

Estadística II
Tercero del grado en Matemáticas, UAM, 2019-2020

Examen parcial 1, 24-10-2019

inicial apellido

Apellidos, nombre

Ejercicio 1. (3 puntos) El vector $\mathbb{X} = (X_1, X_2, X_3)^\top$ sigue una normal multidimensional $\mathcal{N}(\mathbf{m}, V)$, de parámetros

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad V = \begin{pmatrix} 3 & a & 1/2 \\ a & 2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aquí, a es un cierto número real.

- a) ¿Para qué valores de a es V una matriz definida positiva?
- b) Definimos el vector $\mathbb{Y} = (Y_1, Y_2)^\top$ mediante $Y_1 = X_1 + 2X_2$ e $Y_2 = X_1 - X_2$. ¿Qué valor debe tomar a para que Y_1 e Y_2 sean independientes? Justifica bien todos los pasos que te lleven a la respuesta.
- c) En este apartado, tomamos $a = 2$. Determina la distribución de $(X_1, X_2)^\top$ condicionando a que $X_3 = 1/2$.

Ejercicio 2. (3 puntos) Una cierta característica en una población tiene cuatro niveles, que designamos por C_1 , C_2 , C_3 y C_4 .

En una muestra de 81 individuos de la población se han encontrado 9, 17, 20 y 35, respectivamente, de cada nivel.

Se desea contrastar un modelo teórico que asigna probabilidades p^3 , $3p^2(1-p)$, $3p(1-p)^2$ y $(1-p)^3$, respectivamente, a cada categoría. Aquí $p \in (0, 1)$.

Escribe las conclusiones que obtienes (sobre el modelo y la muestra) argumentando con el p -valor.

Ejercicio 3. a) (2 puntos) Una fábrica de automóviles quiere averiguar si la preferencia de modelo tiene relación con el sexo de los clientes. Se toman dos muestras aleatorias de 100 hombres y 100 mujeres y se observan las siguientes preferencias con respecto a dos modelos de automóvil A y B:

SEXO	MODELO	
	A	B
Mujer	12	88
Hombre	24	76

¿Son homogéneas las preferencias entre hombres y mujeres, al nivel de significación 5 %?

b) (1 punto) Una fábrica de automóviles quiso averiguar si la preferencia de modelo tenía relación con el sexo de los clientes. Se tomaron dos muestras aleatorias de 100 hombres y 100 mujeres y se observaron las siguientes preferencias con respecto a dos modelos de automóvil A y B:

SEXO	MODELO	
	A	B
Mujer	•	•
Hombre	32	68

Como ves, se han perdido los datos correspondientes a las mujeres. Pero se sabe que la hipótesis de homogeneidad se rechazó, pues el p -valor del test estaba entre 4 % y 5 %. ¿Cuántas mujeres preferían el modelo A?

Ejercicio 4. (1 punto) Se dispone de una muestra de tamaño dos: (x_1, x_2) , donde $x_1 = -1$ y de x_2 se sabe que es un número mayor que 1. Para contrastar la hipótesis de que es una muestra aleatoria de tamaño 2 de una normal estándar, se calcula el valor del estadístico de Kolmogorov–Smirnov, obteniéndose un valor de 0,4192.

¿Cuánto vale x_2 ?

