ALEJANDRO SANTORUM VARELA 44090946-S PARCIAL 1

$\boxed{1.}$

$$\rho(X_1, X_2) = \frac{cov(X_1, X_2)}{\sqrt{V(X_1)V(X_2)}} = \frac{V_{12}}{\sqrt{V_{11}V_{22}}}$$

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} \qquad V = \left(\begin{array}{c|c} V_{11} & V_{12} \\ \hline V_{21} & V_{22} \end{array}\right)$$

Sabemos (tema 1):

hipótesis $\quad$ V simétrica

$$\tilde{V} = V_{11} - V_{12}V_{22}^{-1}V_{21} = \frac{1}{10}V_{11} \Rightarrow V_{11} - \frac{V_{12}^2}{V_{22}} = \frac{1}{10}V_{11}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10}V_{11} = \frac{V_{12}^2}{V_{22}} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{V_{12}^2}{V_{11}V_{22}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\pm\sqrt{9/10} = \frac{V_{12}}{\sqrt{V_{11}V_{22}}} = \rho(X_1, X_2)}$$

V. def. positiva

$V_{11}, V_{22} > 0$

$\boxed{2.}$

Información traza: traza $= 2 \Longrightarrow a + c + d = 2$

Como es idempotente $\longrightarrow A^2 = A$
$\longrightarrow$ todos los autovalores son 1 ó 0.
(dos autoval $=1$, uno igual a 0)

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc & 0 \\ ab+bc & b^2+c^2 & 0 \\ 0 & 0 & d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}$$

1º observar: $d = d^2 \Rightarrow d = 1, 0 \longrightarrow \boxed{d = 1}$

2º observar: $b = ab + bc \Rightarrow b = b(a+c) \xRightarrow{b \neq 0} a + c = 1$ (A no diagonal) ⊛

3º $= \begin{cases} a^2 + b^2 = a \\ b^2 + c^2 = c \end{cases}$ [2]

Información autovector: $(2301, 2301, 2301) \Longrightarrow (1,1,1)$ también es autovector

empezamos probando $\lambda = 1$

$$A\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}a+b\\b+c\\d\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \quad [1]$$

$$[1] + ⊛ \Rightarrow \begin{cases} a+b=1 \longrightarrow a = 1-b \\ b+c=1 \\ a+c=1 \longrightarrow 1-b+c=1 \Rightarrow c=b \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} b+c=1 \\ c=b \end{cases} \Rightarrow \boxed{b = c = \frac{1}{2}}$ Como $a = 1-b = 1/2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2}}$

Estos resultados son congruentes con [2].

Observar que para $\lambda = 0$: $A\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}a+b\\b+c\\d\end{pmatrix} = \vec{0} \Rightarrow d = 0$ INCONGRUENTE con ⊛

$$\Longrightarrow \begin{matrix} a = 1/2 \\ b = 1/2 \\ c = 1/2 \\ d = 1 \end{matrix} \Longrightarrow A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{3.}$ Comentarios y procedimiento:

- Primero colocamos los datos en Excel
- Añadimos una columna desde 0 a 5, que nos será útil
- Calculamos en una columna los valores de $\chi_n^2(t)$ para $t = 0, \ldots, 5$. Escogemos temporalmente $n = 1$ (lo variaremos más adelante)
- Ahora calculamos la distr. en los rangos del enunciado restando los valores calculados en el punto anterior.
- Estimamos los valores esperados multiplicando los valores del último punto por $m = 277$.
- Calculamos discrepancias y $b_n = \sum_{i=1}^{6} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
- Calculamos el estadístico de Pearson del enunciado:

$$\hat{b}_n = \text{INV.CHICUAD}(1 - \underbrace{0'074172}_{\text{p-valor}} ; \underbrace{5}_{K-1=5}) $$

$\to$ $K - 1 = 5$ en el teorema de Pearson ya que tenemos $K = 6$ clases

- Variamos n hasta que se ajusten b_n y $\hat{b}_n$.

$\boxed{n=3}$ da una muy buena aprox.

ALEJANDRO SANTORUM VARELA 44090946-S

4.

$$\delta_n = \max \begin{Bmatrix} \max\{\overbrace{U(0'01)}^{=0'01},\ |\overbrace{U(0'01)}^{=0'01} - 1/3|\} \\ \max\{|\overbrace{U(0'02)}^{=0'02} - 1/3|,\ |\overbrace{U(0'02)}^{=0'02} - 2/3|\} \\ \max\{|\overbrace{U(z)}^{=z} - 2/3|,\ |\overbrace{U(z)}^{=z} - 1|\} \end{Bmatrix} =$$

$$= \max \begin{Bmatrix} \max\{0'01,\ 0'323\} \\ \max\{0'313,\ 0'6447\} \\ \max\{|z - 2/3|,\ |z-1|\} \end{Bmatrix}$$

Observamos ahora en la tabla de los percentiles de K-S el percentil $n=3$, $\alpha = 0'05$: sacamos el valor $0'70760$.

Buscamos $\delta_n > 0'70760$ para rechazar. (*)

corrección: no se dice que z no pueda ser > 1

Discernimos entre $|z - \frac{2}{3}|$ y $|z-1|$. Como $z \in [0,1] \Rightarrow$
$|z - 2/3| \leq 2/3 = 0'\hat{6} \Rightarrow$ no podemos rechazar con este

$$\Rightarrow \delta_n = |z-1| = |1-z| \overset{z\in[0,1]}{=} 1 - z$$

Buscamos $1 - z > 0'70760 \Rightarrow \boxed{z < 0'2924}$

Además, como la muestra ya está ordenada:

$$\boxed{z \in [0'02,\ 0'2924]}$$

Corrección / observación : z podría ser > 1 y entonces rechazaríamos directamente que la fuente aleatoria produce muestras de una uniforme (0, 1).

Google sheets

$\chi^2_n(x) =$ chidist(x, n)

$\chi^{2^{-1}}_n(x)$ = chisq.inv(x, n)

Excel

$\chi^2_n(x) =$ distr.chicuad$(x, n, \underbrace{\text{acum}}_{\text{VERDADERO}})$

$\chi^{2^{-1}}_n(x)$ = inv.chicuad(x, n)

Ordenar: K.ESIMO.MENOR(matriz, K)

¡fijarla!

$$\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\\Y_3\end{pmatrix} = N\left(\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}\right)$$

$$\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&1\end{pmatrix}}_{A}\,{}_{2\times 3}\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\\Y_3\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix} \sim N\Big(\underset{\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}}{\underset{\shortparallel}{A\mu}},\ \underbrace{AVA^{-1}}_{\begin{pmatrix}3&3\\3&6\end{pmatrix}}\Big)$$

Y_0 Y_0 Y_1 Y_1 Y_0 Y_0 Y_1 Y_3 Y_2 Y_2 Y_2 Y_0 Y_1 Y_2 Y_3 Y_2 $\boxed{Y_5}$ Y_4 Y_1 Y_0 Y_2 cov(Y_m, Y_n)

$\boxed{\mathrm{cov}(Y_1,Y_2)}$ $\boxed{\mathrm{cov}(Y_3,Y_2)}$ $\boxed{\mathrm{cov}(Y_3,Y_3)}$ $\boxed{\mathrm{cov}(Y_3,Y_3)}$ $\boxed{\mathrm{cov}(Y_3,Y_3)}$

$$Z = \alpha Y_1 + \beta Y_2 + \gamma Y_3 \qquad X_1 = Y_1 + Y_3$$

indep. $\iff \mathrm{cov}(Z, X_1) = 0 \iff \mathrm{cov}(\alpha Y_1 + \beta Y_2 + \gamma Y_3,\ Y_1 + Y_3)$

$$= \underbrace{\mathrm{cov}(\alpha Y_1, Y_1)}_{\alpha} + \underbrace{\mathrm{cov}(\alpha Y_1, Y_3)}_{0} + \underset{\underset{0}{\shortparallel}}{\mathrm{cov}(\beta \cancel{Y_2}, Y_1)} + \mathrm{cov}(\beta Y_2, Y_3) +$$

$\boxed{\mathrm{cov}(Y_3,Y_3)}$ $\boxed{\mathrm{cov}(Y_1,Y_2)}$ β

$$+ \mathrm{cov}(\cancel{Y_3, Y_1})\gamma \to 0 + \underbrace{\mathrm{cov}(Y_3, Y_3)\gamma}_{2\gamma}$$

$$\boxed{\alpha + \beta + 2\gamma}$$