

PROBLEMAS. HOJA 1

1. Un biólogo sostiene que en una familia de algas hay una relación entre la masa m , la densidad ρ , el volumen del alga V y la superficie de su cuerpo S . Determinar que existe una función g que nos da la siguiente relación:

$$S = \lambda^{-\frac{2}{3}} g(\lambda V) \quad \text{donde } \lambda = \frac{\rho}{m}.$$

2. **Transferencia de calor.** Una cantidad de energía térmica e está concentrada inicialmente en un punto y se difunde en una región que inicialmente tiene una temperatura 0. Determinar a tiempo t la siguiente relación de la temperatura u

$$u = \frac{e}{c} (kt)^{-\frac{3}{2}} g(r/\sqrt{kt})$$

donde r es la distancia a la fuente, c es la capacidad calorífica del medio de dimensiones $[c] = [eu^{-1}r^{-3}]$ y k la difusividad térmica de dimensiones $[k] = [r^2t^{-1}]$.

3. **Difusión de un contaminante.** Tenemos un canal unidimensional $x \in (0, \infty)$ en el extremo $x = 0$ se introduce un contaminante de concentración constante u_0 a partir del instante $t = 0$. La concentración es una función $u(x, t)$ que satisface la ecuación de difusión:

$$u_t - Du_{xx} = 0,$$

donde D es el coeficiente de difusión. Haciendo análisis adimensional identificar la concentración.

4. El lanzamiento de un proyectil de masa m de la superficie de un planeta de radio R y gravedad g se modeliza a partir de la Segunda Ley de Newton para $t \geq 0$ como:

$$h''(t) = -\frac{gR^2}{(h(t) + R)^2}, \quad h(0) = 0, \quad h'(0) = v,$$

donde h determina la altura sobre la superficie.

- Identificar magnitudes y magnitudes adimensionales.
- Identificar una relación de la altura máxima alcanzada por el proyectil y los datos del problema v , g y R .
- Identificar las escalas privilegiadas del problema y como se simplifica el problema en dichas escalas.