UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura: SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo: 231

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día: 9 de abril de 2015. Examen parcial.

1.1 (0.5)	1.2 (1)	1.3 (1)	1.4 (0.5)	2.1 (1)	2.2 (1.5)	2.3 (1)	2.4 (1)	2.5 (1)	3 (1.5)	Total (10)

1. PROBLEMA (3 puntos).

Una empresa tiene 3 máquinas que se estropean pasado un tiempo que se encuentra distribuido de forma exponencial y cuyo valor promedio es de 6 días. Para reparar las máquinas, la empresa cuenta con dos empleados que tardan un tiempo en reparar cada máquina que también se encuentra distribuido de forma exponencial, y con valor promedio de 3 días. Cada empelado solo puede reparar una máquina a la vez. Suponer despreciable el tiempo de desplazamiento de los empleados de una máquina a otra.

1.1 (0.5 puntos) Justificar razonadamente un modelo de colas válido para describir el escenario planteado. No se considerarán respuestas sin razonar.

Se trata de un sistema **M/M/2/Inf/3** debido a que:

- Hay M=3 máquinas que se estropean pasado un tiempo que está distribuido de forma exponencial. Estas máquinas son los clientes del sistema.
- Hay dos servidores que son los empleados. Luego c = 2.
- El tiempo que tarda cada empleado en reparar cada máquina está distribuido de forma exponencial.
- El tamaño de la cola se puede considerar infinito.

1.2 (1 puntos) Calcular la fracción de tiempo que está ocupado cada empleado.

La fracción de tiempo que está ocupado cada empleado es el factor de utilización de cada servidor.

$$\rho = 1 - \sum_{n=0}^{c-1} p_n \frac{c-n}{c} = 1 - p_0 - 0.5p_1$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \binom{M}{n}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=c}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{c^{n-c}c!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

Por otro lado λ=1/6 máquinas estropeadas por día y μ=1/3 máquinas arregladas por día.

$$p_0 = \left[\binom{3}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0 + \binom{3}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1 + \binom{3}{2}\frac{2!}{2^0 2!}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \binom{3}{3}\frac{3!}{2^1 2!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-1} = 0.291$$

$$p_1 = p_0 \binom{M}{1}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 = 0.4365$$

$$\rho = 1 - \sum_{n=0}^{c-1} p_n \frac{c-n}{c} = 1 - p_0 - 0.5p_1 = 1 - 0.291 - 0.5 \cdot 0.4365 = 0.491$$

Cada operario estará ocupado cerca del 50% del tiempo.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo 231

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día 9 de abril de 2015. Examen parcial.

1.3 (1 puntos) Calcular el tiempo promedio que tarda una máquina en repararse desde que se estropea.

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{\mu\rho c}{\lambda} = 3 - \frac{6 \cdot 2 \cdot 0.491}{3} = 1.036$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} = \frac{1.036}{\frac{1}{3} \cdot 0.491 \cdot 2} = 3.165\ días$$

1.4 (0.5 puntos) Calcular el número promedio de máquinas estropeadas que estarán esperando en un momento arbitrario del tiempo a ser reparadas por alguno de los empleados.

$$W_q = W - \frac{1}{\mu} = 3.165 - 3 = 0.165\ días$$

$$L_q = W_q\lambda' = W_q\mu\rho c = 0.165 \cdot \frac{1}{3} 0.491 \cdot 2 = 0.05401\ máquinas$$

2. PROBLEMA (5.5 puntos).

Una empresa tiene un sistema dedicado para la gestión de la información de sus empleados. Dicho sistema recibe peticiones de los clientes según un proceso poisson con una media de **5 peticiones por segundo**. Las peticiones son recibidas inicialmente por un servidor proxy que tiene una pequeña cache de tal modo que el 25% de las peticiones son respondidas por él y no necesitan proceso adicional (se dan por concluidas y no requerirán más proceso en el sistema). En promedio la CPU del servidor proxy tarda **50ms** en analizar cada petición. El resto de peticiones son enviadas por el servidor proxy a un distribuidor de carga, que analiza el contenido de las peticiones para saber si han de invocar un servlet o son de acceso a una página web estática. Se estima que en promedio el 50% de las peticiones han de invocar un servlet. Además, la CPU del distribuidor de carga tarda en promedio **100ms** en procesar cada petición. Si las peticiones han de acceder a un servlet, el distribuidor de carga las envía a otro servidor donde se encuentra un servlet engine. Este servidor tiene una CPU que tarda **62.5ms** en promedio procesar cada petición. Sin embargo, se estima que cada servlet necesita invocar otro servlet con una probabilidad del 75%. Por otro lado, el distribuidor de carga pasa las peticiones correspondientes a páginas web estáticas (50% de las peticiones) a otro servidor cuya CPU procesa cada petición en **200ms** en promedio. Finalmente, una vez las peticiones han sido procesadas del todo por el servidor de servlets o el servidor de páginas estáticas, estas se registran en un log en un último servidor. La CPU de dicho servidor tarda **50ms** en realizar esta tarea en promedio. Finalmente, tras registrar la petición en el log, se ha observado que con una probabilidad del 50% dicha petición necesitará invocar otra petición adicional en el sistema de gestión antes de darse por completada. Esta petición nueva será recibida por el servidor proxy.

Considerar que todos los tiempos están distribuidos de forma exponencial y que todos los servidores se encuentran en estado estacionario y que tienen una cola de tamaño infinito.

2.1 (1 puntos) Dibujar el diagrama de proceso del sistema completo, e indicar (no calcular) las tasas de llegada a la entrada de cada servidor. Indicar también la capacidad de cada

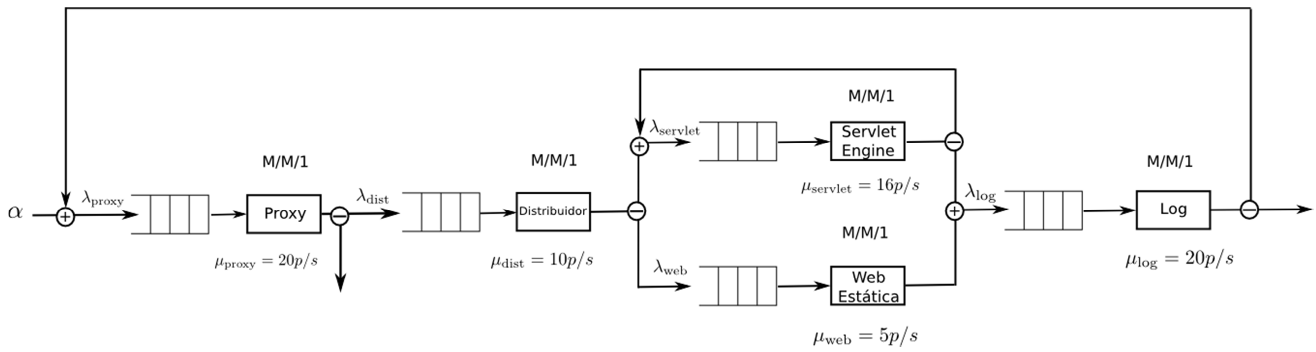
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo 231

Apellidos Nombre

Ejercicio del día 9 de abril de 2015. Examen parcial.

servidor. Dar una explicación razonada de qué modelo, según la notación de Kendall, será aplicable a cada una de sus componentes. Indicar las suposiciones y teoremas utilizados.



Cada uno de los subsistemas presentados en el diagrama se pueden modelar de acuerdo a un modelo M/M/1aplicando el teorema de Jackson. Esto es así porque todos los tiempos están distribuidos de forma exponencial, cada subsistema tiene un único servidor, las colas son infinitas, la red es una red de colas abierta ya que la probabilidad de salir de la red es estrictamente mayor que 0, y según nos han indicado en el enunciado todos los sistemas están en estado estacionario.

2.2 (1.5 puntos) Calcular la tasa de llegadas efectiva a la entrada de cada servidor (Proxy, Distribuidor de carga, Servlet Engine, Web estática y Log).

Como los sistemas están en estado estacionario a la salida tendrán la misma tasa que a la entrada.

$\alpha=5p/s$
$\lambda proxy = \alpha+0.5\ \lambda log$
$\lambda dist = 0.75\ \lambda proxy$
$\lambda servlet= 0.5\ \lambda dist + 0.75\ \lambda servlet$
$\lambda servlet= 0.5\ \lambda dist / 0.25 = 2\ \lambda dist = 1.5\ \lambda proxy$
$\lambda web = 0.5\ \lambda dist = 0.5 \cdot 0.75\ \lambda proxy = 3 / 8\ \lambda proxy$
$\lambda log = 0.25\ \lambda servlet + \lambda web = 3/8\ \lambda proxy + 3 / 8\ \lambda proxy =6/8\ \lambda proxy$

$\lambda proxy = \alpha+0.5\ 6/8\ \lambda proxy = \alpha+ 6/16\ \lambda proxy$

$\lambda proxy = \alpha\ 16 / 10 = 1.6\ \alpha = 8\ p/s$
$\lambda dist = 0.75\ \lambda proxy = 3 / 4 \cdot 8 = 6\ p/s$
$\lambda servlet=1.5\ \lambda proxy= 1.5 \cdot 8 = 12\ p/s$
$\lambda web=3 / 8\ \lambda proxy = 3\ p/s$
$\lambda log = 6/8\ \lambda proxy = 6\ p/s$.

Comprobamos que en efecto cada servidor está en estado estacionario.

2.3 (1 puntos) Calcular justificadamente el número medio de peticiones en todo el sistema.

Usamos el teorema de Jackson del que se deduce que el número total de peticiones es la suma de las peticiones en cada sub-sistema, que vendrían dadas por las fórmulas del modelo M/M/1.

$\rho proxy = \lambda proxy / \mu proxy = 8 / 20 = 0.4$

(IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR

ρdist = λdist / μdist = 6 / 10 = 0.6
ρservlet = λservlet / μservlet = 12 / 16 = 0.75
ρweb = λweb / μweb = 3 / 5 = 0.6
ρlog = λlog / μlog = 6 / 20 = 0.3

Lproxy = ρproxy / (1 – ρproxy) = 0.4 / 0.6 = 0.67
Ldist = ρdist / (1 – ρdist) = 0.6 / 0.4 = 1.5
Lservlet = ρservlet / (1 – ρservlet) = 0.75 / 0.25 = 3
Lweb = ρweb / (1 – ρweb) = 0.6 / 0.4= 1.5
Llog = ρlog / (1 – ρlog) = 0.3 / 0.7= 0.43

Ltotal = Lproxy + Ldist + Lservlet + Lweb + Llog = 0.67 + 1.5 + 3 + 1.5 + 0.43 = 7.1 peticiones

2.4 (1 puntos) Calcular justificadamente el tiempo medio de respuesta de todo el sistema.

Usamos Little:

Wtotal = Ltotal / α = 7.1 / 5 = 1.42 segundos

2.5 (1 puntos) Determinar justificadamente un cuello de botella en el sistema descrito anteriormente. No se tendrán en cuenta respuestas no razonadas.

Hay varios sistemas sobrecargados. Se puede ver en su factor de utilización del servidor que es muy alto. Estos son: el servidor de servlet engine, el distribuidor de carga, y el servidor web. Sin embargo, el más sobrecargado de todos es el servidor del servlet engine que tiene rho = 0.75.

3. PROBLEMA (1.5 puntos).

Un servidor recibe trafico poisson con un ritmo de llegadas de 1 petición por segundo. Dicho servidor tiene una cola de tamaño infinita y un tiempo de servicio que es siempre el mismo independientemente de la petición e igual a 100ms.

3.1 (0.5 puntos) Justificar la elección de un modelo de teoría de colas para analizar dicho sistema. No se considerarán respuestas sin razonar.

-La cola es infinita, el tiempo de servicio determinista, y el tiempo entre llegadas está distribuido de forma exponencial. Hay un solo servidor. El modelo es por tanto M/D/1 o M/G/1.

3.2 (1 puntos) Calcular el tiempo medio de respuesta de dicho servidor.

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\lambda (Ts)^2}{2(1-\rho)} + Ts = \frac{1 \cdot 0.01}{2(1-0.1)} + 0.1 = 0.106s$$

Formulario:

Modelo M/M/1

$$p_n = (1-\rho)(\rho)^n$$

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$F_W(t) = 1 - e^{-(\mu-\lambda)t}$$

Modelo M/M/c:

$$p_n = \begin{cases} p_0 \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} & (n < c) \\ p_0 \dfrac{c^c}{c!}\left(\dfrac{\lambda}{c\mu}\right)^n & (n \geq c) \end{cases}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!(1-\rho)}\right]^{-1}$$

$$P_q = \frac{p_c}{1-\rho} = E_c(c,u)$$

$$L = \frac{P_q \rho}{1-\rho} + c\rho$$

Modelo M/M/c/c:

$$p_n = p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!} \quad (0 \leq n \leq c)$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1}$$

Modelo M/G/1:

$$L = \frac{\lambda^2 \mathrm{E}\left[S^2\right]}{2(1-\rho)} + \rho$$

$$\rho = \lambda/\mu$$

Modelo M/M/1/K:

$$p_n = p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \quad (0 \leq n \leq K)$$

$$p_0 = \begin{cases} \left[\dfrac{1-\lambda/\mu}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \neq \mu) \\ \dfrac{1}{K+1} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{\mu}\left[\dfrac{1-(\lambda/\mu)^K}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \neq \mu) \\ \dfrac{K}{K+1} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

$$L = \begin{cases} \dfrac{\lambda/\mu}{1-\lambda/\mu}\left[\dfrac{1-(K+1)(\lambda/\mu)^k + K(\lambda/\mu)^{K+1}}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \neq \mu) \\ \dfrac{K}{2} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

Modelo M/M/1//M

$$p_n = p_0 \binom{M}{n} n! \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = p_0 \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$\rho = 1 - p_0$$

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{\mu}{\lambda}\rho$$

Modelo M/M/c//M

$$p_n = \begin{cases} p_0 \dbinom{M}{n}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n & (0 \leq n < c) \\ p_0 \dbinom{M}{n}\dfrac{n!}{c^{n-c}c!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n & (c \leq n < M) \end{cases}$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \binom{M}{n}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=c}^{M} \binom{M}{n}\frac{n!}{c^{n-c}c!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$\rho = 1 - \sum_{n=0}^{c-1} p_n \frac{c-n}{c}$$

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{c\mu}{\lambda}\rho$$