

Economía y finanzas matemáticas
Optativa del grado en Matemáticas, UAM, 2020-2021
Examen parcial, 16 de abril de 2021

Ejercicio 1. a) (1 punto) Un primer bono cuesta hoy $A > 0$ y ofrece flujos anuales de 1 euro, desde el año 1 hasta el año n , ambos incluidos. Un segundo bono (perpetuo) cuesta hoy $B > 0$ y ofrece flujos anuales de 1 euro, desde el año 1 en adelante. Si los dos bonos tienen la misma TIR, ¿qué relación hay entre A y B ?

b) (1 punto) Considera un instrumento financiero con flujos F_0, F_1, \dots, F_n pagaderos en los años $0, 1, \dots, n$. Prueba que si $F_0 < 0$, $F_j \geq 0$ para $j = 1, \dots, n$, y $F_0 + F_1 + \dots + F_n > 0$, entonces la ecuación que define la TIR del instrumento tiene una solución positiva.

Ejercicio 2. (2 puntos) Una compañía de seguros plantea el siguiente seguro de vida a 30 años. Hay N clientes, todos con la misma edad: E años.

- cada comienzo de año, desde hoy hasta dentro de 29 años, cada cliente (que siga vivo) aporta a euros;
- si un cliente fallece en algún momento del contrato, su familia recibe s euros (al final del año de fallecimiento); esta cobertura está vigente hasta el final del año 30.

La probabilidad π_j de seguir vivo tras j años (para individuos que hoy tienen E años) viene dada, para $j = 1, 2, \dots$, por

$$\pi_j = \frac{1}{(1+T)^j}, \quad \text{donde } T > 0 \text{ es una cierta tasa.}$$

La compañía de seguros puede, además, invertir su capital con un tipo de capitalización anual $R > 0$.

Para el cálculo que sigue, puedes suponer que N es muy grande, y que las leyes de los grandes números se cumplen *exactamente*.

Obtén una fórmula explícita para el capital acumulado por la compañía de seguros al final del contrato (es decir, al terminar el trigésimo año) en términos de los datos del problema: N , a , s , T y R .

Ejercicio 3. (2 puntos) Todas las opciones que se consideran a continuación tienen el mismo vencimiento T y el mismo subyacente, una acción \mathcal{S} , cuya cotización en tiempo T se denota por S_T . El descuento de la fecha T es $P(0, T)$.

La cartera A está formada por

- una acción comprada,
- una put comprada de strike K ,
- una call vendida de strike $2K$.

La cartera B está formada por

- un bono cupón cero, de vencimiento T , y nominal K ,
- tres calls compradas con strike $2K - \delta$, donde $0 < \delta < K$,
- tres calls vendidas de strike $2K$.

Afirmamos que el precio hoy de la cartera A es mayor que el precio de la cartera B. ¿Qué valores puede tomar δ ?

Ejercicio 4. a) (1 punto) En el mercado se negocian los siguientes activos:

- acciones de TFN, cuya cotización hoy es 100 euros;
- contratos forward sobre la acción de TFN, a plazo de 1 año, con precio de compra-venta 105 euros, y precio hoy 0;
- además, se presta/se pide prestado dinero a plazo $T = 1$ año con un tipo de interés (simple, anual) del 2%.

Dados estos precios, hay oportunidades de arbitraje: describe una.

b) (1 punto) En el mercado se negocian los siguientes activos:

- acciones de TFN, cuya cotización hoy es 100 euros;
- contratos forward sobre la acción de TFN, a plazo de 1 año, con precio de compra-venta 105 euros, y con precio hoy de 2 euros para la parte *vendedora* (esto es, la parte vendedora en el fwd paga hoy 2, y la parte compradora recibe hoy 2);
- además, se presta/se pide prestado dinero a plazo $T = 1$ año con un tipo de interés (simple, anual) del 2%.

Dados estos precios, hay oportunidades de arbitraje: describe una.

c) (1 punto extra) En el mercado se negocian los siguientes activos:

- acciones de TFN, cuya cotización hoy es 100 euros;
- contratos forward sobre la acción de TFN, a plazo de 1 año, con precio de compra-venta 105 euros, y con precio hoy de 4 euros para la parte *vendedora* (esto es, la parte vendedora en el forward paga hoy 4, y la parte compradora recibe hoy 4);
- además, se presta/se pide prestado dinero a plazo $T = 1$ año con un tipo de interés (simple, anual) del 2%.

Dados estos precios, hay oportunidades de arbitraje: describe una.

Ejercicio 5. (2 puntos) Datos de mercado:

- la acción de TFN se cotiza a 100 euros;
- se cotizan calls y puts (con subyacente la acción de TFN), a plazo de 6 meses, y strike $K = 90$ euros. El precio de la call con esas características es 12.112 euros.
- el tipo de interés (anual, continuo) es $r = 1\%$.

Tienes ahora 20 euros. Dentro de 6 meses recibirás 10 acciones de TFN. Diseña una estrategia de inversión para asegurarte de que el valor a mercado de tu cartera, dentro de 6 meses, sea de al menos 900 euros.