COMBINATORIA

PRINCIPIOS PARA CONTAR

1. REGLA DE LA SUMA ($T_1 \cap T_2 = \emptyset$)

$$T_{12} = T_1 \text{ XOR } T_2 \Longrightarrow |T_{12}| = |T_1| + |T_2|$$

"Si la tarea compuesta T_{12} se puede realizar de dos formas (T_1) o (T_2) que son excluyentes, entonces, el nº de formas en las que se puede completar la tarea T_{12} es la suma del nº de formas en las que se puede realizar T_1 más el nº de formas en las que se puede realizar T_2".

ej: eligir plato del día
$T_1 \equiv$ vegetariano (2)
$T_2 \equiv$ no vegetariano (3)
$|T_{12}| = 2+3 = 5 = |T_1||T_2|$

2. REGLA DEL PRODUCTO

$$T_{12} = T_1 \text{ AND } T_2 \Rightarrow |T_{12}| = |T_1| . |T_2|$$

Ej: menú del día

T_1: eligir primero (4)
T_2: eligir segundo (5)
T_3: eligir postre (3)

$\rightarrow$ $T_{123} = T_1 \wedge T_2 \wedge T_3$
$|T_{123}| = |T_1| . |T_2| . |T_3| =$
$4.5.3 = 60$

PRINCIPIO DE INCLUSIÓN - EXCLUSIÓN

$$T_{12} = T_1 \cup T_2 \quad ; \quad T_1 \cap T_2 \neq \emptyset$$

$$|T_{12}| = |T_1| + |T_2| - |T_1 \cap T_2|$$

(T_1): - opción vegetariana / pescado (4)
$\qquad\qquad\qquad\;\;$ (2) $\qquad\;\;$ (2)
(T_2) - opción no vegetariana $(3 = \underset{\text{carne}}{1} + \underset{\text{pescado}}{2})$

$$|T_{12}| = 4+3-2 = 5$$

PRINCIPIO DEL PALOMAR

$K+1$ objetos en K cajas $\Rightarrow \exists$ al menos una caja en la que hay dos o más objetos.

Principio del palomar generalizado

N objetos y K cajas $\Longrightarrow \exists$ caja con $\underbrace{\left\lceil \frac{N}{K} \right\rceil}$ objetos.

→ truncar hasta el infinito
→ ceiling "función techo"
→ "redondeo al alza"

PERMUTACIONES de n objetos (distinguibles)

→ ordenaciones de n objetos en las que no hay repeticiones

$$T_{123\ldots n} = T_1 \wedge T_2 \wedge T_3 \wedge T_4 \wedge \cdots \wedge T_n$$

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cdots \times 1 = n!$$

1) PERMUTACIONES O VARIACIONES (n,r) $\boxed{P(n,r) = V_r^n = n.(n-1)\ldots(n-r+2)(n-r+1)}$

Agrupaciones de tamaño r de n objetos (distinguibles) en las que el orden es importante y sin repeticiones.

1 2 3 ... r-1 r

$$P(n,r) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots (n-r+2)(n-r+1)$$

Ej: 4 ases de la baraja $\longrightarrow 4.3.2.1 = 4!$

OJO

$m \geq n$

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!\,(m-n)!} = \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+2)(m-n+1)}{n!}$$

2) DISPOSICIONES

$$\boxed{D = n^r}$$

Lista (orden importante) de tamaño r coleccionada a partir de n objetos (distinguibles) en las que se permiten repeticiones.

$$\underset{n}{\boxed{}_{1}} \cdot \underset{n}{\boxed{}_{2}} \cdot \underset{n}{\boxed{}_{3}} \cdots \underset{n}{\boxed{}_{r-1}} \cdot \underset{n}{\boxed{}_{r}}$$

$$n \cdot n \cdot n \cdots n \cdot n = n^r$$

3) COMBINACIONES

$$\boxed{C(n,r) = \binom{n}{r}}$$

Agrupaciones de tamaño r de n objetos sin importar el orden y sin repeticiones.

(1) (2) (3) ... (r−1) (r) | (r+1) ... (n−2) (n−1) (n)

$$P(n,n) = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-r+2) \cdot (n-r+1)}_{\text{¿cuántas formas hay de ordenar estos r objetos? } P(r,r) = r!} \cdot \underbrace{(n-r) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}_{\text{¿Cuántas formas hay de ordenar (n-r) objetos? } (n-r)!} = n!$$

$$(n-(1-1)) \quad (n-(2-1)) \quad (n-(3-1)) \quad \ldots \quad (n-(r-1))$$

<u>Demostración 1</u>

T_{123} = crear una lista (orden importante) de tamaño r a partir de n objetos.

T_1: Crear, a partir de n objetos → conjunto de r objetos / → conjunto de (n−r) objetos

DISJUNTOS

T_2: Ordenar los r objetos del 1er conjunto

T_3: Ordenar los (n−r) objetos del 2º conjunto (complementario del 1º)

T_{123} : T_1 AND T_2 AND T_3

⇓ Regla del producto

$$|T_{123}| = |T_1| \cdot |T_2| \cdot |T_3|$$

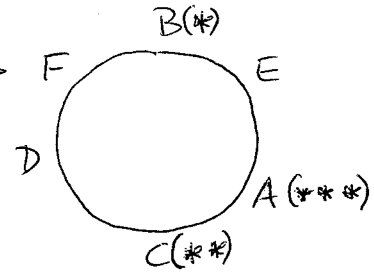
$$n! = C(n,r) \cdot r! \cdot (n-r)!$$

$$\rightarrow C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$$

Ordenar 6 personas: A, B, C, D, E, F

→ en fila: $6!$

Ej: CDFBEA (**)
ACDFBE (***)



$$\frac{6!}{6} = 5!$$

4 COMBINACIONES CON REPETICIONES

ORDEN NO IMPORT.

Ejemplo inicial:

4 piezas de fruta entre → MANZANAS (a), NARANJAS (o), PERAS (p)

codif.

a a a a	⟷	****||
a a a o	⟷	***|*|
a a a p	⟷	***||*
a a o o	⟷	**|**|
a a p p	⟷	**||**
a a o p	⟷	**|*|*

\|\|** ⟷ aopp

▶ ¿Cuantos conjuntos hay con 6 símbolos en los que hay 4 '*' y 2 '|'?

$$\frac{6!}{4!\,2!} = \binom{6}{4} = \binom{6}{2}$$

Agrupaciones de tamaño r, de entre n elementos → orden no importante, → con repeticiones

$$\boxed{\begin{matrix} n=3 \\ r=4 \end{matrix}} \quad CR(3,4) = \binom{6}{4} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{4!\,2!}$$

Caso general

Agrupaciones de tamaño r de entre un total de n objetos → orden no importante, → con repetic

$CR(n,r)$

*	|	*	*	. . .	*	|	*

nº de asteriscos ('*') = r

nº de separadores ('|') = $(n-1)$

total de símbolos = $(n+r-1)$

Forma de entre $(n+r-1)$ símbolos, elegir → r asteriscos $= \binom{n+r-1}{r}$ ‖ → $(n-1)$ separadores $= \binom{n+r-1}{n-1}$

$$\boxed{CR(n,r) = \binom{n+r-1}{r} = \binom{n+r-1}{n-1}}$$

PROPIEDADES DEL NÚMERO COMBINATORIO $\binom{n}{r}$

$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

de formas en que de entre n elementos se seleccionar r

formas en que de n elementos se seleccionan (n-r)

1. CÁLCULO NUMÉRICO

Ej: $\binom{10}{9} = \binom{10}{1}$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)\cancel{(n-r)!}}{r!\ \cancel{(n-r)!}} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} =$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+2)(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots 2\cdot 1} = \underbrace{\left(\frac{n}{r}\right)\left(\frac{n-1}{r-1}\right)\left(\frac{n-2}{r-2}\right)\cdots\left(\frac{n-r+2}{2}\right)\left(\frac{n-r+1}{1}\right)}$$

$$\binom{200}{199} = \left(\frac{200}{199}\right)\left(\frac{199}{198}\right)\left(\frac{198}{197}\right)\cdots\left(\frac{2}{1}\right)$$

$$\parallel$$

$$\binom{200}{1} = \frac{200}{1} = 200$$

PSEUDOCÓDIGO $\binom{n}{r}$

```
C = 1.0
if(r > n/2) {
    r = n - r
}
For (i=1 ; i <= r ; i++) {
    C = C * (n-i+1)/i
}
return C;
}
```

PROPIEDADES DE LOS N COMBINATORIOS

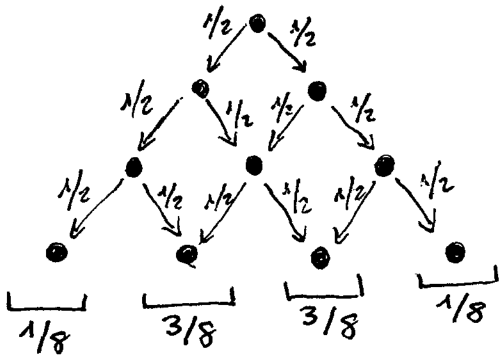
i) $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \left(\frac{n}{k}\right)\cdot\left(\frac{n-1}{k-1}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{n-k+2}{2}\right)\cdot\left(\frac{n-k+1}{1}\right)$$

ii) $$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$ Dem $C(n,k) = C(n,n-k)$

iii) $$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$$; iv) $$\sum_{k=0}^{N}\binom{n}{k} = 2^n$$

TRIÁNGULO DE TARTAGLIA O TRIÁNGULO DE PASCAL

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1



$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{8}{8}=\boxed{1}$$

$\binom{0}{0}$ NIVEL 0 PROFUNDIDAD 0

$\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$ NIVEL 1

$\binom{2}{0}$ $\binom{2}{1}$ $\binom{2}{2}$ NIVEL 2

$\binom{3}{0}$ $\binom{3}{1}$ $\binom{3}{2}$ $\binom{3}{3}$ NIVEL 3

$\binom{4}{0}$ $\binom{4}{1}$ $\binom{4}{2}$ $\binom{4}{3}$ $\binom{4}{4}$ NIVEL 4

$\binom{n+1}{k} \rightarrow$ nº de trayectorias de $\underbrace{(n+1) \text{ pasos}}$
- $\rightarrow k$ derechas
- $\rightarrow n+1-k$ izquierdas

$\binom{n}{k} \rightarrow$ nº de trayectorias con $\underbrace{n \text{ pasos}}$
- $\rightarrow k$ derechas
- $\rightarrow n-k$ izquierdas

$\binom{n}{k-1} \rightarrow$ nº de trayectorias con $\underbrace{n \text{ pasos}}$
- $\rightarrow k-1$ derechas
- $\rightarrow n-k+1$ izquierdas

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

El nº de formas de llegar a k en $n+1$ pasos son la suma del nº de formas de llegar a k en n pasos y "dar un paso a la izquierda" más el nº de formas de llegar a $k-1$ en n pasos y "dar un paso a la derecha".

BINOMIO DE NEWTON

$$\boxed{(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}}$$

$$\boxed{(x+y)^n = \underbrace{(x+y)(x+y)\cdots(x+y)(x+y)}_{n \text{ veces}}}$$

$$= \binom{n}{0}x^0 y^n + \binom{n}{1}x^1 \cdot y^{n-1} + \binom{n}{2}x^2 \cdot y^{n-2} + \dots + \binom{n}{n-2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{n-1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{n}x^n y^0$$

Ej: $\binom{n}{2} x^2 \cdot y^{n-2}$

$\hookrightarrow$ es el nº de formas en las que en n elecciones (de factores) escogemos $\to$ 2 "x", $\to$ n-2 "y"

Generalización: $\binom{n}{k} x^k y^{n-k}$

$\hookrightarrow$ nº de formas en las que en n elecciones (de factores) escogemos $\to$ K "x", $\to$ n-K "y"

PSEUDOCÓDIGO

```
S=0.0
for k=0 to n
    S=S+(n k) x^k y^(n-k)
end for
```

$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k \cdot y^{n-k} = (x+y)^n$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \overset{x=1}{1^k}\, \overset{y=1}{1^{n-k}} = (\overset{x}{1} + \overset{y}{1})^n = 2^n$$

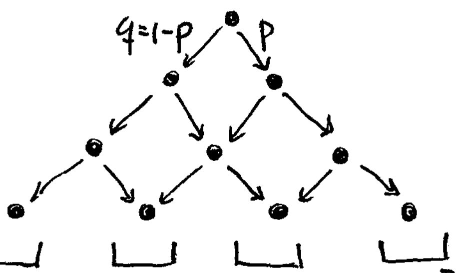
$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \overset{x=-1}{(-1)^k} \cdot \overset{y=1}{1^{n-k}} = (-\overset{x}{1} + \overset{y}{1})^n = 0^n = 0$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \overset{x=2}{2^k}\, \overset{y=1}{1^{n-k}} = (\overset{x}{2} + \overset{y}{1})^n = 3^n$$

$$1 = 1^n = (p+q)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$0 \leq q, p \leq 1$

$p + q = 1$



$$1 = 1^3 = (q+p)^3 = \binom{3}{0}q^3 + \binom{3}{1}q^2 p + \binom{3}{2} q p^2 + \binom{3}{3}p^3 = 1$$

$$\underbrace{(x_1 + x_2 + \cdots + x_D)^n}_{} = \left(\sum_{\substack{\{n_1, n_2, \ldots, n_D\} \\ n_d \geq 0 \quad d=1,2,\ldots,D \\ n_1+n_2+\cdots+n_D=n}} \frac{n!}{n_1!\, n_2! \cdots n_D!}\right) x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot x_3^{n_3} \cdot \ldots \cdot x_D^{n_D}$$

$(x_1 + x_2 + \cdots + x_D) \cdot$

$\cdot (x_1 + x_2 + \cdots + x_D) \cdot$

$\cdot (x_1 + x_2 + \cdots + x_D) \cdot$

$\vdots$

$\cdot (x_1 + x_2 + \cdots + x_D)$

"n objetos indistinguibles en D cajas que son distinguibles".

$\boxed{\begin{array}{c} \text{nº de maneras en que se puede elegir:} \\ n_1 \text{ de } x_1 \\ n_2 \text{ de } x_2 \\ \vdots \\ n_D \text{ de } x_D \end{array}}$

PERMUTACIÓN ORDINARIA	Todos los elementos	Importa el orden	Sin repeticiones	$\boxed{P_n = n!}$
PERMUTACIÓN CON REPETICIÓN	Todos elementos	Importa el orden	Con repeticiones	$\boxed{P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!\,b!\,c!}}$
VARIACIÓN ORDINARIA	No	Importa el orden	Sin repeticiones	$\boxed{V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}}$
VARIACIÓN CON REPETICIÓN	No	Importa el orden	Con repeticiones	$\boxed{VR_m^n = m^n}$
COMBINACIÓN ORDINARIA	No	No importa el orden	Sin repeticiones	$\boxed{C_m^n = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}}$
COMBINACIÓN CON REPETICIÓN	No	No importa el orden	Con repeticiones	$\boxed{CR_m^n = \binom{n+m-1}{r} = \binom{n+m+1}{n-1}}$ ↳ asteriscos y separadores

ALEJANDRO SANTORUM VARELA

EJERCICIOS COMBINATORIA 6

$\boxed{1.}$ a) $\cancel{\binom{40}{10} = C^{40}_{10}}$ $\boxed{C^{40}_{10} * C^{30}_{10} * C^{20}_{10} * C^{10}_{10}} = \frac{40!}{10!\,10!\,10!\,10!}$

b) $\cancel{\binom{40}{10} - 4\cdot\binom{30}{10}}$ $\left[C^{40}_{10} * C^{30}_{10} * C^{20}_{10} * C^{10}_{10}\right] - 4 \cdot \frac{30!}{10!\,10!\,10!} = C^{30}_{10} \cdot C^{20}_{10} \cdot C^{10}_{10}$

$\boxed{2.}$ a) $\left.\begin{matrix} 25 * \\ 21 \end{matrix}\right\}$ 27 símbolos $\Rightarrow \binom{27}{2}$

b) Entre las dos primeras huchas puede haber 20, 21, 22, 23, 24, 25 monedas, el resto estarán ~~por separado~~ en la hucha 3:

$+\begin{cases} 20 \text{ monedas: } \binom{21}{1} \\ 21 \text{ monedas: } \binom{22}{1} \\ 22 \text{ monedas: } \binom{23}{1} \end{cases}$ $+\begin{cases} 23 \text{ monedas: } \binom{24}{1} \\ 24 \text{ monedas: } \binom{25}{1} \end{cases}$

$\boxed{3.}$

$2^{\frac{n(n+1)}{2}} \longrightarrow$ número máximo de aristas que puede haber.

Cada arista puede estar o no estar, dos posibilidades, por eso $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots \frac{n(n+1)}{2}$ veces.

$\boxed{4.}$ a) $\frac{11!}{2!\,2!\,2!}$

b) $\cancel{3\left(\frac{5!}{2!\,2!} \cdot \frac{6!}{2!}\right)}$

_ F _ L _ C _ D _ D _ S _

$\underbrace{\frac{6!}{2!}}_{\text{permut. consonant.}} \cdot \underbrace{\binom{7}{5}}_{\text{escoger hueco}} \cdot \underbrace{\frac{5!}{2!\,2!}}_{\text{permutar consonantes}}$

$\boxed{5.}$ a) $\cancel{\binom{8}{1}\binom{8}{2}\binom{8}{3}\binom{8}{4}\binom{8}{5}}$

Cada regalo puede proceder de 5 personas $\Longrightarrow 5^8$ posibilidades

b) $\cancel{\binom{8}{5}}$

$2 + 2 + 2 + 1 + 1 \longrightarrow 10 \cdot \frac{8!}{2!\,2!\,2!}$ $\qquad \binom{5}{3} = \binom{5}{2}$

$3 + 2 + 1 + 1 + 1 \longrightarrow \binom{5}{2} \cdot 2 \cdot \frac{8!}{3!\,2!}$

$4 + 1 + 1 + 1 + 1 \longrightarrow 5 \cdot \frac{8!}{4!}$

$\boxed{6.}$

POR CASOS

7. a) $\binom{60}{12}$

b) $\binom{60}{12} - \binom{15}{12}$

c) $\binom{60}{12} - \left[\binom{15}{12} + \binom{15}{11} + \binom{15}{10} + \binom{15}{9} + \binom{15}{8} + \binom{15}{7} + \binom{15}{6} + \binom{15}{5} + \binom{15}{4}\right]$

8. a) $\binom{10}{6} \cdot \binom{9}{6}$

b) $V_6^{10} \cdot V_6^{9}$

9. a) $2.4.4.4.4$

b) $1 \times 2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 1$

10. a) $\left.\begin{array}{l} 10 \text{ asteriscos} \\ 2 \text{ barras} \end{array}\right\} 12$ símbolos $\binom{12}{2}$

b)

c)

11. a) $\binom{88}{5}$

b) $83 - 60 = 23$

$\binom{28}{5}$

c) $\binom{28}{5} - \binom{23}{23} - \binom{23}{22} - \binom{23}{21} - \binom{23}{20}$

12. a) $\dfrac{15!}{2!\,3!\,2!\,2!\,2!\,2!}$

b) $\dfrac{7!}{3!\,2!\,2!} \cdot \dfrac{8!}{2!\,2!\,2!}$

EJERCICIO 1

a) ~~9! palabras~~

$$\boxed{\frac{9!}{2!\,2!\,2!\,2!} = \frac{9!}{16}}$$

~~b) $8! + 8! - 7! = 2 \cdot 8! - 7!$~~

~~c) $4!$~~

~~d) 2 E's seguidas $= 7! \cdot 8 = 8!$~~

b) $\frac{8!}{2!2!2!} = \frac{8!}{8} + \frac{8!}{8} - \frac{7!}{8} = 2\,\frac{8!}{8} - \frac{7!}{8} = \frac{8!}{4} - \frac{7!}{8}$

c) $4!$

d)

EJERCICIO 1

a) $\frac{9!}{\underbrace{2!\,2!\,2!\,2!}_{\text{letras que se repiten}}} = \frac{9!}{16}$

b) $\frac{8!}{2!2!2!} = \frac{8!}{8} = 7! \Big\}$ palabras que empiezan por R / palabras que terminan por R

$7! + 7! - \frac{7!}{8} = 2 \cdot 7! - \frac{7!}{8}$

$\underbrace{\frac{7!}{2!2!2!} = \frac{7!}{8}}_{\text{palabras que empizan Y acaban por R.}}$

c) $4!$ $\quad \square\square\square\square N \underbrace{\square\square\square\square}_{\text{fijadas}}$

d) $\frac{8!}{2!2!2!} = \frac{8!}{8} = 7! \Big\}$ palabras con 2 E's seguidas

$\frac{7!}{2!\,2!} = \frac{7!}{4} \Big\}$ palabras con 2 E's seguidas y 2R's seguidas

$\boxed{7! - \frac{7!}{4}} \longrightarrow$ PALABRAS CON 2 E's seguidas y sin R's seguidas.

Ejercicio 2

A) $\boxed{\begin{array}{l} n_{Verde}^{peras} + n_{azul}^{peras} = 12 \\ n_{V}^{peras} \geq 0 \ ; \ n_{azul}^{peras} \geq 0 \end{array}}$

$\underbrace{* * * * * *}_{\text{verde}} | \underbrace{* * * * * *}_{\text{azul}}$

13 símbolos $\begin{cases} 12 \text{ asteriscos} \\ 1 \text{ raya} \end{cases}$

$$\binom{13}{1} = \binom{13}{12}$$

ordenar peras → $|T_1|$

ordenar mandarinas → $|T_2|$

ordenar manzanas → $|T_3|$

→ LO MISMO CON EL RESTO

$$\binom{13}{1}\binom{8}{1}\binom{6}{1} = 13 \cdot 8 \cdot 6 = \underbrace{\boxed{624}}_{|T_{123}|}$$

B) $n_{peras} + n_{mand} + n_{manzanas} = n^{\circ}$ frutas

$n \geq 0$

$**\ *||$ = 3 peras

$**|*|$ = 2 peras + 1 ~~manzana~~ mand

$*||**$ = 1 pera + 2 manzana

0 frutas $\rightarrow \binom{2}{2} = 1$ forma

1 fruta $\rightarrow \binom{3}{2} = 3$ formas

2 frutas $\rightarrow \binom{4}{2} = 6$ formas

3 frutas $\rightarrow \binom{5}{2} = 10$ formas

4 frutas $\rightarrow \binom{6}{2} = 15$ formas

$$1 + 3 + 6 + 10 + 15 = \boxed{35}$$

¡EN UN FRUTERO!

$$624 - (2 \cdot 35) = 624 - 70 = 554$$

EJERCICIO 3

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 20$$

$$n_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, 7$$

a) $\binom{26}{6} = \binom{26}{20}$

20 * } 26 símbolos
$\underbrace{6\ |}_{\text{pq hay que separar 7 productos}}$

b) $\binom{26}{6} - \underbrace{7}_{\text{los 20€ en un solo producto}} - \underbrace{\binom{7}{2}\cdot\binom{19}{1}}_{\text{los 20€ entre 2 productos}}$

$\left\{ \begin{array}{l} n_1 + n_2 = 20 \\ n_1 \geq 1 \\ n_2 \geq 1 \end{array} \right. \longrightarrow \begin{array}{l} n_1' + n_2' = 18 \\ n_1' \geq 0 \\ n_2' \geq 0 \end{array}$

EJERCICIO 4

a) $\underbrace{\binom{7}{2}}_{\substack{2p\ C1 \\ (5p\ C2)}} + \underbrace{\binom{7}{3}}_{\substack{3p\ C1 \\ (4p\ C2)}} + \underbrace{\binom{7}{4}}_{\substack{4p\ C1 \\ (3p\ C2)}} + \underbrace{\binom{7}{5}}_{\substack{5p\ C1 \\ (2p\ C2)}}$

b) $\underbrace{2}_{\text{2 opciones}} \left[\underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{1 en C1}} + \underbrace{\binom{5}{2}}_{\text{2 en C1}} + \underbrace{\binom{5}{3}}_{\text{3 en C1}} + \underbrace{\binom{5}{4}}_{\text{4 en C1}} \right]$

→ Cond$_1$ en C1 y Cond$_2$ en C2

→ Cond$_2$ en C1 y Cond$_1$ en C2

EJERCICIO 5

a) 4 tipos ; 5 bebidas $\left\{ \begin{array}{l} 5 * \\ 3 | \end{array} \right\} \rightarrow$ 8 elementos

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 5$$
$$n_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\binom{8}{3} = 56$$

b) sí importa el orden

$$\underbrace{4}_{1^{\underline{a}}\text{ pers}} \cdot \underbrace{4}_{2\text{ pers}} \cdot \underbrace{4}_{3\text{ pers}} \cdot \underbrace{4}_{4\text{ pers}} \cdot \underbrace{4}_{5\text{ pers.}} = 4^5$$

[illegible] 6

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 9$$

$n_i > 0 \equiv n_i \geq 1$ → T_1 : A cada niño le doy un caramelo

$n_i \geq 3$ ④

$i = 1, \dots, 4$ T_2 : Reparto los 5 caramelos

$$n_1' + n_2' + n_3' + n_4' = 5$$

$$n_i' \geq 0 \quad i = 1, \dots, 4$$

PROHIBIDO:

5 0 0 0

1 1 1 1

PROHIBIDO:

$\boxed{4}$ $n_1''' \ n_2''' \ n_3'''$

1 1 1 1

$n_1''' + n_2''' + n_3''' = 1$

$n_i''' \geq 0$

PROHIBIDO:

$\boxed{3}$ $n_1'' \ n_2'' \ n_3''$

1 1 1 1

$n_1'' + n_2'' + n_3'' = 2$

$n_i'' \geq 0$

$$\binom{8}{3} - 4\left(1 + \binom{3}{2} + \binom{4}{2}\right) =$$

HOJA DE EJERCICIOS 4: Combinatoria **EDyL 2015-2016**

[Fecha de publicación: 2015/11/19]
[Fecha de entrega: 2015/11/26, 09:00]
[Resolución en clase: 2015/11/26]

NOTA: Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

EJERCICIO 1:

(a) ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con (todas) las letras de la palabra RECONOCER?
(b) ¿Cuántas empiezan o acaban por la letra R?
(c) ¿Cuántas son palíndromos (palabras "capicúa")?
(d) ¿Cuántas contienen 2 Es seguidas y no contienen 2 Rs seguidas?

EJERCICIO 2: Tengo 12 peras, 5 manzanas y 7 mandarinas, y dos fruteros distintos (verde y azul).

(a) ¿De cuántas maneras puedo colocar las frutas en los fruteros?
(b) ¿De cuántas maneras puedo colocar las frutas en los fruteros si en cada frutero debe haber un mínimo de 5 frutas?

EJERCICIO 3: En una tienda de todo a 1 euro venden 7 tipos de productos.

a. ¿De cuántas formas distintas me puedo gastar 20 euros en la tienda?
b. ¿De cuántas formas distintas me puedo gastar 20 euros en la tienda si quiero comprar al menos 3 productos distintos?

EJERCICIO 4: Siete amigos van de viaje en dos coches distintos. En cada coche pueden viajar un máximo de 5 personas.

a) ¿De cuántas maneras distintas se pueden repartir en los coches? No importa en qué orden se sientan, sólo quiénes van en cada coche.
b) ¿De cuántas maneras distintas se pueden repartir en los coches si sólo hay dos conductores? No importa en qué orden se sientan, sólo quiénes van en cada coche.

EJERCICIO 5: La máquina de bebidas se ha vuelto loca e, independientemente de la bebida que selecciones, te da una al azar. Hay cuatro tipos diferentes de bebidas en la máquina. Decidimos comprar cinco bebidas.

a) ¿De cuántas maneras distintas puede la máquina sacar las bebidas? No importa el orden en el que salen y puede suponerse que hay más de 5 bebidas de cada tipo.
b) Si cada una de las bebidas es para una persona distinta, ¿de cuántas maneras distintas puede acabar esta experiencia? Puede suponerse que hay más de 5 bebidas de cada tipo.

EJERCICIO 6: Cuatro niños se reparten 9 caramelos. ¿De cuántas maneras distintas pueden hacerlo de forma que ninguno se quede sin caramelos y que ninguno consiga más de 3?

EJERCICIO 7: Me quedan 5 días de vacaciones, que tengo que gastar entre los días 22 de diciembre y 9 de enero (ver calendario adjunto). Los días 25 de diciembre, 1 de enero y 6 de enero son festivos, y mi jefe no me deja que en una misma semana trabaje menos de dos días. ¿De cuántas maneras distintas puedo organizar mis vacaciones?

L	M	X	J	V	S	D
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11

EJERCICIO 8: ¿Cuántas frases distintas se pueden formar con las letras de la frase "DIE WANNA WANGA" en cada uno de los supuestos siguientes?

(a) Las letras pueden cambiar de posición, pero los espacios no. Una frase válida en este caso sería por ejemplo "WAN DIENA WANGA".
(b) Las letras pueden cambiar de posición sólo dentro de cada palabra. Una frase válida en este caso sería por ejemplo "IDE WANNA WANGA".

EJERCICIO 9: ¿Cuántas frases distintas se pueden formar con las letras de la frase "WOOSSIE JAWAMBA BOOG" en cada uno de los supuestos siguientes?

(a) Las letras pueden cambiar de posición, pero los espacios no. Una frase válida en este caso sería por ejemplo "WOOSWAJ EISAMBA BOOG".

(b) Las letras pueden cambiar de posición sólo dentro de cada palabra. Una frase válida en este caso sería por ejemplo "EISSOOW JAWAMBA BOOG".

EJERCICIO 10: En una colección de cromos hay 100 cromos distintos. Los cromos se venden en sobres de 5.

(a) ¿Cuántos sobres distintos puedo comprar si en un sobre puede haber cromos repetidos?
(b) ¿Cuántos sobres distintos puedo comprar si en un sobre no puede haber cromos repetidos?

EJERCICIO 11: En una tómbola se sortean 6 jamones entre 50 personas.

(a) ¿De cuántas maneras se pueden repartir los premios si nadie puede llevarse más de un jamón?
(b) ¿De cuántas maneras se pueden repartir los premios si una misma persona puede ganar cualquier número de jamones?