113-PROBA-ruina_jugador

April 23, 2018

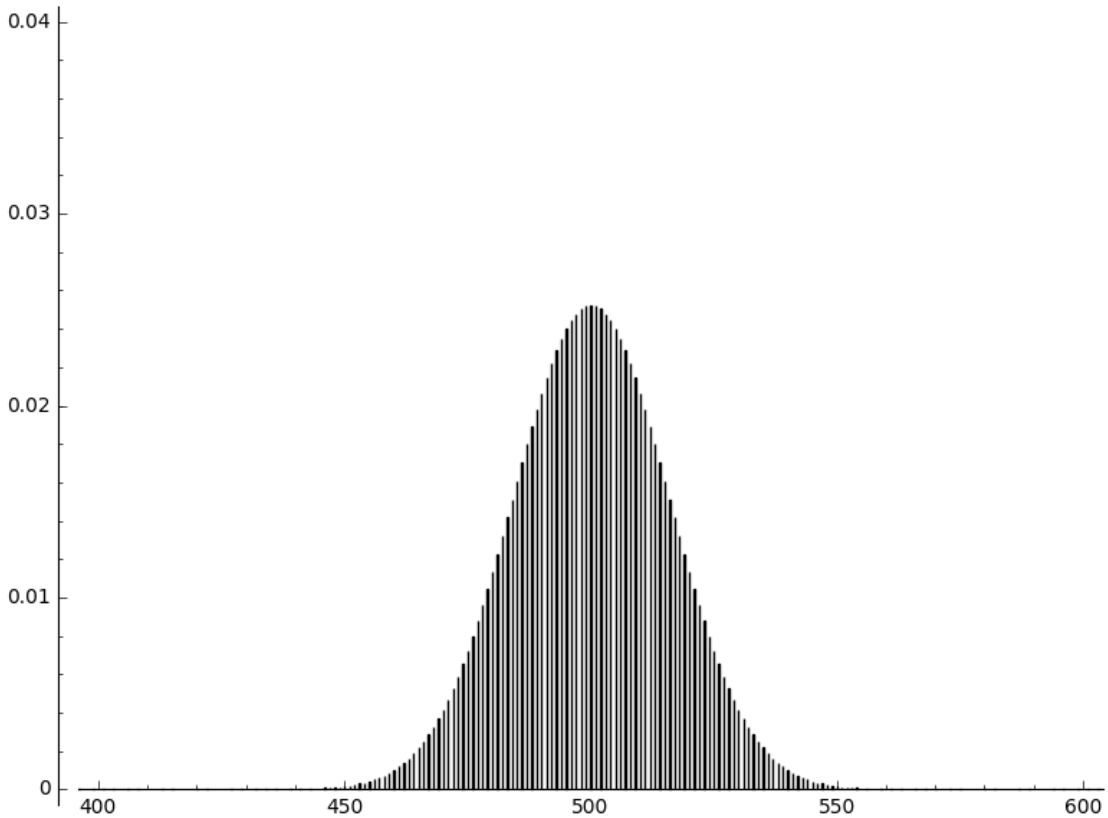
Binomial

Vimos el día pasado que la probabilidad de obtener exactamente k caras al lanzar una moneda, con probabilidad p de cara en cada lanzamiento, es

$$B(n,k) := \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

```
In [1]: L = [(binomial(1000,n)*(1/2)^n*(1/2)^(1000-n)).n() for n in srange(0,1001)]
```

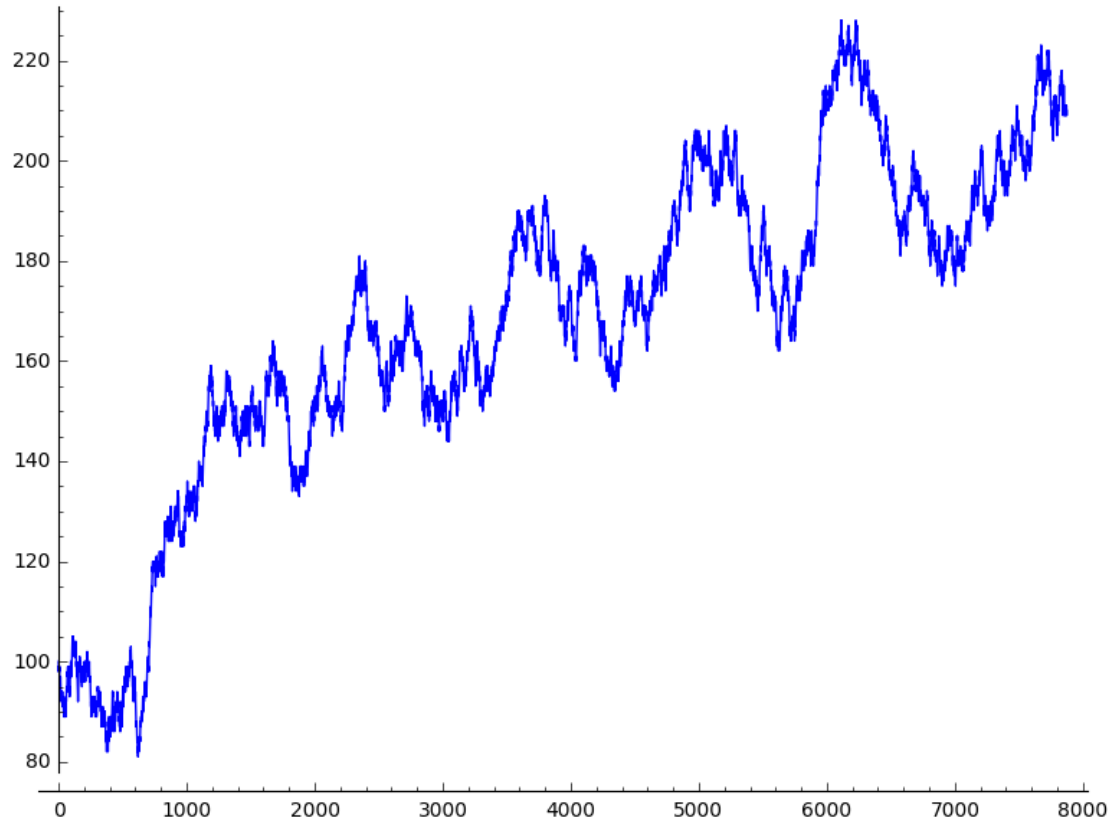
```
In [2]: bar_chart(L,width=0.1).show(xmin=400,xmax=600,ymin=0,ymax=0.04)
```



```
In [3]: media = (sum([k*L[k] for k in srange(len(L))])).n();media

Out[3]: 500.000000000000

In [4]: DS = sqrt(sum([((k-media)^2)*L[k] for k in srange(len(L))])).n();print DS;print DS^2

15.8113883008419
250.000000000000
```

Ruina del jugador

```
In [5]: def moneda():
            x = random()
            if x <= 0.5:
                return -1
            else:
                return 1

In [7]: def ruina(N):
            L = [N]
            while N > 0:
                N += moneda()
                L.append(N)
            return L

In [8]: L=ruina(100); len(L)

Out[8]: 179865

In [9]: LL=zip(srange(len(ruina(100))),ruina(100))

In [10]: line(LL).show()
```



Tiempo que tardamos en arruinarnos:

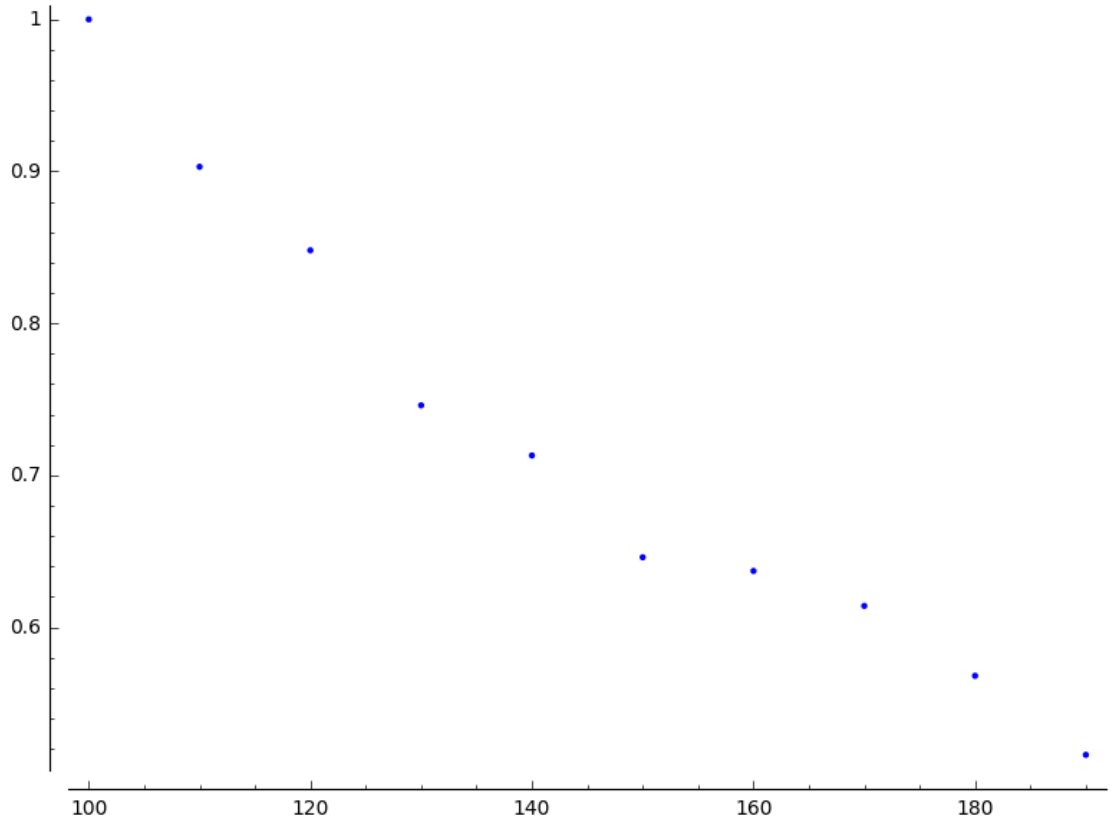
```
In [11]: def ruina_len(N):
             cont = 1
             while N > 0:
                 N += moneda()
                 cont += 1
             return cont

In [12]: RUINA = [ruina_len(20) for int in srange(100)]

In [13]: (sum(RUINA)/100).n()

Out[13]: 8060.26000000000

In [14]: RUINA2 = [(sum([ruina_len(20) for int in srange(20)])/20).n() for int2 in srange(5)];

Out[14]: [56487.0000000000,
          1768.20000000000,
          35144.4000000000,
          91305.8000000000,
          20555.9000000000]
```

En promedio, £cuánto tarda en arruinarse el jugador?

Jugador precavido

AHORA fijamos un tope superior, es decir el jugador abandona cuando llega a un cierto valor de su 'riqueza':

```
In [15]: def ruina_s(N,M):
             #L = [N]
             while M > N > 0:
                 N += moneda()
             #   L.append(N)
             return N,M

In [16]: ruina_s(100,1100)

Out[16]: (1100, 1100)

In [17]: def prob_no_ruina(N,M,R):
             cont = 0
             for int in srange(R):
                     ruina,exito=ruina_s(N,M)
                     if ruina != 0:
                         cont += 1
             return (cont/R).n()

In [18]: prob_no_ruina(100,110,10000)

Out[18]: 0.908900000000000

In [19]: LL=[(100+k*10,prob_no_ruina(100,100+k*10,1000)) for k in srange(10)]

In [20]: points(LL).show()
```




```
In [21]: var('AA BB')
         modelo(X)=AA+BB/X

In [22]: find_fit(LL,modelo,solution_dict=True)

Out[22]: {AA: 0.013539416923958734, BB: 98.16202758749334}

In [23]: [(100/(100+k*10)).n() for k in srange(20)]

Out[23]: [1.00000000000000,
          0.909090909090909,
          0.833333333333333,
          0.769230769230769,
          0.714285714285714,
          0.666666666666667,
          0.625000000000000,
          0.588235294117647,
          0.555555555555556,
          0.526315789473684,
          0.500000000000000,
          0.476190476190476,
```

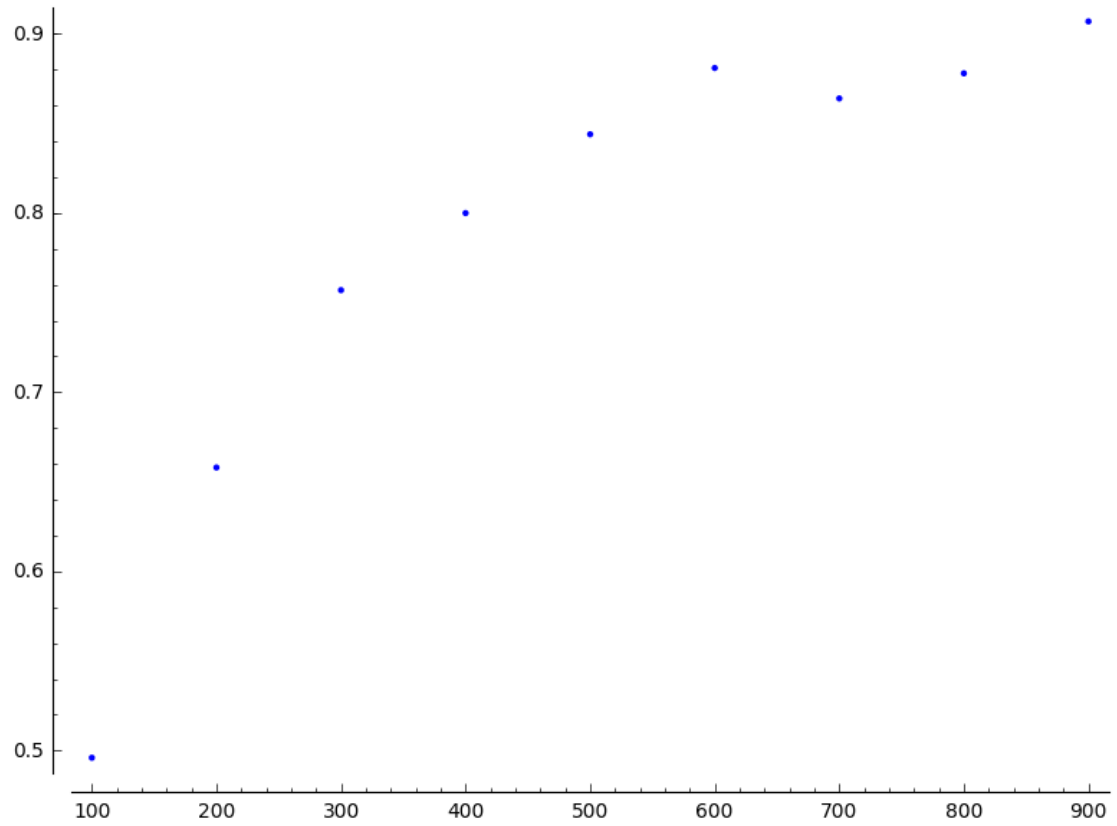
```
0.454545454545455,
0.434782608695652,
0.416666666666667,
0.400000000000000,
0.384615384615385,
0.370370370370370,
0.357142857142857,
0.344827586206897]
```

Casino limitado

```
In [27]: def casino_limitado(RC,RJ):
             while (RC>0 and RJ>0):
                 x = moneda()
                 if x == 1:
                     RJ += 1
                     RC -= 1
                 else:
                     RJ -= 1
                     RC += 1
             return RC,RJ

In [28]: casino_limitado(200,100)

Out[28]: (300, 0)

In [29]: def prob_ruina_jugador(RCI,RJI,R):
             cont = 0
             for muda in xrange(R):
                 rcasino,rjugador = casino_limitado(RCI,RJI)
                 if rjugador == 0:
                     cont += 1
             return (cont/R).n()

In [30]: prob_ruina_jugador(100,100,1000)

Out[30]: 0.514000000000000

In [31]: prob_ruina_jugador(200,100,1000)

Out[31]: 0.689000000000000
```

£Cómo depende la probabilidad de ruina de las 'fortunas' iniciales?

```
In [32]: L3 = [(k*100,prob_ruina_jugador(k*100,100,1000)) for k in srange(1,10)]

In [33]: points(L3).show()
```



Cuando la riqueza del casino es mucho mayor que la del jugador, la probabilidad de ruina del jugador debe ser casi 1. Ajustemos un modelo a los puntos hallados:

```
In [38]: var('B');modelo(X)=X/(X+B)

In [39]: find_fit(L3,modelo,solution_dict=True)

Out[39]: {B: 99.52163102047531}
```

Si llamamos a a los fondos del casino al empezar el juego y b a los del jugador debemos esperar una probabilidad de ruina del jugador igual a $a/(a+b)$, de forma que cuando la riqueza del casino es mucho mayor que la del jugador la ruina de éste es casi segura.