

## HOJA DE EJERCICIOS 2: Lógica de predicados EDyL 2013-2014

[Fecha de publicación: 2013/09/26]

[Fecha de entrega: 2013/10/08, 09:00]

[Resolución en clase: 2013/10/08]

### EJERCICIO 1 [Adaptado de Rosen, 7th ed. 1.5, ex. 20, 21, 22]:

Expresar las siguientes aseveraciones sobre operaciones con enteros en lógica de predicados, utilizando las relaciones y funciones matemáticas habituales:

constantes:  $\dots, -1, 0, 1, 2, \dots$

variables:  $n, m, \dots$  (dominio = números enteros)

predicados:  $=, >, <, \dots$

funciones:  $\_^2, \_+ \_, \_ * \_, \_ / \_, | \_ |, \dots$

Ejemplo: "El producto de dos enteros negativos es positivo"

$$\forall n, m [ (m < 0) \wedge (n < 0) ] \Rightarrow (m * n > 0)$$

(a) "El promedio de dos enteros positivos es positivo"

$$\forall n, m [ (m > 0) \wedge (n > 0) ] \Rightarrow [ ((m+n)/2) > 0 ]$$

(b) "La diferencia entre dos números negativos no es necesariamente negativa"

$$\exists n, m [ (m < 0) \wedge (n < 0) \wedge \neg [ (m-n) < 0 ] ]$$

(c) "El valor absoluto de la suma de dos enteros no excede la suma de los valores absolutos de cada uno de los enteros"

$$\forall n, m [ \neg ( |m+n| > [ |m| + |n| ] ) ]$$

(d) "Todos los números enteros positivos se pueden expresar como la suma de los cuadrados de 4 enteros"

$$\forall n [ (n > 0) \Rightarrow [ \exists n_1, n_2, n_3, n_4 (n = (n_1)^2 + (n_2)^2 + (n_3)^2 + (n_4)^2) ] ]$$

(e) "Hay números enteros positivos que no se pueden expresar como la suma de los cuadrados de 3 enteros"

$$\exists n [ (n > 0) \wedge \neg [ \exists n_1, n_2, n_3 (n = (n_1)^2 + (n_2)^2 + (n_3)^2) ] ]$$

## EJERCICIO 2[Adaptado de Rosen]:

Utilizando los predicados

Igual(x,y): "x es igual a y"

M(x,a): "la empresa de desarrollo de software x ha hecho un estudio de mercado para la aplicación a"

T(x,a): "la empresa de desarrollo de software x ha realizado pruebas de uso exhaustivas para la aplicación a"

C(x,a): "la empresa de desarrollo de software x comercializa la aplicación a"

y la función

empresa(a): "Empresa de desarrollo de software que ha desarrollado la aplicación a"

escribir FBFs de la lógica de predicados que expresen de manera correcta y lo más literal posible las siguientes frases

- (a) "Todas las empresas de desarrollo de software hacen pruebas de uso exhaustivas para las aplicaciones que desarrollan"

$$\forall a \forall x [\text{Igual}(x, \text{empresa}(a)) \Rightarrow T(x, a)]$$
$$\forall a T(\text{empresa}(a), a)$$

- (b) "Solo las aplicaciones para las cuales una empresa de desarrollo de software ha hecho un estudio de mercado son desarrolladas por dicha empresa".

$$\forall a \forall x [\text{Igual}(x, \text{empresa}(a)) \Rightarrow M(x, a)] \text{ o }$$
$$\forall a M(\text{empresa}(a), a)$$

- (c) "Todas las aplicaciones para las cuales una empresa de desarrollo de software ha hecho un estudio de mercado son desarrolladas por dicha empresa".

$$\forall a \forall x [M(x, a) \Rightarrow \text{Igual}(x, \text{empresa}(a))]$$

- (d) "Las empresas de desarrollo de software no comercializan las aplicaciones que han desarrollado, a menos que hayan hecho un estudio de mercado y realizado pruebas de uso exhaustivas para dichas aplicaciones"

$$\forall a [\neg (M(\text{empresa}(a), a) \wedge T(\text{empresa}(a), a)) \Rightarrow \neg C(\text{empresa}(a), a)]$$
$$\equiv \forall a [C(\text{empresa}(a), a) \Rightarrow (M(\text{empresa}(a), a) \wedge T(\text{empresa}(a), a))]$$

**EJERCICIO 3 [Adaptación de “Introducción a la Lógica Formal”, A. Deaño, ej. 81]:**

Escribe las siguientes frases como FBFs. Para ello, determina previamente:

- qué variables se utilizarán y en qué dominio,
- los predicados y/o funciones necesarios, indicando cuántos argumentos tomarán y cuál es la interpretación de cada uno de ellos.

No olvides utilizar paréntesis para delimitar el ámbito de las variables.

Constantes: Lancelot, Ginebra, Arturo

Variables:  $x, y, \dots$  (dominio: personas)

Predicados o relaciones para personas:  $\text{Ama}^2, \text{Odia}^2, \text{EsAmigo}^2$

a) “Lancelot ama a la Reina Ginebra”

$\text{Ama}(\text{Lancelot}, \text{Ginebra})$

b) “Lancelot no ama a ninguno de sus amigos”

$\forall x [\text{Es\_Amigo}(x, \text{Lancelot}) \Rightarrow \neg \text{Ama}(\text{Lancelot}, x)]$

c) “El Rey Arturo es amigo de Lancelot”

$\text{Es\_Amigo}(\text{Arturo}, \text{Lancelot})$

d) “Los amigos de Lancelot odian a aquellos a quienes Lancelot ama”

$$\begin{aligned} &\forall x [\text{EsAmigo}(x, \text{Lancelot}) \Rightarrow \forall y [\text{Ama}(\text{Lancelot}, y) \Rightarrow \text{Odia}(x, y)]] \\ &\forall x \forall y [[\text{EsAmigo}(x, \text{Lancelot}) \wedge \text{Ama}(\text{Lancelot}, y)] \Rightarrow \text{Odia}(x, y)] \end{aligned}$$

e) “El Rey Arturo odia a la Reina Ginebra”

$\text{Odia}(\text{Arturo}, \text{Ginebra})$

#### EJERCICIO 4:

Utilizando los predicados

Oír(x,y): "x puede oír y"

Grito(x,y): "x es el grito emitido por y"

Situado(x,y): "x está situado en la localización y"

Espacio(x): "x es una localización en el espacio exterior"

a) Traduce al castellano la FBF en lógica de primer orden

$$\forall t \ [ [\exists x [\text{Situado}(t,x) \wedge \text{Espacio}(x)] ] ] \\ \Rightarrow [ \neg \exists y \text{ Oír}(t,y) ] ]$$

"En el espacio, nadie puede oír nada"

Escribe las siguientes frases como FBFs en lógica de primer orden:

b) "Nadie puede oír los gritos de nadie"

$$\forall t [ \neg \exists y [ \exists z [ \text{Grito}(z,t) \wedge \text{Oír}(y,z) ] ] ] \equiv \\ \forall t \forall y \forall z [ \text{Grito}(z,t) \Rightarrow \neg \text{Oír}(y,z) ] ]$$

c) "En el espacio nadie puede oír tus gritos" (en esta frase "tú" es genérico, es decir, se podría reescribir "En el espacio nadie puede oír los gritos de nadie")

$$\forall t [ [ \exists x [ \text{Situado}(t,x) \wedge \text{Espacio}(x) ] ] \Rightarrow \\ \neg \exists y [ \exists z [ \text{Grito}(z,t) \wedge \text{Oír}(y,z) ] ] ] \equiv \\ \forall t \forall z [ [ \exists x [ \text{Situado}(t,x) \wedge \text{Espacio}(x) ] \wedge \text{Grito}(z,t) ] \Rightarrow \\ \neg \exists y [ \text{Oír}(y,z) ] ]$$

## EJERCICIO 5 [Adaptado de Deaño]:

Traducir a lógica de predicados las siguientes expresiones de lenguaje natural.

Indicar el ámbito de las variables utilizadas y el significado de relaciones y funciones utilizadas, en caso de que no sea fácil deducirlo por el contexto.

- (a) "Cuando uno ha visto un muerto ha visto todos"

$x, y, z$  (personas)

$$\forall x [\exists y \text{ HaVisto}(x, y) \wedge \text{Muerto}(y)] \Rightarrow [\forall z (\text{Muerto}(z) \Rightarrow \text{HaVisto}(x, z))]$$

- (b) "No es posible imaginar nada extraño e increíble que no haya sido dicho por algún filósofo"  
(Descartes, "Discurso del Método" citado por Deaño)

$$\forall x [ [\text{Extraño}(x) \wedge \text{Increible}(x)] \Rightarrow \exists q [\text{Filósofo}(q) \wedge \text{HaDicho}(q, x)] ]$$

- (c) "Hay al menos dos personas que cantan"

$$\exists x, y [C(x) \wedge C(y) \wedge (x \neq y)]$$

- (d) "Hay a lo sumo dos personas que cantan"

$$\forall x, y, z [ [C(x) \wedge C(y) \wedge C(z)] \Rightarrow [(x=y) \vee (y=z) \vee (x=z)] ]$$

- (e) "Hay exactamente dos personas que cantan"

$$\exists x, y [C(x) \wedge C(y) \wedge (x \neq y) \wedge [\forall z (C(z) \Rightarrow ((z=x) \vee (z=y)))] ]$$