

Tarea 2

Francisco Cuevas

Fecha de entrega: 26 de Abril 2024

1. Considere la función de covarianza estacionaria

$$C_0(h; \alpha, \nu) = \sigma^2 \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{h}{\alpha} \right)^\nu K_\nu \left(\frac{h}{\alpha} \right).$$

Sea $\gamma(h) = \sigma^2 - C_0(h; \alpha, \nu)$. Encuentre $\tau > 0$ tal que el límite

$$\lim_{h^+ \rightarrow 0} \frac{\gamma(h)}{h^\tau},$$

exista y sea distinto de 0.

2. Determine cual de las siguiente funciones es una covarianza para un proceso Gaussiano definido en \mathbb{R} :

(a) $\varphi_1(h) = \exp\{-|h|\} \cos(h)$,

(b) $\varphi_2(h) = \exp\{-|h|\}(1 - |h|)$,

(c) $\varphi_3(h) = (1 - h^2)$.

3. Sea \mathbf{X} un campo aleatorio Gaussiano con función de medias $\mathbb{E}[X(s)] = \mu(s) = 0$ y función de covarianzas $\text{Cov}(X(s), X(s')) = C_0(s - s')$. Calcule la covarianza y el variograma del proceso $Y(s) = X^2(s)$. Describa si sus resultados cambian si $\mu(s) = \mu_0$.