HOJA 3 (SUCIO)

4. 4 estados $\longrightarrow$ matriz 4×4

$$\begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{pmatrix} \quad \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ & (S_T-K)^+ & & \\ & (K-S_T)^+ & & \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \leftarrow \text{bono} \\ \leftarrow \text{suby.} \\ \leftarrow \text{call } K \\ \leftarrow \text{put } K \end{array} \\ \omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4 & \end{array}$$

$$\underbrace{(S_T-K)^+}_{\text{call}} - \underbrace{(K-S_T)^+}_{\text{put}} = \overbrace{S_T}^{\text{subyacente}} - \overbrace{K}^{\text{bono}}$$

Relación lineal entre las 4 $\Rightarrow$ no son indep.

7. $\{\omega_1, \dots, \omega_K\}$

Numerario $\mathcal{N} \longrightarrow P_1, \dots, P_K$ prob. valoración

Numerario $\mathcal{M} \longrightarrow$ ¿$q_1, \dots, q_K$? sin tener que resolver otro sistema

Escogemos X replicable $\quad X = (X_1^{(\omega_1)}, \dots, X_K^{(\omega_K)})$

$$\text{precio}(X) = \mathcal{N}^0 \sum_{j=1}^{K} P_j \frac{X(\omega_j)}{\mathcal{N}(\omega_j)} = \mathcal{N}^0 \mathbb{E}_P\left(\frac{X}{\mathcal{N}}\right) =$$

$$= \mathcal{M}^0 \sum_{j=1}^{K} \underbrace{\frac{\mathcal{N}^0}{\mathcal{M}^0} \frac{M(\omega_j)}{\mathcal{N}(\omega_j)} P_j}_{= q_j} \frac{X(\omega_j)}{\mathcal{M}(\omega_j)} = \mathcal{M}^0 \mathbb{E}_Q\left(\frac{X}{\mathcal{M}}\right)$$

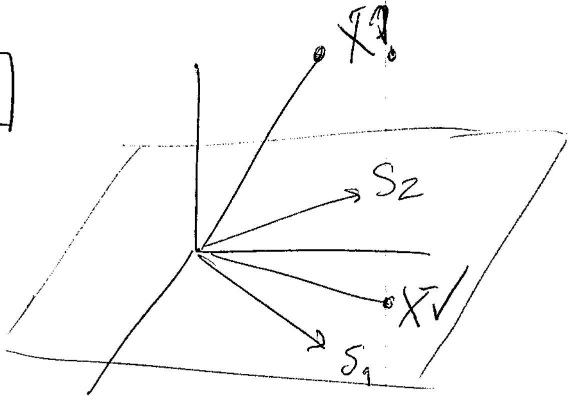
Definimos $\quad q_j = \frac{\mathcal{N}^0}{\mathcal{M}^0} \frac{\mathcal{M}(\omega_j)}{\mathcal{N}(\omega_j)} P_j \qquad P_j \geq 0 \Rightarrow q_j \geq 0$

$$\sum_{j=1}^{K} q_j = \frac{\mathcal{N}^0}{\mathcal{M}^0} \underbrace{\sum_{j=1}^{K} P_j \frac{\mathcal{M}(\omega_j)}{\mathcal{N}(\omega_j)}}_{= \mathbb{E}_P\left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{N}}\right) = \frac{\mathcal{M}^0}{\mathcal{N}^0}} = 1.$$

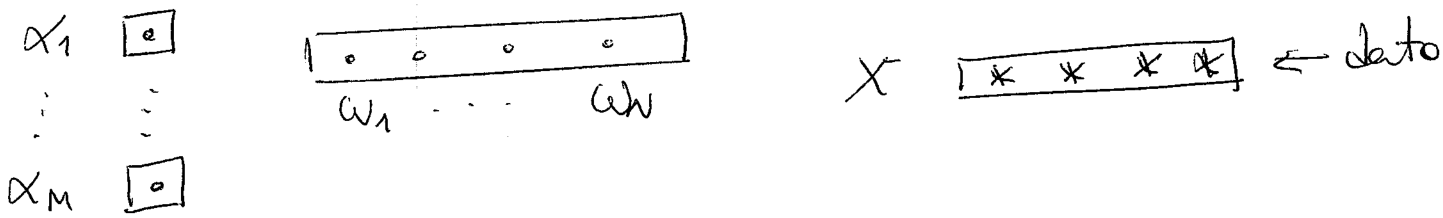
Observación

$$\mathbb{E}_P\big(h(X)\big) = \int h(x)\, f(x)dx$$
$$\parallel$$
$$\mathbb{E}_Q\left(h(x)\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \int \frac{h(x)\, f(x)}{g(x)}\, g(x)\, dx$$

$\boxed{8.}$



$$\begin{pmatrix} \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \end{pmatrix} \quad \begin{array}{c|c} \omega_1 \;\cdots\; \omega_N & \\ \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix} & \begin{array}{c} S_1 \\ \vdots \\ S_M \end{array} \end{array}$$



Dato $\longrightarrow$ activo $X = (X(\omega_1), \dots, X(\omega_N))$

Cartera $C' \longrightarrow$ composición $\alpha_1, \dots, \alpha_M$

flujo de $C' \longrightarrow \left(\sum_1^M \alpha_j S_j(\omega_1), \dots, \sum_{j=1}^M \alpha_j S_j(\omega_N)\right)$

Hallar α_1 — α_M que minimicen $\|C - X\|^2$

$$(\alpha_1 - \alpha_M) = \|C - X\|^2 = \left(\sum \alpha_j S_j - X\right)\left(\sum \alpha_j S_j - X\right) =$$

$$= \left(\sum \alpha_j S_j\right)\left(\sum \alpha_j S_j\right) - 2\sum \alpha_j S_j \cdot X + \|X\|^2 =$$

$$= \sum^M \alpha_j^2 \|S_j\|^2 + \sum_{i \neq j}^M \alpha_i \alpha_j S_i S_j - 2\sum \alpha_j (S_j X) + \|X\|^2$$

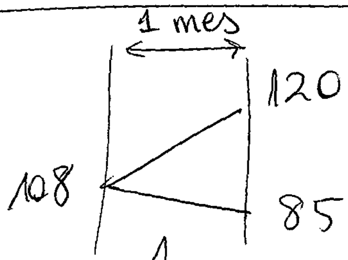
$$\frac{\partial}{\partial X_K} f(\alpha_1, \dots, \alpha_M) = 2\alpha_K \|S_K\|^2 + 2\sum_{i \neq K} \alpha_i S_K S_i - 2(S_K \cdot X) = 0$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \|S_1\|^2 & S_1S_2 & \cdots & S_1S_M \\ & \ddots & & \\ & & & \|S_M\|^2 \end{pmatrix}}_{\text{¿invertible?}} \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_M \end{pmatrix}}_{\text{incógnitas}} = \begin{pmatrix} S_1 \cdot X \\ \vdots \\ S_M \cdot X \end{pmatrix}$$

<u>Obs</u> : cartera de cobertura $\equiv$ cartera de réplica

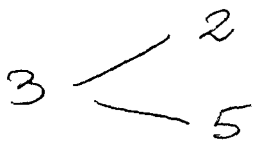
---

$\boxed{1}$



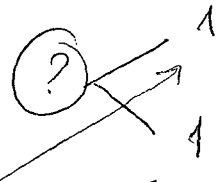
A

p, q



B

$\tilde{p}, \tilde{q}$



factor de descuento

sol $\hookrightarrow p = \frac{19}{43}, \; q = \frac{24}{43}$

$$\frac{19}{43} \cdot \frac{1}{120} + \frac{24}{43} \cdot \frac{1}{85} = \frac{\text{precio (bono)}}{108}$$

$\{\omega_1, \dots, \omega_K\}$

$\mathcal{N} \longrightarrow P_1, \dots, P_K$ prob. de valoración

$\mathcal{M} \longrightarrow$ ¿$q_1, \dots, q_K$? prob. de valoración

Obs: los numerarios son replicables por definición

Cogemos X replicable $\longrightarrow$ precio único $X = (X(\omega_1), \dots, X(\omega_K))$

~~$X = (x_1, \dots, x_K)$~~

$$\text{precio}(X) = N^0 \sum_{j=1}^{K} P_j \frac{X(\omega_j)}{N(\omega_j)} = N^0 \, \mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left(\frac{X}{N}\right)$$

Buscamos:

$$\text{precio}(X) = \cdots = M^0 \, \mathbb{E}_{Q}\left(\frac{X}{M}\right)$$

$$N^0 \sum_{j=1}^{K} P_j \frac{X(\omega_j)}{N(\omega_j)} = \frac{N^0 \cdot M^0}{M^0} \sum P_j \frac{X(\omega_j)}{N(\omega_j)} \cdot \frac{M(\omega_j)}{M(\omega_j)} =$$

$$= M^0 \sum_{j=1}^{K} \underbrace{\boxed{\frac{N^0}{M^0} \frac{M(\omega_j)}{N(\omega_j)} P_j}}_{:= q_j} \frac{X(\omega_j)}{M(\omega_j)}$$

$$¿\sum_{j=1}^{K} \frac{N^0}{M^0} \frac{M(\omega_j)}{N(\omega_j)} P_j = 1?$$

$$\underbrace{\frac{N^0}{M^0} \boxed{\sum_{j=1}^{K} \frac{M(\omega_j)}{N(\omega_j)} P_j} = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left(\frac{M}{N}\right) = \frac{M^0}{N^0}}_{= 1 \ \checkmark}$$

M replicable y $\mathbb{P}$ prob. valoración con resp. a $\mathcal{N}$

$q_j \geq 0$ si $P_j \geq 0$ ya que N y M son numerarios, por lo que ≥ 0 todo.

son probs. ✓

4.

$$
\begin{array}{cccccl}
 & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 & \\
\left(\right. & 1 & 1 & 1 & 1 & \left.\right) \text{bono} \\
 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & \text{subyacente} \\
 & (S_1-K)^+ & (S_2-K)^+ & (S_3-K)^+ & (S_4-K)^+ & \text{call str. } K \\
 & (K-S_1)^+ & (K-S_2)^+ & (K-S_3)^+ & (K-S_4)^+ & \text{put str. } K
\end{array}
$$

~~i $S_1 > K$~~

~~i $K > S_1$~~

$\cancel{(S_1-K)^+ + (K-S_1)^+}$

$\cancel{S_1 - K}$ $\cancel{K - S_1}$

~~I'm not surrendering~~

~~no matter what she said~~

~~I'm going bay~~

$$(S_1-K)^+ - (K-S_1)^+ = S_1 - K.$$

$$\boxed{F_3 - F_4 = F_2 - K F_1}$$

linealmente dependientes las filas

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = -1 \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = -1 \left[2 + 1 - 1 - 2 \right] = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0'9 \\ 0'3 \\ 0'1 \\ x \end{pmatrix} \qquad \text{En } t=1 \qquad \begin{array}{cccc|c} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 & \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{array}$$

a) $2F_1 = F_2 + 2F_3 + F_4$

$\Rightarrow$ las filas no son lin. indep $\Rightarrow$ no son base de $\mathbb{R}^4$

$\Rightarrow$ no es mercado completo.

El activo S_4 se puede escribir a partir de los otros, por lo que no lo necesitamos si queremos analizar los activos replicables:

Activo $X = (X(\omega_1), X(\omega_2), X(\omega_3), X(\omega_4)) = (x_1, x_2, x_3, x_4)$

Cartera de réplica de X: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$

$\lambda_3 \rightarrow$ # activo S_3

$\lambda_2 \rightarrow$ # activo S_2

$\lambda_1 \rightarrow$ # activo S_1

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 + \lambda_2 \\ x_2 = \lambda_1 + \lambda_2 \\ x_3 = \lambda_1 \\ x_4 = \lambda_1 + \lambda_3 \end{cases}$$

los activos replicables serán aquellos tales que

$(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 = x_2$.

y su cartera de réplica será $(\underset{\lambda_1}{\underset{\shortparallel}{x_3}}, \underset{\lambda_2}{\underset{\shortparallel}{x_1 - x_3}}, \underset{\lambda_3}{\underset{\shortparallel}{x_4 - x_3}}) = \lambda$

b) Para que no haya OA el precio de todas las carteras de réplica deberá ser único. Escogemos S_1 como numerario:

$$1 \left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right. \qquad \frac{0'3}{0'9} \left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right. \qquad \frac{0'1}{0'9} \left\langle \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right. \qquad \frac{x}{0'9} \left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$\mathbb{P} = (P_1, P_2, P_3, P_4)$ prob. valoración con respecto a $\mathcal{N}$ -

$$\left\{\begin{array}{l} 1 = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \\ \frac{1}{3} = P_1 + P_2 \\ \frac{1}{9} = P_4 \\ \frac{X}{0'9} = P_1 + P_2 + 2P_3 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} P_1 \in (0,1) \\ P_2 = \frac{1}{3} - P_1 \Rightarrow P_1 \in (0, \frac{1}{3}) \\ P_3 = 1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{5}{9} \\ P_4 = \frac{1}{9} \end{array}\right.$$

$$\frac{X}{0'9} = \cancel{P_1} + \frac{1}{3} - \cancel{P_1} + 2 \cdot \frac{5}{9} = \frac{13}{9} \Longrightarrow \boxed{X = \frac{13}{10} = 1'3}$$

(precio único)

c) Por el apartado anterior:

$P_2 = \frac{1}{3} - P_1 \Rightarrow P_1 \in (0, \frac{1}{3})$ si queremos que sean probs

$P_3 = \frac{5}{9}$

$P_4 = \frac{1}{9}$

d) $\underset{\substack{\| \\ x_1}}{X = (1}, \underset{\substack{\| \\ x_2}}{2}, 3, 4)$ no es replicable ya que $x_1 \neq x_2$ (apartado a)

$$\frac{\text{precio}(X)}{0'9} = P_1 \cdot \frac{1}{1} + \left(\frac{1}{3} - P_1\right) \cdot \frac{2}{1} + P_3 \cdot \frac{3}{1} + P_4 \cdot \frac{4}{1} =$$

$$= P_1 + 2\left(\frac{1}{3} - P_1\right) + \frac{5}{3} + \frac{4}{9} = -P_1 + \frac{25}{9}$$

$$\Longrightarrow \text{precio}(X) = -0'9\, P_1 + \frac{5}{2}$$

$P_1 \in (0, \frac{1}{3})$ $\xrightarrow{P=0}$ precio$(X) = 2'5$

$\xrightarrow{P=\frac{1}{3}}$ precio$(X) = 2'2$

precio$(X) \in (2'2, 2'5$

HOJA 3

1.

A: $108 \nearrow 120$, $108 \searrow 85$

B: $3 \nearrow 2$, $3 \searrow 5$

para la segunda y tercera pregunta: precio(bono) $\nearrow 1$, $\searrow 1$

No habrá OA si escogido un numerario encontramos una probabilidad de valoración con respecto al mismo (TFV):

- Escogemos A como numerario:

$1 \nearrow 1$, $\searrow 1$ $\qquad \frac{3}{108} \nearrow \frac{2}{120}$, $\searrow \frac{5}{85}$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 1 = p + q \\ \frac{3}{108} = \frac{2}{120} p + \frac{5}{85} q \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} p = \frac{95}{129} \\ q = \frac{34}{129} \end{cases}$$

$\Longrightarrow$ no hay OA y precio(bono) se calcula:

$$\frac{\text{precio(bono)}}{108} = \frac{1}{120} \cdot \frac{95}{129} + \frac{1}{85} \cdot \frac{34}{129} \Longrightarrow \boxed{\text{precio(bono)} = 0'998}$$

- Escogemos B como numerario:

$\frac{108}{3} \nearrow \frac{120}{2}$, $\searrow \frac{85}{5}$ $\qquad 1 \nearrow 1$, $\searrow 1$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 1 = \tilde{p} + \tilde{q} \\ \frac{108}{3} = \frac{120}{2} \tilde{p} + \frac{85}{5} \tilde{q} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \tilde{p} = \frac{19}{43} \\ \tilde{q} = \frac{24}{43} \end{cases}$$

$\Longrightarrow$ no hay OA y precio(bono) se calcula:

$$\frac{\text{precio(bono)}}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{19}{43} + \frac{1}{5} \cdot \frac{24}{43} \Longrightarrow \boxed{\text{precio(bono)} = 0'998}$$

- Cálculo de precio(bono) por replicación (hay que asumir AOA):

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ con $\lambda_1 :=$ nº acciones A, $\lambda_2 :=$ nº acciones B

$$\begin{cases} 120 \lambda_1 + 2 \lambda_2 = 1 \\ 85 \lambda_1 + 5 \lambda_2 = 1 \end{cases} \Longrightarrow (\lambda_1, \lambda_2) = \left(\frac{3}{430}, \frac{7}{86} \right)$$

$$\Longrightarrow \boxed{\text{precio(bono)} = 108 \cdot \frac{3}{430} + 3 \cdot \frac{7}{86} = 0'998}$$

2.

$$S \qquad 7 \begin{array}{l} \nearrow 9 \\ \searrow 3 \end{array} \qquad\qquad CB \qquad 1 \begin{array}{l} \nearrow 1'01 \\ \searrow 1'01 \end{array}$$

a) Consideramos S como numerario:

$$1 \begin{array}{l} \nearrow 1 \\ \searrow 1 \end{array} \qquad \frac{1}{7} \begin{array}{l} \nearrow \frac{1'01}{9} \\ \searrow \frac{1'01}{3} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 1 = p+q \\ \frac{1}{7} = \frac{1'01}{9}p + \frac{1'01}{3}q \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p = 0'864 \\ q = 0'136 \end{cases}$$

b) $\text{precio}(z) \begin{array}{l} \nearrow 12 \\ \searrow -12 \end{array}$

$$\frac{\text{precio}(z)}{7} = 0'864 \cdot \frac{12}{9} + 0'136 \cdot \frac{-12}{3} \Rightarrow \boxed{\text{precio}(z) = 4'256}$$

c) $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ $\quad \lambda_1 :=$ nº acciones S

$\lambda_2 :=$ dinero CB

$$\begin{cases} 9\lambda_1 + 1'01\lambda_2 = 12 \\ 3\lambda_1 + 1'01\lambda_2 = -12 \end{cases} \Rightarrow \boxed{(\lambda_1, \lambda_2) = (4, -23'762)}$$

$\boxed{3.}$

S_1

$$\begin{tikzcd}[row sep=small] & 15 \\ 10 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & 5 \end{tikzcd}$$

S_2

$$\begin{tikzcd}[row sep=small] & 1 \\ x \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & -1 \end{tikzcd}$$

Escogemos S_1 como numerario:

$$\begin{tikzcd}[row sep=small] & 1 \\ 1 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & 1 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd}[row sep=small] & 1/15 \\ \frac{x}{10} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & -1/5 \end{tikzcd}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 1 = p+q \longrightarrow q = 1-p \\ \frac{x}{10} = \frac{1}{15}p + q\frac{-1}{5} \end{array}\right.$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{x}{10} = \frac{p}{15} + (1-p)\frac{-1}{5} = \frac{p}{15} + (p-1)\frac{1}{5}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{p}{3} + (p-1) \Longrightarrow 3x = 2p + p - 1 \Longrightarrow 3x = 3p - 1$$

Como $p \in (0,1)$ $\begin{cases} \text{para } p=0: & x = \frac{-1}{3} \\ \text{para } p=1: & x = \frac{2}{3} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{x \in \left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)}$

para que haya <u>AOA</u>

$\boxed{4.}$

$$\begin{array}{ccccc} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 & \\ \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ (S_1-K)^+ & (S_2-K)^+ & (S_3-K)^+ & (S_4-K)^+ \\ (K-S_1)^+ & (K-S_2)^+ & (K-S_3)^+ & (K-S_4)^+ \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{bono} \\ \text{subyacente} \\ \text{call str. } K \\ \text{put str. } K \end{array}$$

será completo si las filas de la anterior matriz generan todo $\mathbb{R}^4$.

Observar que $\underbrace{(S_i-K)^+}_{\text{call}} - \underbrace{(K-S_i)^+}_{\text{put}} = \underbrace{S_i}_{\text{suby.}} - \underbrace{K}_{K \text{ veces bono cupón cero}}$ $\forall i = 1, \dots, 4$.

Esto pasa para todas las columnas $\Longrightarrow$ las filas son linealmente dependientes $\Longrightarrow$ <u>no</u> generan todo $\mathbb{R}^4$ $\Longrightarrow$

$\Longrightarrow$ el mercado no es completo.

$\boxed{5.}$ ... es completo si la matriz genera ...

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -1-1 = -2 \neq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ filas lin. indep. $\Rightarrow$ generan $\mathbb{R}^3 \Rightarrow \boxed{\text{mercado completo}}$

b) S_1: $0'9 \left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $\quad S_2$: $0 \left\langle \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{matrix} \right.$ $\quad S_3$: $0'1 \left\langle \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $\quad$ Escogemos S_1 como numerario

$1 \left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $\quad 0 \left\langle \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{matrix} \right.$ $\quad \frac{0'1}{0'9} \left\langle \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $\quad \left\{ \begin{array}{l} 1 = p+q+r \\ 0 = p-q+2r \\ \frac{1}{9} = r \end{array} \right. \to$

$$\to \left\{ \begin{array}{l} 8/9 = p+q \\ \frac{-2}{9} = p-q \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p = 1/3 \\ q = 5/9 \end{array} \right. \quad \boxed{p=\frac{1}{3},\ q=\frac{5}{9},\ r=\frac{1}{9}}$$

prob. valoración con respecto a N

$\Rightarrow$ no hay OA (Tma. Fund. Valoración)

c) $\text{precio}(X) \left\langle \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right.$ $\quad \frac{\text{precio}(X)}{0'9} = \frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3} + \frac{2}{1}\cdot\frac{5}{9} + \frac{3}{1}\cdot\frac{1}{9} = \frac{16}{9} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\text{precio}(X) = \frac{0'9 \cdot 16}{9} = \frac{8}{5} = 1'6}$$

d) Lo mismo que antes (escogemos S_1 como numerario):

$1 \left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $\quad 0 \left\langle \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{matrix} \right.$ $\quad \underset{\overset{\parallel}{10/27}}{\frac{1/3}{0'9}} \left\langle \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 = p+q+r \\ 0 = p-q+2r \\ \frac{10}{27} = r \end{array} \right. \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 17/27 = p+q \\ \frac{-20}{27} = p-q \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p = -1/18 \\ q = \frac{37}{54} \end{array} \right. \leftarrow \text{no son probs!}$$

$\Rightarrow$ existen oportunidades de arbitraje

Diseñemos una OA: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ cartera de (S_1, S_2, S_3)

$0'9\lambda_1 + 0 + \frac{1}{3}\lambda_3 = 0$ (autofinanciada) $\to \lambda_3 = -2'7\lambda_1$

$\lambda_1 + \lambda_2 \geq 0$

$\lambda_1 - \lambda_2 \geq 0$

$\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 \geq 0 \longrightarrow \lambda_1 + 2\lambda_2 - 2'7\lambda_1 \geq 0$

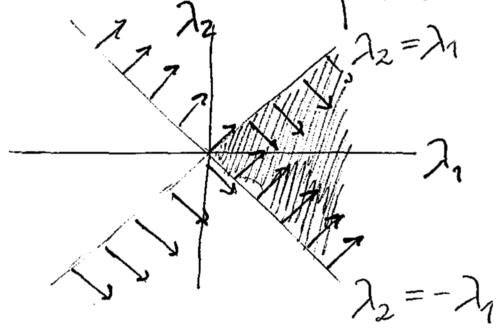
$-1'7\lambda_1 + 2\lambda_2 \geq 0$

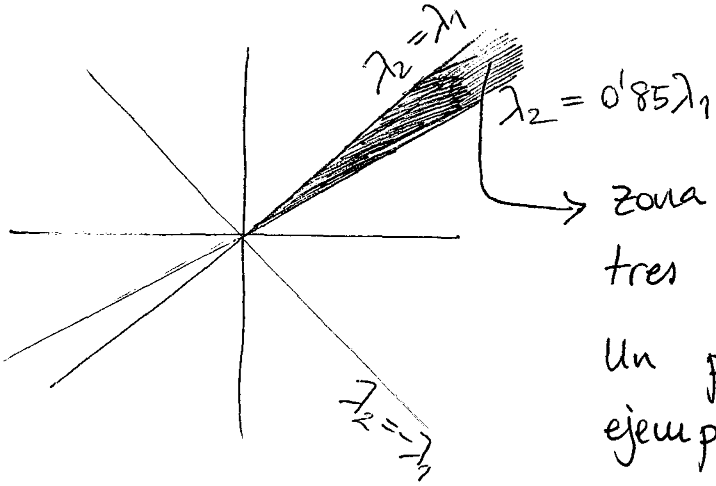
Tenemos tres inecuaciones en el plano (λ_1, λ_2) :

$\lambda_1 + \lambda_2 \geq 0$

$\lambda_1 - \lambda_2 \geq 0$

$\lambda_2 \geq 0'85\lambda_1$





$\rightarrow$ zona que cumple las tres inecuaciones.

Un punto de esa zona es, por ejemplo, el $(\lambda_1, \lambda_2) = (10, 9)$

Escogemos $\boxed{(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (10, 9, -27)}$

Esta cartera es hoy autofinanciada pero su valor en cualquier escenario es ≥ 0, y para $\underbrace{\text{alguno es} > 0}_{\text{por ejemplo, } \lambda_1 - \lambda_2 > 0}$

$\Longrightarrow$ oportunidad de arbitraje !