

Nombre:



---

**CALCULO I. DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS E INGENIERÍA  
INFORMÁTICA.**

**ENTREGA 6. FECHA DE ENTREGA: 21 DE DICIEMBRE DE 2016.**

---

- (1) (1 punto) Sea  $f$  una función continua en  $[0, 1]$ . Halla el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} t f(t) dt}{x^3}$$

en función de  $f$ .

- (2) (2 puntos) Utiliza una partición de  $[0, 1]$  y las sumas de Riemann de la función  $f(x) = e^x$  para hallar el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( 1 + e^{\frac{1}{n}} + e^{\frac{2}{n}} + \cdots + e^{\frac{n-1}{n}} \right).$$

- (3) (2 puntos) La función  $\Gamma$  se define para  $x > 0$  como

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dx.$$

Utiliza la integración por partes para demostrar que  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$  y prueba por inducción que  $\Gamma(n+1) = n!$ . (Por esta última propiedad se dice que la función  $\Gamma$  es una versión continua del factorial).