

---

## TRABAJO DE FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

Departamento de Matemáticas  
Universidad Autónoma de Madrid  
(Curso académico 2020-21)

---

**Título del proyecto:** Matrices Aleatorias

**Nombre y Apellidos:** Alejandro Santorum Varela

**Nombre del tutor(es):** José Luis Fernández Pérez

### INFORME INTERMEDIO <sup>1</sup>

1.- **Labor desarrollada hasta la fecha:** *(reuniones con el tutor; búsqueda de bibliografía; planteamiento de los objetivos.)*

- Reuniones semanales desde el comienzo del curso (7 de septiembre de 2020) hasta las vacaciones de navidad (21 de diciembre de 2020).
- Se han buscado y utilizado los materiales de la bibliografía (apartado 5).
- Se ha planeado inicialmente finalizar el trabajo antes de febrero de 2021, quedando pendientes posibles correcciones y la presentación del mismo.

2.- **Esquema de los distintos apartados del trabajo:** *(puede usarse como guía la propia tabla de contenidos.)*

1. Introducción
2. Distribución de Wishart
  - 2.1. Definición y propiedades
  - 2.2. Estadístico  $T^2$  de Hotelling
  - 2.3. Ley de Marchenko-Pastur
3. Ley Semicircular de Wigner
  - 3.1. Definición y Teorema de Wigner
  - 3.2. Demostraciones Teorema de Wigner
  - 3.3. Ley de Tracy-Widom
4. Bibliografía
5. Apéndices

---

<sup>1</sup>El informe debe ser elaborado por el estudiante y presentado al tutor -o tutores- que deberá dar su conformidad antes de ser entregado al coordinador.

3.- **Descripción del proyecto:** (*motivación; principales resultados y, en su caso, aplicaciones que se esperan obtener.*) Máximo 2 páginas.

El trabajo se centra en el estudio de dos tipos de matrices aleatorias: las matrices de Wishart y las matrices de Wigner.

La distribución de las matrices de Wishart surge como una generalización matricial de la distribución  $\chi^2$ , y se buscará estudiar sus principales propiedades. Se enlazará con el estadístico  $T^2$  de Hotelling, generalización multivariante del estadístico  $t$  de Student.

Nos interesaremos también por las matrices de Wigner, cuyos autovalores convergen a una distribución de probabilidad universal, conocida como la *Ley de Wigner*, objeto central del trabajo.

Una motivación adicional para el análisis de este tema son sus aplicaciones en computación, sobre todo en el campo del aprendizaje automático, en el que indagaremos con mayor detalle en el Trabajo de Fin de Grado de Ingeniería Informática en colaboración con la EPS.

4.- **Grado de consecución de los objetivos y plan de trabajo a desarrollar en la segunda mitad del periodo:**

Se ha finalizado el informe del trabajo, a falta de posibles correcciones y ligeras modificaciones, así como gran parte de la presentación del trabajo.

Los objetivos en este segundo cuatrimestre consisten en pulir imperfecciones y preparar la exposición de la presentación.

5.- **Bibliografía usada hasta la fecha o que se piensa utilizar:**

## Referencias

- [1] BAI Z. D., SILVERSTEIN J. W.: *Spectral Analysis of Large Dimensional Random Matrices* (2010). 2nd ed., Springer.
- [2] BONDY A., MURTY U.S.: *Graph Theory* (2008). Springer-Verlag London.
- [3] BORDENAVE C.: *Lecture Notes on Random Matrix Theory* (2019).
- [4] COUILLET R., DEBBAH M.: *Random Matrix Methods for Wireless Communications* (2011). Cambridge University Press.
- [5] GHOSH M., SINHA B. K.: A Simple Derivation of the Wishart Distribution (2002). *The American Statistician*, 56:2, 100-101.
- [6] HOTELLING H.: The Generalization of Student's Ratio (1931). *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 2, No. 3.
- [7] JOHNSTONE I. M.: One the Distribution of the Largest Eigenvalue in Principal Component Analysis (2001). *The Annals of Statistics*, Vol. 29, No. 2, 295–327.
- [8] KEMP T.: Math 247A: Introduction to Random Matrix Theory (2016).
- [9] MARDIA K. V., KENT J. T., BIBBY J. M.: *Multivariate Analysis* (1979). Academic Press.
- [10] WIGNER E.: Characteristic Vectors of Bordered Matrices With Infinite Dimensions (1955). *Annals of Mathematics*, Vol. 62, No. 3.
- [11] WIGNER E.: On the Distribution of the Roots of Certain Symmetric Matrices (1958). *Annals of Mathematics*, Vol. 67, No. 2.