en INGLES FORMALIZACION (en Ingles) Oct. 14, 2016

Alberto Swarez EXAMEN FINAL albertasuarez@cam.e.

[Coordinadora: Pilar Rgu

Clave Hoodle: TURING 1937

FROGRAMA

- 1. Introducción a la lógico proposicional y de predicados 2.. Grafos
- 3. Arboles
- 4. Principios de enumeración y combinatoria.
- 5. Modelos de computación y máquinas de Turing

PARA HACER EJERCICIOS (RESUELTOS):

Kenneth H. Rosen - Discrete Mathematics and its applications

Proeba parcial 1: mediados octubre (aprox. 1h) Pruebe parcial 2: finales nov-principios diciembre (aprox. 1'5h) Not- Pract: 0

1805 13,14 Nilsson tulo 7 de Russell + Norving

KOBOT SITUACIÓN 1

d SOBRE QUE SE HABLA?

PROPOSICIONES ATÓMICAS (su valor de verdad-"falso") solo se juede determinar por contraste con l situación concreta en el mundo real.

c'QUE SABE EL ROBOT?

"Si la batería está cargada (B) y el objeto es portàtil (P), entonces, el objeto se desplate (D) al accionar el brato (D)."

ÁTOMOS	CONECTORES				
B	(NOT) T (UNARIO)				
A	(AND) \wedge (N-ARIO))			
P	=> (BiNARIO)				
DI	, ,				

CONECTORES	
7 (NOT)	
⇒ (implicación)	
A (ANO)	
	→ (inplicación)

Wa: AABAP->D

[Si A, By P, entonces]

Wy: 7D

BASE de CONOCIMIEN

REGLAS SINTÁCTICAS de INFERENCIA

FORMULA BIEN FORMADA (FBF) = PROPOSICIONES = FRASE
Base del $W_1: (B \land P \land P) \Longrightarrow D$
ionocimiento W_2 : A lel Robot en la W_3 : B tración 1 W_4 : 7D
tración 1 W3: B
El objetivo es que el robot llegue a deducir por un
El objetivo es que el robot llegue a deducir por un
mecanismo llamado INFERENCIA, que el objeto no es portahi
Proposición: Sentencia declarativa sobre algun aspecto del mundo
real que tiene un valor de verdad définido (o bien es
verdadera o bien es falsa).
- Proposición Atómica: Proposición cuyo valor de verdad sólo puede determinarse por contraste directo con el mundo real. ej: "la batería está cargada".
- PROPOSICION COMPUESTA (no ATÓMICA): Proposición formada por proposiciones atómicas articuladas mediante conec- tores lógicos.
Su valor de verdad se puede establecer a partir del valor de verdad de las proposiciones atómicas de las que se compone y de las tablas de verdad de los conectores lógicos. ej: "si la batería está cargada.
y el objeto es portatil, entonces el objeto se desplaza al accionar el brazo mecánico".
NO SON PROPOSICIONES
"¿Está la batería cargada?" — Pregunta (no declarativa) "Acciona el brazo mecánico" — ordenes (no declarativa)
"Esta frase es falsa" - Sin valor de verdad definido

- ÁTOMOS LITERALES: solo hay dos -> { V (verdac
- ATOMOS SIMBÓLICOS: Símbolos que representan proposiciones atómicas. La denotación de un átomo simbólico es la proposición en lenguaje natural a la que el átomo hace referencia.

VARIABLE BOOLEANA $A \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{F}$ simbolo

VALORES DE VERDAD = V

CONECTORES LÓGICOS

Permiten articular proposiciones atómicas para formar proposiciones compuestas.

El valor de verdad de una proposición compuesta formada por proposiciones atómicas articuladas mediante un conector lógico se define mediante una tabla de verdad específice para dicho conector.

TIPOS DE CONECTORES > UNARIOS 7D (el objeto no se desplaza) $\Rightarrow N-ARIOS$ $\wedge (y)$ $\vee (0)$ A A B A P (el brazo mecánico ha sido accionado, la batería está cargada, y el objeto es portatil) => BINARIOS => (si solo si)

AABAP => D

LOS ELEMENTOS DE LA LÓGICA

- UN LENGUATE FORMAL: Símbolos + Reglas sintácticas que permiten combinar los símbolos en frases gramaticalmente correctas (FBF: fórmulas bien formadas).

ANBAP => D

es una FBF, es decir, una frase gramaticalmente correcta en lógica proposicional.

- SEMANTICA: Asociación entre FBFs en el lenguaje formal y frases en el lenguaje natural sobre el dominio del que se está hablando.

- REGLAS DE INFERENCIA: Reglas tipográficas que únicamente manipulan símbolos (y, por lo tanto, no utilizan el significado) y que nos permiten generar nuevas FBFs a partir de un conjunto de FBFs dado. {R, R=>S/ HODUS PONENS S

LENGUATES

ELEMENTOS DEL LENGUAJE

- _ Sintaxis (forma)
- Semantica (significado)

TIPOS DE LENGUAJE

- lenguaje natural: medio de comunicación habitual entre humano ej: gallego, castellano
- Lenguaje formal: sintaxis con reglas bien definidas. ej: lenguajes de programacion

GRAMÁTICA DE UN LENGUASE

Conjunto de reglas que permiten:

1) Determinar si una frase es correcta.

2) Generar frases correctas desde el punto de vista

VERDAD TABLAS DE

<u></u>	ONECTO	R	"No"		
•	W		7 \x	Ja	
	V		F		
	F		V		

7 Wa tien valor V si Wa tiene valor F.

TW4 hiene valor F si W4 hiene valor V.

Ejemple:

Wa: el objeto se desplaze TWa: el objeto no se despl se desplaza

CONECTOR "Y" (AND)

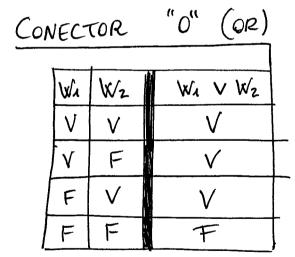
Wa	W ₂	W1 1 W2
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplo:

A: El brazo ha sido accionado

P: el objeto es portatil.

An P: el brazo mecánico ha sido accionado y el objeto es portatil.



Ejemplo:

7P: el objeto no es portatil

7B: La batería no está cargada

7P v 7B: el objeto no es portatil la bateria no está cargada (o ambos a la vez).

CONECTOR "IMPLICA"

WA	Wz	$W_A \Rightarrow W$
V	V	V
٧	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplo:

AnBAP: el brazo está accionado, la bateria está cargada y el ebjeto es portatil

D: el objeto se mueve AnBnP => D: Si el brazo ha sido accionado, la batería está cargada, y el objeto es portátil, entonces el objeto se mueve.

CONECTOR "Si Y SOLO Si"

\X/a	\x/2	$W_4 \iff W_2$
V	V	V
V	F	F
Ŧ	V 4	Ŧ
F	F	V

Ejemplo:

AnBnP: Idem

D: Idem

AnBnP D: el objeto se mueve si y sólo si el brazo mecánico ha sido accionado, le batería está cargada y el objeto es portátil.

REGLAS DE EQUIVALENCIA (algunas)

- regla de la doble negación • 77 A= A
- $(A \Rightarrow B) \equiv 7A \vee B$ definición del condicional
- $(A \Rightarrow B) \equiv (7B \Rightarrow 7A)$
- $(A \Leftrightarrow B) = (A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A)$
- $A \vee B = B \vee A$ } propiedad conmutativa $A \wedge B = B \wedge A$ }
- 7 (A v B) ≡ 7A ∧ 7B } reglas de De Morgan 7 (A ∧ B) ≡ 7A v 7B)

(BASE DE CONOCINIENTO) W (FBF)
de la base de conocimiento Δ?
Ejemplo B: "Dumbo es un elefante"
$W_2: (A \Longrightarrow 7B) \equiv (A \Longrightarrow 7B) \land (7B \Longrightarrow A)$
ÁTOMOS (base de conocimiento)
A B $W_A: 7A$ $W_2: A \Longrightarrow 7B$ $W: B$? V V F F V — F V V V V V F F V F — BASE DE CONOCINIENTO Δ
Decimos que $\Delta \models \omega$ (ω es consecuencia lógica de Δ)
si en las Interpretaciones que son Modelo de A
son (MODELO de W) 4 "en los que

las FBFs de

 Δ tienen valor

de verdad verdadero"

L> "W tiene valor de verdad verdadero"

I1

· Satisfacible (SAT): Una base ele conocimiento es satisfacible si existe al menos una interpretación que sea modelo de dicha base de conocimiento: ejemplo: {P, P ⇒ Q} es SAT

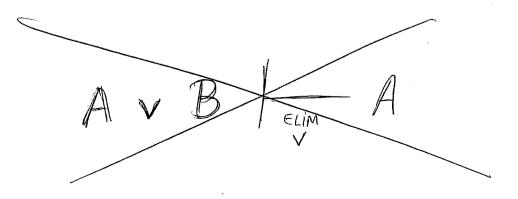
• Insatisfacible (UNSAT): Una base ele conocimiento es insatisfacil (contradicción) si no hay ninguna interpretación que sea modele de dicha base de conocimiento.

ejemplos: $\{F\}$ es unsat $\{P \land \neg P\}$ es unsat $\{P, \neg P\}$ es unsat $\{P, \neg P\}$ es unsat

· Tautología: Una FBF es una tautología si todas las interpretaciones son modelo de dicha FBF.

ejemplos: $\{v\}$ es tautología $\{Pv_7P\}$ es tautología $\{P\Rightarrow(\alpha\Rightarrow P)\}$ es tautología

NOTA: los conceptos introducidos pueden aplicarse a conjuntos de FBFs o a FBFs individuales.



Consecuencia cógica (SEMANTICA = tablas de verdad) $\Delta \models \omega \quad \text{``} \omega \quad \text{es consecuencia lógica de } \Delta''$

Demostración mediante tablas de verdad Todos los modelos de Δ son modelos de ω

ej:	A	В	A	A⇒B	В
A	V	V	V	V	V
$(A \Rightarrow B)$	V	F	V	F	
11376	F	V	F	V	
	F	F	F	V	
					,

REGLAS DE INFERENCIA

Reglas tipográficas que manipulan únicamente símbolos (y, que por lo tauto, no utilizan el significado de estos símbolos, ni las tablas de verdad) y que nos permiten generar nuevas FBFs a partir de un conjunto de FBFs dado.

Reglas de inferencia correctas

Reglas de inferencia en las que los modelos de

conjunto de FBFs de partida son también modelos de

las FBFs generadas

NOTA: todas las reglas de equivalencia son reglas
de inferencia correctas, pero no toda regla de
inferencia es de equivalencia
equivalencia misma tabla de verdad
equivalencia misma tabla de verdad
(tienen que coincidir)

FORMA NORMAL CONSUNTIVA (FNC) DE CONOCIMIENTO en BASE conjuncion de disyunción de literales conjunción de clausulas disyun LITERAL L> POSITIVOS = ATOMOS SIMBÓLICO

NEGATIVOS = negación de un literal positivo

ej: A, B, 1C, 7P, 7B CLAUSULAS (disguntivas) = DISYUNCIÓN DE LITERALES ej: Av 7B v C PVQ PV7C V7A RESOLUCIÓN SOBRE UN SÍMBOLO REGLA DE INFERENCIA SOBRE CLAUSULAS BVCV7D
BV1DV1A
CV1A RESC (PA 7Q) V (QA 7P) V 7R V S = (PVQV7RVS) A (7QV7PV7RVS)

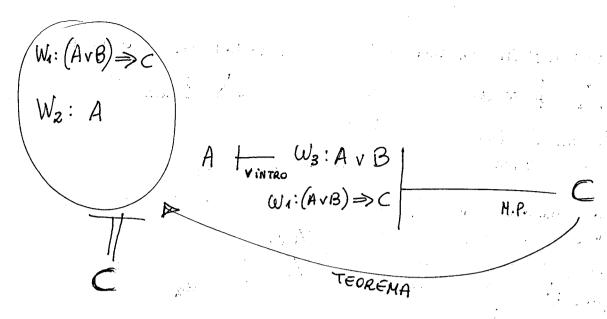
DE REGLAS DE INFERENCIA

Sean W1, W2 dos FBF5

1) Modus Ponens:

$$W_1 \Longrightarrow W_2 \downarrow W_2$$
 $W_1 \longmapsto W_2$

NOTA: Este conjunto de reglas es correcto pero no completo.

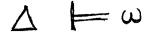


AVB)
$$\Rightarrow$$
 C, AD $=$ C $=$ W_4

$$\left[\left((A \vee B) \Rightarrow C \right) \wedge A \right] \Rightarrow C$$
es una tautologia

ACLARACIÓN DE DIFERENCIAS

CONSECUENCIA LÓGICA



- Importante mirar las TABLAS DE VERDAD
- Todos los modelos de Δ son modelos de ω.

MODELO = interpretaciones en las que todas
Atienen valor "verdadero".

` `		•				
4	A	B	7A VB	A	B	
AVB)I	V	V	V	V	٧	
A	V	F	F	. V		
13	F	V	V	F		
T_4	F	F	V	F		.:
				 	<u> </u>	į

$$\begin{array}{c|c}
\hline
7AVB \\
A
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{c|c}
\hline
7AVB \\
A \\
B
\end{array}$$

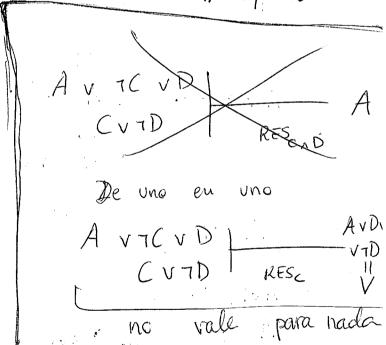
INFERENCIA (CORRECTA)

REGLA DE INFERENCIA RESOLUCIÓN SOBRE CLÁUSULAS

TAVBVD RESB TAVDVC

átomos simbólicos JA,B,C,Db

4 #interpr= 2 #atomos



Δ , base de conocimiento $\Delta + \omega$?
(W, FBF meta) [TODOS LOS MODELOS DE A] SON MODELOS DE W
[INFERENCIA]
$R: REGLAS DE INFERENCIA CORRECTAS$ Cuando $\Delta \vdash_{R} \omega$, entonces $\Delta \vdash_{\omega} \omega$
SISTEMAS DE REGLAS DE INFERENCIA COMPLETO (wando $\Delta \models \omega$, entonces $\Delta \vdash_{e} \omega$
$d \perp \omega$? $\equiv d \in S \propto UNSAT$? $\alpha = 1 \Delta$, $\pi \tilde{\omega} \tilde{b}$ negación de la meta
, <u> </u>

Si X es UNSAT, $\triangle \models \omega$ Si X es SAT, $\triangle \models \omega$

$$\alpha = \alpha_{FNC} = \Delta_{FNC} =$$

> n eta Buardo Bartona do Composito de La Composito de Composito de Composito de Composito de Composito de Compo Composito de Composito d

```
EJERCICIOS EDYL HOJAI (CLASE)
```

FRASE A: "Solo hay una frase folsa" FRASE B: " & Hay 2 frases falsas" FRASE C: "Hay 3 frases falsas"

ATOMOS + DENOTACIÓN

A: "La frase A es verdadera".

B: "La frase B es verdadera".

C: "La frase C es verdadera".

[1] A => ((A A B A TC) V (A A TB AC) V (TA A B A C))

[2] B ((AATBATC) V (TAABATC) V (TAATBAC))

[3] C ⇔ (¬A ∧ ¬B ∧ ¬C)

| pasar a FNC [1.1] (7A V 7B V 7C) [2.1] (7B V 7A) [3.1] BV 7A [1.2] (7A V C V B) [3.1] [2.2] (7B V 7C) [3.2] BV 7C [1.3] (A V 1B V 7C) [2.2] [2.3] (A V B V 7C) [3.3] A V B V C

[2.4] (7A VB VC) repetida

1B v 7A | RES B 7A [4] TBVTC Res B (TC [5] AVBVC | AVB [6]

AVB RESA B

En conclusión: B: "Hay 2 frases falsas"

```
6. A: A es jedi (dice la verdad) // H dice: O C O D O ambos
                              B: B es jedi (dice la verdad) B dice: "C y A son jedi".
C dice: "D y yo somos jedi".
                            c: C es jedi
                                                                                                                                                                                                                    D dice: "C es sith y A es jedi".
                         D: D es jedi
     \Box A \Leftrightarrow (c \lor D)
                                                                                                                                                                       Pasamos a [1.1] TAVCVDX
                                                                                                                                                                                                                                         [1.2] 1C VA X
                   [2] B (C A)
                                                                                                                                                                                                                        [1.3] 7DVA
                 [3] C ⇔(D∧C)
                 [4] D 😂 (7C 1 A)
                                                                                                                                                                                                       [2.1] 1BVC X
                                                                                                                                                                                                                                [2.2] 1BVA X
                                                                                                                                                                                                                                                              [2.3] 7CV7AVB X
                         Pasamos [3] a FNC explicitamente:

( ) (D \ C) = \( \rightarrow C \rightarrow \) (D \ C) = 7 C \ V (D \ C) = 7 C \ D
                                                                                                              = (DAC) = C = 1(DVC) VC = 1DV1CVC = Verdadero
                                        [3.1] 1CVD X [4.0] 7DvA (repetida)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                     [4.0] CVIAVD (rep. 1.1)
                                                                                                                                                          [4.1] 7DV7C
                  Hacemos RESOLUCIONES:
                                [J.1] 1AVCVD RES 7AVD [5]
                                [3.1] 1C VD RESD 7C (C es Sith) [6]
                                [2.1] 7BVC | RESC 1B [7] (B es Sith)
                                [5] 7A \lor D | (7A \lor D) \land (7D \lor A) = (A \Rightarrow D) \land (D \Rightarrow A) = (A \Rightarrow D)
                                                                                                                                                                                      ( ambos son Sith)
```

CONOCIMIENTO

A: "Dumbo es un huron"

B: "Dumbo es un elefante"

We: "Dumbo no es un huron"

\ Wz: "Dumbo o es un elefante

un huron"

1.1: Sólo se puede utilizar: €>, 7

W1: 7A

W2: A = 7B = 7A = B = B = 7B = 7B = A = = 1(A -B) = 1(B -A)

1.2: Sólo se puede utilizar:), 1,7

W1: 7A

 W_2 : $7((A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A)) = (7A \Rightarrow B) \land (A \Rightarrow 7B) = (7A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow 7A)$

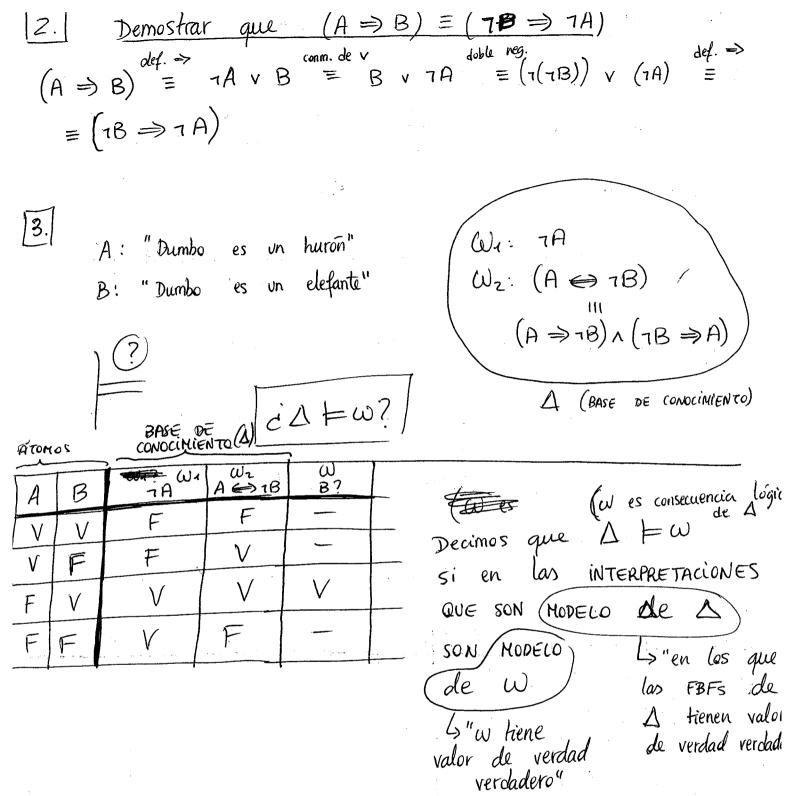
1.3: Sólo se puede utilizar: 1, V, 7

W1: 7A

Wz: (TAAB) V (AATB) = (AVB) A (TAVTB)

	AT	OMOS		:	7A =>71		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					
	A	B	٦A	18	A⇒7E	18=	P & C	2018	AE77B	$(A \Rightarrow 7B) \wedge (7B \Rightarrow A)$	(TAVTB) A (BVA)	(7AAB) V (7BAA)
1	V	V	F	F	F	V	F	F	F	F	F	F
	V	F	F	V	\ \ \	V	F	V	V	V	V	V
1	F	v	1	1 F	V	V	V	F	\vee	V	V	V
	F	F	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F
		14										

TRABAJO ESPACIO



ESTRUCTURAS DISCRETAS Y LOGICA Parcial 1, 2016/10/19

Publicación de calificaciones: 2016/11/07

E1	E	E2	E3	E4	TOTAL	
Apellidos:				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
Nombre:			•			

NOTA: Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

EJERCICIO 1 (2 puntos):

Sean w₁, w₂ y w FBFS que cumplen:

- I. $\{w_1, w_2, w\}$ es UNSAT
- II. $\{w_1, w_2, \neg w\}$ es SAT
- III. Sea R un conjunto de reglas de inferencia correcto pero incompleto.

Utilizando las definiciones de consecuencia lógica, SAT, UNSAT e inferencia, explica cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas, cuáles incorrectas y para cuáles no es posible determinar si son correctas o no a partir de la información dada (I, II y III)

- a. $\{W_1, W_2\} \models \neg W$
- b. $\{w_1, w_2\} \models w$
- c. $\{W_1, W_2\} \vdash_R \neg W$
- d. $\{W_1, W_2\} \mid -R W$

EJERCICIO 2 (2 puntos):

Utilizando únicamente tablas de verdad (sin usar reglas de equivalencia), demuestra si la base de conocimiento

$$\Delta = \{A \Leftrightarrow ((B \land C) \lor (\neg B \land \neg C))\}$$

tiene como consecuencia lógica $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C$.

EJERCICIO 3 (3 puntos): [adaptado de http://www.folj.com/puzzles/easy.htm]

Nos encontramos con 3 criaturas (llamémoslas A, B, C) que pertenecen a una de dos especies: falacius (siempre miente) y verosus (siempre dice la verdad): Preguntamos a A de qué especie son las otras dos y ésta nos responde "Las otras dos criaturas pertenecen a la misma especie". Hacemos la misma pregunta a B y ésta nos proporciona la misma respuesta: "Las otras dos criaturas pertenecen a la misma especie". ¿Podemos anticipar cuál sería la respuesta de C si le hiciéramos la misma pregunta? En caso de respuesta positiva a la pregunta anterior ¿Cuál sería dicha respuesta?

¿Podemos determinar de qué tipo es cada criatura? En caso de que sea posible ¿De qué tipo es cada criatura?

Para resolver este ejercicio, únicamenete se puede utilizar inferencia

$$A \iff ((B \land C) \lor (\neg B \land \neg C))$$

$$B \iff ((A \land C) \lor (\neg A \land \neg C))$$

EJERCICIO 4 (3 puntos): [RESPONDER EN ESTA HOJA DE ENUNCIADO]

Vamos a formalizar mediante lógica de predicados el último teorema de Fermat

Sea n es un número entero mayor que 2. No existen x, y, z, enteros tales que se cumpla: $x^n + y^n = z^n$

El único objeto constante que se puede definir es 0

(i) describe las variables, funciones y los predicados necesarios para formalizar el teorema.

Objetos: 0 (cero, entero)

· vol	Nombre	tipo				
ble						
aria						

	Nombre	Aridad	Descripción (incluyendo el tipo de sus argumentos)	Tipo del resultado de su evaluación
ies				
Funciones				
미				
	Nombre	A	Descripción (incluyendo el	Line de erre
:	Monnore	Aridad	argumentos)	upo de sus
los	Nombre	Aridad		tipo de sus
dicados	Monible	Aridad		tipo de sus
Predicados	Monible	Aridad		tipo de sus

ii) Formaliza el	teorema	de la mar	nera más lite	eral posible.	