

$$y_{n+1} = y_n + h(\theta f_{t_n} + (1-\theta)f_{t_{n+1}}), \text{ con } \theta \in (0,1)$$

$$\phi_f(t_n, y_n; h) = \theta f(t_n, y_n) + (1-\theta)f(t_n+h, y_n + h\phi_f)$$

CONSISTENCIA

Recordemos que un método MN que satisface H_{MN} es consistente si y solo si $\sum_{j=0}^K \alpha_j = 0$ y $\phi_f(t_n, y_n; 0) = \left(\sum_{j=0}^K j\alpha_j\right) f(t, y(t))$.

En nuestro caso:

$$\sum_{j=0}^K \alpha_j = -1 + 1 = 0 \quad \checkmark$$

$$\sum_{j=0}^K j\alpha_j = 1$$

$$\begin{aligned} \text{¿ } \phi_f(t_n, y_n; 0) &= f(t, y(t)) \text{?} & \phi_f(t_n, y_n; 0) &= \theta f(t_n, y_n) + (1-\theta)f(t_n, y_n) = \\ & & &= f(t_n, y_n) \quad \checkmark \end{aligned}$$

\Rightarrow es consistente.

CRITERIO DE LA RAÍZ

Calculamos el primer polinomio característico del método:

$$P(\xi) = \xi - 1$$

$$\text{raíces de } p(\xi) = 1 \quad \checkmark$$

Cumple el criterio de la raíz ya que todas sus raíces tienen módulo menor o igual a 1. Y las que tienen módulo 1 son simples (como pasa en este caso).