primera-clase-SOL

October 12, 2017

POTENCIAS
£Es mayor n^{n+1} o $(n+1)^n$?

```
In [1]: 50^(51)>51^(50)
```

```
Out[1]: True
```

```
In [2]: print [n^(n+1)>(n+1)^n for n in srange(2,100)]
```

```
[False, True, True, True, True, True, True, True, True, True, True, True, True, True, True, Tru
```

```
In [3]: time L = [n^(n+1)>(n+1)^n for n in srange(3,1000)]
```

```
CPU times: user 8 ms, sys: 0 ns, total: 8 ms
Wall time: 4.73 ms
```

```
In [4]: all(L)
```

```
Out[4]: True
```

```
In [5]: L2 = [n^(n+1)-(n+1)^n>(n-3)*n^n for n in srange(3,10)]
```

```
In [6]: L2
```

```
Out[6]: [True, True, True, True, True, True, True]
```

```
In [7]: time L3 = [n^(n+1)-(n+1)^n>(n-3)*n^n for n in srange(3,1000)]
```

```
CPU times: user 4 ms, sys: 4 ms, total: 8 ms
Wall time: 7.91 ms
```

```
In [8]: all(L3)
```

```
Out[8]: True
```

CUADRADOS
£Es cierto que si tenemos 3 enteros, x, y, z, tales que $x^2 + y^2 = z^2$ NO es posible que ambos x e y sean impares?£Es cierto que siempre el producto $x \cdot y \cdot z$ de tales enteros es múltiplo de 60?

```
In [9]: time [(x,y) for x in srange(1,100) for y in srange(1,100) if is_square(x^2+y^2) and (x
```

```
CPU times: user 24 ms, sys: 4 ms, total: 28 ms
Wall time: 22 ms
```

```
Out[9]: []
```

```
In [10]: time [(x,y) for x in srange(1,1000) for y in srange(1,1000) if is_square(x^2+y^2) and
```

```
CPU times: user 1.64 s, sys: 144 ms, total: 1.78 s
Wall time: 1.64 s
```

```
Out[10]: []
```

Como obtenemos una lista vacía, hemos comprobado que no es posible que X e y sean ambos impares. £Cuál es el motivo? Si ambos fueran impares, la suma de sus cuadrados sería par, luego z^2 sería par y, por tanto, z también sería par. En consecuencia, 4 sería un divisor de $x^2 + y^2$, pero eso es imposible porque $(2m+1)^2 + (2n+1)^2$ es, como vemos desarrollando los cuadrados, múltiplo de 2 pero no de 4.

```
In [11]: def sumacuadrados():
             L = []
             for x in xsrange(1,1000):
                 for y in xsrange(1,1000):
                     zc = x^2+y^2
                     if is_square(zc):
                         z = floor(sqrt(zc))
                         if x*y*z%60 != 0:
                             print x,y,z
                             break
                             break


         %time sumacuadrados()
```

```
CPU times: user 1.33 s, sys: 144 ms, total: 1.47 s
Wall time: 1.33 s
```

Como no se imprime nada, hemos comprobado también la segunda afirmación. Si queremos estudiar el motivo debemos usar la solución de la ecuación. Se sabe, desde la antiguedad, que todas las tripletas (x, y, z) que cumplen $x^2 + y^2 = z^2$ son múltiplos enteros de las tripletas

$$(r^2 - s^2, 2rs, r^2 + s^2)$$

con r y s enteros primos entre sí.