

## MÉTODO DE JACOBI

OBJETIVO: resolver  $Ax=b$

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j^{(k)}}{a_{ii}}$$

vectorización

$$X^{(k+1)} = D_A^{-1} (b - (A - D_A) X^{(k)})$$

Como  $B_J(A) = D_A^{-1} (D_A - A)$ ,  $\phi = D_A^{-1} \cdot b$

$$X^{(k+1)} = D_A^{-1} (D_A - A) \cdot X^{(k)} + D_A^{-1} \cdot b$$

$$X^{(k+1)} = B \cdot X^{(k)} + \phi$$

$$\Rightarrow \underbrace{\text{diag}(1./\text{diag}(A))}_{D_A^{-1}} * \underbrace{(\text{diag}(\text{diag}(A)) - A)}_{(D_A - A)} = A \downarrow A$$

$$\phi = \frac{b}{D_A} = b ./ \text{diag}(A)$$

## MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)}}{a_{ii}}$$

```
while k
    for i=1:n
        for j=... Σ
```

$x = \text{ones}(n, 1)$   
 $x1 = x;$

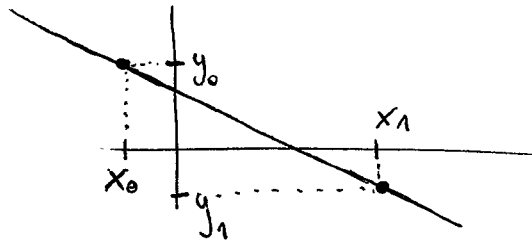
```
while (err > tol and nIter < maxIter)
    nIter++;
    for i=1:n
        sumat1=0;
        sumat2=0;
        for j=1:i-1
            sumat1=sumat1 + A(i,j)*
        end
        for j=i+1:n
            sumat2=sumat2 + A(i,j)* x(
        end
        x1(i) = (b(i) - sumat1 - sumat2) / A(
    end
    err = max(abs(x1 - x));
    x = x1;
end
```

# CONSTRUCCIÓN DEL POLINOMIO INTERPOLADOR

## Método de Lagrange

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1)$$

$$P_1(x) = \frac{x-x_0}{x_1-x_0} y_1 + \frac{x-x_1}{x_0-x_1} y_0$$



$$\{(x_j, y_j)\}_{j=0}^n \subset \mathbb{R}^2$$

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n \left( \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x-x_k}{x_j-x_k} \right) y_j$$

$$\hookrightarrow L_j(x) = \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x-x_k}{x_j-x_k}$$

### function pLag

#### INPUT

- $\{(x_j, y_j)\}_{j=0}^n$  nodos +
- punto a evaluar "a".

#### OUTPUT

$$P_n(a) \in \mathbb{R}$$

### function Lj

#### INPUT

- $\{(x_j)\}_{j=0}^n$  nodos (solo coord x)
- punto a evaluar "a"

#### OUTPUT

$$L_0(a), \dots, L_n(a) \in \mathbb{R}^{n+1}$$

### function graficaLag

#### INPUT

- $f$
- $\{(x_j)\}_{j=0}^n$  nodos (solo coord x)  
 $\hookrightarrow$  la coord  $y_j = f(x_j)$

#### OUTPUT

la gráfica

# FACTORIZACIÓN QR y APLICACIONES

$$\begin{pmatrix} \overbrace{\begin{matrix} | & | & | & | \\ a_1 & \dots & a_m \\ | & | & | & | \end{matrix}}^m \\ A \end{pmatrix}_{n \times m} = \begin{pmatrix} | & | & | & | \\ q_1 & \dots & q_m \\ | & | & | & | \end{pmatrix} \cdot \begin{matrix} \text{[Diagram of upper triangular matrix } \hat{R} \text{ with zeros below the diagonal]} \\ \hat{R} \end{matrix}$$

$m \leq n$   
 $\text{Rang}(A) = m$

$$\bullet \mathcal{L}(\{a_j\}_{j=1}^K) = \mathcal{L}(\{q_j\}_{j=1}^K)$$

$$\langle q_i, q_j \rangle = \delta_{ij}$$

►  $R$  triangular superior y invertible

## 1) ALGORITMO QR

$$A \rightarrow [Q^{(0)}, R^{(0)}] = \text{factQR}(A)$$

$$A^{(1)} = R^{(0)} * Q^{(0)}$$

$$[Q^{(1)}, R^{(1)}] = \text{factQR}(A^{(1)})$$

⋮

$$A^{(k+1)} = R^{(k)} * Q^{(k)}$$

$$[Q^{(k+1)}, R^{(k+1)}] = \text{factQR}(A^{(k+1)})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

INPUT:  $A$  , OUTPUT:  $Q, R$

$$r_{11} = \|a_1\|_2, \quad q_1 = a_1 / r_{11}$$

for  $k=2:n$

$$v_k = a_k$$

for  $j=1:k-1$

$$r_{jk} = \langle a_k, q_j \rangle$$

$$v_k = v_k - r_{jk} q_j$$

end

$$r_{kk} = \|v_k\|_2$$

$$q_k = v_k / r_{kk}$$

end

2)

$$\begin{matrix} m \\ \boxed{A} \\ n \end{matrix} \begin{matrix} m \\ \boxed{x} \\ x \end{matrix} = \begin{matrix} n \\ \boxed{b} \\ b \end{matrix}$$

$m \leq n$

$$A = Q * R, \quad (\overline{Q^t}) * Q = I$$

$$\boxed{Q^* = Q'_{\text{matlab}}}$$

Entonces:

$$\underline{Q^* A} x = Q^* b$$

$$R x = Q^* b \rightarrow x = R^{-1} * Q^* * b$$

3) polinomio interpolador

$$p(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \dots + a_n x^{n-1}$$

$$\underbrace{n \left\{ \begin{pmatrix} 1 & s_1 & \dots & s_1^{m-1} & \dots & s_1^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & s_n & \dots & s_n^{m-1} & \dots & s_n^n \end{pmatrix} \right\}}_m \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(s_1) \\ f(s_2) \\ \vdots \\ f(s_n) \end{pmatrix}$$

$$\text{IN: } f, \{s_j\}_{j=1}^n, m < n$$

$$\text{OUT: } \{a_k\}_{k=1}^m$$

# CONSTRUCCIÓN POLINOMIO INTERPOLADOR

## • MÉTODO DE LAGRANGE

$$\{(x_j, y_j)\}_{j=0}^n \subset \mathbb{R}^2$$

$$L_j(x) = \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k}$$
$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n \left( \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \right) y_j$$

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n L_j(x) y_j$$

$L_j$

INPUT

$\{(x_j)\}_{j=0}^n$  NODOS (coord. x)  
punto a evaluar: "a"

OUTPUT  $\rightarrow L_0(a), L_1(a), \dots, L_n(a)$

PSC

1. Comprobar que los nodos que nos pasan es  $n \times 1$  ó  $1 \times n$  (un vector, no matriz)

2.  $n = \text{length}(X\text{vector})$

3. Inicializar vector  $Lj\text{Vector}$ :  
 $Lj\text{Vector} = \text{ones}(n, 1)$

4: Bucle  $j = 1:n$

4.1. Bucle  $k = 1:n$

if ( $j \sim k$ )

5.  $Lj\text{Vector}(j) = Lj\text{Vector}(j) * ((a - X\text{vector}(k)) / (X\text{vector}(j) - X\text{vector}(k)))$ ; las comprobaciones del vector Y, ya que dependiendo de si es fila o columna tendríamos que hacer  $X\text{vector} * auxV$  ó  $auxV' * Y\text{vector}$  respectivamente.

polLagrange

INPUT

$\{(x_j, y_j)\}_{j=0}^n$  nodos e imágenes  
punto a evaluar: "a"

OUTPUT:  $\rightarrow P_n(a) \in \mathbb{R}$

PSC

1. Comprobar que  $X\text{vector}$  e  $Y\text{vector}$  son realmente vectores.

2.  $auxV = Lj(X\text{vector}, a)$   
vector columna

3.  $\text{dot}(auxV, Y\text{vector})$

⚡  $\text{dot}()$  hace el prod. escalar y dentro ya hace las comprobaciones de las dimensiones. Podríamos haber hecho nosotros el producto escalar vectorizado  $auxV * Y\text{vector}$ , pero antes tendríamos que hacer

## graficaPolLagrange

INPUT:

- función  $f$  (handle function → tiene que servir para vectores)
- $\{x_j\}_{j=0}^n$  nodos (solo coord.  $x$ ) → la coord  $y = f(x_j)$

OUTPUT → gráfico

### PSC

1. Comprobar que  $Xvector$  es un vector
2.  $n = \text{length}(Xvector)$
3.  $Yvector = f(Xvector)$
4.  $auxV = Xvector(1) : 0.1 : Xvector(n)$  \* → comprobar que  $Xvector(n) > Xvector(1)$   
 $m = \text{length}(auxV)$
5. Bucle  $i = 1:m$   
 $Pvector(i) = \text{polLagrange}(Xvector, Yvector, auxV(i));$
6. Mostramos gráficas
  - gráfica real de  $f$
  - polinomio interpolador generado
  - nodos (puntos)
  - 6.1.  $fplot(f, [Xvector(1), Xvector(n)], 'r')$  función real  
 $\text{hold on};$  → misma gráfica
  - 6.2.  $\text{plot}(auxV, Pvector, 'b')$  polinomio generado
  - 6.3.  $\text{plot}(Xvector, Yvector, 'm')$  nodos

## testLagrange

1.  $f = \text{function handle}$
2.  $a = \text{primer punto intervalo}$
3.  $b = \text{fin intervalo}$
4.  $n = n^\circ \text{ nodos}$

5.  $\swarrow$  NODOS EQUIESPACIADOS  
 $S = a + (0:n) * (b-a)/n;$

$\searrow$  NODOS DE CHEBYSHEV

$$t = \cos(0.5 * \pi * (2 * (0:n) + 1) / (n+1)); \text{ en } [-1, 1]$$

$$S = 0.5 * (b-a) * (\cos(0.5 * \pi * (2 * (0:n) + 1) / (n+1))) + 0.5 * (b-a)$$

6.  $\text{graficaPolLagrange}(f, S)$

$[a, b]$   
↑

# • MÉTODO DE NEWTON

## diffDivididas

### INPUT:

- $f$ : function handler
- $Xvector$ : nodos (coord. x)

### OUTPUT:

- matriz de diferencias divididas
- diagonal de la matriz (diferencias divididas)

### PSC

1. Comprobar que  $Xvector$  es un vector
2.  $n = \text{length}(Xvector)$   
 $matriz = \text{zeros}(n)$

3. Primera columna:

- $matriz(1:n, 1) = f(Xvector)$
- for  $i = 1:n$   
 $matriz(i, 1) = f(X(i))$

4. Resto matriz

- 4.1 Bucle  $j = 2:n$

- 4.2 Bucle  $k = j:n$

$$matriz(k, j) = matriz(k, j-1) - matriz(k-1, j-1) / Xvector(k) - Xvector(k-1)$$

→ VECTORIZADO

$$matriz(j:n, j) = matriz(j:n, j-1) - matriz((j:n)-1, j-1) / Xvector(j:n) - Xvector((j:n)-1)$$

5. return  $\text{diag}(matriz)$ ,  $matriz$

## PolNewton

### INPUT:

- $f$ : function handler
- $Xvector$ : nodos (coord. x)
- $a$ : punto a evaluar

### OUTPUT

- $p$ : polinomio
- $\text{diffDiv}$

### PSC

1. Comprobar que  $Xvector$  es un vector
2.  $\text{diffDiv} = \text{diffDivididas}(f, Xvector)$
3.  $n = \text{length}(Xvector)$
4.  $\text{newt} = 1$  → auxiliar producto
5.  $p = \text{diffDiv}(1) * \text{newt}$

- 5.1 Bucle  $j = 2:n$

$$\text{newt} = \text{newt} .* (a - Xvector)$$
$$p = p + \text{diffDiv}(j) * \text{newt}$$

# grafica + test Newton

1.  $a = \text{inicio intervalo}$
2.  $b = \text{fin intervalo}$
3.  $n = n^{\circ} \text{ nodos}$
4.  $\rightarrow$  NODOS EQUISPACIADOS  
 $s = a + (0:n) * (b-a) / n$   
 $\rightarrow$  NODOS CHEBYSHEV  
 $t = \cos(0.5 * \pi * (2 * (0:n) + 1) / (n+1))$  en  $[-1, 1]$   
 $s = 0.5 * (b-a) * t + 0.5 * (b-a)$  en  $[a, b]$
5.  $x = a : (b-a) / (10000) : b$
6.  $f = @f(x)$  \_\_\_\_\_
7.  $p = \text{polNewton}(f, s, x)$   
 $\downarrow$  function  $\rightarrow$  nodos  $\rightarrow$  puntos a evaluar
8.  $\text{plot}(x, p) \rightarrow \text{polinomio}$   
hold on  
 $\text{plot}(x, f(x), 'r') \rightarrow \text{función real}$   
 $\text{plot}(s, f(s), '*r') \rightarrow \text{nodos}$



# INTEGRACIÓN

## integración - simple - ab

INPUT:

- $f$ : function handler
- $a$ : inicio intervalo
- $b$ : fin intervalo
- $w$ : vector de pesos  $\rightarrow [-1,1]$
- $x$ : vector de nodos  
↳ en  $[-1,1]$

OUTPUT:

- ↳ resultado de la integral

Psc

1. Comprobar que  $x$  y  $w$  son realmente vectores
2. Comprobar que  $x$  y  $w$  son vectores del mismo tamaño
3. Vectorizando el producto de  $f(-).w$ :

Si  $\text{row } X > \text{row } w$   $X$  columna  $w$  fila

$$\text{res} = w * f(0.5 * (b-a) * x + 0.5(b+a))$$

elseif  $\text{row } X < \text{row } w$   $X$  fila  $w$  columna

$$\text{res} = f(0.5 * (b-a) * x + 0.5(b+a)) * w$$

else  $X$  y  $w$  mismo tipo de vector (fila o columna)

si  $\text{row } X > \text{col } w$  ambos columna

$$\text{res} = w' * f(0.5 * (b-a) * x + 0.5(b+a))$$

else ambos fila

$$\text{res} = f(0.5 * (b-a) * x + 0.5(b+a)) * w'$$

$$4. \text{res} = \text{res} * 0.5 * (b-a)$$

(\*) El apartado 3 se puede simplificar utilizando  $\text{dot}(-)$

## integración - compuesta - ab

INPUT:

- $f$ : function handler
- $a$ : vector de intervalos. En cada uno se va a realizar una integración simple y sumar resultado
- $w$ : vector de pesos  $\in [-1,1]$
- $x$ : vector de nodos  $\in [-1,1]$

OUTPUT:

- ↳ resultado de la integral

Psc

1. Comprobar que  $x$  y  $w$  son vectores
2. Comprobar que  $x$  y  $w$  son vectores del mismo tamaño.
3.  $\text{tam} = \text{length}(a)$

$$4. \text{res} = 0$$

for  $k = 1 : \text{tam} - 1$   
 $\text{res} += \text{integ-simple-ab}(f, a(k), a(k+1), w, x)$

# integracion-variada

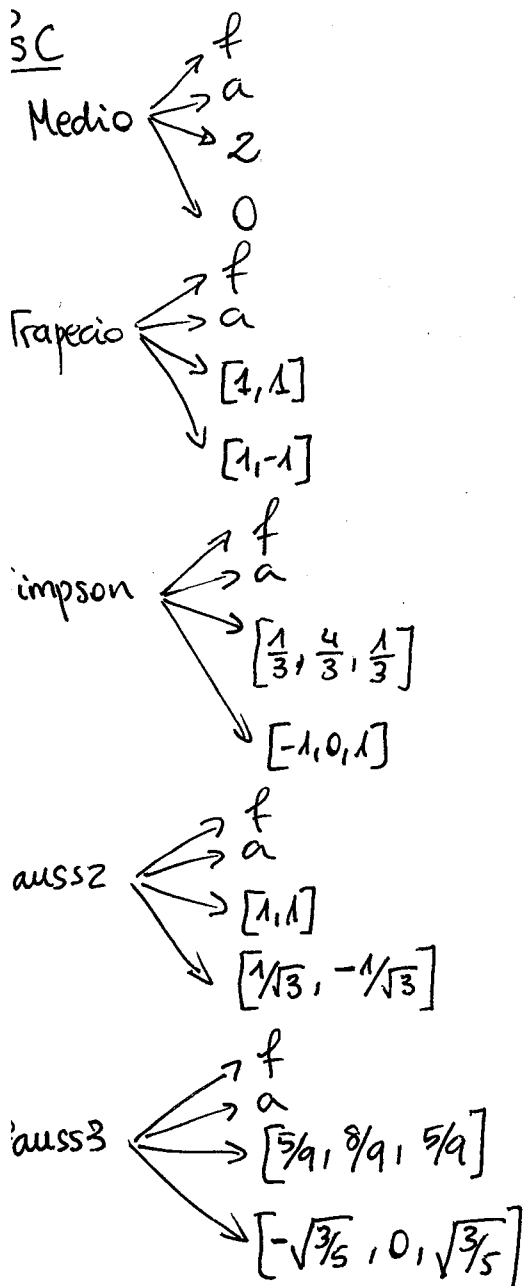
## INPUT:

- $f$ : function handler
- $a$ : vector de intervalos

## OUTPUT:

- medio
- trapecio
- Simpson
- gauss2
- gauss3

## SC



# test-integracion

1.  $f$  = function handler
2.  $a$  = inicio intervalo
3.  $b$  = fin intervalo
4. TOP = n° de intervalos
5. for  $N=2:TOP$ 
  - $v = a:(b-a)/(N-1):b$ 
    - ↳ nodos equiespaciados
  - $[m, t, s, g2, g3] = \text{integr-variada}(f, v)$

6. subplot(2,2,1); plot(2:TOP, m(2:TOP))  
subplot(2,2,2); plot(2:TOP, t(2:TOP))  
subplot(2,2,3)  
subplot(2,2,4)

7.  $I = g3(TOP)$  → mejor aproximacion

8. Mostramos errores:

$$m(2:TOP) = \text{abs}(m(2:TOP) - I)$$

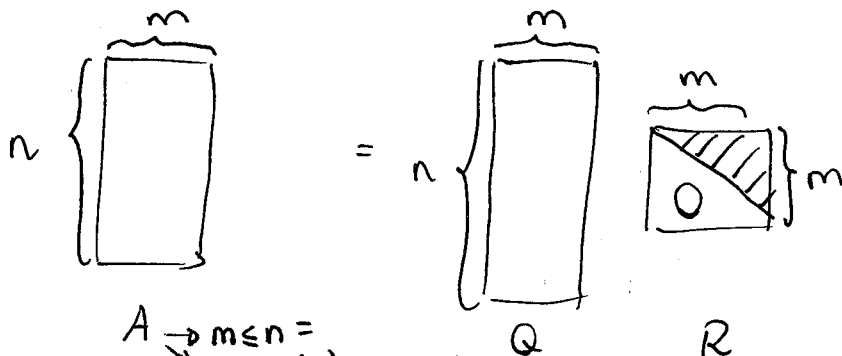
figure

subplot(2,2,1); plot(2:TOP, log10(m(2:TOP)))

↳ mejor  
para  
representación  
de errores

# QR

factorización QR — usa Gram Schmidt



$$A \rightarrow m \leq n = \text{Rang}(A) = m$$

INPUT  $\rightarrow A$

OUTPUT  $\rightarrow Q, R$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\{q_j\}_{j=1}^K) &= \\ &= \mathcal{L}(\{q_j\}_{j=1}^K) \\ \langle q_i, q_j \rangle &= \delta_{ij} \end{aligned}$$

$\rightarrow R$  triangular superior e invertible

## PSC

1.  $n = n^\circ$  de filas de  $A$   
 $m = m^\circ$  de columnas de  $A$
2. Comprobar que  $m \leq n$  y que  $\text{Rang}(A) = m$   
 $\rightarrow$  comprobación opcional

3. Inicializamos  $Q = \text{zeros}(n, m)$   
 $R = \text{zeros}(m, m)$

4.  $R_{11} = \text{norm}(A(:, 1))$   
 $\rightarrow$  norma 1ª col  $A$

5.  $Q(:, 1) = \frac{A(:, 1)}{R_{11}}$

6. for  $k=2:m$   
     $v = A(:, k)$   
    for  $j=1:k-1$   
         $R(j, k) = \text{dot}(Q(:, j), A(:, k))$   
         $R(j, k) = Q(:, j)^T * A(:, k)$   
         $v = v - R(j, k) * Q(:, j)$   
     $R(k, k) = \text{norm}(v)$   
     $Q(:, k) = \text{vector} / R(k, k)$   
         $\uparrow$  opcional

## autovalores QR

Iterando la factorización QR podemos obtener los autovalores de  $A$ .

INPUT  $\rightarrow A$   
 $\rightarrow \text{maxIter}$   
 $\rightarrow (\text{tol})$

OUTPUT  $\rightarrow$  autovalores  
 $\rightarrow n\text{Iter}$

## PSC

1. Comprobar que  $A$  es una matriz cuadrada
2. Comprobar que  $A$  es una matriz hermita  
 $\max(\max(\text{abs}(A - A^T)))$  debe ser cero.

3.  $n\text{Iter} = 0$

mientras  $n\text{Iter} < \text{maxIter}$

Si  $A$  diagonal:  
break

$[Q, R] = \text{factQR}$   
 $A = R * Q$

autovalores = diagonal( $A$ )

$\rightarrow B = \text{abs}(A - \text{diag}(\text{diag}(A)))$   
Si  $\max(\max(B)) < \text{tol}$   
break

# Resolver sistema incompatible

INPUT  
 $\rightarrow A$   
 $\rightarrow b$

OUTPUT  
 $\rightarrow$  vector de soluciones  $X$

SC

1.  $[n, m] = \text{size}(A)$

Si  $m > n \rightarrow \text{ERROR}$  (A tiene más cols que filas)

A debe tener más filas que columnas

Si  $\text{length}(b) \neq n \rightarrow \text{ERROR}$

b tiene que tener el mismo tamaño que el n° de filas que A

Si b es vector fila:  
 $b = b'$

$[Q, R] = \text{factQR}(A)$

1. mi solución

$$X = \text{pinv}(R) * Q' * b;$$

R es invertible por def.

2. SOLUCIÓN PROFESOR

$$y = Q' * b$$

$$x = y ./ \text{diag}(R)$$

for  $i = m-1:-1:1$

for  $j = i+1:m$

$$x(i) = x(i) - R(i, j) * x(j) / R(i, i)$$

# Polinomio incompatible

$$p(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots + a_nx^{n-1}$$

$$n \left\{ \begin{pmatrix} 1 & s_1 & \dots & s_1^{m-1} & \dots & s_1^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & s_n & \dots & s_n^{m-1} & \dots & s_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(s_1) \\ f(s_2) \\ \vdots \\ f(s_n) \end{pmatrix} \right.$$

$m$

INPUT

$\rightarrow b = f(s)$   
 $\rightarrow \text{nodos} \equiv s$   
 $\rightarrow m$  (menor que n)

OUTPUT

$\rightarrow$  coeficientes  $a_1, \dots, a_n$

OJO: b es un vector de mediciones: puede ser  $f(\text{nodos}) = f(s)$  o unas mediciones más inexactas y se busca el polinomio más ajustable a esos puntos.

PSC

1. Comprobar que b es un vector, y si es fila transponerlo.

2.  $n = \text{length}(b)$

$$V(:, 1) = \text{ones}(n, 1)$$

for  $k = 2:m$

$$V(:, k) = S.^{(k-1)} = \text{nodos}^{(k-1)}$$

3.  $a = \text{solve\_incompatible}(V, b)$

$$4. x = \min(\text{nodos}) : \frac{\max(\text{nodos}) - \min(\text{nodos})}{1000} : \max(\text{nodos})$$

5. for  $i = 1:\text{length}(x)$

$$p(i) = 0$$

for  $k = 1:m$

$$p(i) = p(i) + a(k) * x(i)^{(k-1)}$$

6. figure; plot(s, b, '\*r'); hold on; plot(x, p)

posible test pol\_incomp

grado máximo m  
 (m+1 nodos)

$\leftarrow f =$  function handler

$$s = -5:0.1:5$$

$$b = f(s) + \text{randn}(\text{size}(s))$$

$$\text{pol\_incomp}(b, s, m+1)$$

- ▶ no imprimir en pantalla el resultado → ; al final
- ▶ limpiar → `clc`
- ▶ `format long g` (mayor precisión)
- ▶ `format long e` (exponencial)
- ▶ `format short` (menor precisión)
- ▶ eliminar variable → `clear nombre-variable`
- ▶ parte entera → `floor(algo)`
- ▶ techo → `ceil(algo)`
- ▶ redondeo estándar → `round(algo)`
- ▶ número más grande → `realmax = 1.7977 · 10308`
- ▶ número más pequeño → `realmin = 2.2254 · 10-308`
- ▶ borrar todo el workspace → `clear`

- vector column  $\rightarrow VC = [1; 2; 3; 4]$

- ▶ Para saber como funciona una función → `help nombre-función`
  - ▶ Mayor información → `doc nombre-función`
- 

▶ exponencial → `exp(algo)`

---

▶ Editor → `New > Script > undock`

▶ Comentarios → `%`

▶ para devolver cosas en funciones

`function [ret1, ret2] = nombre(part1, ...)`

`[código`

`end`

↑ el igual que no se olvide

Ⓢ LAS FUNCIONES DECLARADAS EN UN FICHERO PARA PODER EJECUTARSE EN OTROS TIENEN QUE TENER EL MISMO NOMBRE QUE EL ARCHIVO.

En el return:

`[r, E] = nombre(part1, ...)`

`r = nombre(part1, ...)` (almacena solo la 1ª)

`[~, E] = nombre(part1, ...)` (almacena solo E)

↑ `alt gr + 4` para no almacenar variables

$x = -5:0.01:5;$

$y = \exp(-x.^2);$

$\text{plot}(x, y)$

$\text{figure}(2) \rightarrow$  otra salida (solo para el siguiente plot)  $\rightarrow$  quizá sea para siempre

$x = -5:0.5:5;$

$y = \exp(-x.^2);$   $\rightarrow$  modificamos el tamaño de  $x$ , entonces también el de  $y$ .

$\text{plot}(x, y) \rightarrow$  plotamos en figure 2

$\text{plot}(x, y, '*') \rightarrow$  plotamos en (figure 1) con asteriscos.

$\text{grid on} \rightarrow$  cuadrícula

$f = @(x) x.^2 + 7*x + 12$  (FUNCTION HANDLE)

$f(4) \rightarrow$  evaluación (da el resultado)

$\text{fplot}(f, [a, b])$   $\rightarrow$  intervalo de representación  
 $\hookrightarrow$  function handle

HOJA 1 - EJ. 6  $f(x) = e^x \cdot \log(1 + e^{-x})$   $x \in [0, 40]$

$f = @(x) \exp(x) .* \log(1 + \exp(-x))$

$\text{ylim}([0, 2]) \rightarrow y \in [0, 2]$  en la gráfica

### SUBPLOTS

$\text{figure}(1);$   $\swarrow$  n° plots verticalmente  
 $\text{subplot}(2, 1, 1);$   $\nwarrow$  n° plots horizontalmente  
 $\text{fplot}(f, [-1:1]);$   $\swarrow$  id del plot  
 $\text{grid on}$   
 $\text{subplot}(2, 1, 2);$   $\text{fplot}(f, [-1:1]);$   $\text{grid on}$

$\text{hold on};$   
 $\vdots$   
 $\text{hold off};$  } gráficas en la misma imagen

## EJERCICIO CLASE

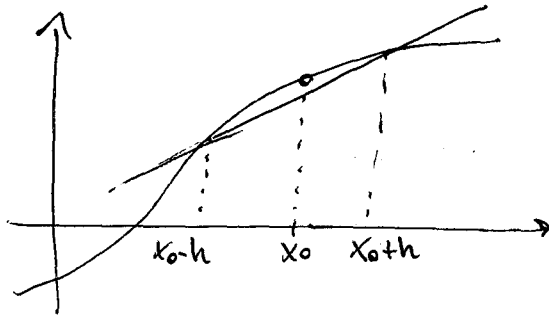
- function normales
- matlab scripts y functions
- errores de cancelación

Dada una  $f \in C^1((x_0-H, x_0+H))$ .

Calcular la mejor aproximación numérica de  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h_2) - f(x_0-h_2)}{2h_2}$$

Si la  $h$  es demasiado grande:



la recta secante varía mucho de la derivada

Si  $h$  es demasiado pequeño se restan dos números iguales → ERRORES DE CANCELACIÓN

function DERIV.   
 → input:  $f, x_0, h$    
 → output:  $f'(x_0)$

### OBSERVACIÓN

$$f \in C^3((x_0-H, x_0+H))$$

$$f(x+h) = f(x) + f'(x) \cdot h + \frac{f''(x)}{2} \cdot h^2 + \frac{f'''(x)}{6} \cdot h^3 + o(h^3)$$

$$f(x-h) = f(x) - f'(x) \cdot h + \frac{f''(x)}{2} \cdot h^2 - \frac{f'''(x)}{6} \cdot h^3 + o(h^3)$$

$$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x) + \frac{f'''(x)}{6} \cdot h^2 + o(h^2) \quad (1)$$

$$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = 2 \cdot f'(x) \cdot h + \frac{f'''(x)}{12} \cdot h^3 + o(h^3) \quad (2)$$

Errores menores con (2)



$$\underbrace{\left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{A_{3 \times 2}} \underbrace{\left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{x_{3 \times 1}} = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{b_{3 \times 1}}$$

## FACTORIZACIÓN LU con PIVOTAJE

```

L=I ; U=A
for k=1:n
    [~,j] = max(abs(U(k:n,k)));
    if j~=1:
        fila k ↔ fila j* de U, L, P
    end
    for i=k+1:n
        L(i,k) = U(i,k) / U(k,k);
        U(i,k:n) = L(i,k) * U(k,k:n);
    end
end
end

```

• buscar a cada paso  
 $i^* = \operatorname{argmax}_{i \in \{k, k+1, \dots, n\}} |U_{(i,k)}^{(k-1)}|$

↳ construir la matriz de permutación:

$$P_k(i) = \begin{cases} i & \text{si } i \neq k, i^* \\ k & \text{si } i = i^* \\ i^* & \text{si } i = k \end{cases}$$

$$[valor, pos] = \max(\text{abs}(U(k:n, k)))$$

$\uparrow$  filas desde k a n       $\uparrow$  col

Solve

$$LUx = b \Rightarrow \begin{cases} Ly = b \\ y = Ux \end{cases}$$

$$P^{-1}LUx = b \Rightarrow \begin{cases} P^{-1}Ly = b \\ y = Ux \end{cases}$$

$$y(i) = y(i) - P^{-1}(j,i) * L(i,j) * y(j)$$

~~PA~~  $PAx = Pb$  porque  $PA = LU$

Solve

$$A = LU$$

$$Ax = b \Leftrightarrow LUx = b \Rightarrow \begin{cases} Ly = b \\ y = Ux \end{cases}$$

Solve P

$$PA = LU$$

$$Ax = b \Leftrightarrow PAx = Pb \Leftrightarrow LUx = Pb \Rightarrow \begin{cases} Ly = Pb \\ y = Ux \end{cases}$$

• function handle booleana :

$$f = @(x) \ x >= 3$$

Entonces :  $f(1:5) = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1]$

Diagrama de anotaciones para  $f(1:5)$ :

- 1 < 3
- 2 < 3
- 3 >= 3
- 4 >= 3
- 5 >= 3

## MATRICES

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

$a = A(3; 2:4)$

Diagrama de anotaciones para  $A(3; 2:4)$ :

- fila 3
- elementos al 5

$$a = 10 \ 11 \ 12$$

$$a = A(2:3; 2:4)$$

$$a = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 8 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

$b = \text{sum}(A) \rightarrow$  suma de columnas

$$b = [15 \ 18 \ 21 \ 24]$$

$c = \text{sum}(\text{sum}(A)) \rightarrow$  suma de todos los elementos de una matriz

$\text{triu}(A) \rightarrow$  parte triangular alta de  $A$  (diagonal-arriba, resto ceros)

$\text{tril}(A) \rightarrow$  parte triangular baja de  $A$  (diagonal-bajo, resto ceros)

## EVITAR PROPAGACIÓN DE ERRORES

$$d(f, x_0, h)$$

$$\text{temp} = x_0 + h;$$

$$h = \text{temp} - x_0;$$

...

return