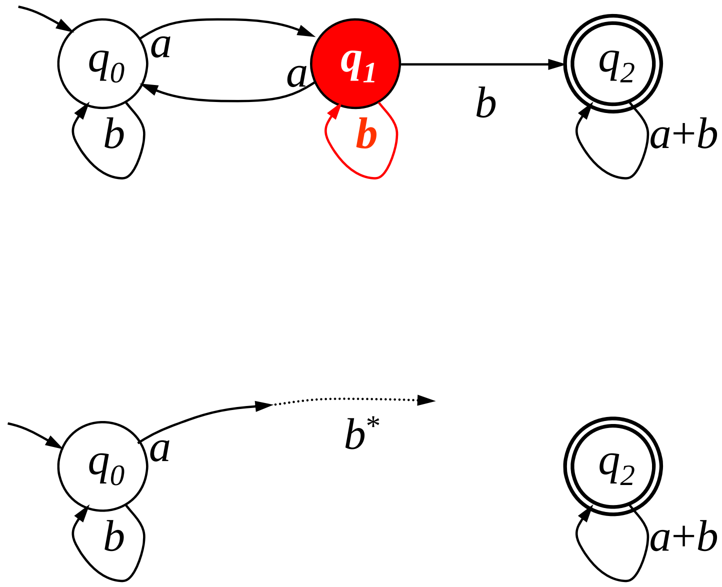
- Se elimina el estado q_1.



L(ER) ⊇ L(AF)

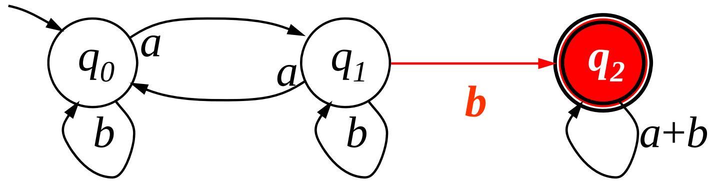
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

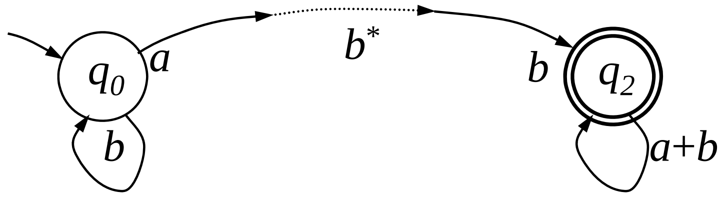
- Se elimina el estado q_1.



Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

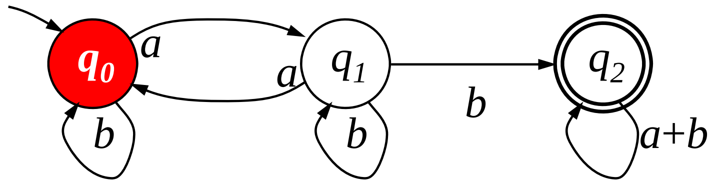
- Se elimina el estado q_1.

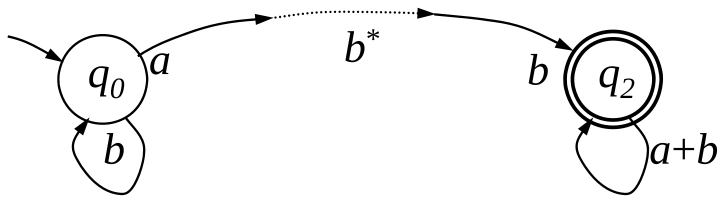




Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

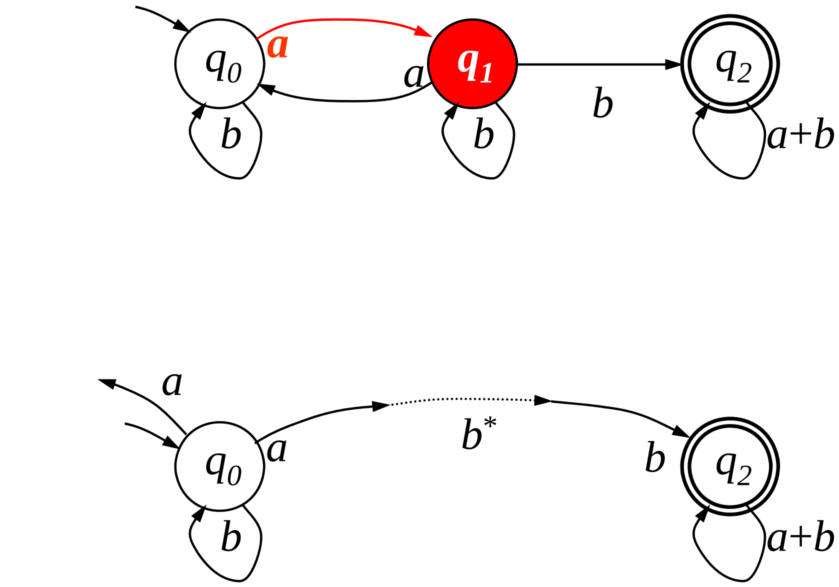
- Se elimina el estado q_1.





Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

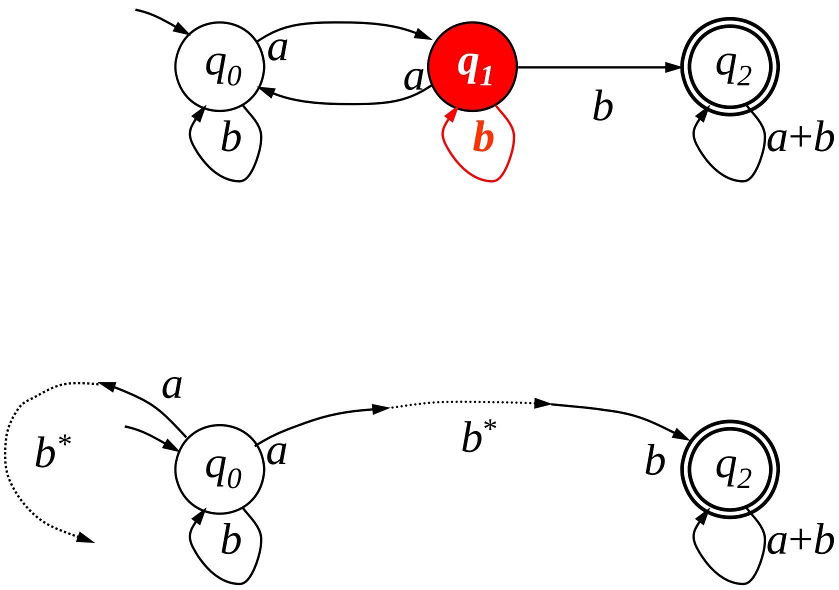
- Se elimina el estado q_1.



L(ER) ⊇ L(AF)

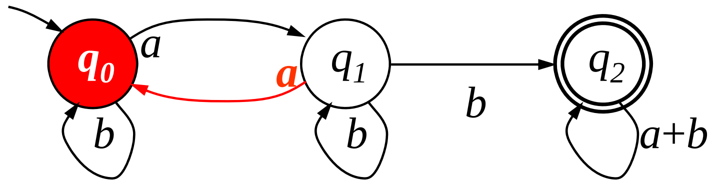
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

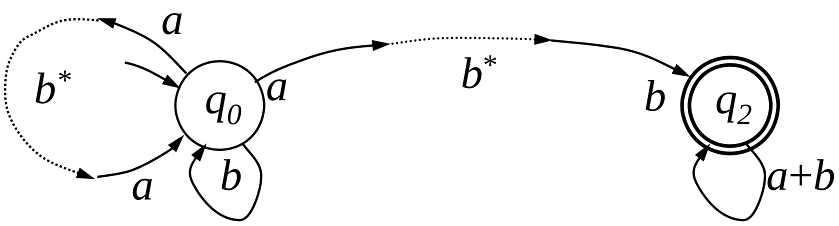
- Se elimina el estado q_1.



Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

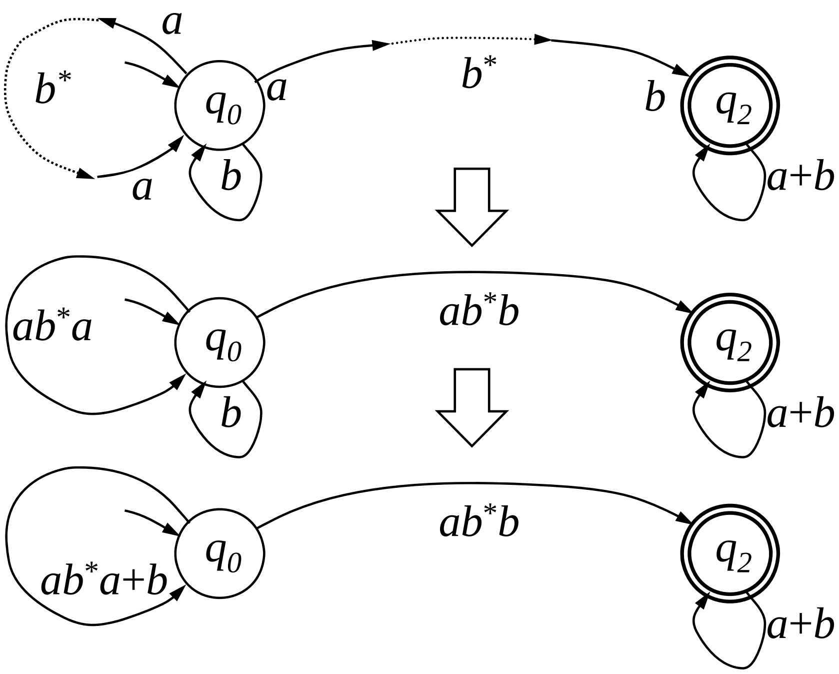
- Se elimina el estado q_1.





Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

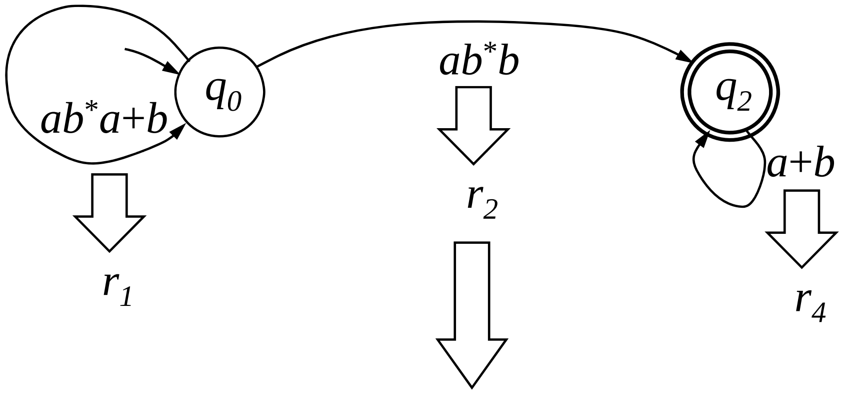
- Se elimina el estado q_1.



L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 1

- Y se puede obtener la expresión regular asociada:

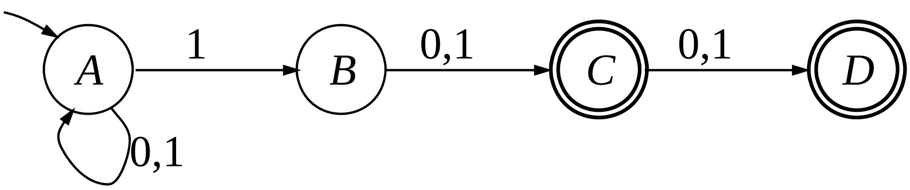


$$(ab^*a+b)^* \;.\; ab^*b \;.\; (a+b)^*$$

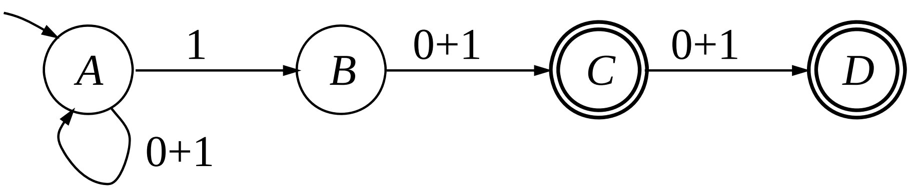
L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Considérese el siguiente diagrama de transiciones de un autómata finito



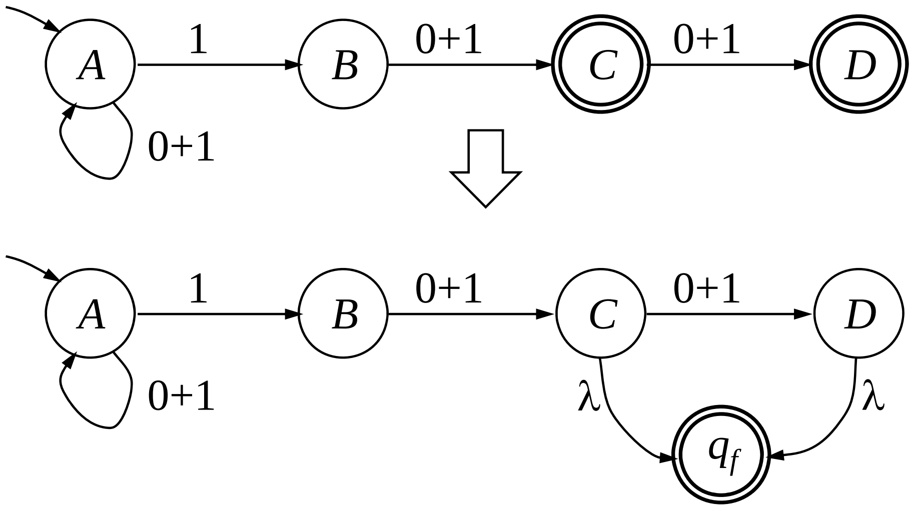
- Que se interpreta como el siguiente grafo de transición generalizado:



L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

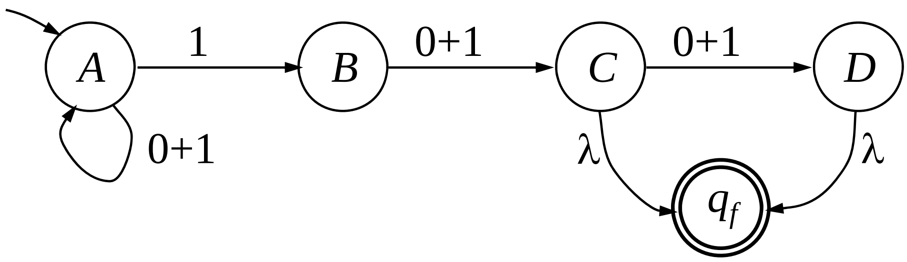
- El primer paso del algoritmo comprueba que el grafo tenga sólo un estado inicial y sólo uno final. En nuestro hay dos finales que hay que reducir a 1.



L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

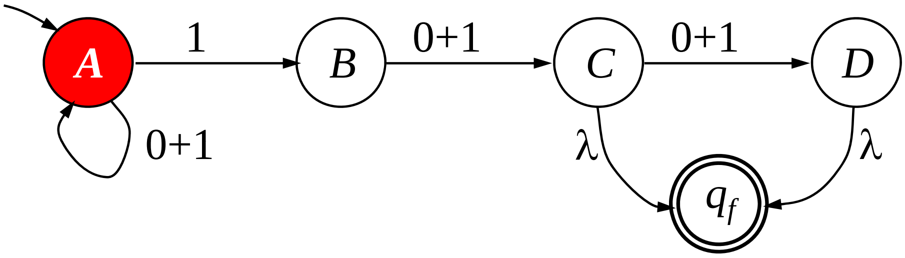
- Se elimina el estado B.



L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

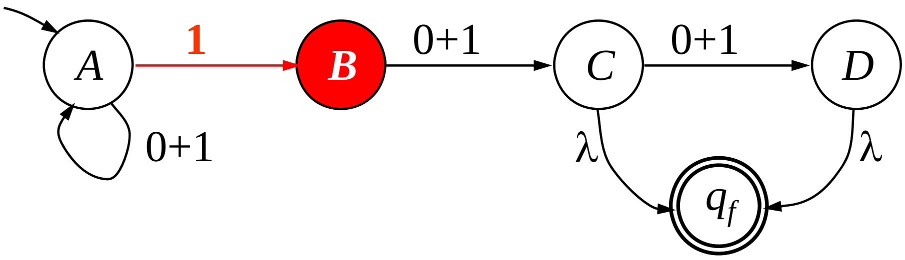
- Se elimina el estado B.

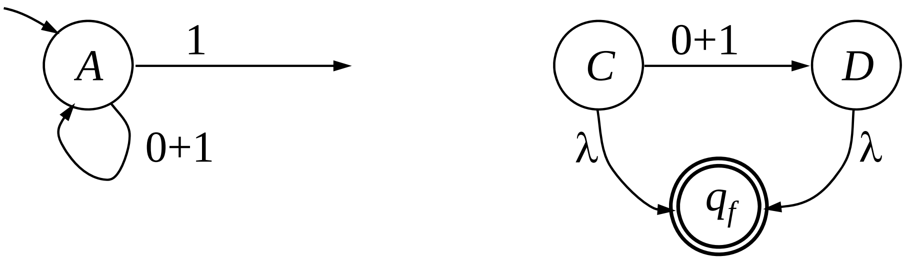


L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

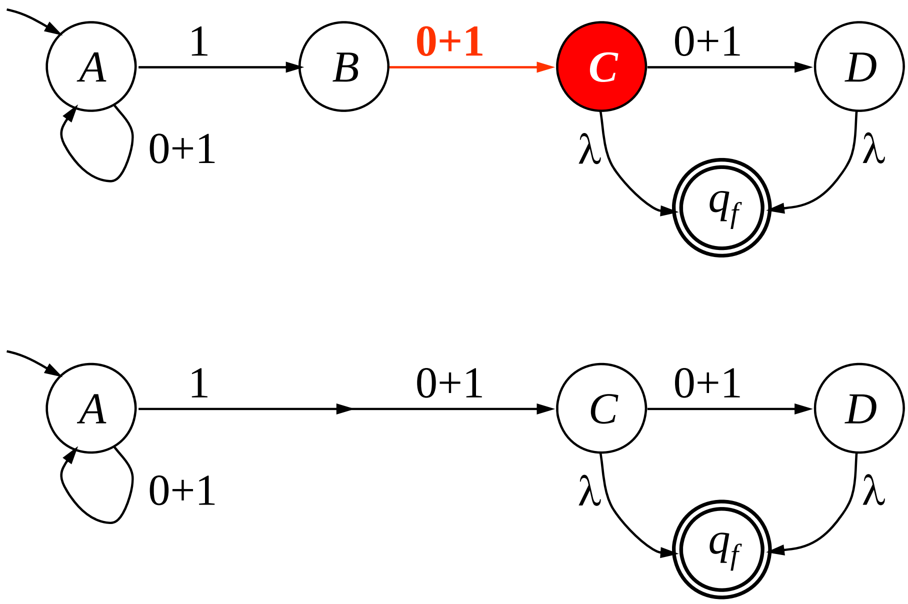
- Se elimina el estado B.





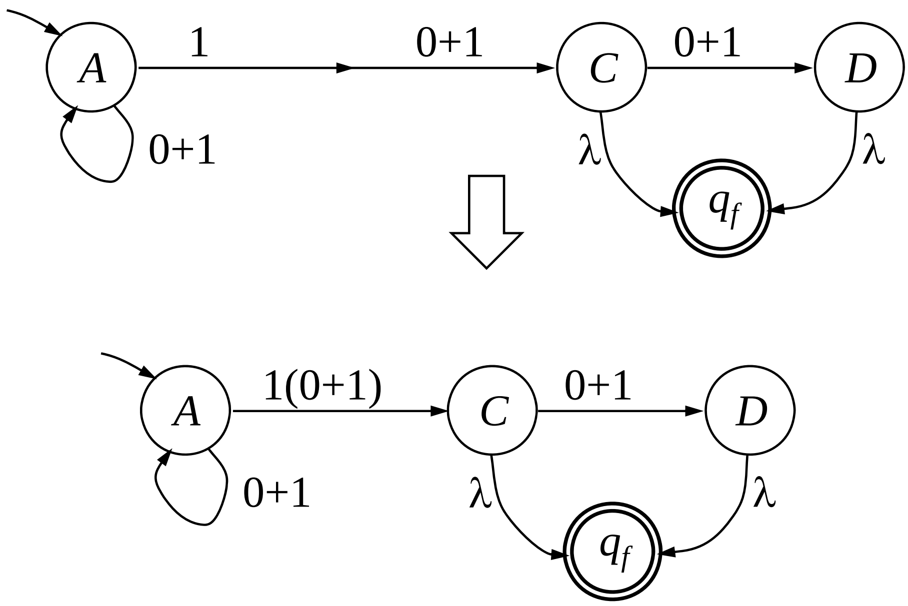
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado B.



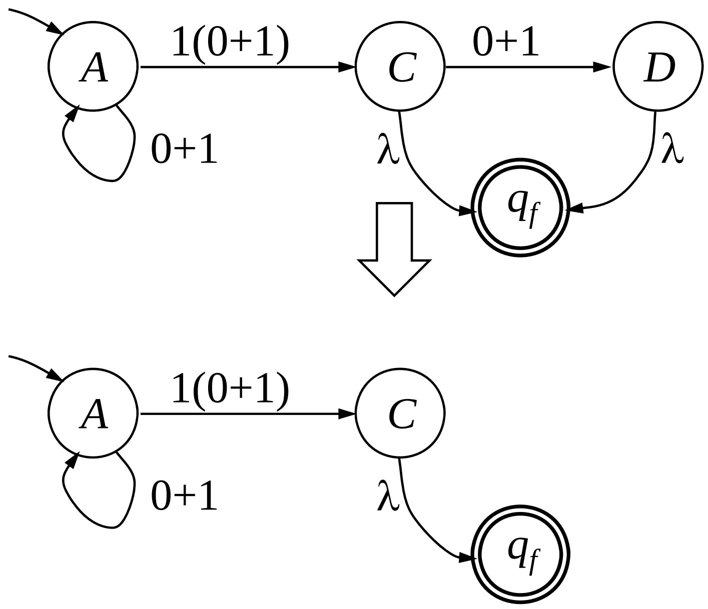
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado B.



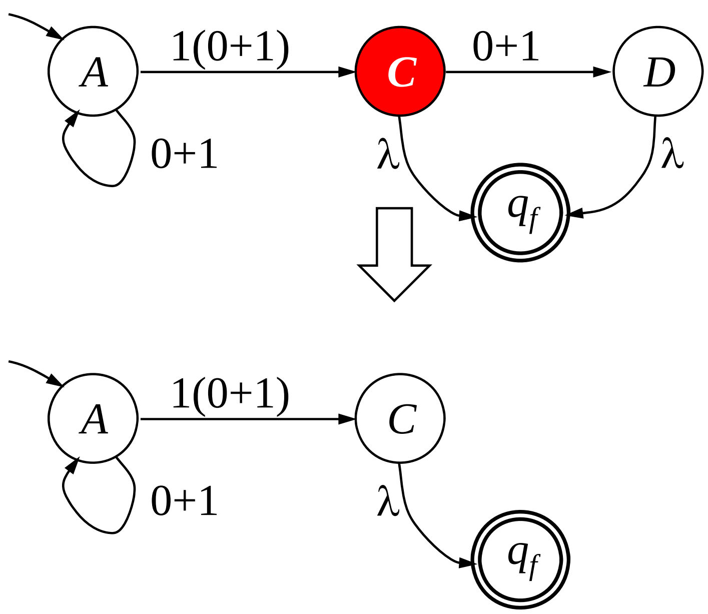
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado *D*.



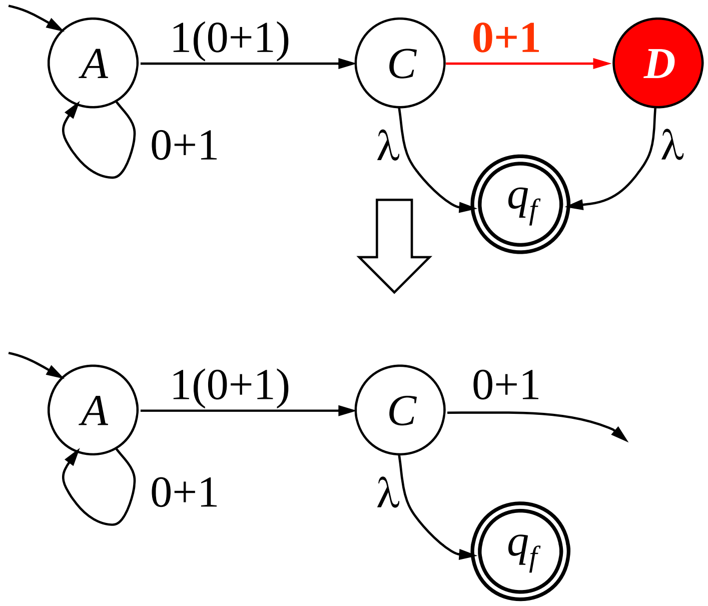
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado *D*.



Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

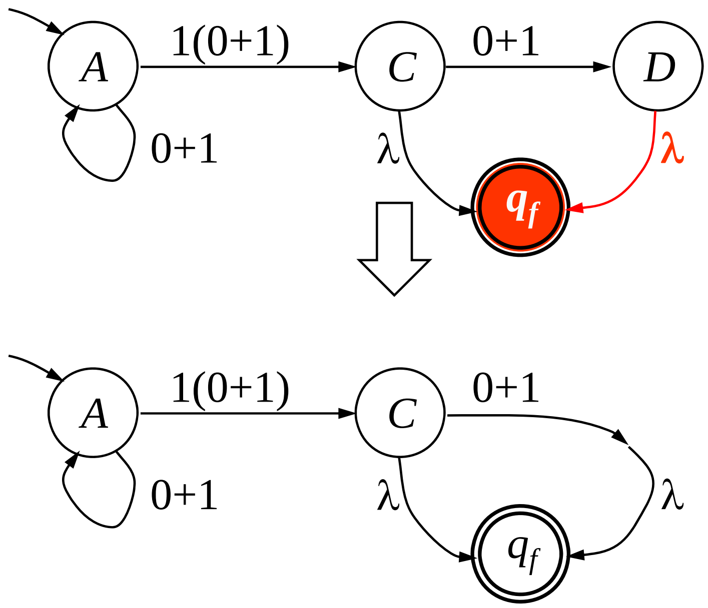
- Se elimina el estado D.



L(ER) ⊇ L(AF)

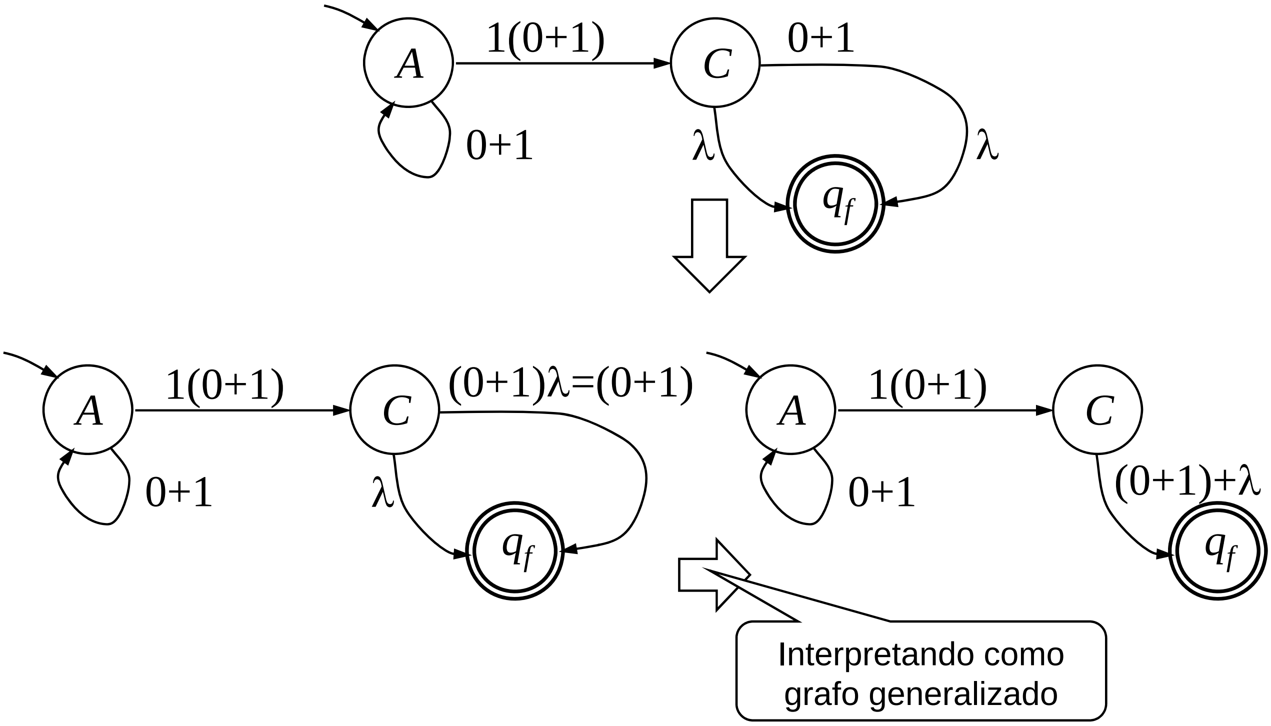
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado D.



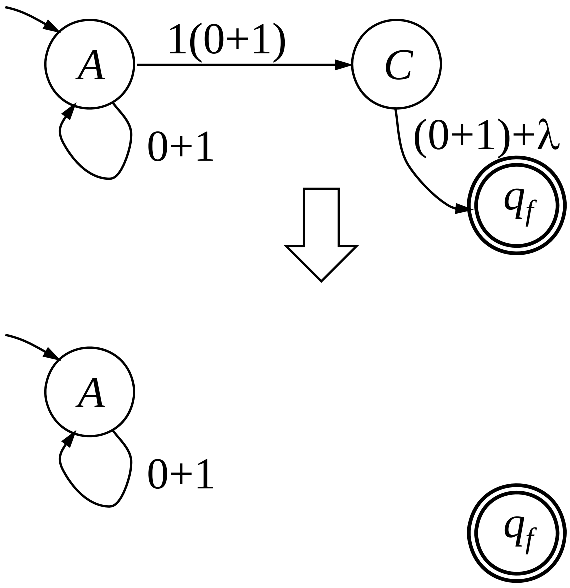
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado D.



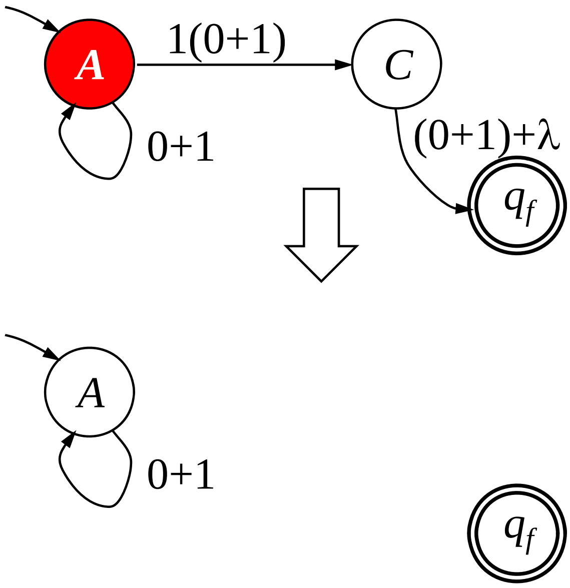
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado C.



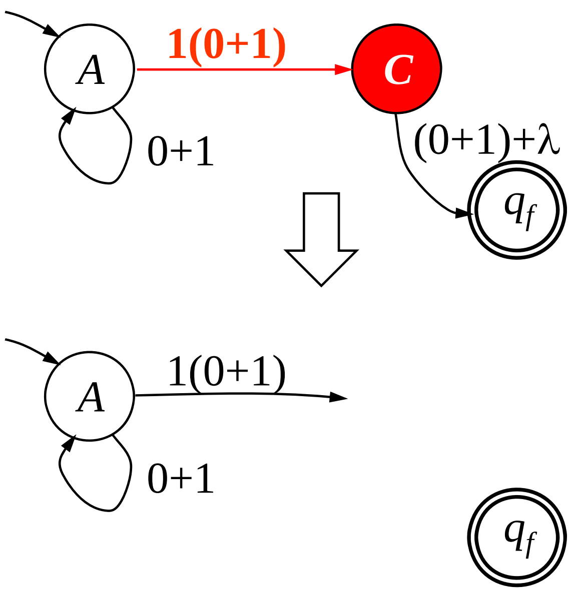
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado *C*.



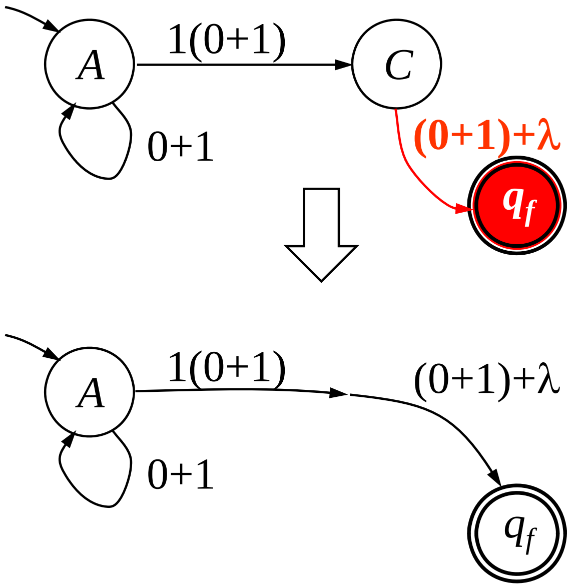
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado *C*.



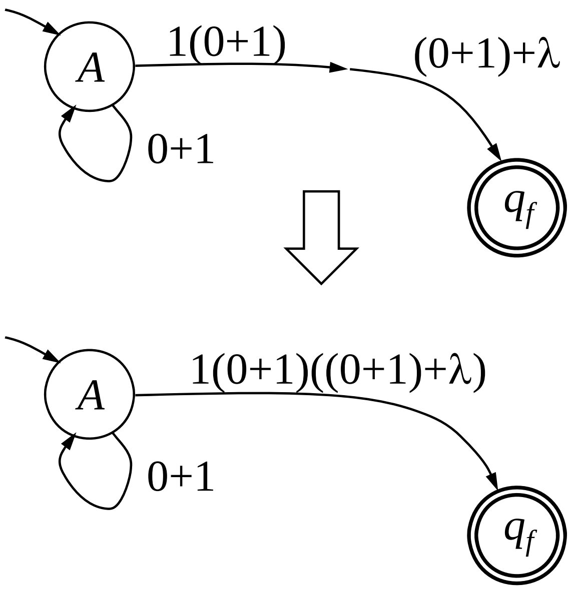
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado *C*.



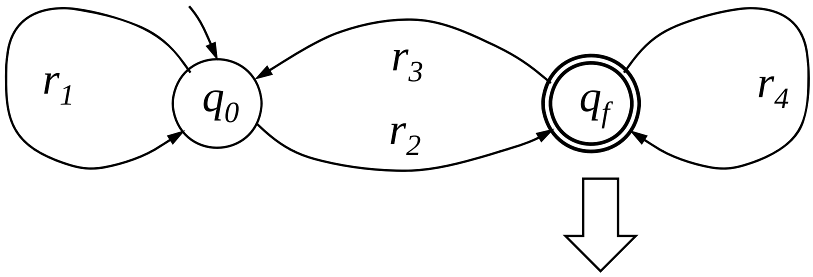
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Se elimina el estado *C*.

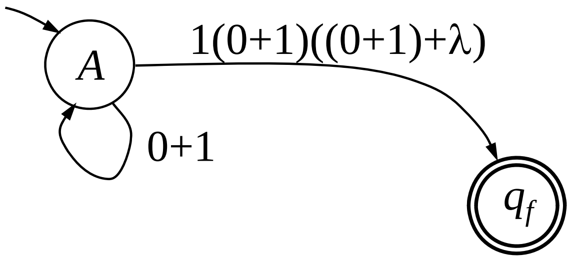


Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: ejemplo 2

- Y ahora se puede obtener la expresión regular:



$r_1^* r_2 (r_4^* + r_3 r_1^* r_2)^*$

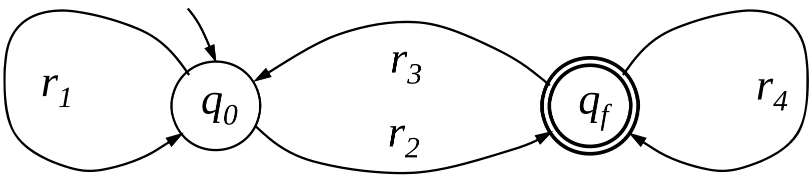


- En este caso sólo aparecen las siguientes:
  - $r_1=(0+1)$
  - $r_2=1(0+1)((0+1)+\lambda)$
- Por lo que la expresión final se reduce a

  $r_1^* r_2=(0+1)^* 1(0+1)((0+1)+\lambda)$

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: observaciones

- El ejemplo 2 permite extraer las siguientes conclusiones:
  - ¿Cómo gestionar, en el paso final, la ausencia de algunos arcos?
    - La situación más general muestra 4 expresiones regulares:

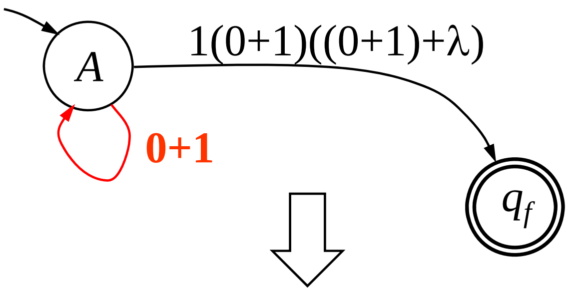


$r_1^* r_2 (r_4^* + r_3 r_1^* r_2)^*$

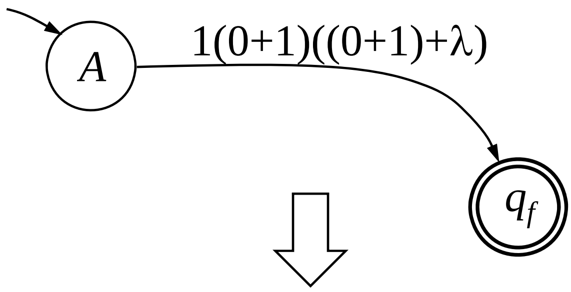
L(ER) $\supseteq$ L(AF)

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: observaciones

- Hay que tener en cuenta dos casos:
  - Ausencia de arcos cuya expresión aparecerá al final clausurada (r_1 y r_4):
    - En este caso, sólo hay que quitar la expresión correspondiente (r_1^*o r_4^*) del término donde aparezca. La razón es que representa un bucle que no se puede recorrer pero no impide que el resto del camino entre los dos nodos se realice.
    - En el ejemplo 2, si no estuviera el arco de la expresión r_1 se obtendría el siguiente resultado



$r_1^* r_2 = (0+1)^* 1(0+1)((0+1)+\lambda)$



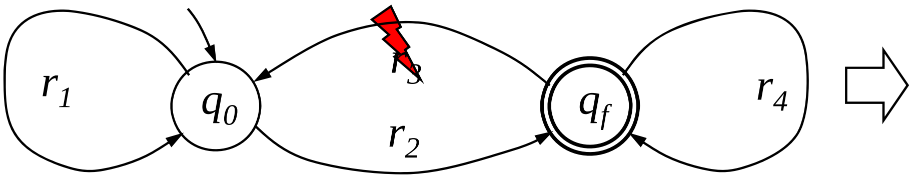
$r_2 = 1(0+1)((0+1)+\lambda)$

L(ER) $\supseteq$ L(AF)

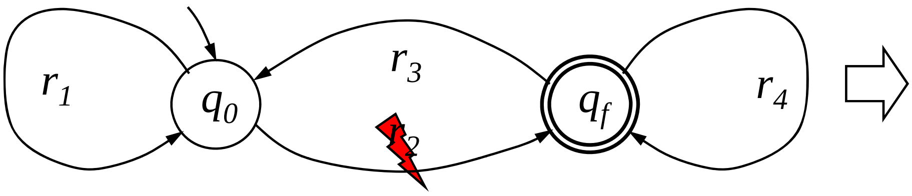
Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: observaciones

- Hay que tener en cuenta dos casos:
  - Ausencia de arcos cuya expresión no aparecerá al final clausurada (r_2 y r_3):
    - En este caso, los arcos ausentes imposibilitan el camino completo representado por la concatenación completa de expresiones regulares, por lo que tienen que desaparecer enteros:
    - Si falta r_3 no se puede volver de q_f a q_0 por lo que la expresión $r_1^* r_2 (r_4^* + r_3 r_1^* r_2)^*$ se reduce a $r_1^* r_2 (r_4^*)^* = r_1^* r_2 r_4^*$
    - Si falta r_2 el estado final no es accesible desde el inicial por lo que el lenguaje reconocido por el autómata es el lenguaje vacío y la expresión $r_1^* r_2 (r_4^* + r_3 r_1^* r_2)^*$ desaparece completa (el arco ausente r_2 es una expresión que aparece en la concatenación por lo que la expresión completa desaparece completa)
    - La siguiente página muestra gráficamente esta situación

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: observaciones



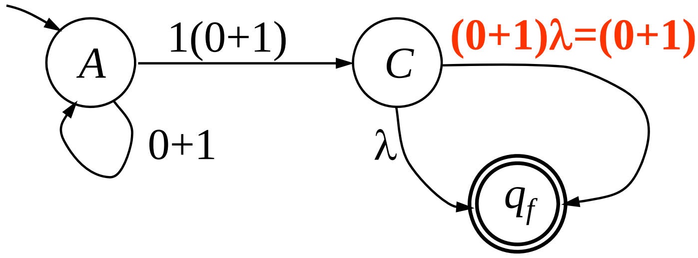
$r_1^* r_2 (r_4^*)^* = r_1^* r_2 r_4^*$



Φ

Teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados: observaciones

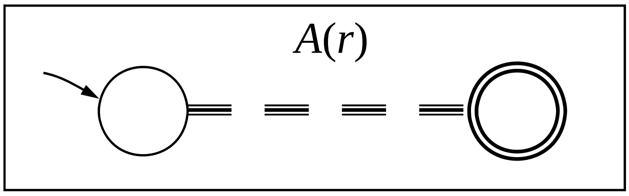
- El ejemplo 2 permite extraer las siguientes conclusiones:
  - La presencia de transiciones λ (arcos etiquetados con λ) no supone ninguna dificultad, son tratados como cualquier otra expresión regular. Puede ocurrir que les sea aplicable alguna equivalencia que simplifique las expresiones.
    - Por ejemplo, al eliminar el nodo D en el ejemplo 2



L(ER) = L(AF)

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

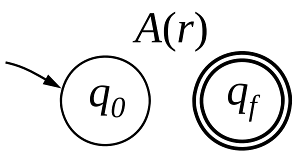
- Se va a demostrar de forma constructiva proporcionando un algoritmo recursivo para la construcción de
  - Un autómata finito no determinista
  - Con sólo un estado final
  - Un estado inicial distinto del final
  - Que acepta el lenguaje de una expresión regular cualquiera r.
- El algoritmo sigue la definición recursiva de las expresiones regulares.
- Para describir el algoritmo se utilizará la siguiente notación.
  - $\forall r \in E_\Sigma$, $A(r)$ es el autómata finito no determinista tal que $L(A(r))=L(r)$ (construido, por ejemplo, con el algoritmo que se está especificando)
- Y la siguiente representación gráfica:
  - Ya que el autómata tiene sólo un estado final y un estado inicial distinto de él



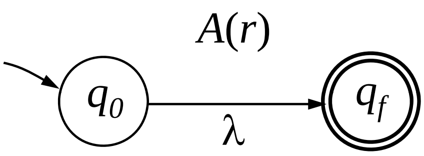
Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

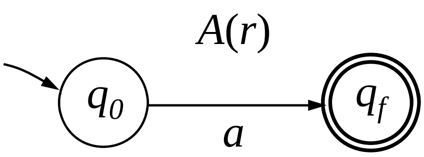
- Según los posibles valores de la expresión regular α
  1. Si $r=\Phi$



  2. Si $r=\lambda$

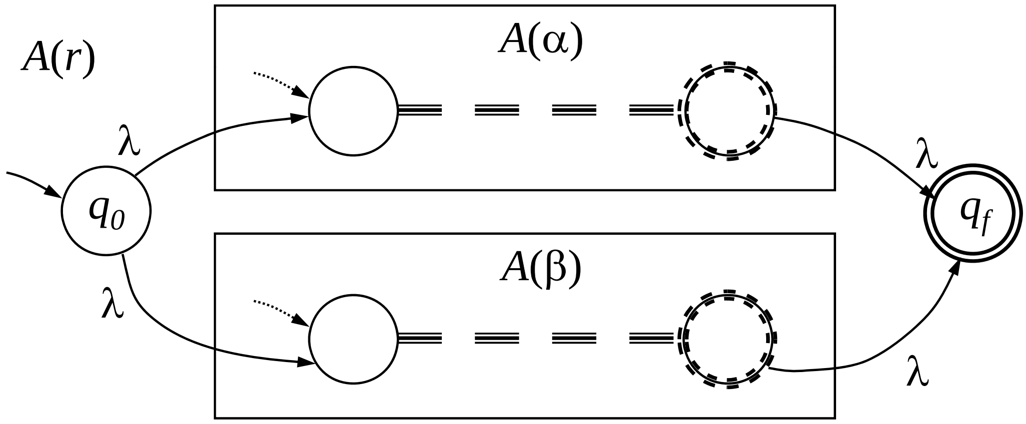


  3. Si $r=a$,, $a\in\Sigma$



Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

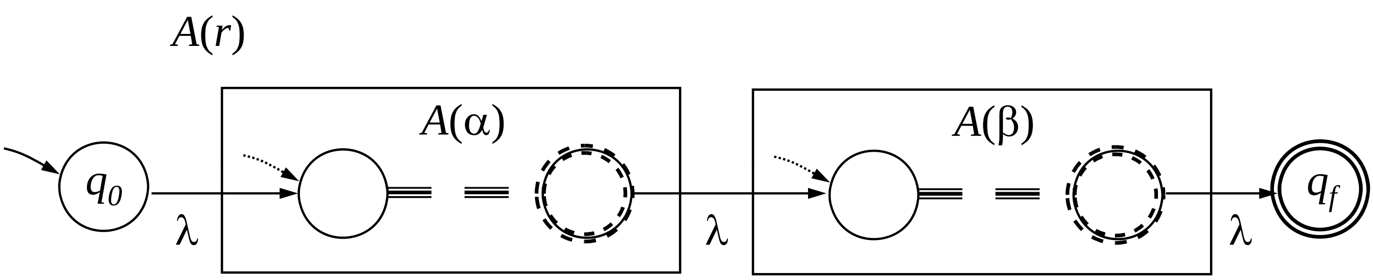
4. Si $r = \alpha+\beta$,, α, $\beta \in E_\Sigma$ (se supone que q_0 y q_f son dos nombres nuevos de estados)



Expresiones regulares

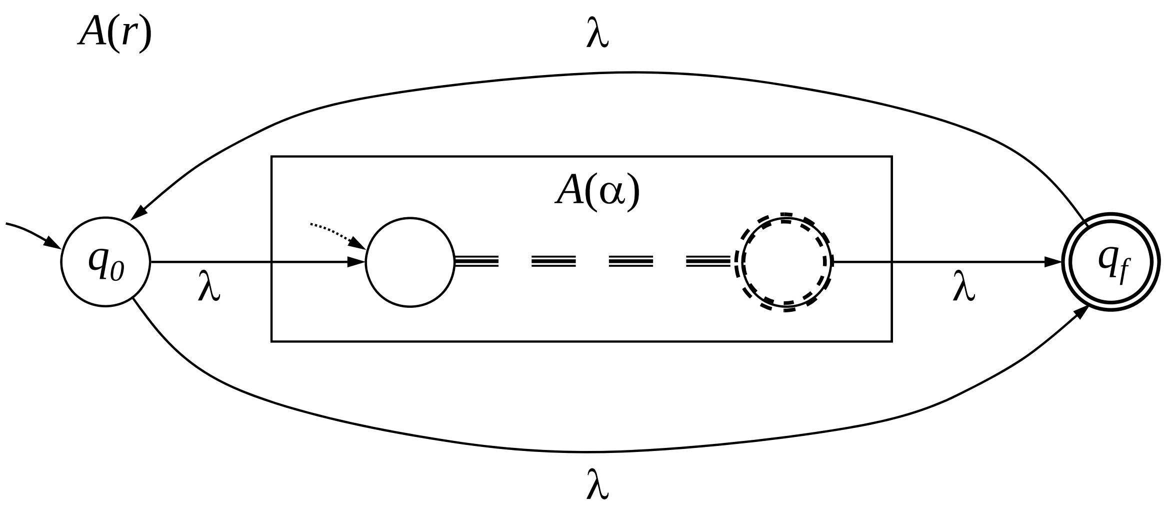
Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

4. Si $r = \alpha.\beta$,, α, $\beta \in E_\Sigma$ (se supone que q_0 y q_f son dos nombres nuevos de estados)



Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

5. Si $r = \alpha^*$,, $\alpha \in E_\Sigma$



Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), observaciones a la demostración

- Informalmente,
  - Resulta claro que en cada uno de los casos el nuevo autómata reconoce el lenguaje deseado.
  - Por otro lado, cualquier expresión regular tiene que construirse necesariamente mediante la aplicación un número finito de veces de alguno de los cinco casos anteriores (por el caso 6 de la definición de expresión regular)
- No se proporcionará una demostración formal detallada de la validez de este resultado.

Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:

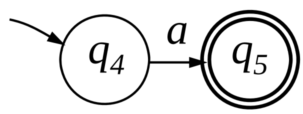
Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Del autómata para la expresión regular a:



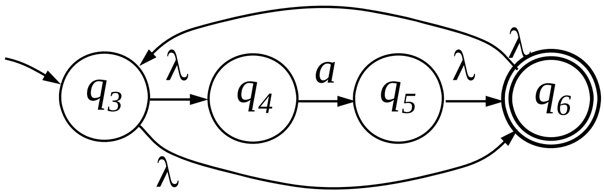
Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Del autómata para la expresión regular a, puede obtenerse el de a^*.



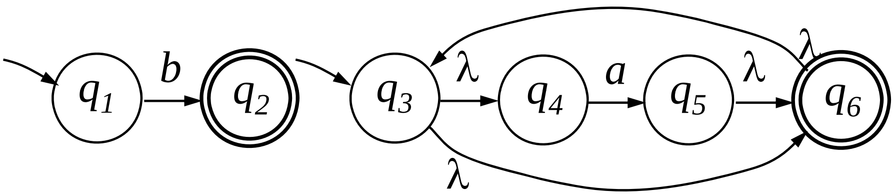
Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Puede añadirse el autómata para la expresión regular b.

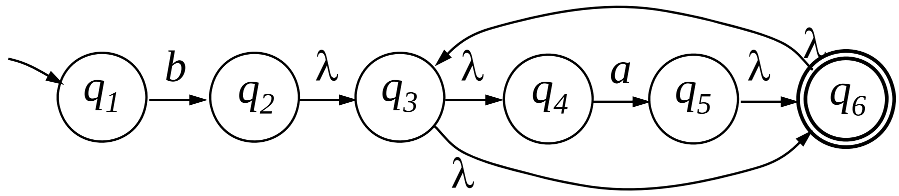


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Para obtener el de la expresión ba^*.

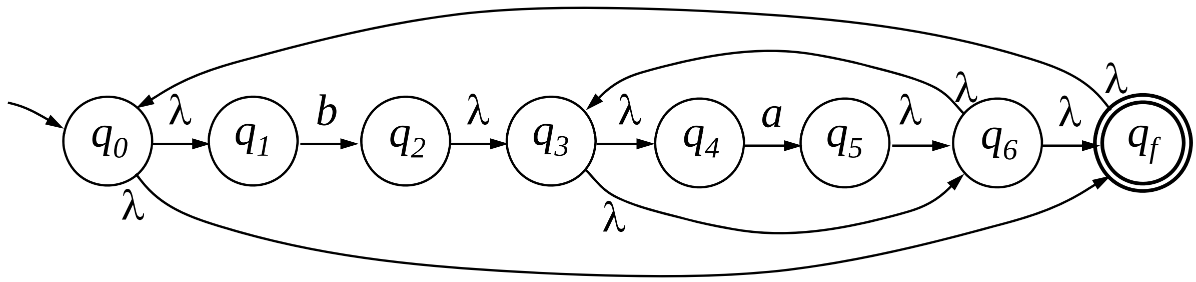


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Y finalmente obtener el de la expresión completa.

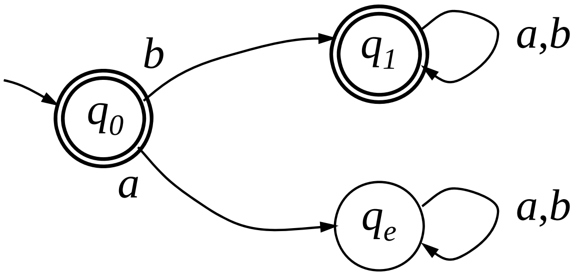


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) ⊆ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Ya se han proporcionado algoritmos para obtener el autómata finito determinista equivalente a uno no determinista y para su minimización. Se deja como ejercicio comprobar que el siguiente es el autómata finito determinista mínimo equivalente a la expresión de partida.

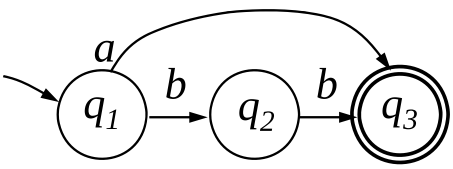


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) ⊆ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* + \lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Se puede comenzar con el autómata de la expresión $a+bb$. Obsérvese que, para este, caso no es necesario aplicar todos los pasos del método.



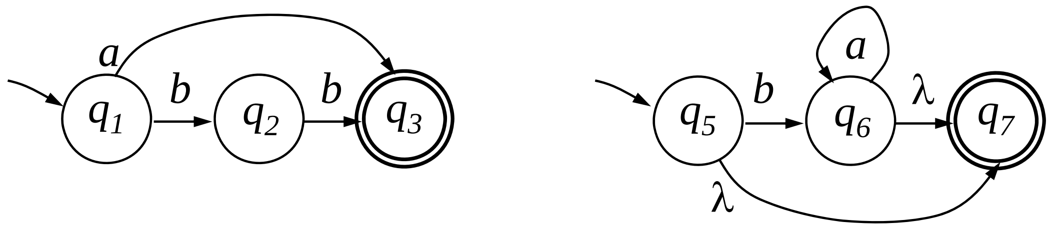
Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^*+\lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Y con el de la expresión $ba^*+\lambda$.



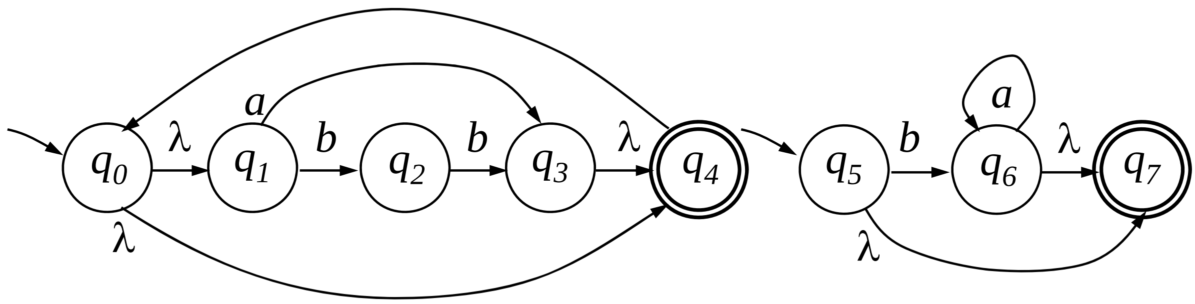
Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^*+\lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Aplicar el método para obtener del primero el de la expresión $(a+bb)^*$.



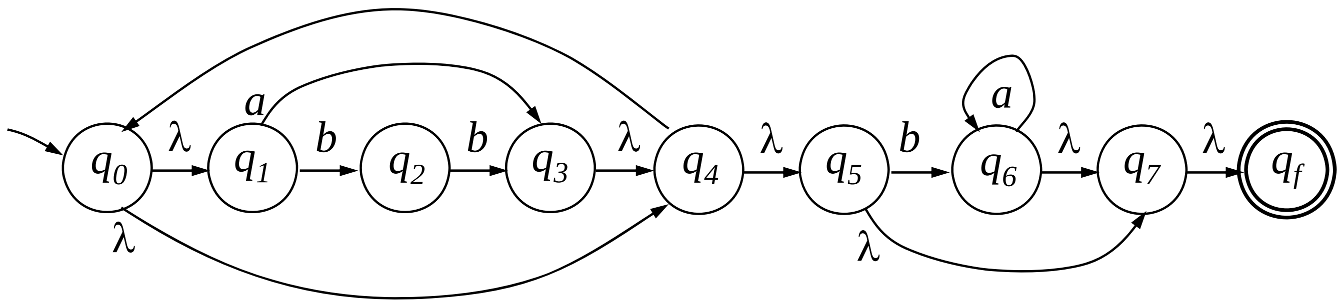
Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* + \lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Y terminar con su concatenación.



Expresiones regulares

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* + \lambda)$$

- Se deja como ejercicio comprobar que el siguiente autómata finito determinista es el mínimo que reconoce la expresión.