HOJA 1

1. Se lanza un dado n veces. Calcular la probabilidad de obtener al menos un 6.

$A =$ "sale por lo menos un 6".

$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(A^c)$

$A^c =$ "no sale nunca 6". = "sale un nº entre 1 y

$$\mathbb{P}(A^c) = (\text{"1º sale 1-5"} \cap \text{"2º sale 1-5"} \cap \cdots \cap \text{"nº sale 1-5"}) \underset{\text{eventos indep.}}{=}$$

$$= \mathbb{P}(\text{"1º sale 1-5"}) \cdot \mathbb{P}(\text{"2º sale 1-5"}) \cdot \cdots \cdot \mathbb{P}(\text{"nº sale 1-5"}) =$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

Entonces: $\mathbb{P}(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$

2. De una baraja francesa de 52 cartas extraemes 2 al azar. ¿Cu es la probabilidad de sacar al menos un as?

$A =$ "sale al menos un as"

$A^c =$ "sale ningún as"

eventos no independientes
regla de multiplicación

$$\mathbb{P}(A^c) = (\text{"1ª carta} \neq \text{as"} \cap \text{"2ª carta} \neq \text{as"}) = \mathbb{P}(\text{"1ª carta} \neq \text{as"}) \cdot$$

$$\cdot \mathbb{P}(\text{"2ª carta} \neq \text{as"} \mid \text{"1ª carta} \neq \text{as"}) = \frac{48}{52} \cdot \frac{47}{51}$$

Entonces: $\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(A^c) = 1 - \frac{48}{52} \cdot \frac{47}{51}$

observación: Si hubiera un reemplazamiento de la carta:

$$\mathbb{P}(A^c) = \left(\frac{48}{52}\right)^2$$

3.] Una urna contiene 14 bolas: 5 rojas, 3 verdes, 2 azules y 4 blancas. ¿Cuál es la probabilidad de extraer 8 bolas, sin reemplazamiento, y que sean 2R, 2V, 1A, 3B? = A

$$\mathbb{P}(\underset{1^\circ}{R}\underset{2^\circ}{R}VVABB\underset{8^\circ}{B}) = \mathbb{P}(R)\cdot\mathbb{P}(R|R)\cdot\mathbb{P}(V|\overset{1^\circ}{R}\cap\overset{2^\circ}{R})\cdot\mathbb{P}(V|R\cap R\cap V)\cdots$$

$$\cdots = \frac{5}{14}\cdot\frac{4}{13}\cdot\frac{3}{12}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}$$

lo mismo

Con un orden diferente:

$$\mathbb{P}(\underset{1^\circ}{R}\underset{2^\circ}{V}RVABB\underset{8^\circ}{B}) = \frac{5}{14}\cdot\frac{3}{13}\cdot\frac{4}{12}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}$$

Hay que calcular el número de permutaciones (con repeticiones):

$$n_{perms} = \frac{8! \leftarrow \text{nº total elems perm.}}{3!\,2!\,2!}$$

3 blancas, 2 verdes, 2 rojas

Entonces:

una ordenación de A, como por ejemplo RRVVABBB

$$\mathbb{P}(A) = \frac{8!}{3!2!2!}\cdot\mathbb{P}(a) = \frac{8!}{3!2!2!}\cdot\frac{5}{14}\cdot\frac{4}{13}\cdot\frac{3}{12}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}$$

1.] Probabilidad de que, al tirar 11 veces una moneda, se obtenga la sexta cara al último lanzamiento.

eventos independientes

$$\mathbb{P}(\text{"5 cara y 5 cruz en los 10 primeros lanzamientos"} \cap \text{"11º = cara"}) =$$

$$= \mathbb{P}(\text{"5 cara y 5 cruz"})\cdot\mathbb{P}(\text{"11º = cara"}) = \mathbb{P}(\{cccccxxxxx, cxcxcxcxcx, \dots\})\cdot$$

$$\cdot\,\mathbb{P}(\text{"11 = cara"}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\cdot\frac{10!}{5!5!}\cdot\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{11}\cdot\frac{10!}{5!5!}$$

5. Un alumno sabe 18 temas de 30. Hay dos formas de examinarse: N = temas que no conoce ; S = temas que conoce

a) 3 temas al azar, debe contestar 2.

b) 5 " " ", " " 3.

¿Qué tipo deberá escoger?

a) $\mathbb{P}(\text{"de 3 temas al azar, sabe 2"}) = \mathbb{P}(SSN, SSS) = \mathbb{P}(SSN \cup SSS) =$

$= \mathbb{P}(SSS) + \mathbb{P}(SSN)$

$\mathbb{P}(SSN) = \mathbb{P}(S) \cdot \mathbb{P}(S|S) \cdot \mathbb{P}(N|SS) = \left(\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} \cdot \frac{12}{28}\right) \cdot \frac{3!}{2!}$

$\mathbb{P}(SSS) = \mathbb{P}(S) \cdot \mathbb{P}(S|S) \cdot \mathbb{P}(S|SS) = \left(\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} \cdot \frac{16}{28}\right) \cdot \frac{3!}{3!} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{30 \cdot 29 \cdot 28}$

Entonces: $\mathbb{P}(\text{"de 3 temas al azar, sabe 2"}) = \frac{3!}{2!}\left(\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} \cdot \frac{12}{28}\right) + \frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} \cdot \frac{16}{28}$

b) $\mathbb{P}(\text{"de 5 temas al azar, sabe 3"}) = \mathbb{P}(SSSSS, SSSSN, SSSNN) = \mathbb{P}(SSSSS \cup SSSSN \cup SSSNN)$

$= \mathbb{P}(SSSSS) \cup \mathbb{P}(SSSSN) \cup \mathbb{P}(SSSNN)$

$\mathbb{P}(SSSNN) = \left(\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} \cdot \frac{16}{28} \cdot \frac{12}{27} \cdot \frac{11}{26}\right) \cdot \frac{5!}{3!\,2!} \quad (1)$

$\mathbb{P}(SSSSN) = \left(\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} \cdot \frac{16}{28} \cdot \frac{15}{27} \cdot \frac{12}{26}\right) \cdot \frac{5!}{4!} \quad (2)$

$\mathbb{P}(SSSSS) = \left(\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} \cdot \frac{16}{28} \cdot \frac{15}{27} \cdot \frac{14}{26}\right) \cdot \frac{5!}{5!} \quad (3)$

Entonces:

$\mathbb{P}(\text{"de 5 temas al azar, saber 3"}) = (1) + (2) + (3)$

16. Tres periódicos: A, B y C. El 30% de la población lee A, el 20% de B, el 15% lee C, el 12% lee A y B, 9% lee A y B, el 6% lee B y C, el 3% lee los tres.

a) ¿% de personas que leen al menos uno de los tres periódicos?

$$\mathbb{P}(A\cup B\cup C) \overset{\text{Ppio. unión-exclusión}}{=} \mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(C)-\mathbb{P}(A\cap B)-\mathbb{P}(A\cap C)-$$
$$-\mathbb{P}(B\cap C)+\mathbb{P}(A\cap B\cap C) = 30+20+15-12-9-6+3 = 41\%$$

b) ¿% personas que lee sólo A? $\overset{\shortparallel}{12\%}$

$$\mathbb{P}(A\setminus(B\cup C)) = \mathbb{P}(A)-\mathbb{P}(A\cap(B\cup C)) = \mathbb{P}(A)-\mathbb{P}(A\cap B)-$$
$$-\mathbb{P}(A\cap C)+\mathbb{P}(A\cap B\cap C) = 30-12-9+3 = 12\%$$

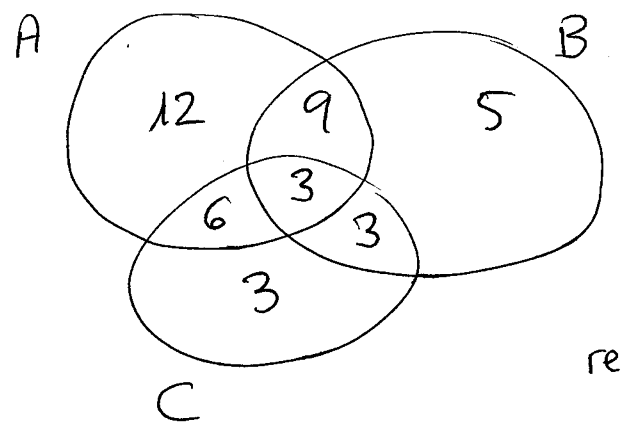
c) ¿% personas que lee B o C, pero no A? $= 11\%$

$$\mathbb{P}((B\cup C)\setminus A) = \mathbb{P}(B\cup C)-\mathbb{P}(B\cap A)-\mathbb{P}(C\cap A)+\mathbb{P}(A\cap B\cap C) =$$
$$= \mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(C)-\mathbb{P}(B\cap C)-\mathbb{P}(A\cap B)-\mathbb{P}(A\cap C)+\mathbb{P}(A\cap B\cap C) = 11$$

d) ¿% personas que o leen A, o no leen ni B ni C?

$$\mathbb{P}(A\cup(B\cup C)^c) = 1-0'11 = 0'89 = 89\%$$

otra forma (d):



59 ninguno

$$\text{respuesta} = \underbrace{12+9+3+6}_{\text{personas que leen A}} + \underbrace{59}_{\text{ninguno}} = 8$$

7. Tenemos un dado tal que $\mathbb{P}(\{i\}) = c \cdot i$, $i = 1, \dots, 6$

$\mathbb{P}(\text{"sale un número par"}) = ?$

$$\mathbb{P}(\{2,4,6\}) = \mathbb{P}(\{2\}) + \mathbb{P}(\{4\}) + \mathbb{P}(\{6\}) = c \cdot (2+4+6) = c \cdot 12$$

Para averiguar c sabemos que: $\sum_{i=1}^{6} \mathbb{P}(\{i\}) = 1 = c \sum_{i=1}^{6} i = c \cdot 21$

$\Rightarrow c = \frac{1}{21}$

Entonces: $\mathbb{P}(\text{"sale par"}) = c \cdot 12 = \frac{12}{21}$

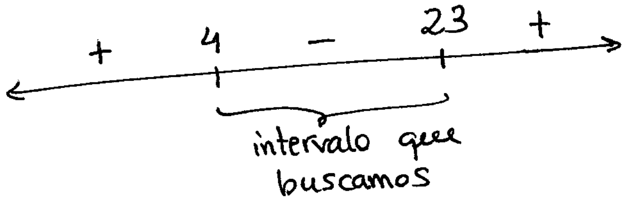
8. Un examen consta de 14 temas. Se escogen 2 al azar y el alumno deberá escoger uno. a) Calcula la probabilidad de que un alumno que ha preparado 5 temas le toque al menos uno que sabe. b) ¿Cuál es el número mínimo de temas que tiene que preparar para que tenga una probabilidad $\geq 50\%$ de aprobar?

a) $\mathbb{P}(SN, SS) = \mathbb{P}(SN) + \mathbb{P}(SS) = 2 \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{9}{13} + \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = 60'44\%$

b) $\mathbb{P}(\text{"se sabe al menos uno"}) = 1 - \mathbb{P}(\text{"no se sabe ninguno"}) \geq 50\% \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 - \frac{14-x}{14} \cdot \frac{13-x}{13} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \dots \Rightarrow x^2 - 27x + 91 \leq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ 23 \end{cases}$



Entonces tiene que saberse 4 o más temas para tener más de un 50% de posibilidades de aprobar.

7.| Los 4 grupos sanguíneos se reparten de la forma siguiente:

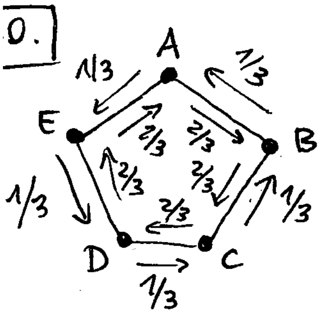
A. 43%   B. 8%   AB. 4%   0. 45%

Teniendo en cuenta las incompatibilidades entre grupos sanguíneos, calcular la probabilidad de que dadas 2 personas X e Y al azar X puede recibir sangre de Y suponiendo que la población es muy grande.

$$X = A_x \cup B_x \cup AB_x \cup O_x$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\text{"X puede recibir de Y"}) = {} & \mathbb{P}(O_x)\cdot\mathbb{P}(O_y|O_x) + \\ & + \mathbb{P}(A_x)\cdot\mathbb{P}(O_y\cup A_y|A_x) + \\ & + \mathbb{P}(B_x)\cdot\mathbb{P}(O_y\cup B_y|B_x) + \\ & + \mathbb{P}(AB_x)\cdot\mathbb{P}(O_y\cup B_y\cup A_y\cup AB_y|AB_x)\end{aligned}$$

8.|



Se comienza por A y al azar se realiza el viaje. Calcular la probabilidad de que el regreso a A lo haga por la ciudad contraria a la que fue en primer lugar y pasando una sola vez por D:

esto se puede hacer ∞ veces (n veces)

$$\mathbb{P}(x) = \mathbb{P}(ABCDE) + \mathbb{P}(ABC\overbrace{BC}^{1\text{ vez}}DE) + \mathbb{P}(ABC\overbrace{BC\,BC}^{2\text{ vez}}DE) + \cdots +$$

$$+ \mathbb{P}(AEDCBCBA) + \mathbb{P}(AEDCBCBCBA) + \cdots$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{9}\right)^n\cdot\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{2}{9}\right)^n\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} =$$

$$= \left(\frac{1}{3^5} + \frac{2^5}{3^5}\right)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{9}\right)^n = \frac{1+2^5}{3^5}\cdot\frac{1}{1-2/9} = \frac{1+2^5}{3^5}\cdot\frac{7}{9}$$

12. Un test de respuestas múltiple, una persona sabe una porción p de la asignatura. Tiene que contestar una pregunta con m respuestas. Cuando no sabe contestar, elige una respuesta al azar. Si contesta correctamente, ¿cuál es la probabilidad que supiese de verdad la respuesta?

$$\mathbb{P}(\text{Sabe} \mid \text{Correcta}) = \frac{\underbrace{\mathbb{P}(\text{Correcta} \mid \text{sabe})}_{=1} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\text{sabe})}_{=p}}{\mathbb{P}(\text{correcta})}$$

$$\mathbb{P}(\text{correcta}) = \underbrace{\mathbb{P}(\text{sabe})}_{p} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\text{correcta} \mid \text{sabe})}_{1} + \overbrace{\mathbb{P}(\text{no sabe})}^{(1-p)} \cdot \underbrace{\mathbb{P}(\text{correc} \mid \text{no sabe})}_{1/m}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\text{sabe} \mid \text{correcta}) = \frac{p}{p + \frac{1-p}{m}}$$

11. a) ¿Si $A_1 \cap A_2 \subset A \Rightarrow \mathbb{P}(A) \geq \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - 1$?

b) ¿Si $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \subset A \Rightarrow \mathbb{P}(A) \geq \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3) - 2$?

a) $\mathbb{P}(A) \leq 1$

Como $A_1 \cap A_2 \subset A \Rightarrow \mathbb{P}(A_1 \cap A_2) \leq \mathbb{P}(A) \Rightarrow \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 \cup A_2) \leq$

$\leq \mathbb{P}(A) \Rightarrow \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \underbrace{\mathbb{P}(A_1 \cup A_2)}_{\leq 1} \leq \mathbb{P}(A) \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbb{P}(A) \geq \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 \cup A_2) \geq \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - 1$

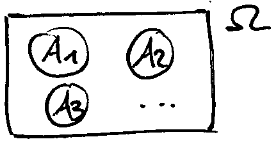
b)

RESUMEN TEMA 1 - COSAS MAS IMPORTANTES

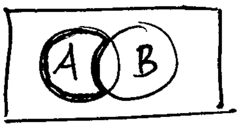
1. $\mathbb{P}(\Omega) = 1$ $\qquad \mathbb{P}(\emptyset) = 0$

2. $\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(A^c)$

3. $\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i)$ si A_i son disjuntos



4. $\mathbb{P}(A \setminus B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$



NO: $\mathbb{P}(A \setminus B) \neq \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(B)$

5. TEOREMA (Regla del producto)

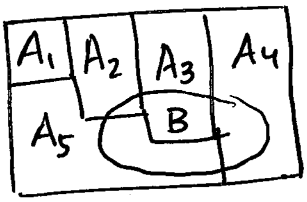
$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \cdot \mathbb{P}(A_2 | A_1) \cdot \mathbb{P}(A_3 | A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot \mathbb{P}(A_n | A_{n-1} \cap \dots \cap A_1)$$

si A_i son independientes, podemos simplificar lo anterior por:

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \cdot \mathbb{P}(A_2) \cdot \dots \cdot \mathbb{P}(A_n)$$

6. TEOREMA (Regla de la probabilidad total)

si $\{A_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ es una partición de Ω, es decir, $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \Omega$ y A_i son disjuntos:



$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i) \cdot \mathbb{P}(B | A_i)$$

7. TEOREMA (Regla de Bayes):

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A) \cdot \mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$$

⊛ $\mathbb{P}(A|B)$ es fácil de calcular cuando B es la causa y A el efecto. En otro caso, se utiliza la fórmula del teorema 7.

15. La cuarta parte de una población ha sido vacunada contra una enfermedad infecciosa. En el transcurso de epidemia de dicha enfermedad, se constata que entre los enfermos hay un vacunado por cada 4 no vacunados.

a) ¿Es de alguna eficacia la vacuna? Es decir, compara las probabilidades de enfermar entre los vacunados y los no vacunados.

b) Si se sabe que la epidemia ha afectado a uno de cada 12 vacunados, ¿cuál era la probabilidad de caer enfermo para un individuo no vacunado?

Sabemos: $\mathbb{P}(Vac) = 25\%$

$\mathbb{P}(Vac|Enf) = 20\%$

a) $$\frac{\mathbb{P}(Enf|Vac)}{\mathbb{P}(Enf|NoVac)} = \frac{\overbrace{\mathbb{P}(V|E)}^{20\%} \cdot \cancel{\mathbb{P}(E)} / \mathbb{P}(V)_{=25\%}}{\underbrace{\mathbb{P}(NV|E)}_{80\%} \cdot \cancel{\mathbb{P}(E)} / \mathbb{P}(NV) = 75\%} = 75\%$$

b) ¿ $\mathbb{P}(Enf|NoVac)$? Sabemos que $\mathbb{P}(Enf|Vac) = 1/12$

opción 1: despejando de (a) $\mathbb{P}(Enf|NoVac) = \frac{\mathbb{P}(Enf|Vac)}{0'75} = 0'\overline{1}$

opción 2: $\underbrace{\mathbb{P}(V|E)}_{=20\%} = \frac{\overbrace{\mathbb{P}(E|V)}^{=1/12} \cdot \mathbb{P}(V)_{=25\%}}{\mathbb{P}(E)} \Rightarrow \mathbb{P}(E) = \frac{1}{12} \cdot \frac{25\%}{20\%} = \frac{5}{48}$

$$\mathbb{P}(Enf|NoVac) = \frac{\overbrace{\mathbb{P}(NV|E)}^{=80\%} \cdot \mathbb{P}(E)^{=5/48}}{\mathbb{P}(NV)_{=75\%}} = 0'\overline{1}$$

13. Existen tres variedades diferentes de cierta planta: A(30%), B(10%) y C(60%). El caracter "flores blancas" en cada variedad es 20%, 40% y 5% respectivamente.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una planta al azar tenga flores blancas?

b) Si una planta elegida al azar tiene flores blancas, ¿a que variedad es más posible que pertenezca?

a) $\mathbb{P}(Bl) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(Bl|A) + \mathbb{P}(B) \cdot \mathbb{P}(Bl|B) + \mathbb{P}(C) \cdot \mathbb{P}(Bl|C) =$

$= 0'3 \cdot 0'2 + 0'1 \cdot 0'4 + 0'6 \cdot 0'05 = 0'13 = 13\%$

b) $$\mathbb{P}(A|Bl) = \frac{\mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(Bl|A)}{\mathbb{P}(Bl)} = \frac{0'3 \cdot 0'2}{0'13} = 0'46$$

$$\mathbb{P}(B|Bl) = \frac{\mathbb{P}(B) \cdot \mathbb{P}(Bl|B)}{\mathbb{P}(Bl)} = \frac{0'1 \cdot 0'4}{0'13} = 0'31$$

$$\mathbb{P}(C|Bl) = \frac{\mathbb{P}(C) \cdot \mathbb{P}(Bl|C)}{\mathbb{P}(Bl)} = \frac{0'6 \cdot 0'05}{0'13} = 0'23$$

14. Una prueba de diagnóstico (sencilla y no invasiva) para cierta enfermedad, tiene probabilidad 0'96 de resultar positiva si el paciente está enfermo; el 95% de los individuos sanos dan resultado negativo. Se somete a esa prueba a un individuo elegido al azar en una población en la cual el 0'5% tienen dicha enfermedad. Si la prueba da resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que realmente esté enfermo?

$$\mathbb{P}(E|P) = \frac{\mathbb{P}(P|E) \cdot \mathbb{P}(E)}{\mathbb{P}(P)} \quad ; \quad \mathbb{P}(P) = \mathbb{P}(E) \cdot \mathbb{P}(P|E) + \mathbb{P}(S) \cdot \mathbb{P}(P|S) =$$

$$= 0'005 \cdot 0'96 + 0'995 \cdot 0'05 = 0'055$$

$$\mathbb{P}(E|P) = \frac{0'96 \cdot 0'005}{0'055} = 0'08 = 8\%$$

16. La probabilidad de que un sistema tenga n fallos durante un día viene dada por $P_n = \frac{1}{e.n!}$ $n = 0, 1, 2, \ldots$. Si se presentan n fallos, el sistema deja de funcionar con probabilidad $1 - (1/2)^n$. Calcular la probabilidad de que el sistema haya tenido n fallos sabiendo que ha dejado de funcionar.

<u>DATOS:</u> $\mathbb{P}(\text{nfallos}) = \frac{1}{e.n!}$ $\qquad \mathbb{P}(DF \mid \text{nfallos}) = 1 - (1/2)^n$

$$\mathbb{P}(\text{nfallos} \mid DF) = \frac{\mathbb{P}(DF \mid \text{nfallos}) . \mathbb{P}(\text{nfallos})}{\mathbb{P}(DF)}$$

$$\mathbb{P}(DF) = \mathbb{P}(0) . \mathbb{P}(DF \mid 0) + \mathbb{P}(1 \text{ fallo}) . \mathbb{P}(DF \mid 1 \text{ fallo}) + \cdots =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{e.n!} \cdot \left(1 - (1/2)^n\right) = \frac{1}{e}\left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1/2)^n}{n!}\right] = \frac{1}{e}\left(e - e^{1/2}\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{e}}$$

Entonces: $$\mathbb{P}(\text{nfallos} \mid DF) = \frac{\left(1 - (1/2)^n\right) \cdot 1/e.n!}{1 - 1/\sqrt{e}}$$

17. El color de una especie de mamíferos viene dado por los genes N y n. Puede haber negros NN o Nn, o blancos nn. Una hembra negra procedente del cruce de un NN con un Nn, se cruza con un blanco nn.
a) Si tiene 5 cachorros, probabilidad de que 2 sean negros y 3 blancos.
b) Si tiene 3 cachorros, todos negros, probabilidad de que A sea homocigótica.

a) $NN \xleftrightarrow{\text{cruce}} Nn \;\downarrow\; A$ $\qquad A \begin{cases} 50\% \; NN \\ 50\% \; Nn \end{cases}$

$A \xleftrightarrow{\text{cruce}} nn$: $\quad \xrightarrow{A=NN} \{ 100\% \; Nn$ $\quad \xrightarrow{A=Nn} \begin{cases} 50\% \; Nn \\ 50\% \; nn \end{cases}$

$$\mathbb{P}(2N3B) = \overbrace{\mathbb{P}(2N3B \mid \text{madre}=NN)}^{0} . \overbrace{\mathbb{P}(\text{madre}=NN)}^{1/2} + \overbrace{\mathbb{P}(2N3B \mid \text{madre}=Nn)}^{(1/2)^5 . \frac{5!}{2!3!}} . \overbrace{\mathbb{P}(\text{madre}=Nn)}^{=1/2} =$$

$$= (1/2)^5 . \frac{5!}{2!3!} . 1/2 = (1/2)^6 . \frac{5!}{2!3!}$$

b) $$\mathbb{P}(A=NN \mid NNN) = \frac{\overbrace{\mathbb{P}(NNN \mid A=NN)}^{=1} . \overbrace{\mathbb{P}(A=NN)}^{=1/2}}{\mathbb{P}(NNN)}$$

$$\mathbb{P}(NNN) = \overbrace{\mathbb{P}(NNN \mid \text{madre}=Nn)}^{=(1/2)^3 . 3!/3!} . \overbrace{\mathbb{P}(\text{madre}=Nn)}^{=1/2} + \overbrace{\mathbb{P}(NNN \mid \text{madre}=NN)}^{=1} . \overbrace{\mathbb{P}(\text{madre}=NN)}^{=1/2} =$$

$$= (1/2)^3 . 1/2 + 1/2 = 1/2 + (1/2)^4$$

Entonces:

$$\mathbb{P}(A=NN / NNN) = \frac{1/2}{1/2 + (1/2)^4} = \frac{1}{1 + (1/2)^3}$$