Sea el método numérico:

$$y_{n+2} = y_n + \frac{h}{3} \left(f_n + 4f_{n+1} + f_{n+2} \right)$$

Define el método de la forma pedida:

$$y_{n+2} - y_n = \frac{h}{3} (f_n + 4f_{n+1} + f_{n+2})$$

$$= \frac{h}{3} (f(t_n, y_n) + 4f(t_{n+1}, y_{n+1}) + f(t_{n+2}, y_{n+2}))$$

$$= \frac{h}{3} (f(t_n, y_n) + 4f(t_n + h, y_{n+1}) + f(t_n + 2h, y_{n+2}))$$

$$= h\Phi_f(t_n, y_n, y_{n+1}; h)$$

Define la función incremento:

$$\Phi_{f}\left(t_{n},y_{n},y_{n+1};h\right) = \frac{f\left(t_{n},y_{n}\right) + 4f\left(t_{n} + h,y_{n+1}\right) + f\left(t_{n} + 2h,y_{n} + h\Phi_{f}\left(t_{n},y_{n},y_{n+1};h\right)\right)}{3}$$

Esto nos da una definición implícita. Utilizando el punto fijo de la función:

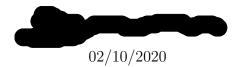
$$F\left(\Phi_{f}\right) = \frac{f\left(t_{n}, y_{n}\right) + 4f\left(t_{n} + h, y_{n+1}\right) + f\left(t_{n} + 2h, y_{n} + h\Phi_{f}\right)}{3}$$

Tal punto fijo existirá si $F(\Phi_f)$ es Lipschitz, lo cual se puede garantizar con un h lo suficientemente pequeño en relación con la constante de Lipschitz de f(t,y).

¿De qué parámetros depende?

Depende de t_n, y_n, y_{n+1} y h. De ellos depende de forma no trivial. Como, además, $\alpha_2 = 1 \neq 0$, decimos que la función de incremento es de 2 pasos.

Función Incremento



La función incremento de $y_{n+1}-y_n=hf(t_n+(1-\theta)h,\theta y_n+(1-\theta)y_{n+1}),$ $\theta\in(0,1)$ es

$$\phi(t_n, y_n; h) = f(t_n + (1 - \theta)h, \theta y_n + (1 - \theta)y_{n+1})$$

$$= f(t_n + (1 - \theta)h, \theta y_n + (1 - \theta)(y_n + hf(t_n + (1 - \theta)h, \theta y_n + (1 - \theta)y_{n+1})))$$

$$= f(t_n + (1 - \theta)h, y_n + (1 - \theta)h\phi(t_n, y_n; h))$$
(1)

luego queda

$$y_{n+1} - y_n = h\phi(t_n, y_n; h) \tag{2}$$

 $y_{n+} = y_n + h \left(\Theta f_n + (1-\Theta)f_{n+} \right) \quad \Theta \in (0,1)$ $\text{Defendo de la forma } \sum_{j=0}^{k} \alpha_j y_j = h \oint (f_n, y_n) - y_{n+k-1} h \right)$ $\text{Idenhiscar el purb fijo } \Phi = \mp (0) \text{ y dear de que valoro depende}$ $y_{n+} = y_n + h \left(\Theta f_n + (1-\Theta)f_{n+1} \right)$ $y_{n+1} - y_n = h \left(\Theta f \left(f_{n+1} y_n \right) + (1-\Theta) f \left(f_{n+1} y_{n+1} \right) \right)$ $= h \left(\Theta f \left(f_{n+1} y_n \right) + (1-\Theta) f \left(f_{n+1} y_n + h \oint_{E} \right) \right)$ $\Phi_{E} \left(f_{n+1} y_n \right) + \left(f_{n+1} y_n + h f_{n+1} \right)$ $\Phi_{E} \left(f_{n+1} y_n \right) + \left(f_{n+1} y_n + h f_{n+1} \right)$ $\Theta = (0,1)$ $\Theta = (0,1)$

La fución moramento op (tr, ynih) depende de las variables tr, ynih) a través de la fución f.

$$y_{n+2} = \frac{4}{3}y_{n+1} - \frac{1}{3}y_n + \frac{2}{3}kf_{n+2}$$

Define et método de la forma $\sum_{j=0}^{k} y_{j} y_{n+j} = h \phi(t_{n_{i}}y_{n_{i}}, y_{n+k-1}; h)$. $\pm dentifica$ et puto fijo $\phi = F(\phi)$ para determinar la finción incremento y de qué variables depende esta finción.

$$y_{n+2} = \frac{4}{3}y_{n+1} - \frac{1}{3}y_n + \frac{2}{3}hf_{n+2}$$

$$y_{n+2} - \frac{4}{3}y_{n+1} + \frac{1}{3}y_n = \frac{2}{3}hf_{n+2}$$

$$y_{n+2} - \frac{4}{3}y_{n+1} + \frac{1}{3}y_n = \frac{2}{3}hf(t_{n+2}, y_{n+2})$$

$$y_{n+2} - \frac{4}{3}y_{n+1} + \frac{1}{3}y_n = \frac{2}{3}hf(t_{n+2}, y_{n+2})$$

$$y_{n+2} - \frac{4}{3}y_{n+1} + \frac{1}{3}y_n = \frac{2}{3}hf(t_{n+2}, y_{n+2})$$

 ϕ_f , la hoción de incremento, depende de sus argumentos, ϵ_n , y_n , y_{n+1} , k, a través de la hoción f.