

1.

SONAFQCHMWPTVEVY

11

(18 14 13 0 5 16 2 7 14 22 15 19 21 4 21 24)

$$\Rightarrow M_c = \begin{pmatrix} 18 & 13 & 5 & 2 & 14 & 15 & 21 & 21 \\ 14 & 0 & 16 & 7 & 22 & 19 & 4 & 24 \end{pmatrix}$$

Sabemos que: $A \begin{pmatrix} T & H \\ H & E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & X \\ H & W \end{pmatrix} \Rightarrow$

$$\Rightarrow A \begin{pmatrix} 19 & 7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 23 \\ 7 & 22 \end{pmatrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 10 & 23 \\ 7 & 22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 19 & 7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$$

Como $\det \begin{pmatrix} 19 & 7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} = 27 \equiv 1 \pmod{26}$ y $\text{mcd}(1, 26) = 1$ entonces es invertible mod. 26.

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 19 & 7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 19 \\ 19 & 19 \end{pmatrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 10 & 23 \\ 7 & 22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 19 \\ 19 & 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B = A^{-1} = \begin{pmatrix} 23 & 7 \\ 18 & 5 \end{pmatrix} \text{ (matriz de descifrado)}$$

$$M_p = B \cdot M_c = \begin{pmatrix} 18 & 13 & 19 & 17 & 8 & 10 & 17 & 1 \\ 4 & 0 & 14 & 19 & 24 & 1 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

\Rightarrow mensaje: SENATOR TOOK BRIBE

2.

Z R I X X Y V B M N P O

27 letras : $\{A, B, C, \dots, Y, Z, -\}$

$$B \begin{pmatrix} P & R \\ K & Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & S \\ - & - \end{pmatrix} \Rightarrow B \begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 10 & 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 26 & 26 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 26 & 26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 10 & 25 \end{pmatrix}^{-1}$$

La matriz $\begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 10 & 25 \end{pmatrix}$ es invertible ya que $\det \begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 10 & 25 \end{pmatrix} = 16 \pmod{27}$

y $\text{mcd}(16, 27) = 1$.

$$\begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 10 & 25 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 23 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 26 & 26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 23 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 16 \\ 21 & 17 \end{pmatrix}$$

matriz de descifrado

Como $M_c = \begin{pmatrix} Z & I & X & V & M & P \\ R & X & Y & B & N & O \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 25 & 8 & 23 & 21 & 12 & 15 \\ 17 & 23 & 24 & 1 & 13 & 14 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow M_p = B \cdot M_c = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 26 & 19 & 13 & 14 \\ 4 & 19 & 0 & 26 & 14 & 13 \end{pmatrix}$$

\Rightarrow mensaje : MEET-AT-NOON

3.

! I W G V I E X ! Z R A D R Y D

$\{A, B, C, \dots, Y, Z, -, ?, !\}$ 29 símbolos

Firma: MARIA

$$a) \quad B \begin{pmatrix} D & Y \\ R & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & I \\ R & A \end{pmatrix} \Rightarrow B \begin{pmatrix} 3 & 24 \\ 17 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 17 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 17 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 24 \\ 17 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$$

Como $\det \begin{pmatrix} 3 & 24 \\ 17 & 3 \end{pmatrix} = 7 \pmod{29}$ y $\text{mcd}(7, 29) = 1$,
' es invertible.

$$\begin{pmatrix} 3 & 24 \\ 17 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 17 & 9 \\ 10 & 17 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 17 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 17 & 9 \\ 10 & 17 \end{pmatrix} \overset{\text{matriz de descifrado}}{=} \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 28 & 8 \end{pmatrix}$$

Sabemos que $M_c \approx \begin{pmatrix} 28 & 22 & 21 & 4 & 28 & 17 & 3 & 24 \\ 8 & 6 & 8 & 23 & 25 & 0 & 17 & 3 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow M_p = B \cdot M_c = \begin{pmatrix} 22 & 24 & 13 & 26 & 14 & 26 & 0 & 8 \\ 7 & 26 & 14 & 6 & 27 & 12 & 17 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{mensaje} = \boxed{\text{WHY-NO-GO?-MARIA}}$$

$$b) \quad M_p = \text{DAMN-FOG!-JO} \approx \begin{pmatrix} 3 & 12 & 26 & 14 & 28 & 9 \\ 0 & 13 & 5 & 6 & 26 & 14 \end{pmatrix}$$

$A = B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ matriz de cifrado

$$\Rightarrow M_c = A \cdot M_p = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 26 & 26 & 5 & 9 \\ 12 & 3 & 22 & 4 & 22 & 21 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{mensaje} = \boxed{\text{JMLD-W-EFWJV}}$$