

### HOJA DE EJERCICIOS 3: Grafos y Árboles EDyL 2015-2016

[Fecha de publicación: 2015/10/26]

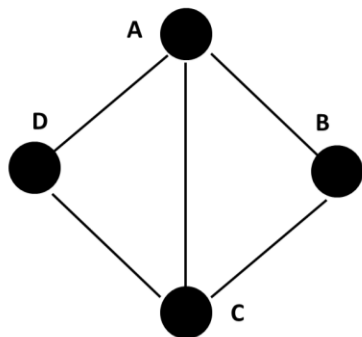
[Fecha de entrega: 2015/11/10, 09:00]

[Resolución en clase: 2015/11/10]

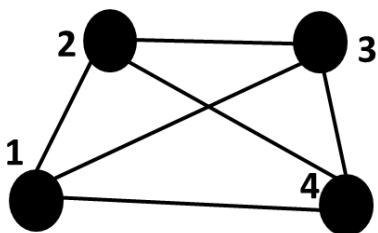
**NOTA:** Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

**NOTA:** En caso de que existan distintas alternativas en algún paso de los algoritmos implementados, debe utilizarse el orden alfabético con la convención de que los dígitos preceden a las letras.

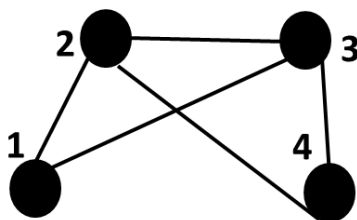
**EJERCICIO 1:** Sea el grafo siguiente:



¿Alguno de los grafos a) y b) adjuntos es isomorfo con el grafo anterior? Justificad la respuesta.



a)



b)

**SOLUCION:**

a) No es isomorfo: los dos vértices de grado 3 son adyacentes, a diferencia del original

**b) Sí es isomorfo:**

$$f(A) = 2$$

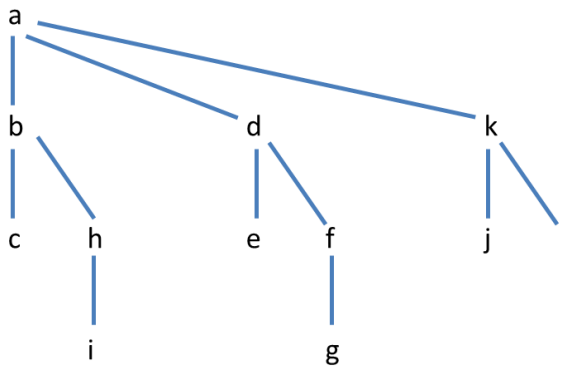
$$f(B) = 4$$

$$f(C) = 3$$

$$f(D) = 1$$

**EJERCICIO 2:** Tras muchos esfuerzos se ha conseguido seleccionar al próximo protagonista de la película "El Hobby", cuya imagen se incluye al final de las hojas. Ignorando pesos, genera el árbol de búsqueda en anchura que parte del extremo izquierdo de sus gafas (nodo "a"). Detalla paso a paso el despliegue del árbol.

**SOLUCION:**



**EJERCICIO 3:** Dada la imagen del próximo protagonista de "El Hobby", aplica el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino óptimo entre los extremos de sus gafas: desde el nodo a hasta el nodo c, indicando a qué trayectoria corresponde. Utiliza tantas columnas de la tabla como sea necesario.

### SOLUCIÓN:

	L <sub>0</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>	L <sub>7</sub>	L <sub>8</sub>	L <sub>9</sub>	L <sub>10</sub>	
<b>a</b>	<b>(0)</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<b>b</b>	∞	<b>2<sub>a</sub></b>	<b>(2)<sub>a</sub></b>	-	-	-	-	-	-	-	-	
<b>c</b>	∞	∞	<b>8<sub>a</sub></b>	<b>7<sub>b</sub></b>	<b>7<sub>b</sub></b>	<b>7<sub>b</sub></b>	<b>7<sub>b</sub></b>	<b>7<sub>b</sub></b>	<b>7<sub>b</sub></b>	<b>6<sub>e</sub></b>	<b>6<sub>e</sub></b>	
<b>d</b>	∞	<b>3<sub>a</sub></b>	<b>3<sub>a</sub></b>	<b>3<sub>a</sub></b>	<b>(3)<sub>a</sub></b>	-	-	-	-	-	-	
<b>e</b>	∞	∞	∞	∞	∞	<b>6<sub>d</sub></b>	<b>6<sub>d</sub></b>	<b>6<sub>d</sub></b>	<b>(5)<sub>f</sub></b>	-	-	
<b>f</b>	∞	∞	∞	∞	∞	<b>4<sub>d</sub></b>	<b>4<sub>d</sub></b>	<b>(4)<sub>d</sub></b>	-	-	-	
<b>g</b>	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	<b>5<sub>f</sub></b>	<b>(5)<sub>f</sub></b>	-	
<b>h</b>	∞	∞	∞	<b>3<sub>b</sub></b>	<b>3<sub>b</sub></b>	<b>(3)<sub>b</sub></b>	-	-	-	-	-	
<b>i</b>	∞	∞	∞	∞	∞	∞	<b>6<sub>h</sub></b>	<b>6<sub>h</sub></b>	<b>6<sub>h</sub></b>	<b>6<sub>h</sub></b>	<b>6<sub>e</sub></b>	
<b>j</b>	∞	∞	<b>2<sub>k</sub></b>	<b>(2)<sub>k</sub></b>	-	-	-	-	-	-	-	
<b>k</b>	∞	<b>(1)<sub>a</sub></b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<b>l</b>	∞	∞	<b>3<sub>k</sub></b>	<b>3<sub>k</sub></b>	<b>3<sub>k</sub></b>	<b>3<sub>k</sub></b>	<b>(3)<sub>k</sub></b>	-	-	-	-	

Se puede concluir en L(10), ya que cualquier otra exploración haría el camino más largo. No es "estrictamente" el algoritmo visto en clase, pero es correcto. Se considera también correcto realizar la siguiente iteración, ya que esa sería la ejecución del algoritmo dado en clase por un ordenador.

Camino óptimo entre a y c:

a → d → f → e → c

Peso: 6

**EJERCICIO 4:** Con fines publicitarios se ha decidido iluminar todos los nodos de la imagen de "El Hobby" con coste mínimo, utilizando las aristas que garanticen el coste mínimo para acceder a dichos nodos. En cada etapa del proceso de iluminación se ha de garantizar la conexión del nuevo tramo iluminado con los tramos iluminados previamente.

El coste de iluminar cada tramo es el especificado en los enlaces de la imagen adjunta. En caso de que existan distintas alternativas en algún paso del algoritmo, debe utilizarse el orden alfabético. ¿Cuál sería el coste mínimo de realizar una obra de estas características? ¿El procedimiento se corresponde con alguno de los estudiados en clase? Si es así, ¿con cuál?. Utiliza tantas filas de la tabla como sea necesario. Dibuja el árbol resultante.

Nota: sea cual sea el algoritmo utilizado, el nodo "a" será el primero que se ilumine.

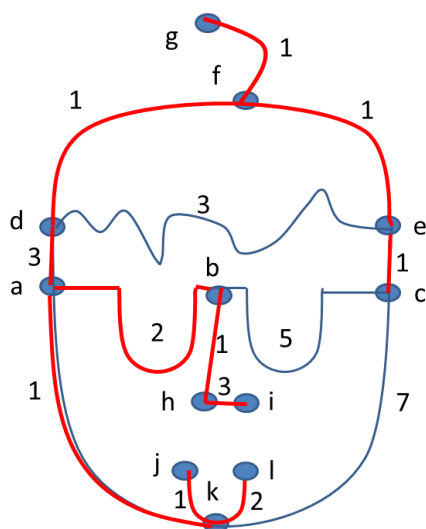
**SOLUCIÓN (PRIM):**

Arista Examinada	Peso	Elegida/Descartada
a-k	1	ELEGIDA
j-k	1	ELEGIDA
a-b	2	ELEGIDA
b-h	1	ELEGIDA
k-l	2	ELEGIDA
a-d	3	ELEGIDA
d-f	1	ELEGIDA
e-f	1	ELEGIDA
c-e	1	ELEGIDA
f-g	1	ELEGIDA
d-e	3	DESCARTADA
h-i	3	ELEGIDA

No deben examinarse más aristas una vez alcanzados todos los nodos.

Peso total: 17

Árbol resultante:



**EJERCICIO 5:** Dado el grafo adjunto, que representa una posible combinación de caramelos en el juego "Kandy-Krash", aplica el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino óptimo entre el nodo A y el nodo G, indicando a qué trayectoria corresponde. Utiliza tantas columnas de la tabla como sea necesario.

SOLUCIÓN:

	L(0)	L(1)	L(2)	L(3)	L(4)	L(5)	L(6)	L(7)	L(8)	L(9)
A	(0)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B	$\infty$	$B^*A(1)$	-	-	-	-	-	-	-	-
C	$\infty$	$\infty$	$C^*B(2)$	-	-	-	-	-	-	-
D	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$D_c(3)$	$D^*c(3)$	-	-	-	-	-
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$E^*D(4)$	-	-	-	-
F	$\infty$	$FA(2)$	$FA(2)$	$F^*A(2)$	-	-	-	-	-	-
G	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$GF(7)$	$GF(7)$	$GF(7)$	$GF(7)$	$GF(7)$	-
H	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$HE(5)$	$H^*E(5)$	-	-
I	$\infty$	$IA(4)$	$IA(4)$	$IA(4)$	$IA(4)$	$IA(4)$	$I^*A(4)$	-	-	-

El algoritmo acaba en L(8).

La distancia más corta entre A y G es 7, y la trayectoria:

A-F-G

**EJERCICIO 6:** Se desea poder acceder, a coste mínimo, a cada uno de los nodos de la combinación de caramelos adjunta. El proceso se hará por etapas, de manera que en cada una de ellas se elija el tramo de menor coste. Siempre se comenzaría por el nodo A. Los costes de asegurar los caminos entre los nodos están especificados en los enlaces del grafo. En caso de que existan distintas alternativas en algún paso del algoritmo, debe utilizarse el orden alfabético.

- a) Utilizar tantas filas de la tabla como sea necesario, indicando si alguna arista se descarta en algún paso del algoritmo y cuál es el motivo.
- b) ¿Cuál sería el coste mínimo de realizar este proceso?
- c) Representad el árbol resultante.
- d) Si se ha utilizado un algoritmo conocido, indicad cuál ha sido.

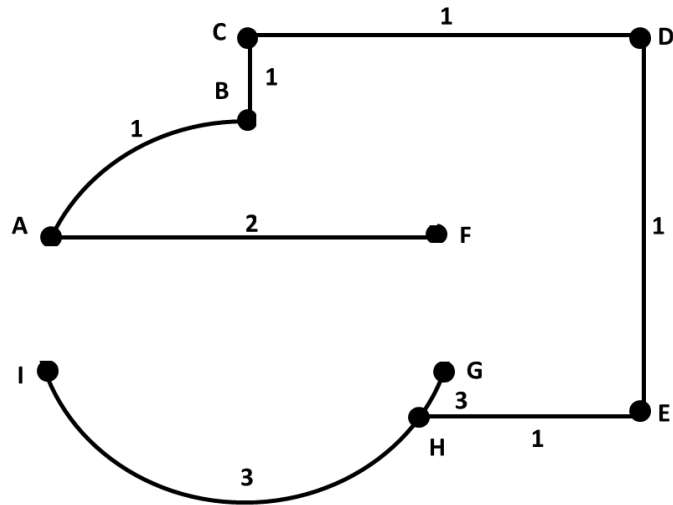
SOLUCIÓN (Kruskal):

Aristas por orden de elección:

	Arista analizada	Peso	Elegida/Descartada
arista 1	A-B	1	Elegida
arista 2	B-C	1	Elegida
arista 3	C-D	1	Elegida
arista 4	D-E	1	Elegida
arista 5	E-H	1	Elegida
arista 6	A-F	2	Elegida
arista 7	B-F	2	Descartada
arista 8	G-H	3	Elegida
arista 9	H-I	3	Elegida

**El algoritmo concluye habiéndose accedido ya a todos los nodos, y el resto de las aristas NO se consideran: NO hay ni que mirarlas!!**

Kruskal, peso 13. Árbol resultante:

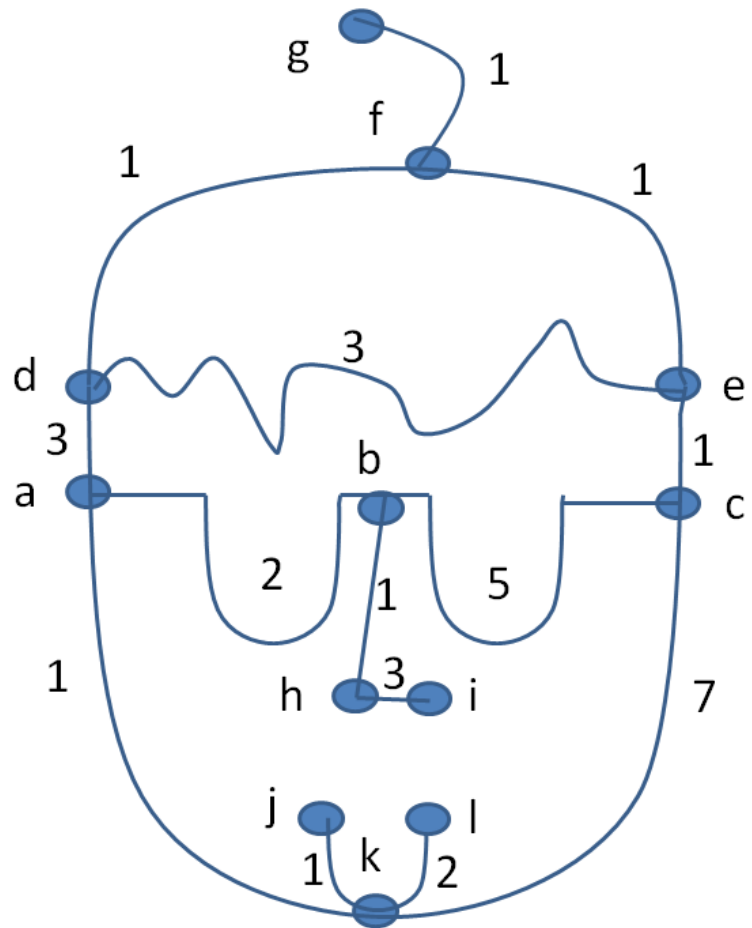


**EJERCICIO 7:** Dado el grafo de caramelos adjunto, e ignorando pesos, genera el árbol de búsqueda en profundidad que parte del nodo A. Detalla paso a paso el despliegue del árbol y etiqueta los nodos de acuerdo con el instante en que el nodo es visitado y el instante en que ha finalizado la exploración de dicho nodo.

SOLUCIÓN:

A (1/18) – B (2/17) – C (3/16) – D (4/15) – E (5/14) – H (6/13) – G (7/12) – F (8/9) – I (10/11)

HOBBY





Kandy-Krash

