

Cálculo Numérico I

CURSO 2017-2018

Lista 1

1º MAT./2º D.G.

- 1) Se usa $\hat{e} = 2.7183$ como aproximación de e para calcular e^3 .
- a) Dar una estimación de los errores absoluto y relativo que se cometen en ese cálculo.
- b) Hacer lo mismo para el cálculo de e^e .
- c) Calcular esos errores en Matlab.

- 2) Aproximar $\sqrt{2}$ usando la recurrencia

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{2}{x_n} \right), \quad x_0 = 1.$$

Observacion: la sucesión x_n converge a $\sqrt{2}$. Esa recurrencia corresponde al método de Newton, que veremos más adelante, aplicado a la función $f(x) = x^2 - 2$.

- a) ¿Cuántas iteraciones se necesitan para conseguir 5 cifras significativas correctas?
¿Y para 10?

Nota: tomar `sqrt(2)` calculado en Matlab como *valor* de $\sqrt{2}$.

- b) Si no tuvieramos con qué comparar, ¿cómo se podría proceder?

- 3) Una aproximación al valor de $\sin(x)$ viene dada por su polinomio de Taylor en 0:

$$\sin(x) \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

- a) Usarla para aproximar $\sin(27)$ con un error menor que 10^{-5} . ¿Qué n se necesita?
- b) ¿Cómo se podría mejorar (mucho) el n de manera sencilla?

- 4) Se considera la función

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2x}.$$

Si x es pequeño $f(x) \approx 1$; sin embargo, si calculamos $f(10^{-16})$ en Matlab se obtiene, aproximadamente, 0.5551. ¿Qué está pasando? ¿Cómo se puede corregir?

- 5) Se considera el polinomio

$$\begin{aligned} P(x) &= (x - 2)^9 \\ &= x^9 - 18x^8 + 144x^7 - 672x^6 + 2016x^5 - 4032x^4 + 5376x^3 - 4608x^2 + 2304x - 512. \end{aligned}$$

Dibujar en los puntos $x = 1.920, 1.921, 1.922, \dots, 2.080$ los gráficos, superpuestos, para esas dos formas de expresarlo. ¿A qué se pueden deber las discrepancias?

- 6) Se considera la función $f(x) = e^x \log(1 + e^{-x})$. Para x grande el valor de esa función es, aproximadamente, 1. Dibujar $f(x)$ para x entre 0 y 40 tomando, al menos, 1000 puntos. ¿Qué se observa? ¿Qué puede estar pasando?

Nota: Se puede usar el `zoom` en Matlab para observar la zona *llamativa*.