Nombre:

CALCULO I. DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS E INGENIERÍA INFORMÁTICA.

ENTREGA 3. FECHA DE ENTREGA: 11 DE NOVIEMBRE DE 2016.

---

(1) (1 punto) **Demuestra que la sucesión**

$$a_n = \frac{n+1}{n}$$

es de Cauchy <u>utilizando la definición</u>, no la equivalencia con la convergencia.

(2) (2 puntos) **Demuestra con la definición** $\varepsilon - \delta$ **que**

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x+1} = 0.$$

(3) (2 puntos) **Dadas dos series convergentes** $\sum a_n$ **y** $\sum b_n$ **definimos el producto de series como**

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n\right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n\right) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} c_n\right),$$

donde

$$c_n = \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}.$$

Sabemos que, si al menos una de las series es <u>absolutamente convergente</u>, la serie $\sum c_n$ **también converge.**

Lo que se pide en este ejercicio es que demuestres que esta hipótesis sobre las series no se puede relajar, encontrando dos series $\sum a_n$ **y** $\sum b_n$**, condicionalmente pero no absolutamente convergentes, tales que su producto no sea convergente (no basta con dar el ejemplo de las series, hay que demostrar que su producto no converge).**