TOPOLOGÍA. UAM, 22 de diciembre de 2015

APELLIDOS, NOMBRE: ____

GRUPO: ____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	TOTAL
2 puntos	2 puntos	3 puntos	3 puntos	10

1. Sean X, Y, Z espacios topológicos. Sea $A \subset X$. Si $f_1 : X \to Y$ y $f_2 : X \to Y$ son dos aplicaciones continuas homotópicas relativamente a A, y $g : Y \to Z$ es una aplicación continua, demuestra que las aplicaciones $g \circ f_1$ y $g \circ f_2$ son homotópicas relativemente a A.

2. Considera $\mathbb{S}^1 = \{ z \in \mathbb{C} : ||z|| = 1\}$ con la topología usual. Demuestra que la aplicación

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{S}^1 & \xrightarrow{p} & \mathbb{S}^1 \\ z & \longmapsto & z^3 \end{array}$$

es una aplicación recubridora.

3. Sea M la banda de Moebius descrita como el cociente de $[0,1] \times [0,1]$ por la relación de equivalencia:

$$(s_1, t_1) \sim (s_2, t_2) \iff \begin{cases} (s_2, t_2) = (s_1, t_1) & 0 < s_1, s_2 < 1 \\ (s_2, t_2) = (1 - s_1, 1 - t_1) & s_1 = 0, 1 \end{cases}$$

Pongamos $S = \{[(s, \frac{1}{2})] \ : \ 0 \leq s \leq 1 \} \subset M$.

1. Demuestra que S es un retracto deformación fuerte de M.
2. Demuestra que la banda de Moebius M y el cilindro son homotópicamente equivalentes.

4. Demuestra que si X es un espacio topológico conexo y homotópicamente equivalente a Y, entonces Y es conexo. (Indicación: Si $f : X \to Y$, $g : Y \to X$ son tales que $f \circ g$ es homotópica a id_Y, construir una curva que una cada punto de $y \in Y \setminus f(X)$ con un punto de $f(X)$ y usar estas curvas para describir Y.)

TIEMPO: 100 MINUTOS