José Alejandro Zitzumbo Montaño
Licenciatura en ingeniería Física, UG
Universidad de Guanajuato

3 de marzo del 2024

2 — Derivadas
Aplique esta misma idea para la diferenciación central.

$$D_{cd} = \frac{f(x+\frac{h}{2}) + f(x-\frac{h}{2})}{h}$$

Con esta función lo que nos queda es sustituirla sobre nuestra función central, esta la sustituimos en:

$$R_{cd} = \frac{4}{3}D_{cd}(\tfrac{h}{2}) - \frac{1}{3}D_{cd}(h) + O(h^4)$$

Ahora simplemente sustituimos en la ecuación

$$R_{cd} = \frac{4}{3}(\frac{f(x+\frac{h}{4}) + f(x-\frac{h}{4})}{\frac{h}{2}}) - \frac{1}{3}\frac{f(x+\frac{h}{2}) + f(x-\frac{h}{2})}{h} + O(h^4)$$

$$R_{cd} = \frac{8}{3}(\frac{f(x+\frac{h}{4}) + f(x-\frac{h}{4})}{h}) - \frac{1}{3}\frac{f(x+\frac{h}{2}) + f(x-\frac{h}{2})}{h} + O(h^4)$$

$$R_{cd} = \frac{8f(x+\frac{h}{4}) + 8f(x-\frac{h}{4}) - [f(x+\frac{h}{2}) + f(x-\frac{h}{2})]}{3h} + O(h^4)$$

$$R_{cd} = \frac{8f(x+\frac{h}{4}) - f(x+\frac{h}{2}) - f(x-\frac{h}{2}) + 8f(x-\frac{h}{4})}{3h} + O(h^4)$$

Con esto tenemos la derivada central.

1. Segundo ejercicio

Obtenga el valor de la derivada de la función.

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x-4)}$$

Primero tenemos en cuenta que $a = (a, a^{'})$ y que las constantes se tomas $A = (1,0)$ y las variables como $x = (x,1)$

$$f(x) = [(x,1) - (2,0)] \times [(x,1) + (2,0)] \,\%[(x,1) - (3,0)] \times [(x,1) - (4,0)]$$

$$f(x) = [(x-2,1)] \times [(x+2,1)] \,\%[(x-3,1)] \times [(x-4,1)]$$

$$f(x) = (x^2-4, 2x) \,\%[(x-3)(x-4), 3x-7]$$

$$f(x) = (\frac{x^2-4}{(x-3)(x-4)}, \frac{2x(x-3)(x-4) - (2x-7)(x^2-4)}{[(x-3)(x-4)]^2})$$

$$f(x) = (\frac{x^2-4}{x^2-7x+12}, \frac{2x^3 - 14x^2 + 24x - 2^3 + 8x + 7x^2 - 28}{(x^2-7x+12)^2})$$

$$f(x) = (\frac{x^2-4}{x^2-7x+12}, \frac{-7x^2 + 32x - 28}{(x^2-7x+12)^2})$$

Con esto tenemos de lado izquierdo nuestra función original y del lado derecho tenemos la derivada de la función.

2. Tercer ejercicio

Obtenga el valor de la derivada de las funciones en el punto $x = 0.5$

1. $x^2 sin(x)$
2. $(sen(x))^{tan(x)}$

Comenzamos despejando la función 1:

$$f(x) = [(x^2, 2x)] \times [sen(x), cos(x)]$$

$$f(x) = [x^2 sen(x), x^2 cos(x) + 2xsen(x)]$$

Ahora evaluamos la función en el punto x

$$f(0.5) = (\frac{1}{4} sen(\tfrac{1}{2}), \frac{1}{4} cos(\tfrac{1}{2}) + 2(\frac{1}{2}) sen(\tfrac{1}{2}))$$

Obtenemos lo siguiente: $f(0.5) = (2.18x10^{-3}, 0.259)$

Comenzamos haciendo la función 2:

$$f(x) = (sen(x))^{tan(x)}$$

$$ln(f(x)) = tan(x) ln(sen(x))$$

$$(ln(f(x)), \frac{f^{'}(x)}{f(x)}) = [tan(x), sec^2(x)] \times [(ln(sen(x)), \frac{cos(x)}{sen(x)})]$$

$$(ln(f(x)), \frac{f^{'}(x)}{f(x)}) = [tan(x) ln(sen(x)), \frac{tan(x) cos(x)}{sen(x)} + sec^2(x) ln(sen(x))]$$

$$(ln(f(x)), f^{'}(x)) = (tan(x) ln(sen(x)), f(x)[1 + sec^2(x) ln(sen(x))])$$

$$(ln(f(x)), f^{'}(x)) = (tan(x) ln(sen(x)), (sen(x))^{tan(x)}[1 + sec^2(x) ln(sen(x))])$$

Evaluamos la función en $x = 0.5$

$$(ln(f(0.5)), f^{'}(0.5)) = (tan(0.5) ln(sen(0.5)), (sen(0.5))^{tan(0.5)}[1 + sec^2(0.5) ln(sen(0.5))])$$

$$(lnf(x), f^{'}(x)) = (-0.40162339, -0.12342217)$$

3. Tarea

Calcule la segunda derivada de la función.

$$f(x) = \frac{1 - cos(x)}{x^2}$$

$$f(x) = [(1, 0) - (cos(x), sen(x))] \,\%[(x^2, 2x)]$$

$$f(x) = [1 - cos(x), sen(x)] \,\%[(x^2, 2x)]$$

$$f(x) = (\frac{1 - cos(x)}{x^2}, \frac{x^2 sen(x) - (1 - cos(x))(2x)}{x^4})$$

$$f(x) = (\frac{1 - cos(x)}{x^2}, \frac{2cos(x) + sen(x) - 2x}{x^3})$$

Submitted by José Alejandro Zitzumbo Montaño on 3 de marzo del 2024.