4.- Indicaciones sobre la convergencia de las series del ejercicio 4, hoja 3:

(a) $\sum \frac{10^k}{k!}$: converge por criterio del cociente

(b) $\sum \frac{1}{k\,2^k}$: converge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{2^k}$

(c) $\sum \frac{1}{k \ln k}$: diverge por criterio de condensación diádica (o por el de la integral)

(d) $\sum \frac{n!}{100^n}$: diverge por criterio del cociente (o porque el término general no tiende a cero)

(e) $\sum \frac{(\log k)^2}{k}$: diverge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{k}$

(f) $1 + \frac{1\cdot 2}{1\cdot 3} + \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 3\cdot 5} + \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7} + \cdots$: converge por el criterio del cociente.

(g) $\sum k \left(\frac{2}{3}\right)^k$: converge por criterio de la raíz

(h) $\sum \frac{1}{1+\sqrt{k}}$: diverge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{\sqrt{k}}$

(i) $\sum \frac{2\,k+\sqrt{k}}{k^3+2\,\sqrt{k}}$: converge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{k^2}$

(j) $\sum \frac{k!}{10^{4\,k}}$: diverge (similar al ejemplo (d))

(k) $\sum \frac{k^2}{e^k+1}$: converge por criterio del cociente (o por el de la raíz)

(l) $\sum \frac{2^k\,k!}{k^k}$: converge por criterio del cociente

(m) $\sum \frac{n!}{(n+2)!}$: converge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{n^2}$

(n) $\sum \frac{1}{n\,(\log n)^{\frac{1}{2}}}$: diverge por criterio de condensación (o por el de la integral)

(ñ) $\sum \frac{1}{n\ \log n(\log(\log n))^{\frac{3}{2}}}$: converge por criterio de condensación (o por el de la integral)

(o) $\sum \frac{(k!)^2}{(2\,k)!}$: converge por criterio del cociente

(p) $\sum \frac{45}{1+100^{-n}}$: diverge porque el término general no tiende a 0

(q) $\sum \frac{\log n}{n^2}$: converge por criterio de condensación y luego el criterio de la raíz

(r) $\sum(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\ )$: diverge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$

(s) $\sum(\sqrt[n]{n} - 1)^n$: converge por el criterio de la raíz

(t) $\sum \frac{1}{2^{\log n}}$: diverge porque $2^{\log n} = n^{\log 2}$ y $\log 2 < 1$ (serie p-armónica con $p < 1$)

OTRAS SERIES:

(1) $\sum \left(\frac{k}{2\,k+1}\right)^k$: converge por criterio de la raíz

(2) $\sum \frac{(\log k)^2}{k^2}$: converge por condensación y luego el criterio de la raíz

(3) $\sum \frac{k^2+2}{2\,k^3+6\,k-20}$: diverge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{k}$

(4) $\sum \frac{1}{\sqrt{k^3-2}}$: converge por comparación con la serie $\sum \frac{1}{k^{3/2}}$

(5) $\sum \left(\frac{k}{k+10}\right)^k$: diverge porque el término general no tiende a 0