Problemas tema 2: campo electrostático en el vacío

1. Tres cargas de 1 C, 2 C y 3 C se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de lado a = 1 mm.

a) Obtenga la fuerza que las dos primeras cargas ejercen sobre la tercera.

b) ¿Dónde habría que situar la tercera carga para que ésta no sufriese fuerza alguna?

2. Dos cargas iguales de 3 nQ se encuentran fijas a una distancia d = 1 cm.

a) Obtenga el campo y el potencial electrostático para cualquier punto en un eje perpendicular al segmento que une las cargas y que pasa por su punto medio.

b) En el punto medio de dicho segmento hay un protón inicialmente en reposo. Si se desplaza ligeramente de dicha posición, ¿con qué velocidad termina escapando a la atracción de las dos cargas?

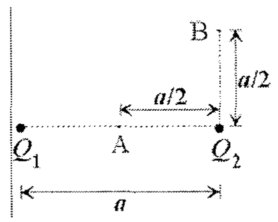
c) Si en el punto medio hubiese un electrón y se le desplazase ligeramente de su posición de equilibrio en la dirección perpendicular al segmento que une las dos cargas, ¿cuál sería el período de las pequeñas oscilaciones de dicho electrón?

3. Una pequeña esfera conductora de masa m = 50 g está cargada positivamente y cuelga del techo mediante un hilo de longitud 60 cm. La esfera está en el seno de un campo eléctrico horizontal, uniforme y estático cuyo valor es 100 V/m. Si en la configuración de equilibrio el hilo forma un ángulo de 30º con la vertical, ¿cuántos electrones perdió la esfera al ser cargada?

4. Dos cargas puntuales fijas, de valores Q_1 = 25 nC y Q_2 = –10 nC, se encuentran a una distancia a = 10 cm. Calcule

a) El campo eléctrico (módulo y orientación) en los puntos A y B de la figura adjunta.

b) El trabajo mínimo que sería necesario efectuar para separar las cargas otros diez centímetros.



X **5.** Un dipolo eléctrico está en el seno de un campo eléctrico uniforme. Obtenga la energía potencial del dipolo en función de la orientación relativa entre el dipolo y el campo. Como consecuencia ¿cuál es la orientación más estable del dipolo?

6. En cada uno de los vértices de un polígono regular de N lados hay una carga puntual de valor Q/N. Si R es la distancia entre cada vértice y el centro del polígono, calcule el potencial y el campo electrostático en cualquier punto del eje perpendicular al polígono que pasa por su centro. A partir de este resultado, halle el potencial y el campo electrostático creado por una circunferencia uniformemente cargada en cualquier punto del eje perpendicular a la misma que pasa por su centro.

X **7.** Usando la Ley de Gauss para la Electrostática, calcule el campo y el potencial electrostático en cualquier punto del espacio creado por:

a) una carga puntual de valor Q.

b) Una esfera uniformemente cargada de radio R y carga Q.

c) Una esfera hueca uniformemente cargada de radio R y carga Q.

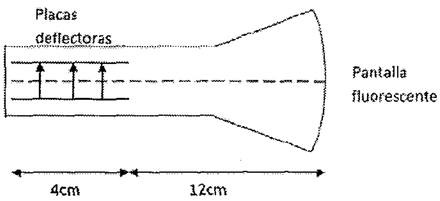
d) Una lámina indefinida uniformemente cargada con densidad superficial de carga .

e) Un alambre recto indefinido de densidad lineal de carga .

(**8.** Dos láminas paralelas cargadas cuya superficie es de 20 cm^2 se encuentran a una distancia de 1 cm. Las cargas de las láminas son, respectivamente, 5 nC y –2 nC. Si un electrón abandona la segunda lámina con velocidad inicial prácticamente nula ¿con qué velocidad impacta contra la primera lámina?

(**9.** Un electrón cuya energía cinética es 2×10^{-16} J se mueve hacia la derecha a lo largo del eje del tubo de rayos catódicos como se indica en la figura. Las placas deflectoras tienen una densidad de carga $\sigma = \pm1.77\ 10^{-1}$ pC/mm^2, estando la placa inferior cargada positivamente y la superior negativamente. Ambas generan un campo eléctrico **E** en la región comprendida entre dichas placas. En cualquier otro sitio **E**=0.

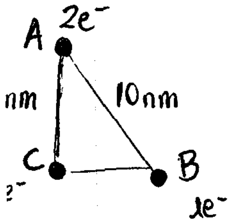
a) ¿A qué distancia del eje del tubo se encuentra el electrón cuando alcanza el extremo de las placas?



b) ¿Bajo qué ángulo respecto del eje se mueve el electrón?

c) A qué distancia del eje se encuentra el electrón cuando choca contra la pantalla fluorescente?

EJERCICIO VIERNES 17 DE FEBRERO



$\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ nm} = 6.10^{-9} \text{ m}$

a) F_T sobre e^- de C

b) $\vec{E}$ en C

c) V en C

d) U_T

a) b) Calculamos el campo y luego la fuerza

$$\vec{E}_c = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AC} = \frac{K\, q_e}{(\overline{BC})^2}(-1,0) + K\frac{2q_e}{(\overline{AC})^2}(0,-1) = 9.10^9 \cdot \frac{-1'6 .10^{-19}}{(6.10^{-9})^2}(1,0) + 9.10^9 \cdot \frac{-3'2.10^{-19}}{(8.10^{-9})^2}(0,$$

$$= (4, 4'5)\, 10^7 \text{ N/C}$$

$$\vec{F}_c = q_e \cdot \vec{E}_c = -1'6 .10^{-19} (4, 4'5).10^7 \text{ N}$$

c) Potencial en el punto C.

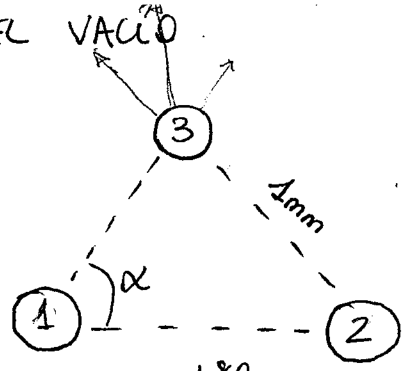
$$V_{Tc} = V_{AC} + V_{BC} = K\frac{q_A}{r_{AC}} + K\frac{q_B}{r_{BC}} = 9.10^9\left(\frac{-3'2.10^{-19}}{8.10^{-9}} + \frac{-1'6.10^{-19}}{6.10^{-9}}\right) = 0'6 \text{ V}$$

$$d)\; U_T = U_A + U_B + U_C = \underbrace{0}_{U_A} + \underbrace{K\frac{q_A q_B}{r_{AB}}}_{U_B} + \underbrace{K\frac{q_A q_C}{r_{AC}} + K\frac{q_B q_C}{r_{BC}}}_{U_C} =$$

J

HOJA 2: CAMPO ELECTROSTÁTICO EN EL VACÍO

$\boxed{1.}$ $\begin{cases} q_1 = 1C \\ q_2 = 2C \\ q_3 = 3C \end{cases}$ $a = 1mm = 0'001\,m = 10^{-3}\,m$



$\alpha = \frac{180}{3} = 60^\circ$

a) $\vec{F}_{T_{q_3}} = \vec{F}_{q_1q_3} + \vec{F}_{q_2q_3}$

$$\vec{F}_{q_1q_3} = K\frac{q_1q_3}{r^2}\hat{u}_{r_{13}} = 9.10^9 \cdot \frac{1C \cdot 3C}{(10^{-3})^2}(\cos 60^\circ, \operatorname{sen} 60^\circ) =$$

$$= (1'35.10^{16}, 2'34.10^{16})\,N$$

$$\vec{F}_{q_2q_3} = K\frac{q_2q_3}{r^2}\hat{u}_{r_{23}} = 9.10^9 \cdot \frac{2C \cdot 3C}{(10^{-3})^2}(-\cos 60^\circ, \operatorname{sen} 60) =$$

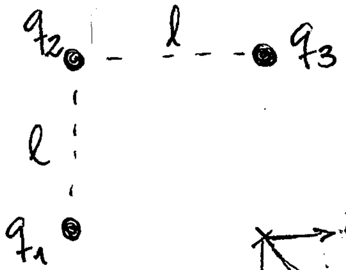
$$= (-2'7.10^{1}, 4'68.10^{1})\,N$$

$$F_{T_{q_3}} = (1'35.10^{16}, 2'34.10^{16}) + (-2'7.10^{16}, 4'68.10^{16}) =$$

$$= (-1'35.10^{16}, 7'02.10^{16})\,N$$

b) En el infinito.

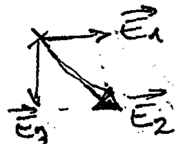
Tres cargas puntuales iguales de $q = +5 \cdot 10^{-\text{[illegible]}}\ C$ se sitúan en tres vértices de un cuadrado de lado $l = 2m$



a) Calcular $\vec{E}$ en cuarto vértice

b) Calcular el potencial eléctrico en el 4º vértice.

c) Calcular la energía potencial electrostática almacenada en el sistema de 3 cargas.



d) Calcular el W necesario para trasladar una carga de $10^{-4}\ C$ desde el 4º vértice al centro del cuadrado.

A) $$\vec{E} = \frac{Kq}{l^2}(1,0) + \frac{Kq}{2l^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right) - \frac{Kq}{l^2}(0,1) =$$

$$= \left(\frac{Kq}{l^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \frac{Kq}{l^2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} - 1\right)\right) = \left(1'5 \cdot 10^5, -1'5 \cdot 10^5\right) \frac{N}{C}$$

B) $$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{Kq}{r_1} + \frac{Kq}{r_2} + \frac{Kq}{r_3} = \frac{Kq}{l} + \frac{Kq}{\sqrt{2}\,l} + \frac{Kq}{l} =$$

$$= Kq\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l} + \frac{1}{\sqrt{2}\,l}\right) \frac{Nm}{C} \text{ ó } V. = 6'1 \cdot 10^6\ V$$

c) $$U_T = U_1 + U_2 + U_3 = 0 + \frac{Kq^2}{r_{12}} + \left(\frac{Kq^2}{r_{31}} + \frac{Kq^2}{r_{32}}\right) = \frac{Kq^2}{l} + \frac{Kq^2}{\sqrt{2}\,l} + \frac{Kq^2}{l} =$$

$$= \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{Kq^2}{l} = 30'45\ J$$

d) $W = q \cdot \Delta V$ $\quad r = r_1 = r_2 = r_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} l = \frac{\sqrt{2}}{2} l$

$$V_{centro} = \frac{Kq_1}{r_1} + \frac{Kq_2}{r_2} + \frac{Kq_3}{r_3} = \frac{3Kq}{r} = \frac{3Kq}{\sqrt{2}/2\,l} = \frac{90}{\sqrt{2}} \cdot 10^4\ V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = 10^{-4}\left(6'1 \cdot 10^6 - \frac{90}{\sqrt{2}} \cdot 10^4\right) = 510\ J$$

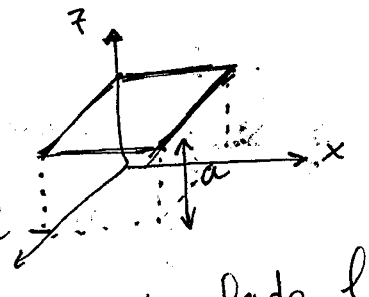
Dado $\vec{r} = (x, y, z)$. Hallar el flujo a través de un cuadrado de lado

l situado en $z=a$:

$$\phi = \int_{\text{cuadrado}} \vec{r} \cdot d\vec{s} \qquad \left.\begin{array}{l}\vec{r} = (x, y, z) \\ d\vec{s} = (0, 0, dxdy)\end{array}\right\} \vec{r} \cdot d\vec{s} = x \cdot 0 + y \cdot 0 + 1 \cdot z \cdot dxdy = z\,dxdy$$

cuadrado $\rightarrow$ $z=a$, $0<x<l$, $0<y<l$

$$\phi = \int z\,dxdy = a\int_0^l dx \int_0^l dy = a l^2$$

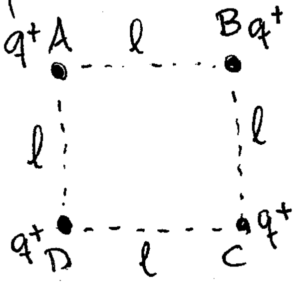


b) Hallar el flujo a través de otro cuadrado de lado l situado en $y=b$.

$$\phi = \int_{\text{cuadrado}} \vec{r} \cdot d\vec{s} \qquad \left\{\begin{array}{l} d\vec{s} = dxdz\,\hat{j} = (0, dxdz, 0) \\ \vec{r} = (x, y, z)\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{r} \cdot d\vec{s} = 0 \cdot x + dxdz \cdot y + 0 \cdot z = y\,dxdz$$

$$\Phi = \int y\,dxdz = b\int_0^l dx \int_l^l dz = bl^2$$

Calcular la energía almacenada (el trabajo necesario para construir) en un sistema de cargas puntuales $+q$ que forman un cuadrado de lado a.



$$W_A = 0$$

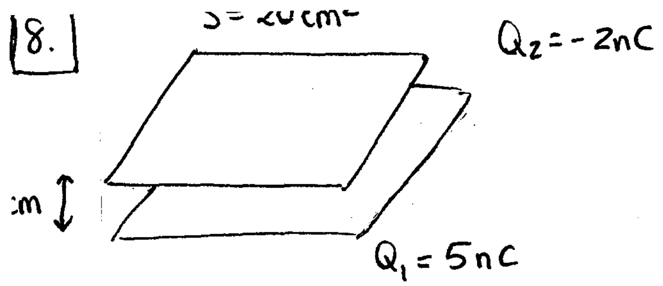
$$W_B = K\frac{q_A q_B}{r_{AB}} = K\frac{q^2}{l}$$

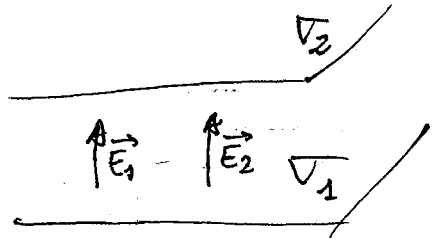
$$W_C = K\frac{q_C q_A}{r_{CA}} + K\frac{q_C q_B}{r_{CB}} = K\frac{q^2}{\sqrt{2}l} + K\frac{q^2}{l}$$

$$W_D = K\frac{q_A q_D}{r_{AD}} + K\frac{q_B q_D}{r_{BD}} + K\frac{q_C q_D}{r_{CD}} = K\frac{q^2}{l} + K\frac{q^2}{\sqrt{2}l} + K\frac{q}{}$$

$$W_T = W_A + W_B + W_C + W_D = (4+\sqrt{2})K\frac{q^2}{l}$$

18.





$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\hat{j} \qquad \sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1} \qquad \vec{E}_T = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{j} \qquad \sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2}$$

$\vec{F_e} = q_e \cdot \vec{E} = -1'6 \cdot 10^{-19} \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) =$ partícula sometida a una fuerza constante

Podemos aplicar el principio de conservación de la energía

$$E_{T_i} = E_{T_f} \qquad Ec_i + U_i = Ec_f + U_f$$

$$\underbrace{Ec_f - Ec_i}_{V_i = 0 \;\to\; \frac{1}{2} m V_f^2} = \underbrace{U_i - U_f}_{\to\; q_e(-\Delta V)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_f^2 = q_e(-\Delta V) \Rightarrow$$

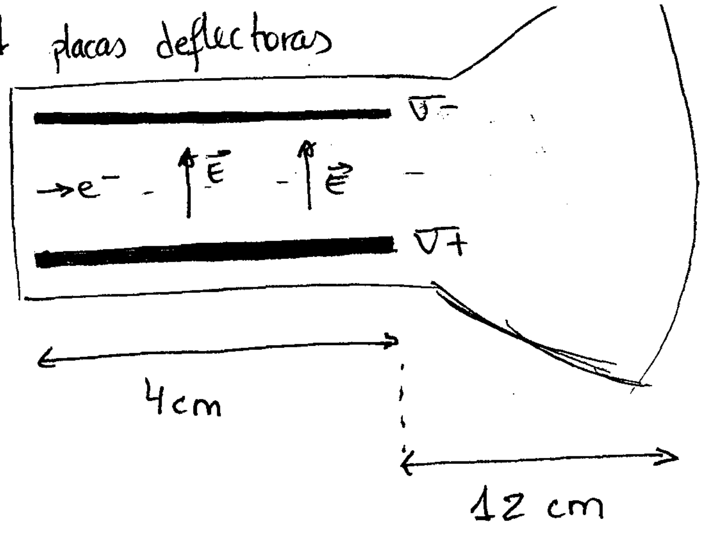
$$\Rightarrow V_f = \sqrt{\frac{-2q_e \Delta V}{m_e}}$$

$$\Delta V_{\text{placas}} = -\int_{r_i}^{r_f} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_{r_i}^{r_f} (E_x, E_y, E_z)(dx, dy, dz) = -\int_{y_i}^{y_f} E_y(-dy) = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}\int_{y_i}^{y_F} dy =$$

$$= \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}\right) y \Big]_{y_i}^{y_F} = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}\right) d$$

$$V_f = \sqrt{\frac{-2q_e}{m_e} \cdot \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)d}{2\varepsilon_0}}$$

4.



$E_c = 2 \cdot 10^{-16}$ J

$\sigma = \pm\, 1'77 \cdot 10^{-1}$ pC/mm^2

$$\vec{F_e} = \vec{E}_{int}\, q_e = q_e \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{j} = -|q_e| \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{j}$$

partícula sometida a una fuerza constante ($\rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_e}}{m_e}$)

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{V_0} t + \frac{1}{2}\vec{a}\, t^2 \begin{cases} x = \underbrace{\cancel{x_0}}_{0} + \underbrace{V_{0x}}_{V_{0x} = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}} t + \cancel{\frac{1}{2} a_x t^2} \overset{0}{} \\ y = \underbrace{\cancel{y_0}}_{0} + \underbrace{\cancel{V_{0y}}}_{0} t + \frac{1}{2} \underbrace{a_y}_{\frac{F_e}{m_e}} t^2 \end{cases}$$

0 pq la aceleración es nula en el eje

$$x = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}\, t \longrightarrow x = 4\text{cm} = 0'04\text{ m} \longrightarrow t = \frac{0'04}{\sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}}$$

$$y = \frac{1}{2}\frac{q_e E}{m_e} t^2 \qquad y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e E}{m_e}\left(\frac{0'04}{\sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}}\right)^2$$

b) $\vec{V} = \vec{V_0} + a \cdot t \begin{cases} V_x = v\cos\theta \\ V_y = v\,\text{sen}\,\theta \end{cases}$

$$V_x = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}$$

$$V_y = V_{0y} + a \cdot t$$