

Economía y finanzas matemáticas
Optativa del grado en Matemáticas, UAM, 2020-2021

Hoja 1 (Aritmética financiera)

Nota: en algunos de los ejercicios convendrá usar el ordenador (por ejemplo, una hoja de cálculo tipo Excel).

1. Calcula el TAE para los siguientes tipos de interés nominales:
 - a) 3 % anual, composición trimestral;
 - b) 0.2 % mensual, composición mensual;
 - c) 1.3 % semestral, composición trimestral;
 - d) 2.7 % anual, composición continua;
 - e) interés del 12 % dentro de dos años.

2. Un cierto depósito ofrece un TAE del 2.2 %. Halla el tipo nominal R si
 - a) R es anual, composición anual;
 - b) R es anual, composición cuatrimestral;
 - c) R es semestral, composición trimestral;
 - d) R es anual, composición semestral;
 - e) R es un tipo continuo.

3. ¿Qué tipo (nominal) anual, con composición mensual, tiene un depósito en el que 1000 euros hoy se transforman en 1220 euros dentro de 6 años?

4. ¿Qué es más conveniente para un inversor, invertir en una sociedad que garantiza duplicar el capital invertido en 15 años ó depositar el capital disponible del inversor en un fondo de inversión que ofrece un 5 % anual capitalizable cuatrimestralmente?

5. Sea aplica un tipo $R = 2\%$ anual (efectivo). Halla el valor actual de
 - a) una renta anual de 100 euros durante los próximos 30 años;
 - b) un bono de nominal 100 con cupones anuales del 3 % que, a vencimiento (10 años), paga cupón y devuelve nominal;
 - c) un bono de nominal 100 con cupones semestrales del 1 % que, a vencimiento (10 años) paga cupón y devuelve nominal;

6. Calcula la TIR de los siguientes bonos:
 - a) nominal 100, vencimiento 30 años, cupón anual del 1.4 %, precio hoy 100;
 - b) igual que a), pero sin pago de cupón a vencimiento;
 - c) nominal 100, vencimiento 2 años, cupón anual del 2.1 %, precio hoy 103;
 - d) nominal 100, vencimiento 1 año, cupón anual del 0 %, precio hoy 98;
 - e) nominal 100, bono perpetuo, cupón anual del 0.7 %, precio hoy 100;

7. Un cierto proyecto de inversión consiste en un contrato de mantenimiento de un parque solar los próximos 5 años. Para hacer este mantenimiento, la empresa deberá invertir 700.000 euros. El flujo de caja estimado para el proyecto es de 210.000 euros anuales. Al término del contrato, a los 5 años, podremos recuperar 180.000 euros vendiendo los inmovilizados comprados inicialmente. ¿Qué TIR tiene esta inversión?

8. Se plantea el siguiente esquema de ahorro: desde hoy (tiempo 0) hasta dentro de 14 años se harán aportaciones anuales de 1000 euros (cada 1 de enero). El gestor del plan garantiza una rentabilidad anual $R = 2\%$. El 1 de enero del año 15 se recibe el patrimonio acumulado. Calcula la TIR de este esquema de ahorro si

- no hay comisiones de ningún tipo;
- al final de cada año, y justo antes de la aportación, el gestor cobra un 1.3% sobre el patrimonio acumulado;
- el gestor cobra un 10% de cada aportación anual.

Si la comisión en b) fuera de un 2% , ¿cuál sería la comisión que se debería cobrar en c) para que los dos esquemas tuvieran la misma TIR?

9. Necesitamos un préstamo de 20.000 euros, a devolver en 10 años. Encontramos las tres ofertas siguientes:

- El Banco A nos ofrece el préstamo, pagando una cuota mensual de 287 euros.
- El Banco B nos hace una oferta con un tipo nominal (anual) del 11% , a devolver con cuotas mensuales.
- El Banco C nos ofrece un TAE del 11.2% .

Analiza las ofertas, suponiendo que las comisiones por apertura y gestión son las mismas en los tres casos, y elige la más conveniente.

10. Se forma una mutua de ahorro con N individuos, todos de 50 años. Desde hoy hasta que cumplan los 69 años (salvo que fallezcan antes), aportarán una cantidad anual de a euros. Se pretende que los supervivientes reciban 100 euros cuando cumplan los 70 años. El tipo de capitalización anual es $R = 2\%$.

- Halla primero la aportación anual que debería hacer un individuo por sí solo.
- Vamos ahora a suponer que N es muy grande. Disponemos de los siguientes datos, extraídos de tablas de mortalidad: los números $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{20}$, donde π_j es la probabilidad de que un individuo de 50 años siga vivo tras j años. Los datos precisos son:

π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7	π_8	π_9	π_{10}
99,70 %	99,20 %	97,71 %	97,64 %	96,83 %	95,91 %	94,03 %	93,34 %	91,82 %	90,56 %
π_{11}	π_{12}	π_{13}	π_{14}	π_{15}	π_{16}	π_{17}	π_{18}	π_{19}	π_{20}
90,36 %	90,01 %	89,09 %	87,92 %	86,17 %	85,66 %	83,87 %	81,99 %	80,10 %	78,73 %

Supongamos que estos π_j se cumplen *exactamente*. Calcula la aportación que debe hacer cada mutualista. Calcula la TIR en este enfoque de mutua, suponiendo que el ahorrador alcanza los 70 años. Compara con la TIR del esquema individual.

- Seguimos en las mismas condiciones del ejercicio anterior. Pero ahora N no es muy grande, digamos $N = 50$. Piensa cómo organizarías un código que, *por simulación*, permitiera calcular el valor de a que garantizara que, en al menos en el 95% de las ocasiones, lo recaudado fuera suficiente como para hacer frente a los posibles pagos.

11. Sea $P(0, t)$ el descuento de tiempo t a hoy, y sean $R_s(0, t)$ y $R_c(0, t)$ los tipos (simple y continuo) asociados. Los descuentos implícitos del periodo $t_2 \rightarrow t_1$ se denotan por $P(0, t_1, t_2)$, mientras que $F_s(0, t_1, t_2)$ y $F_c(0, t_1, t_2)$ representan los tipos (simple y continuo) implícitos asociados.

- a) Calcula $F_c(0, 1, 3)$ si $P(0, 1) = 99\%$ y $P(0, 3) = 94\%$;
- b) Calcula $F_c(0, 1, 3)$ si $P(0, 1) = 99\%$ y $F_s(0, 1, 3) = 2,1\%$;
- c) Calcula $P(0, 3)$ si $P(0, 1) = 99\%$ y $F_c(0, 1, 3) = 2,1\%$;
- d) Calcula $R_s(0, 5)$ si $R_s(0, 2) = 2\%$ y $F_c(0, 2, 5) = 1,7\%$;
- e) Calcula $P(0, 10)$ si $P(0, 1) = 99\%$, $F_c(0, 1, 3) = 1,3\%$ y $F_s(0, 3, 10) = 2,5\%$;

12. Un cierto esquema de capitalización desde 0 hasta T_1 tiene TAE_1 ; y entre 0 y T_2 , tiene TAE_2 . Calcula el TAE implícito que se genera desde el tiempo T_1 hasta el T_2 .

13. Disponemos de los siguientes valores de la curva de descuentos:

$P(0, \frac{1}{2}) = 99,8\%$, $P(0, 1) = 99,2\%$, $P(0, 2) = 98,6\%$, $P(0, 3) = 97\%$, $P(0, 4) = 96,3\%$, $P(0, 5) = 92,1\%$.

a) Un bono paga de nominal 1 millón de euros paga cupones anuales del 1% hasta vencimiento (5 años), en el que devuelve también el nominal. Calcula el precio que deberá tener hoy.

b) Considera ahora el bono que tiene las mismas características de antes, salvo que paga cupones semianuales del 0.7%. Queremos calcular su precio hoy, para lo que tendremos que interpolar en la curva de descuentos. Se pide valorar el bono usando con las siguientes tres metodologías:

- 1) Interpolando *linealmente* en la curva de descuentos.
- 2) Interpolando *linealmente* en la curva de tipos simples asociada a la curva de descuentos.
- 3) Interpolando *geométricamente* en la curva de descuentos.

¿Y si el vencimiento del bono fuera de 4.5 años?