

Informes de CIREL

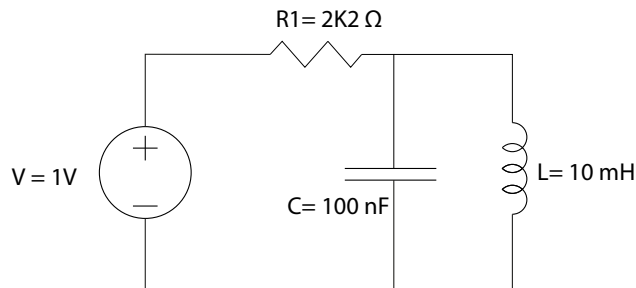
Rafael Sánchez Sánchez - Alejandro Santorum Varela
Universidad Autónoma de Madrid
Sesión 5

1 Introducción

1.1 Objetivo

Montar un circuito RLC que proporcione un filtro pasa-banda. Además, tomar medidas para comprobar los valores teóricos y calcular los armónicos de la señal.

1.2 Descripción del montaje.

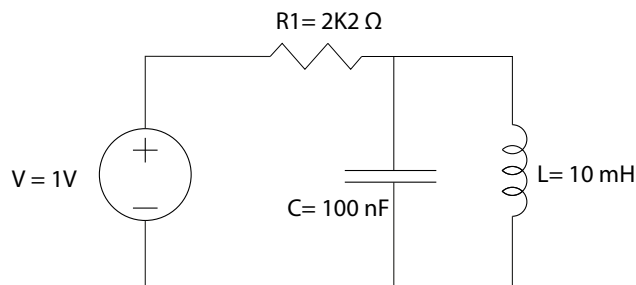


Debemos montar el circuito representado por el esquemático anterior. El voltaje de 1V se corresponde con la amplitud de la onda de voltaje, por lo que en el generador de funciones seleccionamos un V_{pp} de 2 V.

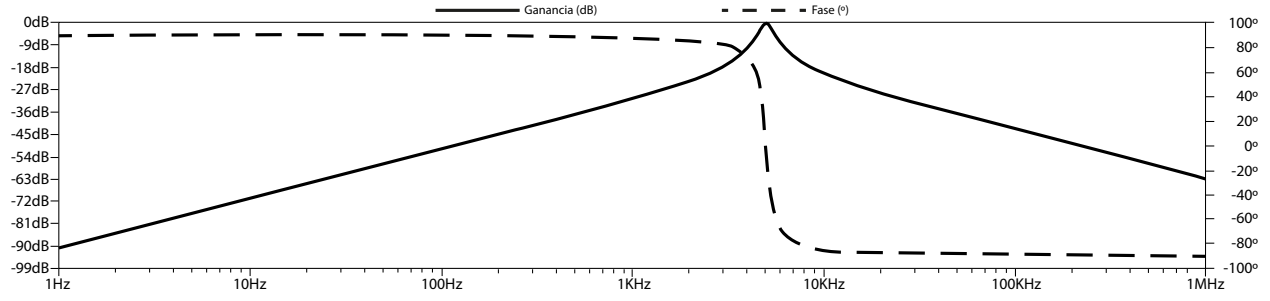
Para medir conectamos el osciloscopio en paralelo con el condensador y la bobina.

2 Simulación y cálculos teóricos.

2.1 Apartado A.



La gráfica de simulación es la siguiente:



Tomando V_{out} como la diferencia de potencial en los terminales de la inductancia, procedemos al cálculo de A_v .

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C || Z_L}{R + Z_C || Z_L} = \frac{\frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L}}{Z_C Z_L + R(Z_C + Z_L)} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} + j\omega LR + \frac{R}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{j\omega L - \omega^2 LCR + R} =$$

$$= \frac{j\omega \frac{L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j\omega \frac{L}{R}}$$

Por tanto, el módulo de A_v es.

$$|A_v| = \frac{\omega \frac{L}{R}}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega \frac{L}{R})^2}}$$

El módulo de A_v en decibelios:

$$|A_v|_{dB} = 20 \log_{10} \left(\omega \frac{L}{R} \right) - 20 \log_{10} \left(\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega \frac{L}{R})^2} \right)$$

La fase de A_v :

$$\phi_{A_v} = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\omega \frac{L}{R}}{1 - \omega^2 LC} \right) = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\omega L}{R - \omega^2 LCR} \right)$$

Cuando $\omega \rightarrow 0$:

$$\phi \rightarrow \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{0}{R} \right) = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

Cuando $\omega \rightarrow \infty$:

$$\phi \rightarrow \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{-\omega}{\omega^2 CR} \right) = \frac{\pi}{2} - \pi = -90^\circ$$

Como vemos los valores de la fase en el 0 y el valor asintótico de la misma en el infinito coincide con la gráfica de simulación.

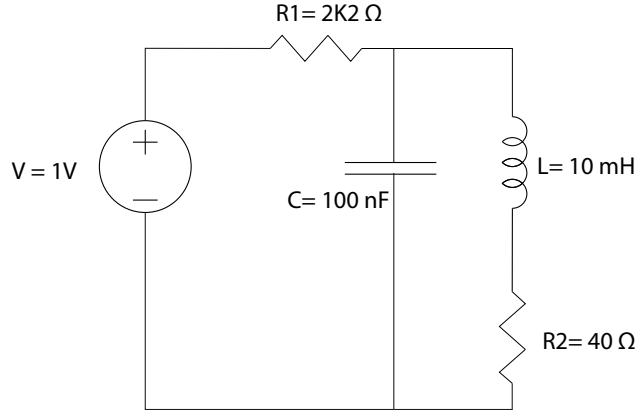
Cálculos para su comprobación con la gráfica:

<i>Frecuencia(Hz)</i>	<i>Ganancia(dB)</i>	<i>Fase(°)</i>
10	-70,9	89,98
10^2	-50,9	89,40
10^3	-34,54	88,30
10^4	-20,32	-84,47
10^5	-42,8	-89,58

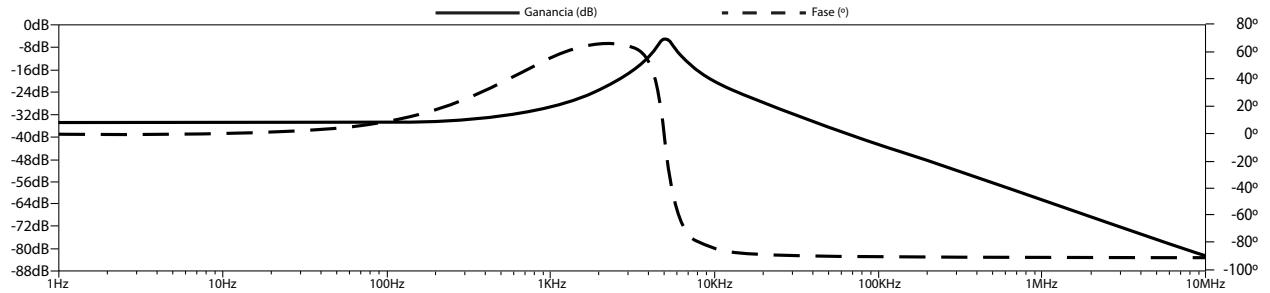
Se corresponde exactamente con la gráfica.

2.2 Apartado B.

Se añade una resistencia de $40\ \Omega$ tras la inductancia para simular el comportamiento real de la misma.



La gráfica de simulación es la siguiente:



Tomando V_{out} como la diferencia de potencial en los terminales de la inductancia, procedemos al cálculo de A_v .

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C || (Z_L + R_2)}{[(R_2 + Z_L) || Z_C] + R_1} = \dots = \frac{1 + j\omega \frac{L}{R_2}}{1 + \frac{R_1}{R_2} - \omega^2 LC \frac{R_1}{R_2} + j\omega \left(CR_1 + \frac{L}{R_2} \right)}$$

Por tanto, el módulo de A_v es.

$$|A_v| = \frac{\sqrt{1 + \left(\omega \frac{L}{R_2}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} - \omega^2 LC \frac{R_1}{R_2}\right)^2 + \left(\omega CR_1 + \omega \frac{L}{R_2}\right)^2}}$$

El módulo de A_v en decibelios:

$$|A_v|_{dB} = 20 \log_{10} \left(\sqrt{1 + \left(\omega \frac{L}{R_2}\right)^2} \right) - 20 \log_{10} \left(\sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} - \omega^2 LC \frac{R_1}{R_2}\right)^2 + \left(\omega CR_1 + \omega \frac{L}{R_2}\right)^2} \right)$$

Se puede observar que cuando $\omega \rightarrow 0$: $|A_v|_{dB} \rightarrow -20 \log_{10} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \simeq -35dB$ tal y cómo dice la documentación de la práctica.

Esto es lo que origina el *plateau* en la gráfica y se debe a que a frecuencias bajas el condensador actúa como un circuito abierto y la inductancia como un cortocircuito, por tanto quedaría un circuito con una fuente de tensión conectada a dos resistencias en serie.

La fase de A_v :

$$\phi_{A_v} = \arctan \left(\omega \frac{L}{R_2} \right) - \arctan \left(\frac{\omega \frac{L}{R_2} + \omega CR_1}{1 + \frac{R_1}{R_2} - \omega^2 LC \frac{R_1}{R_2}} \right)$$

Cuando $\omega \rightarrow 0$:

$$\phi \rightarrow \arctan(0) = 0^\circ$$

Cuando $\omega \rightarrow \infty$:

$$\phi \rightarrow \arctan(\infty) - \arctan(0) = \frac{\pi}{2} - \pi = -90^\circ$$

Como vemos los valores de la fase en el 0 y el valor asintótico de la misma en el infinito coincide con la gráfica de simulación.

Cálculos para su comprobación con la gráfica:

Frecuencia(Hz)	Ganancia(dB)	Fase(°)
10	-34,96	0,88
10 ²	-34,86	8,786
10 ³	-29,90	56,05
10 ⁴	-24,77	-88,7
10 ⁵	-42,84	-89,99

Se corresponde exactamente con la gráfica.

3 Datos y resultados experimentales.

Las tablas de mediciones y las gráficas requeridas se encuentran en los apartados 3.1 y 3.2 respectivamente.

Apartado 1. La representación de la ganancia y el desfase respecto a V_1 se encuentra en la sección 3.2.

Apartado 2. Si miramos la gráfica resultante es fácil ver que se trata de un filtro pasa-banda. La frecuencia natural del filtro es $5032,7 \text{ Hz}$, el módulo de la ganancia a esta frecuencia es de $0,69$ o -4 dB y las frecuencias de corte se corresponden con: 4480 Hz y 5520 Hz . Por último el ancho de banda es igual a $f_{sup} - f_{inf} = 5520 - 4480 = 1040 \text{ Hz}$. La ganancia a las frecuencias de corte es de aproximadamente $0,45$ o -7 dB . Esto se corresponde con que la ganancia a las frecuencias de corte tienen que ser 3 dB menores a la frecuencia natural.

Apartado 3. Se trata de discutir las variaciones entre la simulación, el cálculo teórico y el resultado experimental. Se encuentra en la sección 4 de la memoria.

3.1 Tablas.

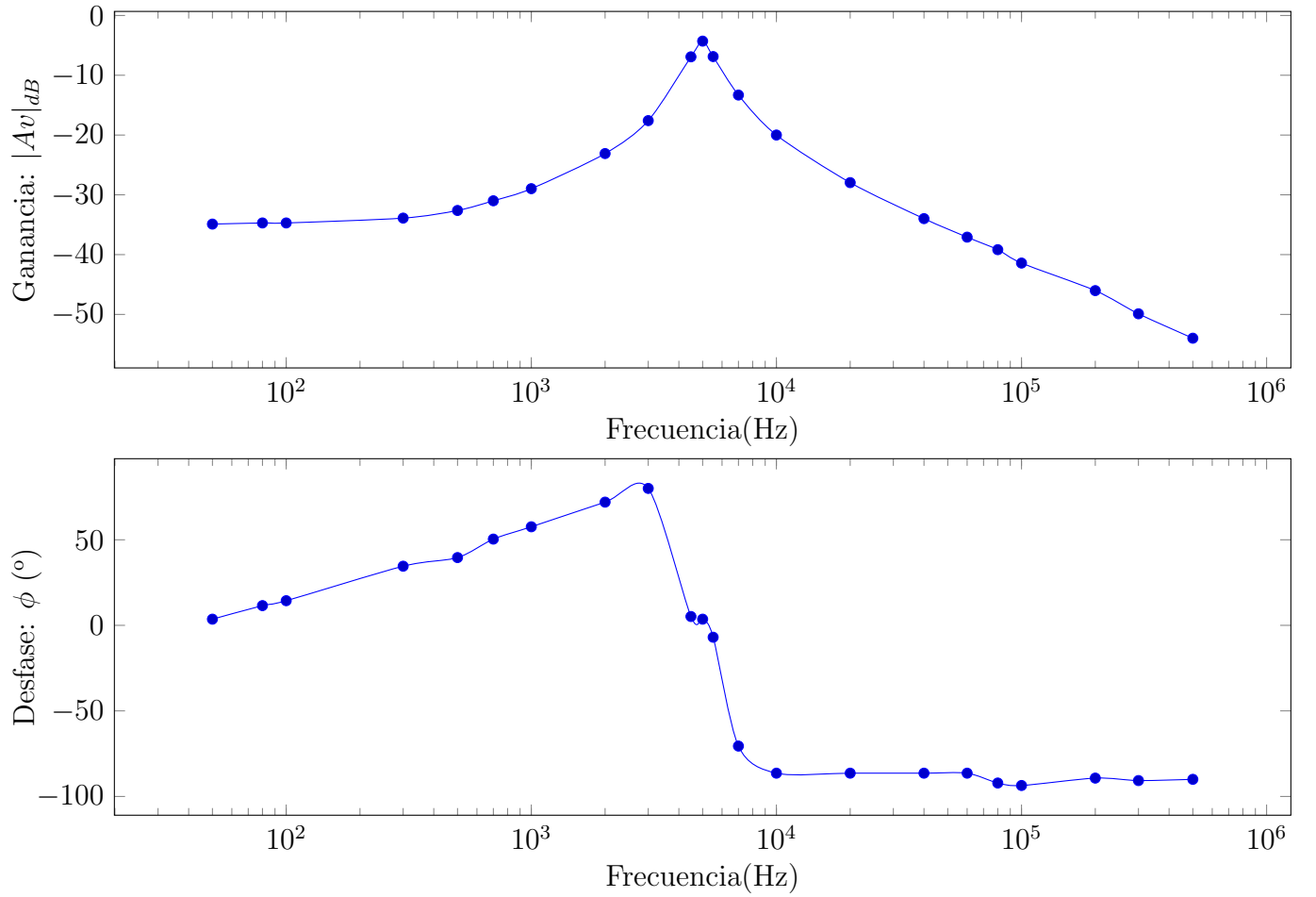
Tabla de ganancia y desfase respecto a V_1 .

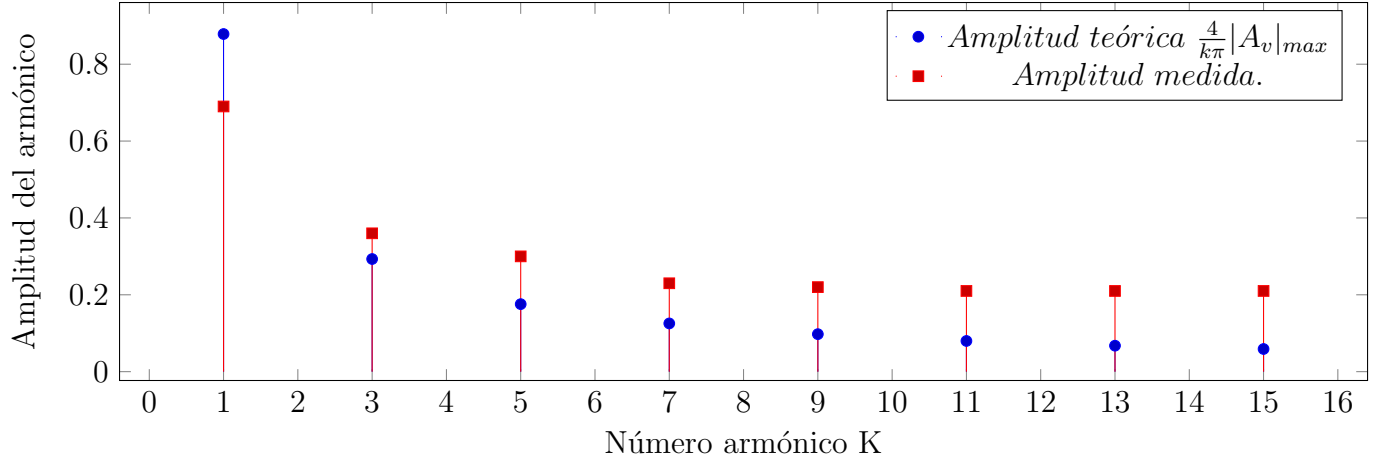
<i>Frecuencia (Hz)</i>	$V_1 \text{ (V)}$	$V_{AB} \text{ (V)}$	$\delta t \text{ (s)}$	$\phi \text{ (}^\circ\text{)}$	A_v	$ A_v _{dB}$
50	1	0.018	0.0002	3.6	0.018	-34.8945499
80	1	0.0184	0.0004	11.52	0.0184	-34.70364354
100	1	0.0184	0.0004	14.4	0.0184	-34.70364354
300	1	0.0202	0.00032	34.56	0.0202	-33.89297261
500	1	0.0234	0.00022	39.6	0.0234	-32.61568285
700	1	0.0282	0.0002	50.4	0.0282	-30.99501783
1000	1	0.0356	0.00016	57.6	0.0356	-28.97100004
2000	1	0.07	0.0001	72	0.07	-23.0980392
3000	1	0.132	0.000074	80.02	0.132	-17.58852138
4480	1	0.451	0.0000032	5.16096	0.451	-6.916469162
5000	1	0.61	0.000002	3.6	0.61	-4.2934033
5520	1	0.453	-0.0000035	-6.9552	0.453	-6.87803596
7000	1	0.216	-0.000028	-70.56	0.216	-13.31092498
10000	1	0.1	-0.000024	-86.4	0.1	-20
20000	1	0.04	-0.000012	-86.4	0.04	-27.95880017
40000	1	0.02	-0.000006	-86.4	0.02	-33.97940009
60000	1	0.014	-0.000004	-86.4	0.014	-37.07743929
80000	1	0.011	-0.0000032	-92.16	0.011	-39.1721463
100000	1	0.0085	-0.0000026	-93.6	0.0085	-41.41162149
200000	1	0.005	-0.00000124	-89.28	0.005	-46.02059991
300000	1	0.0032	-0.00000084	-90.72	0.0032	-49.89700043
500000	1	0.002	-0.0000005	-90	0.002	-53.97940009

Tabla de armónicos.

<i>Frecuencia (Hz)</i>	<i>K</i>	$ V_{AB} $ (V)	$\frac{4}{k\pi} A_v _{max}$
5032.7	1	0.69	0.8785
1677.57	3	0.36	0.2931
1006.54	5	0.3	0.1757
718.96	7	0.23	0.1255
559.19	9	0.22	0.0976
457.52	11	0.21	0.0799
387.13	13	0.21	0.0676
335.51	15	0.21	0.0586

3.2 Gráficas.





4 Discusión y conclusiones.

Podemos comprobar que las gráficas de desfase y ganancia tienden a los mismos valores que la representada en la gráfica del apartado B de la simulación. Por tanto, podemos deducir que nuestras medidas son las esperadas. También podemos comprobar que las variaciones entre las medidas tomadas a frecuencias potencias de 10 y las calculadas son mínimas, sobretodo cuando la señal no se encuentra atenuada.

Si comprobamos valores puntuales como la frecuencia de resonancia podemos ver ciertas variaciones. Calculamos la frecuencia de resonancia usando la fórmula del caso ideal $f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ con lo que obtenemos un resultado de $5032.7Hz$. Si calculamos la frecuencia a la que el circuito B tiene una ganancia de 1 obtenemos una frecuencia cuyo módulo es $5032.92Hz$ que tiene una variación mínima respecto de la original.

Usando la primera como frecuencia de cálculo, observamos lo siguiente:

<i>Ganancia simulada</i>	<i>Ganancia teorica</i>	<i>Ganancia experimental</i>
$-5dB$	$-2,9dB$	$-3,99dB$

Por otro lado, sabiendo que la ganancia máxima experimental a la f_{res} es de 0,69 y que la calculada es de 0,59 podemos deducir que el cálculo de $\frac{4}{k\pi}|A_v|_{max}$ será ligeramente superior a la teórica. Esto puede ser debido tanto a fallos de redondeo como a que la resistencia inducida por la bobina sea menor a 40Ω .

Además, fijándonos en la gráfica que relaciona la amplitud de los armónicos con el cálculo de $\frac{4}{k\pi}|A_v|_{max}$ podemos deducir que es linealmente proporcional en líneas generales. Sin embargo, observamos que la amplitud medida llega a un valor a partir del cual apenas cambia (0,21) mientras que la teórica va a cero. Esto demuestra la no idealidad del filtro pasa-banda.

Cabe destacar que existen pequeñas variaciones en el cálculo de la fase experimental. Esto es normal debido a que en las frecuencias bajas (100 Hz y 300 Hz) la señal se encuentra atenuada. A su vez es destacable la fase cerca de la frecuencia de resonancia, esto puede

deberse a que la medida no fue muy exacta en laboratorio en unos puntos donde la fase cae de forma notoria.