

Economía y finanzas matemáticas
Cuarto curso, licenciatura en Matemáticas, UAM, 2011-2012
Examen extraordinario, 1-9-2012

Nombre y Apellidos

--	--	--	--	--	--	--	--

1. (2 puntos) a) Nos ofrecen un *contrato perpetuo* en el que hoy recibimos 100 euros y pagamos cada año (a partir del año 1) 5 euros. Calcula su TIR.

b) Considera ahora el contrato, también perpetuo, en el que hoy recibimos 100 euros y pagamos cada dos años (empezando en el año 2) 10 euros. Compara su TIR con la del contrato del apartado anterior.

2. (2 puntos) Tenemos una cartera formada por una call comprada con strike K , dos calls vendidas con strike $2K$ y una call comprada con strike $3K$. Todas ellas tienen el mismo subyacente y vencen en tiempo T . Dibuja el perfil de posibles pagos de la cartera en tiempo T (en función, claro, de los posibles valores del subyacente a vencimiento).

b) Calcula el precio de la cartera si el tipo de interés continuo es R , el subyacente vale hoy S_0 , y los precios de las puts de strikes K , $2K$ y $3K$ son, respectivamente, p_1 , p_2 y p_3 .

3. (1 punto) Nuestra cartera vale hoy $V(0) = 100$. Los posibles rendimientos a tiempo T vienen dados por una variable aleatoria $R = \sigma Z + \mu$, donde Z es una normal estándar, $\sigma > 0$ y $\mu \in \mathbb{R}$. Calcula, en función de los parámetros μ , σ y α , una fórmula para el Var_α de la cartera.

4. Considera el siguiente modelo matricial:

$$\text{precios hoy} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0 \\ y \end{pmatrix} \quad \text{flujos en } t = 1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix} \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix}$$

$\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3$

a) (0.5 puntos) Calcula para qué valores de x e y el mercado es completo.

b) (1.5 puntos) Digamos que $x = 3$. Determina para qué valores de y no existen oportunidades de arbitraje.

5. (1 punto) Estamos en el entorno Black-Scholes. Consideramos opciones con vencimiento T y strike K . El tipo de interés continuo es R . El subyacente vale hoy S y su volatilidad es σ . Los precios c y p de la call y put europeas son ciertas funciones de los parámetros, $c = c(S, K, T, R, \sigma)$ y $p = p(S, K, T, R, \sigma)$. Sin necesidad de conocer estas fórmulas, ¿podrías decir qué signos deben tener las derivadas parciales $\frac{\partial c}{\partial K}$ y $\frac{\partial p}{\partial K}$? Justifica la respuesta.

6. (1 punto) El precio del bono de nominal 100 a vencimiento 1 año está en 96 euros. Por otro lado, el FRA para el periodo $1 \rightarrow 1.5$ años cotiza un strike de equilibrio (el tipo que hace que el FRA valga hoy 0) del 3%. ¿Cuánto debe valer el descuento a año y medio?

7. (1 punto) La cotización hoy de una cierta acción es $S_0 = 100$ euros. El tipo (anual, simple) es del 3%. En el mercado se cotizan contratos forward con precio de compraventa de 101.5 euros dentro de 1 año. ¿Hay oportunidad de arbitraje? Si es así, diseñala.