ALEJANDRO SANTORUM VARELA 44090946-S PARCIAL 1

$\boxed{1.}$

$$\rho(X_1, X_2) = \frac{\mathrm{cov}(X_1, X_2)}{\sqrt{V(X_1)V(X_2)}} = \frac{V_{12}}{\sqrt{V_{11}V_{22}}}$$

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} \qquad V = \left(\begin{array}{c|c} V_{11} & V_{12} \\ \hline V_{21} & V_{22} \end{array}\right)$$

Sabemos (tema 1):

hipótesis, V simétrica

$$\tilde{V} = V_{11} - V_{12} V_{22}^{-1} V_{21} = \frac{1}{10} V_{11} \Rightarrow V_{11} - \frac{V_{12}^2}{V_{22}} = \frac{1}{10} V_{11}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10} V_{11} = \frac{V_{12}^2}{V_{22}} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{V_{12}^2}{V_{11} V_{22}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\pm\sqrt{9/10} = \frac{V_{12}}{\sqrt{V_{11}V_{22}}} = \rho(X_1, X_2)}$$

V. def. positiva
$V_{11}, V_{22} > 0$

$\boxed{2.}$

Información traza: $\text{traza} = 2 \Rightarrow a + c + d = 2$

Como es idempotente $\rightarrow A^2 = A$

$\rightarrow$ todos los autovalores son 1 ó 0.
(dos autoval$=1$, uno igual a 0)

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc & 0 \\ ab+bc & b^2+c^2 & 0 \\ 0 & 0 & d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}$$

1º observar: $d = d^2 \Rightarrow d = 1, 0 \longrightarrow \boxed{d=1}$

2º observar: $b = ab + bc \Rightarrow b = b(a+c) \xRightarrow{(b\neq 0)\ A \text{ no diagonal}} a + c = 1$ (*)

$$3^\circ = \begin{cases} a^2+b^2 = a \\ b^2+c^2 = c \end{cases} \quad [2]$$

Información autovector: $(2301, 2301, 2301) \Rightarrow (1,1,1)$ también es autovector

empezamos probando $\lambda = 1$

$$A\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 1\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}a+b\\b+c\\d\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \quad [1].$$

$$[1] + (*) \Rightarrow \begin{cases} a+b=1 \longrightarrow a = 1-b \\ b+c=1 \\ a+c=1 \longrightarrow 1-b+c=1 \Rightarrow c=b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+c=1 \\ c=b \end{cases} \Rightarrow \boxed{b = c = \tfrac{1}{2}} \qquad \text{Como } a = 1-b = 1/2 \Rightarrow \boxed{a = \tfrac{1}{2}}$$

Estos resultados son congruentes con [2].

Observar que para $\lambda = 0$: $A\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}a+b\\b+c\\d\end{pmatrix} = \vec{0} \Rightarrow d = 0$ INCONGRUENTE con (*)

$$\Rightarrow \begin{matrix} a = 1/2 \\ b = 1/2 \\ c = 1/2 \\ d = 1 \end{matrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{3.}$ Comentarios y procedimiento:

- Primero colocamos los datos en Excel
- Añadimos una columna desde 0 a 5, que nos será útil
- Calculamos en una columna los valores de $\chi_n^2(t)$ para $t = 0, \dots, 5$. Escogemos temporalmente $n = 1$ (lo variaremos más adelante)
- Ahora calculamos la distr. en los rangos del enunciado restando los valores calculados en el punto anterior.
- Estimamos los valores esperados multiplicando los valores del último punto por $m = 277$.
- Calculamos discrepancias y $b_n = \sum_{i=1}^{6} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
- Calculamos el estadístico de Pearson del enunciado:

$\hat{b}_n$ = INV. CHICUAD$(1 - \underbrace{0'074172}_{\text{p-valor}} ; \underbrace{5}_{})$ $\rightarrow$ $K-1=5$ en el teorema de Pearson ya que tenemos $K=6$ clases

- Variamos n hasta que se ajusten b_n y $\hat{b}_n$.

$\boxed{n=3}$ da una muy buena aprox.

ALEJANDRO SANTORUM VARELA 44090946-S PARCIAL 1

$\boxed{4.}$

$$\delta_n = \max\left\{\begin{array}{l} \max\{\overbrace{U(0'01)}^{=0'01}, |\overbrace{U(0'01)}^{=0'01} - 1/3|\} \\ \max\{|\overbrace{U(0'02)}^{=0'02} - 1/3|, |\overbrace{U(0'02)}^{=0'02} - 2/3|\} \\ \max\{|\overbrace{U(z)}^{=z} - 2/3|, |\overbrace{U(z)}^{=z} - 1|\} \end{array}\right\} =$$

$$= \max\left\{\begin{array}{l} \max\{0'01, 0'323\} \\ \max\{0'313, 0'6447\} \\ \max\{|z-2/3|, |z-1|\} \end{array}\right\}$$

Observamos ahora en la tabla de los percentiles de K-S el percentil $n=3$, $\alpha = 0'05$: sacamos el valor $0'70760$.

Buscamos $\delta_n > 0'70760$ para rechazar. (*)

Discernimos entre $|z-\frac{2}{3}|$ y $|z-1|$. Como $z \in [0,1] \Rightarrow$

$|z - 2/3| \leq 2/3 = 0'\hat{6} \Rightarrow$ no podemos rechazar con este

$$\Rightarrow \delta_n = |z-1| = |1-z| \overset{z \in [0,1]}{=} 1-z$$

Buscamos $1-z > 0'70760 \Rightarrow \boxed{z < 0'2924}$

Además, como la muestra ya está ordenada:

$$\boxed{z \in [0'02, 0'2924]}.$$