

## Ejercicios EDyL HOJA 2 para entregar

Alejandro Santorum Varela, Grupo 110

### HOJA DE EJERCICIOS 2: Lógica de predicados EDyL 2016-2017

[Fecha de publicación: 2016/10/04]

[Fecha de entrega: 2016/10/11, 09:00]

[Resolución en clase: 2016/10/11]

**NOTA:** Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

#### EJERCICIO 1:

Utilizando los predicados

$P(x)$ :	"x es un paciente"
$T(x,y)$ :	"x tiene y"
$C(x)$ :	"x es un corazón"
$A(x)$ :	"x es un ataque al corazón"
$R(x,z)$ :	"x está expuesto al riesgo z"
$L(x)$ :	"x es un nivel de colesterol"
$N(x)$ :	"x es normal"
$E(x)$ :	"x es elevado"
$V(x)$ :	"x es un ventrículo"
$I(x,y)$ :	"x es igual a y"

formaliza las siguientes sentencias como FBFs de la lógica de predicados

- (i) Algunos pacientes que tienen niveles elevados de colesterol tienen ataques al corazón

$$\forall y \left[ (P(y) \wedge L(y) \wedge E(L(y))) \Rightarrow \left[ \exists x (P(x) \wedge A(x)) \right] \right]$$

- (ii) Todos los pacientes que tienen niveles altos de colesterol están expuestos al riesgo de un ataque al corazón

$$\forall x \left[ (P(x) \wedge L(x) \wedge E(L(x))) \Rightarrow R(x, A(x)) \right]$$

- (iii) Todos los corazones normales tienen dos ventrículos

$$\forall x \left\{ \left[ C(x) \wedge N(x) \right] \Rightarrow \left[ \exists y \exists z \left( T(x, V(y)) \wedge T(x, V(z)) \right) \right] \right\}$$

## EJERCICIO 2:

Utilizando los predicados

$H(x)$ : "x es una persona"

$P(x,y)$ : "x es progenitor (padre o madre) de y"

$A(x,y)$ : "x es un ancestro de y"

$S(x,y)$ : "x es hermano o hermana de y"

$I(x,y)$ : "x es igual a y"

formaliza las siguientes sentencias como FBFs de la lógica de predicados

- (i) Todas las personas tienen dos progenitores

$$\forall x \left\{ H(x) \Rightarrow \left[ \exists y, z (P(y, x) \wedge P(z, x)) \right] \right\}$$

- (ii) Dos personas son hermanos si tienen algún progenitor común.

$$\forall x, y, z \left\{ \left[ P(x, y) \wedge P(x, z) \right] \Rightarrow S(y, z) \right\}$$

- (iii) Un ancestro de alguien es o bien un progenitor de esa persona, o el ancestro del progenitor de esa persona.

$$\forall y \exists x, z \left\{ \left[ A(x, y) \Rightarrow P(x, y) \right] \vee A(x, P(z, y)) \right\}$$



### EJERCICIO 3:

Consideremos las variables  $x, y, z, \dots$

$V(x)$ :  $x$  es un votante

$C(x)$ :  $x$  es un candidato

$G(x, y)$ :  $A$   $x$  le gusta  $y$

$F(x, y)$ :  $x$  vota a favor de  $y$

Formaliza como FBF's en lógica de predicados las siguientes frases en lenguaje natural, de manera lo más literal posible.

a) "A algunos votantes les gustan todos los candidatos"

$$\exists x \{ V(x) \wedge [\forall y (C(y) \Rightarrow G(x, y))] \}$$

b) "No a todos los votantes les gustan todos los candidatos"

$$\neg \forall x \{ V(x) \Rightarrow [\exists y (C(y) \wedge G(x, y))] \}$$

c) "Los votantes solo votan a favor de los candidatos que les gustan"

$$\forall x, y [V(x) \Rightarrow F(x, G(x, y))]$$

d) "Los votantes no votan a favor de un candidato, a menos que les guste (en cuyo caso, puede que voten a favor del candidato o no)"

$$\forall x \forall y \{ V(x) \Rightarrow [\neg F(x, y) \vee F(x, G(x, y))] \}$$

#### EJERCICIO 4:

Escribe las siguientes frases en lógica de predicados utilizando:

Constantes:

PT: Planeta Tatooine

R: arco iris

U: paraguas

Variables:

$o, o_1, o_2, \dots$ : objeto

$p, p_1, p_2, \dots$ : lugar

$s, s_1, s_2, \dots$ : situación

$x, x_1, x_2, \dots$ : persona

Predicados:

Rains(s): Llueve en la situación s

Snows(s): Nieva en la situación s

Freezes(s): La temperatura está debajo de cero en la situación s

Sunny(s): El sol brilla en la situación s

Cloudy(s): Está nublado en la situación s

In(x,s): x está en la situación s.

Sees(x,o,s): x ve el objeto o en la situación s

L(x,p,s): x está el lugar p en la situación s

Wet(x,s): x está mojado en la situación s

Carries(x,o,s): x lleva el objeto o en la situación s.

a) "Uno se moja cuando llueve" [Ejemplo]

$$\forall x, s [In(x, s) \wedge Rains(s) \Rightarrow Wet(x, s)]$$

b) "Cuando llueve, solo se mojan los que no llevan paraguas"

$$\forall x, s \{ [Rains(s) \wedge \neg Carries(x, U, s)] \Rightarrow Wet(x, s) \}$$

c) "Solo se puede ver el arco iris cuando llueve y hace sol"

$$\forall x, s \{ Sees(x, R, s) \Leftrightarrow [Rains(s) \wedge Sunny(s)] \}$$

d) "En el planeta Tatooine, cuando llueve y brilla el sol, todos ven el arco iris"

$$\forall x, s \{ [L(x, PT, s) \wedge Rains(s) \wedge Sunny(s)] \Rightarrow Sees(x, R, s) \}$$



e) "No nieva a menos que haya nubes y la temperatura esté debajo de los cero grados"

$$\forall s \{ [\text{Freezes}(s) \wedge \text{Cloudy}(s)] \Rightarrow \text{Snows}(s) \}$$

**EJERCICIO 5 [Adaptación de "Introducción a la Lógica Formal", A. Deaño, ej. 81]:**

Escribe las siguientes frases sobre geometría plana como FBFs utilizando las siguientes variables, funciones y predicados:

Variables:       $p, q, \dots$       [puntos]  
                  $r, s, t, u, \dots$       [rectas]  
                  $\theta, \phi, \dots$       [ángulos en radianes]

Predicados:      Paralelas(<recta-1>, <recta-2>): <recta-1> y <recta-2> son paralelas.

Perpendiculares(<recta-1>, <recta-2>): <recta-1> y <recta-2> son perpendiculares.

Pertenece(<punto>, <recta>): <punto> pertenece a <recta>

Recto(<ángulo>): El ángulo cuyo valor es <ángulo> es recto

Cero(<ángulo>): El ángulo cuyo valor es <ángulo> es cero

Función:      ángulo(<recta-1>, <recta-2>):  
                 evalúa al ángulo que forman las rectas <recta-1>, <recta-2>

No se puede utilizar el predicado de igualdad

No olvides utilizar paréntesis para delimitar el ámbito de las variables.

a) "Dos rectas son paralelas cuando no se cruzan en ningún punto" [Ejemplo]

$$\forall r, s [\text{Paralelas}(r, s) \Leftrightarrow [\neg \exists p (\text{Pertenece}(p, r) \wedge \text{Pertenece}(p, s))]]$$

b) Dos rectas son perpendiculares cuando el ángulo que forman es recto ( $\pi/2$ )

$$\forall r, s \left[ \text{Perpendiculares}(r, s) \Leftrightarrow \text{Recto}(\text{ángulo}(r, s)) \right]$$

c) "Dos rectas que formen un ángulo cero o bien son coincidentes, o bien son paralelas"

$$\forall r, s \left\{ \text{cero}(\text{ángulo}(r, s)) \Rightarrow \left[ \text{Paralelas}(r, s) \vee \left[ \forall p (\text{Pertenece}(p, r) \wedge \text{Pertenece}(p, s)) \right] \right] \right\}$$



**EJERCICIO 6 [Adaptación de "Introducción a la Lógica Formal", A. Deaño, ej. 81]:**

Escribe las siguientes frases sobre geometría plana como FBFs utilizando las siguientes variables, funciones y predicados:

Variables:  $p, q, \dots$  [puntos]  
 $r, s, t, u, \dots$  [rectas]

Predicados: Paralelas( $\langle \text{recta-1} \rangle, \langle \text{recta-2} \rangle$ ):  $\langle \text{recta-1} \rangle$  y  $\langle \text{recta-2} \rangle$  son paralelas.

Pertenece( $\langle \text{punto} \rangle, \langle \text{recta} \rangle$ ):  $\langle \text{punto} \rangle$  pertenece a  $\langle \text{recta} \rangle$

Función: perpendicular( $\langle \text{recta} \rangle, \langle \text{punto} \rangle$ ):  
evalúa a la recta perpendicular a  $\langle \text{recta} \rangle$  que contiene a  $\langle \text{punto} \rangle$

Se pueden utilizar los predicados de igualdad (=) y desigualdad ( $\neq$ ).  
No olvides utilizar paréntesis para delimitar el ámbito de las variables.

a) "Dos rectas son paralelas cuando no se cruzan en ningún punto" [Ejemplo]

$$\forall r, s \text{ [Paralelas}(r, s) \Leftrightarrow [\neg \exists p (\text{Pertenece}(p, r) \wedge \text{Pertenece}(p, s)) ]]$$

b) "Dos rectas no paralelas y diferentes entre sí se cruzan un único punto"

$$\forall r, s \left\{ \neg \text{Paralelas}(r, s) \Rightarrow [\exists p (\text{Pertenece}(p, r) \wedge \text{Pertenece}(p, s))] \right\}$$

c) "Dos rectas perpendiculares a dos rectas paralelas dadas, de forma que las perpendiculares sean distintas entre sí, son paralelas"

$$\forall r, s, p \left\{ \text{Paralelas}(r, s) \Leftrightarrow [\text{Paralelas}(\text{Perpendicular}(r, p), \text{Perpendicular}(s, p))] \right\}$$