8 Ejercicio 8

Reducción al absurdo. Supongamos que $n = ab$ con $a, b > 1$ y $a, b \in \mathbb{N}$. Usando el resultado del ejercicio 7 tenemos que $2^{ab} - 1 = (2^a)^b - 1 = (2^a - 1)((2^a)^{b-1} + (2^a)^{b-2} + ... + 2^a + 1)$. Pero al ser $a > 1$ tendríamos que $(2^a - 1)$ es mayor que 1 y divide a $(2^{ab} - 1)$, por lo que llegamos a que $2^{ab} - 1$ no es primo.

9 Ejercicio 9

Reducción al absurdo. Supongamos que n no es una potencia de 2, por lo que podremos escribir n como $n = 2^a b$ con b impar. Usando el resultado del ejercicio 6: $(2^{2^a})^b + 1 = (2^{2^a} + 1)((2^{2^a})^{b-1} - (2^{2^a})^{b-2} + ... - 2^{2^a} + 1)$.
Hemos obtenido un factor no trivial de $2^{2^a b} + 1$, que sería $2^{2^a} + 1$, por lo que $2^{2^a b} + 1$ no es un número primo.