UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura: SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo: 231

Apellidos: Nombre:

Ejercicio del día: 18 de abril de 2018. Examen parcial.

1.1 (1)	1.2 (1.5)	1.3 (0.5)	2.1 (1.5)	2.2 (1.5)	2.3 (1.5)	2.4 (1)	2.5 (1.5)	Total (10)

1. PROBLEMA (3 puntos).

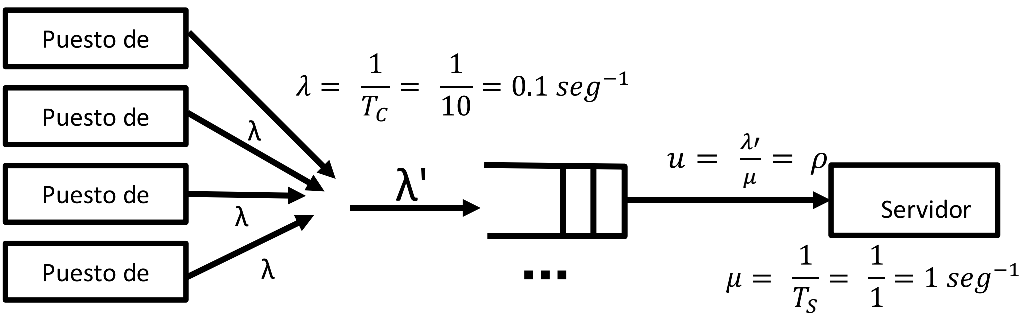
Una pequeña empresa monta un servidor para atender su Intranet, que principalmente se dedica a gestionar el acceso a documentos compartidos. El servidor recibe las peticiones de operaciones sobre los documentos directamente desde los 4 puestos de trabajo de la empresa; el tiempo que tarda en procesar cada solicitud está distribuido exponencialmente, y tiene un valor medio de 1 segundo. Para evitar saturar al servidor, que es de poca capacidad, se implementa un protocolo en el que cada puesto de trabajo sólo puede solicitar una operación por vez: no puede solicitar una nueva operación si está esperando una respuesta del servidor. Una vez recibido un documento, cada puesto de trabajo tarda un promedio de 10 segundos en realizar una nueva solicitud, y este tiempo está distribuido exponencialmente. Suponga que el servidor tiene capacidad para almacenar todas las peticiones de las terminales.

1.1 (1 puntos) Justificar razonadamente un modelo de colas válido para describir el escenario planteado. No se considerarán respuestas sin razonar.

Se trata de un sistema **M/M/1/∞/4** debido a que:

- Hay M=4 puestos de trabajo que se realizan peticiones al servidor pasado un tiempo que está distribuido de forma exponencial. Estos puestos de trabajo son los clientes del sistema.
- Hay un servidor, luego c = 1.
- El tiempo que tarda el servidor en devolver cada documento está distribuido de forma exponencial.
- El tamaño de la cola se puede considerar infinito, dado que se dice que el servidor tiene capacidad para almacenar todas las peticiones de los terminales.

$\lambda = \frac{1}{T_C} = \frac{1}{10} = 0.1\, seg^{-1}$ $\quad u = \frac{\lambda'}{\mu} = \rho$ $\quad \mu = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{1} = 1\, seg^{-1}$



UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura SISTEMAS INFORMÁTICOS II Grupo 231

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día 18 de abril de 2018. Examen parcial.

1.2 (1.5 puntos) Calcular el tiempo promedio que tarda cada puesto de trabajo en recibir un documento desde su petición.

El tiempo promedio que tarda cada puesto de trabajo en recibir un documento, es el tiempo medio de estancia en el sistema de la petición; esto es W. Por tanto, se calculará el número medio de clientes en el sistema L y se aplicará el Teorema de Little.

El número medio de clientes en el sistema viene dado por:

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{\mu\rho}{\lambda}$$

Se calcula ρ

$$\rho = 1 - p_0 = 1 - \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1} = 1 - \left[\sum_{n=0}^{4} \frac{4!}{(4-n)!}\left(\frac{0,1}{1}\right)^n\right]^{-1}$$

$$= 1 - [1 + 0,4 + 0,12 + 0,024 + 0,0024]^{-1} = 0,3533$$

Por tanto, el número medio de clientes en el sistema será:

$$\mathrm{L} = M - \frac{\mu\rho}{\lambda} = 4 - \frac{1 * 0,3533}{0,1} = 4 - 3,533 = 0,467 \text{ clientes}$$

Y el tiempo medio de estancia en el sistema vendrá dado por el Teorema de Little:

$$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{L}}{\lambda'} = \frac{\mathrm{L}}{\rho\mu} = \frac{0,467}{0,3533 * 1} = 1,3218\ seg$$

1.3 (0,5 puntos) Después de un tiempo de operación, el técnico de la empresa se da cuenta que el servidor no está muy sobrecargado con el trabajo actual y, como hay mucho espacio en disco, sugiere al dueño utilizarlo también como servidor de backups. El técnico estima que, si lo hicieran, durante el horario laboral el servidor estaría, por cada hora, ocupado una media de 40 minutos con la nueva actividad. Determinar si con la configuración actual de servidor se podría seguir manteniendo el mismo tiempo medio de respuesta a las peticiones. No se considerarán respuestas sin justificar. <u>Nota</u>: <u>no</u> hace falta calcular el nuevo tiempo de respuesta, sino dar una idea razonada de lo que la nueva carga de trabajo implica para este tiempo.

Si está ocupado 40 minutos cada 60, eso es un 67% del tiempo (40/60 = 0,67). Es decir, el servidor estaría ocupado un 67% del tiempo con actividades de backup. Pero antes de este cambio, el servidor estaba cargado más de un 35% (ρ=0,3533). Por lo tanto, no sería posible que con la misma configuración el servidor mantuviera el tiempo de respuesta.

(IMPRESO EN PAPEL RECICLADO)

UNICAMENTE PARA USO ESCOLAR

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura SISTEMAS INFORMÁTICOS II **Grupo** 231

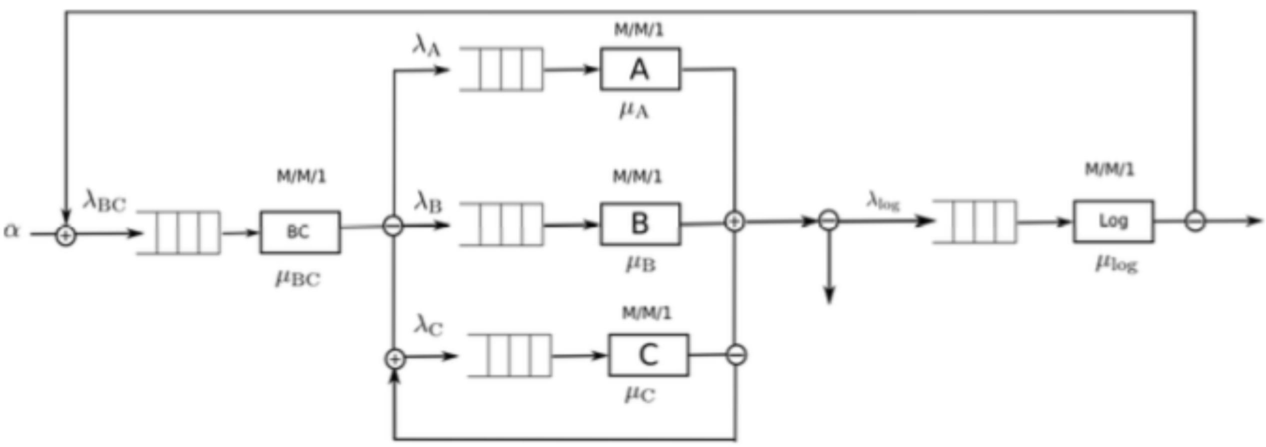
Apellidos .... **Nombre** ....

Ejercicio del día 18 de abril de 2018. Examen parcial.

2. PROBLEMA (7 puntos).

Una empresa tiene un complejo sistema de gestión. Dicho sistema recibe peticiones de los clientes según un proceso Poisson con una media de **5 peticiones por segundo**. Las peticiones son recibidas inicialmente por un balanceador de carga que reparte las peticiones entre 3 servidores: A, B y C. En promedio, la CPU del balanceador de carga tarda **50ms** en analizar cada petición. Los servidores A y B, tardan **200ms** en procesar cada petición, en promedio, cada uno. El servidor C tarda **100ms**. Se estima que **1/3** de las peticiones son para el servidor A, **1/3** para el servidor B, y el tercio restante para el servidor C. El servidor C tiene un funcionamiento ligeramente distinto al de los servidores A y B. Se estima que un **25%** de las peticiones que recibe el servidor C han de invocar otra petición en dicho servidor, tras ser procesadas por el servidor C. Estas peticiones son recibidas por el servidor C. Una vez una petición ha sido atendida (por el correspondiente servidor A, B ó C), ésta se ha de registrar en un servidor de log, con una probabilidad del **75%.** En caso contrario, la petición se da por finalizada. El servidor de log tarda **125ms** en procesar cada petición, en promedio. Finalmente, se ha observado que si es necesario registrar la petición en el servidor de log, tras esto, con una probabilidad del **50%** la petición necesitará invocar otra petición adicional en el sistema de gestión antes de darse por completada. Esta petición nueva será recibida por el balanceador de carga. En caso contrario la petición se da por finalizada

2.1 (1.5 puntos) Dibujar el diagrama de proceso del sistema completo, e indicar (no calcular) las tasas de llegada a la entrada de cada servidor. Indicar también la capacidad de cada servidor. Dar una explicación razonada sobre qué modelo, según la notación de Kendall, será aplicable a cada una de sus componentes. Indicar las suposiciones y teoremas utilizados



Cada uno de los subsistemas presentados en el diagrama se pueden modelar de acuerdo a un modelo M/M/1 aplicando el teorema de Jackson. Esto es así porque todos los tiempos están distribuidos de forma exponencial, cada subsistema tiene un único servidor, las colas son infinitas, la red es una red de colas abierta ya que la probabilidad de salir de la red es estrictamente mayor que 0, y según nos han indicado en el enunciado todos los sistemas están en estado estacionario.

2.2 (1.5 puntos) Calcular la tasa de llegadas efectiva a la entrada de cada servidor (Balanceador de Carga, A, B, C y Log).

Como los sistemas están en estado estacionario a la salida tendrán la misma tasa que a la entrada.

α=5p/s
$\lambda bc = \alpha + 0.5\ \lambda log$
$\lambda A = 0.33\ \lambda bc$
$\lambda B = 0.33\ \lambda bc$
$\lambda C = 0.33\ \lambda bc + 0.25\ \lambda C$
$\lambda C = 0.33 / (1 - 0.25)\ \lambda bc = 0.33 / 0.75\ \lambda bc$
$\lambda log = 0.75\ (\lambda A + \lambda B + 0.75 * \lambda C) = 0.75\ \lambda bc$

$\lambda bc = \alpha + 0.5 * \lambda log$
$\lambda bc = \alpha + 0.5 * 0.75\ \lambda bc$
$\lambda bc = \alpha / (1 - 0.5 * 0.75) = 5 / (1 - 0.375) = 8$ p/s

Por tanto:

$\lambda A = 0.33 \cdot 8 = 2.67$ p / s
$\lambda B = 2.67$ p /s
$\lambda C = 0.33 / (1 - 0.25)\ 8 = 3.55$ p / s
$\lambda log = 0.75 \cdot 8 = 6$ p / s

Comprobamos que en efecto cada servidor está en estado estacionario.

$\lambda bc = 8 < \mu bc = 20$ p/s
$\lambda A = 2.67 < \mu A = 5$ p/s
$\lambda B = 2.67 < \mu B = 5$ p/s
$\lambda C = 3.55 < \mu C = 10$ p/s
$\lambda log = 6 < \mu log = 8$ p/s

2.3 (1.5 puntos) Calcular justificadamente el número medio de peticiones en todo el sistema.

Usamos el teorema de Jackson del que se deduce que el número total de peticiones es la suma de las peticiones en cada sub-sistema, cuyas probabilidades vendrían dadas por las fórmulas del modelo M/M/1.

$\rho bc = \lambda bc / \mu bc = 8 / 20 = 0.4$
$\rho A = \lambda A / \mu A = 2.67 / 5 = 0.53$
$\rho B = \lambda B / \mu B = 2.67 / 5 = 0.53$
$\rho C = \lambda C / \mu C = 3.55 / 10 = 0.36$
$\rho log = \lambda log / \mu log = 6 / 8 = 0.75$

$Lbc = \rho bc / (1 - \rho bc) = 0.4 / 0.6 = 0.67$
$LA = \rho A / (1 - \rho A) = 0.53 / 0.47 = 1.13$
$LB = \rho B / (1 - \rho B) = 0.53 / 0.47 = 1.13$
$LC = \rho C / (1 - \rho C) = 0.36 / 0.67 = 0.57$
$Llog = \rho log / (1 - \rho log) = 0.75 / 0.25 = 3.0$

$Ltotal = Lbc + LA + LB + LC + Llog = 0.67 + 1.13 + 1.13 + 0.57 + 3.0 = 6.5$ peticiones

2.4 (1 puntos) Calcular justificadamente el tiempo medio de respuesta de todo el sistema.

Usamos Little:

Wtotal = Ltotal / α = 6.5 / 5 = 1.3 segundos

2.5 (1.5 puntos) Determinar justificadamente un cuello de botella en el sistema descrito anteriormente. Proponer dos posibles soluciones a este problema. No se tendrán en cuenta respuestas no razonadas

Un cuello de botella es el servidor de log. Tiene ρ = 0.75, lo que indica que funciona el 75% del tiempo. Posibles soluciones consisten en escribir menos veces en el log (reducir la probabilidad de acceder a este servidor), poner un servidor más rápido o conectar múltiples servidores a la misma cola de espera.

Formulario:

Modelo M/M/1

$$p_n = (1-\rho)(\rho)^n$$

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$F_W(t) = 1 - e^{-(\mu-\lambda)t}$$

Modelo M/M/c:

$$p_n = \begin{cases} p_0 \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} & (n < c) \\ p_0 \dfrac{c^c}{c!}\left(\dfrac{\lambda}{c\mu}\right)^n & (n \geq c) \end{cases}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!(1-\rho)}\right]^{-1}$$

$$P_q = \frac{p_c}{1-\rho} = E_c(c,u)$$

$$L = \frac{P_q \rho}{1-\rho} + c\rho$$

Modelo M/M/c/c:

$$p_n = p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!} \quad (0 \leq n \leq c)$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1}$$

Modelo M/G/1:

$$L = \frac{\lambda^2 \mathrm{E}\left[S^2\right]}{2(1-\rho)} + \rho$$

$$\rho = \lambda/\mu$$

Modelo M/M/1/K:

$$p_n = p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \quad (0 \leq n \leq K)$$

$$p_0 = \begin{cases} \left[\dfrac{1-\lambda/\mu}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \neq \mu) \\ \dfrac{1}{K+1} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{\mu}\left[\dfrac{1-(\lambda/\mu)^K}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \neq \mu) \\ \dfrac{K}{K+1} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

$$L = \begin{cases} \dfrac{\lambda/\mu}{1-\lambda/\mu}\left[\dfrac{1-(K+1)(\lambda/\mu)^k + K(\lambda/\mu)^{K+1}}{1-(\lambda/\mu)^{K+1}}\right] & (\lambda \neq \mu) \\ \dfrac{K}{2} & (\lambda = \mu) \end{cases}$$

Modelo M/M/1//M

$$p_n = p_0 \binom{M}{n} n! \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = p_0 \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$\rho = 1 - p_0$$

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{\mu}{\lambda}\rho$$

Modelo M/M/c//M

$$p_n = \begin{cases} p_0 \dbinom{M}{n}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n & (0 \leq n < c) \\ p_0 \dbinom{M}{n} \dfrac{n!}{c^{n-c} c!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n & (c \leq n < M) \end{cases}$$

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \binom{M}{n}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=c}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{c^{n-c} c!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$\rho = 1 - \sum_{n=0}^{c-1} p_n \frac{c-n}{c}$$

$$L = M - \frac{\lambda'}{\lambda} = M - \frac{c\mu}{\lambda}\rho$$