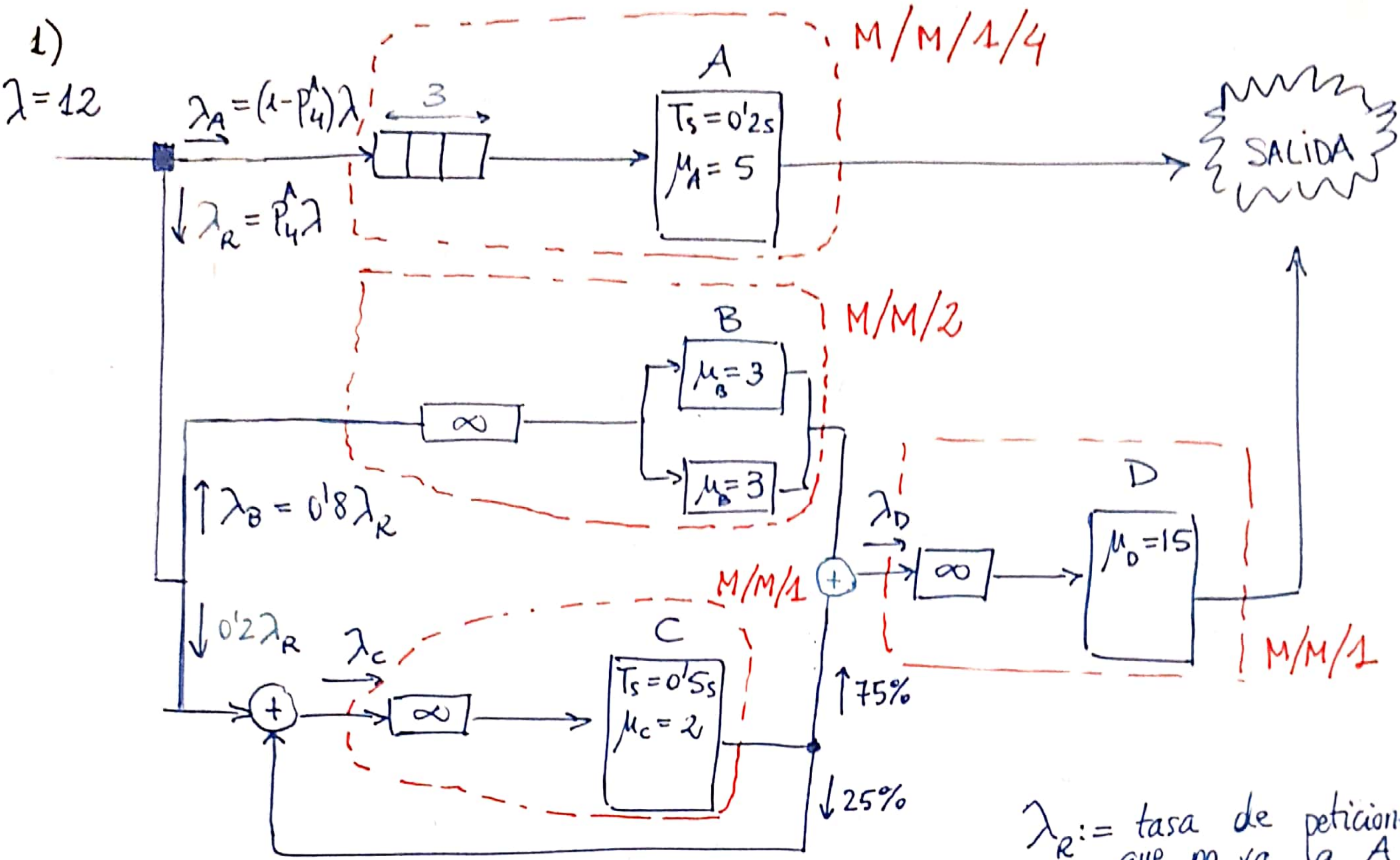
ALEJANDRO SANTORUM VARELA 44090946-S GR. 240

EJERCICIO 3

1)



$\lambda_R :=$ tasa de peticiones que no va a A (resto).

2) La probabilidad de que una petición sea atendida por el subsistema A es: $P_0^A + P_1^A + P_2^A + P_3^A$. El superíndice P_i^A indica que es la probabilidad de que en el subsistema A haya i peticiones.

Adicionalmente sabemos que $P_0^A + P_1^A + P_2^A + P_3^A = 1 - P_4^A$ ya que P_4^A es la probabilidad complementaria de $\sum_{i=0}^{3} P_i^A$.

$$1 - P_4^A = 1 - P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu_A}\right)^4 = 1 - 0'5906 = \boxed{0'4094}$$

3) $\lambda_A = (1-P_4^A)\lambda = (1-0'5906).12 = \boxed{4'9128}$

$\lambda_B = 0'8\lambda_R = 0'8.P_4^A\lambda = 0'8.0'5906.12 = \boxed{5'6698}$

$\lambda_C = 0'25\lambda_C + 0'2\lambda_R$ (hemos usado Jackson + suponemos que estamos en estado estacionario)

$\Downarrow$

$0'75\lambda_C = 0'2\lambda_R \Longrightarrow \lambda_C = \frac{0'2}{0'75}\lambda_R = \boxed{1'8899}$

$\lambda_D = \lambda_B + 0'75\lambda_C = \boxed{7'0872}$ (Burke + estado estacionario)

<u>Observación</u>: $\lambda_A < \mu_A$; $\lambda_B < c\mu_B = 2.\mu_B$; $\lambda_C < \mu_C$; $\lambda_D < \mu_D$

$\Longrightarrow$ la suposición de estado

4) Este apartado se puede abordar de dos formas:

<u>FORMA 1</u>: $W = (1-P_4^A)W_A + P_4^A W_R$, donde W_R se refiere a la parte inferior (peticiones no atendidas por A)

- $W_A = \frac{L_A}{\lambda_A}$; $L_A = \frac{\lambda/\mu_A}{1-\lambda/\mu_A}\left[\frac{1-(K+1)(\lambda/\mu_A)^K + K(\lambda/\mu_A)^{K+1}}{1-(\lambda/\mu_A)^{K+1}}\right] =$

$$= \frac{12/5}{1-12/5}\left[\frac{1-5.(12/5)^4 + 4.(12/5)^5}{1-(12/5)^5}\right] = 3'3493$$

$\Longrightarrow W_A = \frac{3'3493}{4'9128} = \boxed{0'6817}$

- $W_R = (0'8W_B + 0'2W_C) + W_D = 0'8W_B + 0'2W_C + W_D$

Empecemos calculando W_B, después W_C y finalmente W_D.

$$W_B = \frac{L_B}{\lambda_B} \; ; \quad L_B = \frac{P_q^B \rho_B}{1-\rho_B} + c\rho_B = \frac{0'9189 \cdot 0'945}{1-0'945} + 2 \cdot 0'9450 =$$

$$= \boxed{17'6784}$$

$$P_q^B = \frac{P_c^B}{1-\rho_B} = \frac{0'0505}{1-0'9450} = 0'9189$$

$$P_c^B = P_0^B \left(\frac{c^c}{c!} \left(\frac{\lambda_B}{c\mu_B} \right)^c \right) = 0'0283 \cdot \left(\frac{2^2}{2!} \left(\frac{5'6698}{2 \cdot 3} \right)^2 \right) =$$

$$= 0'0505$$

$$P_0^B = \left[\sum_{n=0}^{1} \frac{(\lambda_B/\mu_B)^n}{n!} + \frac{(\lambda_B/\mu_B)^2}{2!(1-\rho_B)} \right]^{-1} = 0'0283$$

$$\rho_B = \frac{\lambda_B}{c\mu_B} = \frac{5'6698}{2 \cdot 3} = 0'9450$$

$$\Rightarrow W_B = \frac{17'6784}{5'6698} = \boxed{3'1180}$$

$$W_C = \frac{L_C}{\underbrace{0'2 \cdot P_4^A \cdot \lambda}} \; ; \quad L_C = \frac{\lambda_C/\mu_C}{1 - \lambda_C/\mu_C} = \frac{0'9449}{1-0'9449} = 17'1488$$

porque hay retroalimentación

$$\Rightarrow W_C = \frac{17'1488}{1'4174} = \boxed{12'0988}$$

$$W_D = \frac{L_D}{\lambda_D} \; ; \quad L_D = \frac{\lambda_D/\mu_D}{1 - \lambda_D/\mu_D} = 0'8957$$

$$\Rightarrow W_D = \frac{0'8957}{7'0872} = \boxed{0'1264}$$

En conclusión:

$$W_R = 5'0406$$

$$\Rightarrow \boxed{W_T = (1-P_4^A) W_A + P_4^A W_R = 3'2560}$$

FORMA 2 : Tma. Little sistema global :

$$W_T = \frac{L_A + L_B + L_C + L_D}{\lambda} = \frac{3'3493 + 17'6784 + 17'1488 + 0'8957}{12}$$

$$\Rightarrow \boxed{W_T = 3'2560}$$

5) Se nos pregunta por : Lq_A, Lq_B, Lq_C, Lq_D

$$\boxed{Lq_A} = L_A - \rho_A = 3'3493 - 0'9832 = \boxed{2'3661}$$

$$\boxed{Lq_B} = P_q^B \cdot \frac{\rho_B}{1-\rho_B} = 0'9189 \cdot \frac{5'6698}{2.3} = 0'9189 \cdot 0'9450 = \boxed{0'8684}$$

$$\boxed{Lq_C} = \frac{\rho_C^2}{1-\rho_C} = \frac{(\lambda_C/\mu_C)^2}{1-\lambda_C/\mu_C} = \frac{(1'8899/2)^2}{1-(1'8899/2)} = \boxed{16'2203}$$

$$\boxed{Lq_D} = \frac{\rho_D^2}{1-\rho_D} = \frac{(\lambda_D/\mu_D)^2}{1-\lambda_D/\mu_D} = \boxed{0'4232}$$

6) Como todas las peticiones que son dirigidas al subsistema C tienen que pasar por el subsistema D, la respuesta correcta es $\boxed{W_C + W_D} = 12'0988 + 0'1264 = \boxed{12'2252}$

7) Para responder a esto calcularemos los factores de ocupación (ρ's) y veremos cual es mayor:

$\rho_A = 0'9832$; $\rho_B = 0'9450$; $\rho_C = 0'9450$; $\rho_D = 0'4725$

Habían sido calculados previamente.

Basándonos en esto, es el subsistema A el elemento más saturado.

Para deducir modificaciones que mejorarían el tiempo medio de estancia en él, analicemos las expresiones de W_A y ρ_A:

$$\rho_A = \frac{\lambda}{\mu_A}\left[\frac{1-(\lambda/\mu_A)^K}{1-(\lambda/\mu_A)^{K+1}}\right] = \frac{12}{4'9128}\left[\frac{1-(12/4'9128)^4}{1-(12/4'9128)^5}\right] = \underline{\underline{0'9832}}$$

$$W_A = \frac{L_A}{\lambda_A} \quad \text{con} \quad L_A = \frac{\lambda/\mu_A}{1-\lambda/\mu_A}\left[\frac{1-(K+1)(\lambda/\mu_A)^K + K(\lambda/\mu_A)^{K+1}}{1-(\lambda/\mu_A)^{K+1}}\right]$$

En ambas expresiones el elemento principal del subsistema A que tiene más importancia es μ_A. Deberíamos <u>aumentar</u> el valor de la tasa de servicio μ_A para reducir ρ_A y W_A.