

## Autómatas y Lenguajes.

Curso 2018-2019.

### Ejercicios sobre autómatas a pila y gramáticas independientes del contexto.

1. Diseña una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de los números capicúa formados con el alfabeto  $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Los números de una sola cifra no se consideran capicúa.

**Solución:**

$$S ::= 1X1 \mid 2X2 \mid \dots \mid 9X9$$

$$X ::= 0X0 \mid 1X1 \mid 2X2 \mid \dots \mid 9X9 \mid 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \lambda$$

2. Demuestra que la siguiente gramática es ambigua:

$$S \rightarrow AB \mid aaB$$

$$A \rightarrow a \mid Aa$$

$$B \rightarrow b$$

**Solución:** Mostramos que hay dos derivaciones leftmost para la sentencia aab:

$$S \rightarrow AB \rightarrow AaB \rightarrow aaB \rightarrow aab$$

$$S \rightarrow aaB \rightarrow aab$$

3. Encuentra una gramática independiente del contexto para el siguiente lenguaje:

$$L = \{a^n w w^R b^n : w \in \{a, b\}^*, n \geq 1\}$$

**Solución:**

$$S ::= aSb \mid aZb$$

$$Z ::= aZa \mid bZb \mid \lambda$$

4. Demuestra que la siguiente gramática es ambigua:

$$S ::= aS \mid aSbS \mid \lambda$$

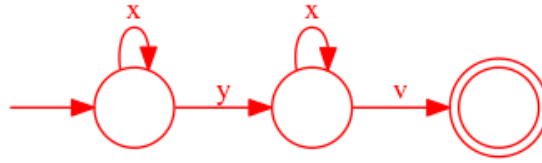
**Solución:** Mostramos que hay dos derivaciones leftmost para la sentencia aab:

$$S \rightarrow aSbS \rightarrow aaSbS \rightarrow aabS \rightarrow aab$$

$$S \rightarrow aS \rightarrow aaSbS \rightarrow aabS \rightarrow aab$$

5. Construye un autómata a pila para el lenguaje  $L = \{w \in \{a, b\}^* : n_a(w) = n_b(w) + 1\}$ .

**Solución:**



El alfabeto de entrada es  $\Sigma = \{a, b\}$ , el alfabeto de la pila es  $\Gamma = \{a, b, z\}$ , el símbolo inicial de la pila es  $z$  y las etiquetas  $x, y$  y  $v$  corresponden a las transiciones siguientes:

$x: a_z^{az}, b_z^{bz}, a_a^{aa}, a_b^{\lambda}, b_a^{\lambda}, b_b^{bb}$   
 $y: a_z^z$   
 $v: \lambda_z^z$

6. Demuestra que la siguiente gramática es ambigua:

$S ::= \text{if exp then } S$   
 $S ::= \text{if exp then } S \text{ else } S$   
 $S ::= \text{other}$

**Solución:** Mostramos que hay dos derivaciones leftmost para la sentencia “if exp then if exp then other else other”:

$S \rightarrow \text{ixt}S \rightarrow \text{ixtixtSeS} \rightarrow \text{ixtixtoeS} \rightarrow \text{ixtixtoeo}$   
 $S \rightarrow \text{ixtSeS} \rightarrow \text{ixtixtSeS} \rightarrow \text{ixtixtoeS} \rightarrow \text{ixtixtoeo}$

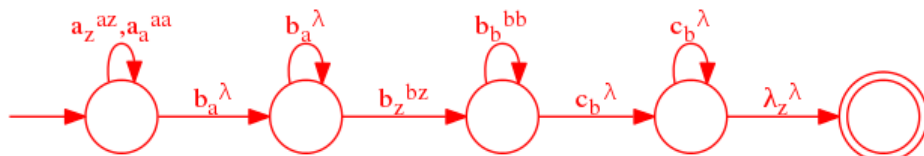
7. Diseña una gramática independiente del contexto para el lenguaje  $L = \{a^n b^m c^k : n \geq 1, m \geq 2, k \geq 1, m = n + k\}$ .

**Solución:**

$S ::= XY$   
 $X ::= aXb \mid ab$   
 $Y ::= bYc \mid bc$

8. Construye un autómata a pila para el lenguaje  $L = \{a^n b^m c^k : n \geq 1, m \geq 2, k \geq 1, m = n + k\}$ .

**Solución:**



9. Diseña una gramática independiente del contexto para el lenguaje  $L = \{a^n b^m a^n : n \geq 1, m \geq 0\}$ .

**Solución:**

$S ::= aSa$

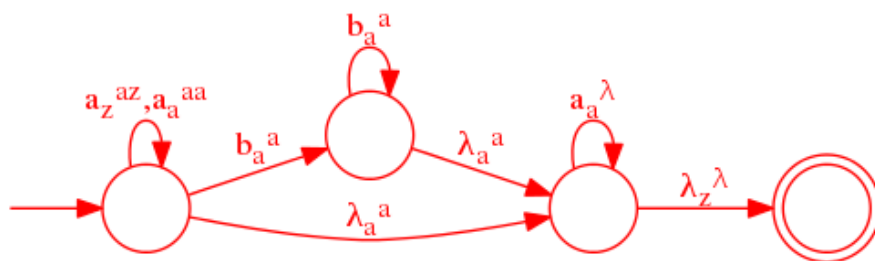
$S ::= aBa$

$B ::= bB$

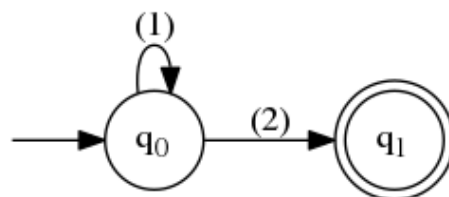
$B ::= \lambda$

10. Construye un autómata a pila para el lenguaje  $L = \{a^n b^m a^n : n \geq 1, m \geq 0\}$ .

**Solución:**



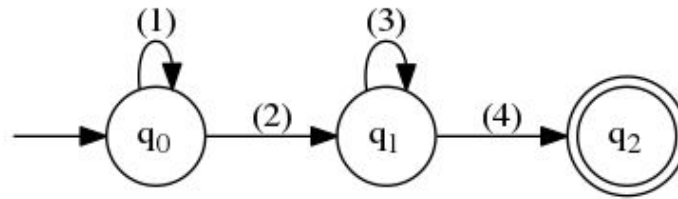
11. En el siguiente autómata a pila faltan las etiquetas de las transiciones, que están marcadas con los números (1) y (2). Completa la tabla adjunta indicando cuáles deben ser las etiquetas de las transiciones para que el autómata reconozca el lenguaje de las cadenas formadas con los símbolos  $\{a, b\}$  que tienen el mismo número de a's que de b's.



(1)	$a_z^{az}, b_z^{bz}, a_a^{aa}, b_b^{bb}, a_b^\lambda, b_a^\lambda$
(2)	$\lambda_z^z$

13. En el siguiente autómata a pila faltan las etiquetas de las transiciones, que están marcadas con los números (1), (2), (3) y (4). Usando como base el autómata del ejercicio 2, completa la tabla adjunta indicando cuáles deben ser las etiquetas de las transiciones

para que el autómata reconozca el lenguaje de las cadenas formadas con los símbolos {a, b} que tienen más a's que b's (siempre debe haber al menos una a).

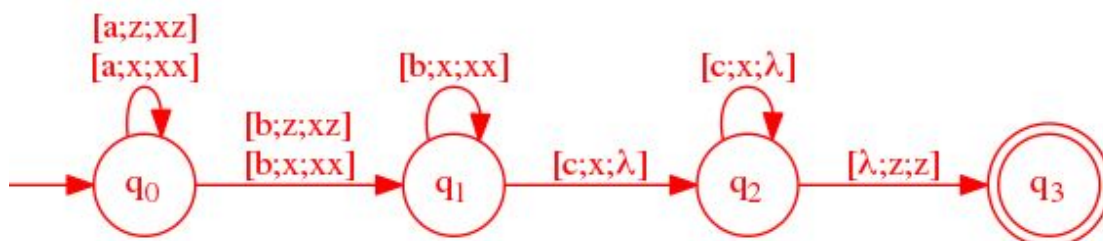


(1)	$a_z^{az}, b_z^{bz}, a_a^{aa}, b_b^{bb}, a_b^\lambda, b_a^\lambda$
(2)	$a_z^z$
(3)	$a_z^{az}, b_z^{bz}, a_a^{aa}, b_b^{bb}, a_b^\lambda, b_a^\lambda, a_z^z, a_a^a, a_b^b$
(4)	$\lambda_z^z$

14. Diseña una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje  $L = \{a^n b^m c^k : n \geq 0, m \geq 1, c = n+m\}$ . No se pueden utilizar reglas  $\lambda$ .

$S ::= aSc \mid X$   
 $X ::= bXc \mid bc$

15. Diseña un autómata a pila que reconozca el lenguaje del ejercicio anterior,  $L = \{a^n b^m c^k : n \geq 0, m \geq 1, c = n+m\}$ .



16. Diseña una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje  $L = \{xww^{-1} : x \in \{a,b\}^*, w \in \{a,b\}^* - \{\lambda\}\}$ . No se pueden utilizar reglas  $\lambda$ .

$S ::= aS \mid bS \mid Z$   
 $Z ::= aZa \mid bZb \mid aa \mid bb$

17. Diseña un autómata a pila que reconozca el lenguaje del ejercicio anterior,  $\{xww^{-1} : x \in \{a,b\}^*, w \in \{a,b\}^* - \{\lambda\}\}$ .

