

Análisis de Algoritmos, Gr. Ing. Informática
Examen Final, Primera Parte, Enero 2018

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Aula:

Bloque:

1	2	P. 1

Observaciones y advertencias: léanse detenidamente antes del inicio del examen

1. El alumno escribirá su nombre en **TODAS** las hojas de examen que se le entreguen y devolverá **TODAS ELLAS** al terminar el examen, separando cuidadosamente las hojas a corregir de las usadas como borrador (**ha de extremarse el cuidado en dicha separación, pues los borradores NO se corregirán en ningún caso**). El no hacerlo así se considerará como indicio de posible participación en copia.
2. Se recuerda que, como es obvio, el alumno **TIENE LA OBLIGACIÓN** de custodiar **ACTIVAMENTE** las hojas y otros materiales suyos con los que trabaje en el examen, manteniéndolos fuera del alcance visual o físico de otros estudiantes. El no hacerlo así se considerará como indicio de participación en copia.
3. Las incidencias de copia detectadas durante el examen o en su corrección se pondrán en conocimiento de la Dirección de la EPS para aplicación de la normativa correspondiente,
4. Los estudiantes que **NO se hayan presentado a algún parcial** y no hayan seguido por tanto el itinerario de evaluación continua, deberán obtener una puntuación media de 7 en las preguntas 1 de cada parte del examen.
5. **Sólo se tendrán en cuenta aquellas respuestas debidamente razonadas, salvo que se indique lo contrario**

Preguntas

1. a. (2 puntos)
 - i) Dada una permutación σ de N elementos, expresar el valor del elemento i -ésimo $\sigma^t(i)$ de σ^t en función del valor de algún elemento $\sigma(j)$ de σ .
 - ii) Si σ es una permutación de N elementos, ¿cuánto vale $\text{inv}(\sigma^t) + \text{inv}((\sigma^t)^t)$?
- b. (3 puntos) Dar la evolución del algoritmo InsertSort sobre la tabla [12 17 4 11 16 9] indicando para cada iteración externa el índice del elemento a insertar, el estado de la tabla tras la iteración y el número de comparaciones de clave realizadas en la misma.
- c. (5 puntos) La probabilidad de tener que buscar el elemento i -ésimo de una cierta tabla es

$$P(K = T[i]) = \frac{1}{C_N} x^{\frac{1}{5}}$$

donde C_N es una constante que garantiza que $\sum_1^N P(K = T[i]) = 1$.

Estimar razonadamente y con la mayor precisión posible el crecimiento asintótico del coste medio $A_{BL}^e(N)$ de las búsquedas lineales realizadas con éxito sobre dicha tabla desarrollando los siguientes pasos:

- a) Expresar C_N como una cierta suma.
 - b) Expresar $A_{BL}^e(N)$ como el cociente de dos ciertas sumas.
 - c) Estimar el crecimiento asintótico de ambas sumas desarrollando de manera detallada la estimación en uno de los dos casos.
 - d) Derivar razonadamente el crecimiento asintótico de $A_{BL}^e(N)$.
2. a. (2 puntos)
 - i) Indicar directamente el orden de crecimiento de $S_N = \sum_2^N \log n$ y de $S_N = \sum_1^N \frac{1}{n}$.
 - ii) ¿Qué se entiende por un algoritmo A de ordenación local? ¿Cuántas comparaciones hará como mínimo un algoritmo local sobre la permutación $\sigma = [N, N-1, \dots, 1]$?
 - b. (4 puntos) Si $T_1 \sim f^3$ y $T_2 = o(f^2)$, todas ellas funciones crecientes, positivas y que tienden a ∞ con N , argumentar la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
 - i. $T_1 + T_2 \sim f^3$.
 - ii. $(T_1)^{\frac{1}{2}} + T_2 = o(f^2)$.
 - iii. $\log T_1 = o(\log f)$.
 - iv. $e^{T_2} = o(e^f)$.
 - c. (4 puntos) Estimar razonadamente y en función de N el número de comparaciones de clave de cualquier algoritmo local sobre la permutación de $N = 2K$ elementos

$$\sigma = (K+1, K, K+2, K-1, K+3, K-2, \dots, 2K-1, 2, 2K, 1).$$

Análisis de Algoritmos, Gr. Ing. Informática
Examen Final, Segunda Parte, Enero 2018

Apellidos:
Grupo:

Nombre:
Aula:

Bloque:

1	2	P. 2

Preguntas

1. a. (4 puntos)

i) ¿Qué es la longitud de caminos externos de un árbol binario? ¿Qué relación tiene con el coste medio sobre tablas de N elementos de un algoritmo de ordenación por comparación de claves?

ii) Dar dos algoritmos de ordenación por comparación de claves que tengan un coste óptimo en el caso peor. Si hubiera que escoger uno de los dos, ¿cuál sería? ¿Por qué?

b. (6 puntos)

Estimar razonadamente el crecimiento de una función T que cumple $T(1) = 0$ y

$$T(N) \leq N^{\frac{1}{3}} + 3T\left(\left\lfloor \frac{N}{27} \right\rfloor\right).$$

Considerar primero un caso particular adecuado y deducir luego una estimación general.

2. a. (3 puntos)

Situar la tabla $[2 \ 4 \ 7 \ 3 \ 5 \ 8 \ 6]$ en un heap y contruir el MaxHeap asociado a la misma indicando de manera general el procedimiento a seguir y dando el estado del heap en cada paso.

b. (7 puntos)

Se quiere aplicar el algoritmo MergeSort sobre tablas de 4 elementos. ¿Qué comparación de claves se hace en primer lugar? ¿Cuál se hace en segundo?

Suponiendo que en ambas gana la clave en la posición del **menor** índice, dar el subárbol de decisión que se obtendría a partir de la segunda comparación de claves.

Análisis de Algoritmos, Gr. Ing. Informática
Examen Final, Tercera Parte, Enero 2018

Apellidos:
Grupo:

Nombre:
Aula:

Bloque:

P. 1	P. 2	1	2	P. 3	T

Preguntas

1. a. (2 puntos)

¿Cuál es el coste en comparaciones de clave de buscar en un AVL en el caso peor? ¿Y el coste en cdcs de insertar también en el caso peor?

¿Qué desequilibrios NO pueden presentarse al construir un AVL? ¿Por qué?

b. (4 puntos)

Construir razonadamente el árbol AVL asociado a la lista [10 11 8 5 7 3 4], indicando en cada paso los desequilibrios a arreglar y las acciones a tomar.

c. (4 puntos)

Queremos construir una tabla hash con direccionamiento abierto y **sondeos lineales** para almacenar $N = 72$ datos. Si queremos que el número medio de sondeos en **búsquedas con éxito** sea cómo mucho 5, ¿cuántas posiciones m ha de tener dicha tabla como mínimo?

Para dicho m , ¿cuál será el número medio de sondeos en **búsquedas con fracaso**?

2. a. (1 punto)

¿Por qué el factor de carga en hash con encadenamiento puede ser mayor que 1? ¿Por qué el factor de carga en hash con direccionamiento abierto NO puede ser mayor que 1?

b. (2 puntos)

Expresar mediante la notación $O(f(N))$ cuál es la profundidad media de un ABdB con N nodos. ¿Qué relación hay entre dicha profundidad y el número medio de comparaciones de clave para búsquedas en un tal ABdB?

c. (4 puntos)

Si de un cierto método hash H con **encadenamiento** se conoce el coste medio $A_H^f(N, m) = \phi(\lambda)$ de las búsquedas con fracaso en una tabla con m punteros y N datos, donde ϕ es una cierta función y $\lambda = N/m$, **deducir razonadamente** el coste medio $A_H^e(N, m)$ del mismo para las búsquedas con éxito mediante una expresión que involucre ϕ . Si se tiene $A_H^f(N, m) = 1/(1 - \lambda)^2$, ¿cuánto valdrá $A_H^e(N, m)$ en función de lo anterior?

d. (3 puntos)

Queremos estudiar la cantidad $G_n = \sum_1^n F_j$ donde F_j es el j -ésimo número de Fibonacci. Escribir una tabla para $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ con los distintos valores de G_n y dar una expresión para la misma. A continuación intentar demostrar su corrección mediante inducción.