

Aprendiendo a formular modelos

A continuación se muestran algunos ejemplos de formulación que le servirán para cimentar su habilidad al traducir problemas del mundo real a modelos matemáticos. Esta transición, o modo en que se ha de elaborar el modelo, la forma en que se definirá las variables y se formularán las restricciones y la función objetivo es de primordial importancia.

Intente resolver los siguientes problemas por si mismo. Formúlelos con la rapidez que le sea posible y no lea en un problema más de lo que se le da. Por ejemplo, no introduzca restricciones adicionales o matices lógicos o datos imaginarios que en su opinión podrían hacer más realista el modelo. Por ejemplo, no se preocupe por lo que ocurra la semana siguiente si el problema nunca se refiere a la semana siguiente. Los problemas que se muestran han sido escogidos para facilitarle el desarrollo del aprendizaje de la formulación. Para lograr esto y que pueda comprobar su trabajo y calibrar su progreso dentro del contexto descrito, la formulación correcta, debe carecer por completo de ambigüedad. En otras palabras, que haya una respuesta correcta. Más tarde, cuando tenga experiencia, la amplitud de las dudas en la interpretación y las sutilezas del mundo real serán mayores. Debido a que el tema de la formulación es tan importante y como la práctica es el único camino para dominarlo, se recomienda hacer un número de problemas grande.

Problema de producción

Un taller tiene tres (3) tipos de máquinas A, B y C; puede fabricar dos (2) productos 1 y 2, todos los productos tienen que ir a cada máquina y cada uno va en el mismo orden: Primero a la máquina A, luego a la B y luego a la C. La tabla siguiente muestra:

1. Las horas requeridas en cada máquina, por unidad de producto
2. Las horas totales disponibles para cada máquina, por semana
3. La ganancia por unidad vendida de cada producto

Tipo de Máquina	Producto 1	Producto 2	Horas disponibles por semana
A	2	2	16
B	1	2	12
C	4	2	28
Ganancia por unidad	1	1,50	

Que cantidad de cada producto (1 y 2) se debe manufacturar cada semana, para obtener la máxima ganancia ?

Cuántas horas semanales sobran en cada departamento ?

Formulación

1. Definición de las variables:

X_j = Unidades semanales a producir del artículo j-esimo ($j = 1$ y 2)

2. Función objetivo:

Maximizar $Z = X_1 + (3/2) X_2$ Sujeto a las siguientes restricciones (c.s.r.):

3. Restricciones:

$2X_1 + 2X_2 \leq 16$ Restricción debida a las horas disponibles por semana de la MQ A

$X_1 + 2X_2 \leq 12$ Restricción debida a las horas disponibles por semana de la MQ B

$4X_1 + 2X_2 \leq 28$ Restricción debida a las horas disponibles por semana de la MQ C

4. Condición de no negatividad:

$$X_j \geq 0 ; j = 1 \text{ y } 2$$

Problema clásico del transporte

Un fabricante tiene tres centros de distribución en: Bogotá, Medellín y Cali. Estos centros tienen disponibilidades de: 20, 40 y 40 unidades respectivamente. Sus detallistas requieren los siguientes cantidades: Pereira 25, Tulúa 10, Anserma 20, Ibagué 30 y Armenia 15. El costo de transporte por unidad en pesos entre cada centro de distribución y las localidades de los detallistas se dan en la siguiente tabla:

		Detallistas				
		Pereira	Tulúa	Anserma	Ibagué	Armenia
Centros de distribución	Bogotá	55	30	40	50	40
	Medellín	35	30	100	45	60
	Cali	40	60	95	35	30

Cuanto unidades debe mandar el fabricante desde cada centro de distribución a cada detallista, de manera que los costos totales de transporte sean mínimos ?

Formulación

1. Definición de las variables:

X_{ij} = Cantidad de unidades a enviar desde el centro de distribución i -ésimo ($i = 1 =$ Bogotá, $i = 2 =$ Medellín, $i = 3 =$ Cali), al detallista j -ésimo ($j = 1 =$ Pereira, $j = 2 =$ Tulúa, $j = 3 =$ Anserma, $j = 4 =$ Ibagué, $j = 5 =$ Armenia).

2. Función objetivo:

Minimizar $Z = 55X_{11} + 30X_{12} + 40X_{13} + 50X_{14} + 40X_{15} + 35X_{21} + 30X_{22} + 100X_{23} + 45X_{24} + 60X_{25} + 40X_{31} + 60X_{32} + 95X_{33} + 35X_{34} + 30X_{35}$ Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 20$
 $X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 40$
 $X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 40$

Restricciones debidas a la disponibilidad de unidades en los respectivos centros de distribución 1, 2 y 3

$X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 25$
 $X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 10$
 $X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 20$
 $X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 30$
 $X_{15} + X_{25} + X_{35} \geq 15$

Restricciones debidas a los requerimientos de unidades, de los detallistas respectivos 1, 2, 3, 4 y 5

4. Condición de no negatividad:

$X_{ij} \geq 0$; $i = 1, 2 \text{ y } 3$; $j = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$

El problema del trasbordo

Una empresa fabrica monitores de alta resolución en dos plantas de producción P1 y P2 . Las capacidades de producción por semana son de 80 y 60 unidades, respectivamente. Los monitores se llevan a cuatro centros de ventas V_i , $i = 1, 2, 3$ Y 4 que solicitan para la próxima semana 30 unidades para V1, 20 para V2 y 40 para V4. V3 no ha cuantificado su demanda indicando que va a ser muy alta y aceptaría toda la producción.

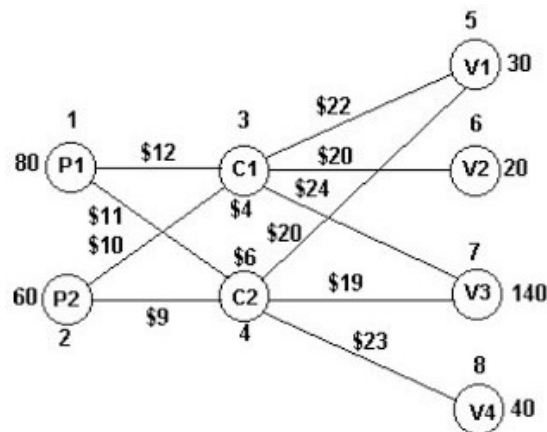
La legislación vigente obliga a la empresa a transportar los monitores de las plantas a los puntos de venta a través de alguno de los dos centros de control de calidad existentes C1 y C2 en los que se controlan los monitores y cuya capacidad es muy grande. El costo de control por unidad en C1 es de \$4.000 y en C2 es de \$6.000.

Los costos en miles de pesos del transporte unitario de las plantas a los centros de control y de estos a los puntos de venta, aparecen en la tabla siguiente:

		Plantas de producción		Centros de venta			
		P ₁	P ₂	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄
Centros de control de calidad	C ₁	12	10	22	20	24	-
	C ₂	11	9	20	-	19	23

La empresa desea distribuir toda la producción para la semana entrante, sin mostrar preferencia por la utilización de un determinado centro de control o punto de venta, pues su interés reside en minimizar el costo global de transporte. Cual debe ser la distribución de las plantas a los puntos de venta ?

Formulación



1. Definición de las variables:

X_{ij} = Unidades a enviar desde el nodo i-ésimo ($i = 1, 2, 3$ y 4) al nodo j-ésimo ($j = 3, 4, 5, 6, 7$ y 8)

2. Función objetivo:

Minimizar $Z = 12X_{13} + 11X_{14} + 10X_{23} + 9X_{24} + 4(X_{13} + X_{23}) + 6(X_{14} + X_{24}) + 22X_{35} + 20X_{36} + 24X_{37} + 20X_{45} + 19X_{47} + 23X_{48}$ Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$X_{13} + X_{14} \leq 80$$

$$X_{23} + X_{24} \leq 60$$

Restricciones debidas a la disponibilidad de monitores en las plantas p_1 y p_2

$$X_{13} + X_{23} = X_{35} + X_{36} + X_{37}$$

$$X_{14} + X_{24} = X_{45} + X_{47} + X_{48}$$

Restricciones debidas a que la suma de monitores entrante debe ser igual a la suma de monitores saliente de cada centro C_1 y C_2

$$X_{35} + X_{45} \geq 30$$

$$X_{36} \geq 20$$

$$X_{37} + X_{47} \geq 140$$

$$X_{48} \geq 40$$

Restricciones debidas a la demanda de monitores en cada centro de venta V_1 , V_2 , V_3 y V_4

4. Condición de no negatividad:

$$X_{ij} \geq 0 ; i = 1, 2, 3 \text{ y } 4 ; j = 3, 4, 5, 6, 7 \text{ y } 8$$

El problema de asignaciones

Se usan cuatro barcos cargueros para transportar bienes de un puerto a otros cuatro puertos (numerados 1,2,3 y 4). Se puede usar cualquier barco para hacer cualquiera de los cuatro viajes. Sin embargo, dadas algunas diferencias entre los barcos y las cargas, el costo total de cargar, transporte y descargue de bienes para las distintas combinaciones de barcos y puertos varia mucho. Estos costos se muestran en la siguiente tabla:

		P U E R T O			
		1	2	3	4
Barco	1	5	4	6	7
	2	6	6	7	5
	3	7	5	7	6
	4	5	4	6	6

El objetivo es asignar los barcos a los puertos en una correspondencia uno a uno, de manera que se minimice el costo total de los cuatro barcos.

Formulación

1. Definición de las variables:

$X_{ij} = 0$, No asigne el barco i -ésimo ($i = 1,2,3$ y 4) al puerto j -ésimo ($j = 1,2,3$ y 4)

$X_{ij} = 1$, Si asigne el barco i -ésimo ($i = 1,2,3$ y 4) al puerto j -ésimo ($j = 1,2,3$ y 4)

2. Función objetivo:

Minimice $Z = 5X_{11} + 4X_{12} + 6X_{13} + 7X_{14} + 6X_{21} + 6X_{22} + 7X_{23} + 5X_{24} + 7X_{31} + 5X_{32} + 7X_{33} + 6X_{34} + 5X_{41} + 4X_{42} + 6X_{43} + 6X_{44}$ Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$\begin{array}{lcl} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} & = & 1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} & = & 1 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} & = & 1 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} & = & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Restricciones que aseguran} \\ \text{que un solo barco es asignado} \\ \text{a un solo puerto} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} & = & 1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} & = & 1 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} & = & 1 \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} & = & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Restricciones que aseguran} \\ \text{que un solo puerto es asignado} \\ \text{a un solo barco} \end{array}$$

4. Condición de no negatividad:

$X_{ij} \geq 0$; $i = 1,2,3$ y 4 ; $j = 1,2,3$ y 4

Problema de la mezcla

Una compañía de petróleos produce tres tipos de gasolina: Super, Normal y Euro. Se obtienen por mezcla de tres calidades de crudo (A,B,C), que contienen tres componentes (1,2,3) . La participación de estos componentes en la composición de cada crudo es:

		COMPONENTES (%)		
		1	2	3
CRUDOS	A	80	10	5
	B	45	30	20
	C	30	40	25

Las especificaciones de los tres tipos de gasolina son:

		COMPONENTES (%)		
		1	2	3
GASOLINA	SUPER	≥ 60	≤ 25	≥ 10
	NORMAL	≥ 50	≤ 30	≤ 15
	EURO	≤ 40	≥ 35	≥ 20

Los costos por barril de crudo A, B y C son: \$650, \$500 y \$450, respectivamente.

El presupuesto diario de compra es de \$50 Millones.

La disponibilidad diaria de crudos B y C se limita, respectivamente, a 3.000 y 7.000 barriles.

Ciertos acuerdos obligan a comprar al menos 2.500 barriles de A.

Las demandas de gasolina Super y Normal son de 2.000 y 2.500 barriles diarios, que deben satisfacerse.

La compañía desea maximizar la producción de gasolina Euro.

Formule un modelo de programación lineal que de respuesta al problema planteado por la compañía.

Formulación



1. Definición de las variables:

X_{ij} = Cantidad de barriles diarios del crudo i-ésimo ($i = A, B, C$) dedicado al tipo de gasolina j-ésima ($j = S, N, E$)

2. Función objetivo:

Maximizar $Z = X_{AE} + X_{BE} + X_{CE}$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$650(X_{AS} + X_{AN} + X_{AE}) + 500(X_{BS} + X_{BN} + X_{BE}) + 450(X_{CS} + X_{CN} + X_{CE}) \leq 50'000.000$$

Restricción

debida a la limitación de disponibilidad de capital

$X_{AS} + X_{AN} + X_{AE} \geq 2.500$	Restricciones debidas a las limitaciones de crudo y al acuerdo comercial
$X_{BS} + X_{BN} + X_{BE} \leq 3.000$	
$X_{CS} + X_{CN} + X_{CE} \leq 7.000$	

$X_{AS} + X_{BS} + X_{CS} \geq 2.000$	Restricciones debidas a la demanda de gasolina Super y Normal, respectivamente
$X_{AN} + X_{BN} + X_{CN} \geq 2.500$	

$0,80X_{AS} + 0,45X_{BS} + 0,30X_{CS} \geq 0,60(X_{AS} + X_{BS} + X_{CS})$	Restricciones debidas al porcentaje de cada componente en la gasolina Super
$0,10X_{AS} + 0,30X_{BS} + 0,40X_{CS} \leq 0,25(X_{AS} + X_{BS} + X_{CS})$	
$0,05X_{AS} + 0,20X_{BS} + 0,25X_{CS} \geq 0,10(X_{AS} + X_{BS} + X_{CS})$	

$0,80X_{AN} + 0,45X_{BN} + 0,30X_{CN} \geq 0,50(X_{AN} + X_{BN} + X_{CN})$	Restricciones debidas al porcentaje de cada componente en la gasolina Normal
$0,10X_{AN} + 0,30X_{BN} + 0,40X_{CN} \leq 0,30(X_{AN} + X_{BN} + X_{CN})$	
$0,05X_{AN} + 0,20X_{BN} + 0,25X_{CN} \leq 0,15(X_{AN} + X_{BN} + X_{CN})$	

$0,80X_{AE} + 0,45X_{BE} + 0,30X_{CE} \leq 0,40(X_{AE} + X_{BE} + X_{CE})$	Restricciones debidas al porcentaje de cada componente en la gasolina Euro
$0,10X_{AE} + 0,30X_{BE} + 0,40X_{CE} \geq 0,35(X_{AE} + X_{BE} + X_{CE})$	
$0,05X_{AE} + 0,20X_{BE} + 0,25X_{CE} \geq 0,20(X_{AE} + X_{BE} + X_{CE})$	

4. Condición de no negatividad:

$$X_{ij} \geq 0 ; i = A, B, C ; j = S, N, E$$

El problema del financiero

Un inversionista tiene la intención de hacer varias inversiones, las cuales se extenderán por un periodo de cinco años, al final del cual necesitará de todo el capital. Las inversiones se hacen el 1º de Enero de cada año y son:

Inversión A: Disponible el 1º de Enero de cada año y produce el 15% de interés al final de cada año.

Inversión B: Disponible en dos años a partir de ahora (Comienzo del 3º año), y produce un retorno del 25% al final del 3º año y lo máximo que el inversionista considerará son \$40.000

Inversión C: Disponible en un año a partir de ahora (Comienzo del 2º año), y produce el 40% al final del cuarto año. Esta inversión será de \$30.000 como máximo.

El inversionista tiene \$100.000 disponibles para las inversiones.

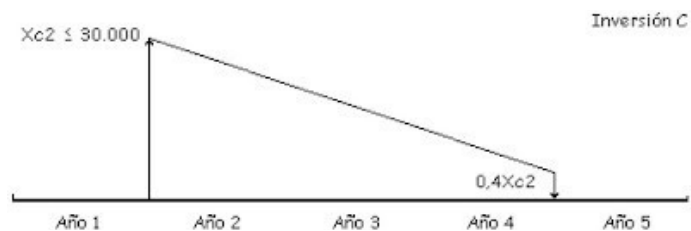
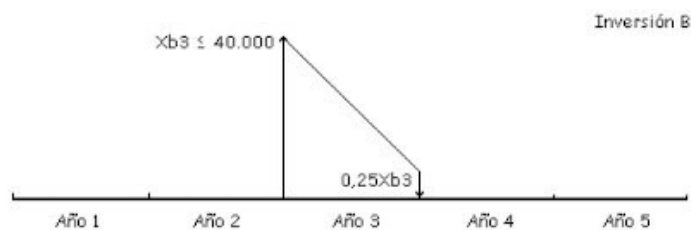
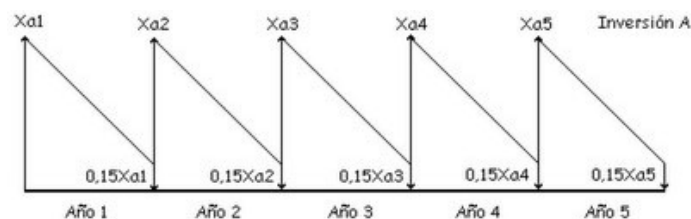
Cuál debe ser el portafolio de inversión que le permita obtener la máxima cantidad de dinero al final del año quinto ?

Formulación

1. Definición de las variables:

X_{ij} = Cantidad de dinero a invertir en la alternativa i -ésima ($i=A, B$ y C) al principio del año j -ésimo ($j = 1, 2, 3, 4$ y 5).

Capital Inicial: \$100.000



Para construir las restricciones piense, que al principio de cada año va a tener disponibles algunas alternativas de inversión para las que no podrá invertir más de lo tenga disponible en ese momento. El lado izquierdo de las restricciones, representa la cantidad de dinero que el inversionista invertirá en las alternativas disponibles al principio de cada año y el lado derecho representa la cantidad de dinero disponible para invertir, que es la suma de: El capital inicial + La suma de todos los intereses recibidos hasta la fecha – Los capitales que están invertidos en ese momento y que no han retornado.

2. Función objetivo:

$$\text{Maximizar } Z = 0,15 (X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4} + X_{A5}) + 0,25X_{B3} + 0,4X_{C2}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$X_{A1} \leq 100.000$$

$$X_{A2} + X_{C2} \leq 100.000 + 0,15X_{A1}$$

$$X_{A3} + X_{B3} \leq 100.000 + 0,15(X_{A1} + X_{A2}) - X_{C2}$$

$$X_{A4} \leq 100.000 + 0,15(X_{A1} + X_{A2} + X_{A3}) + 0,25X_{B3} - X_{C2}$$

$$X_{A5} \leq 100.000 + 0,15(X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4}) + 0,25X_{B3} + 0,4X_{C2}$$

$$X_{B3} \leq 40.000$$

$$X_{C2} \leq 30.000$$

Restricciones debidas
a la cantidad de
dinero disponible al
principio de cada uno
de los cinco años

4. Condición de no negatividad:

$$X_{ij} \geq 0 ; i = A, B \text{ y } C ; j = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$$

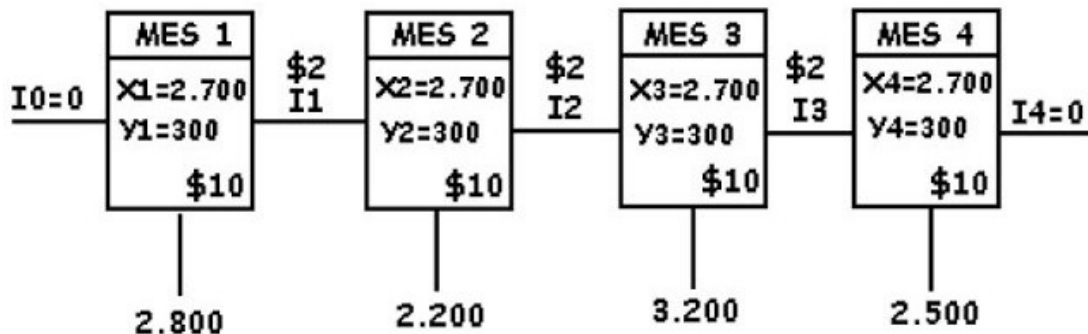
Problema de inventarios

Un producto de la firma XYZ tiene la siguiente demanda pronosticada para los próximos cuatro meses: Mes 1: 2.800 unidades, Mes 2: 2.200 unidades, Mes 3: 3.200 unidades y Mes 4: 2.500 unidades.

La compañía puede producir 2.700 unidades del artículo por mes en sus turnos normales. Utilizando tiempo extra es posible fabricar 300 unidades adicionales. La producción en tiempo extra tiene un sobre costo de \$10 por unidad. La administración ha estimado que se incurre en un costo de almacenamiento de \$2 por unidad que se produzca en un mes determinado y no se venda en el mismo.

Se trata de determinar un programa óptimo de producción que minimice los costos totales de producción y almacenamiento. Supóngase que la cantidad en existencia es cero y se desea un inventario final del periodo igual a cero.

Formulación



1. Definición de las variables:

X_i = Unidades a producir en el mes i -ésimo ($i = 1, 2, 3$ y 4) en tiempo normal.

Y_i = Unidades a producir en el mes i -ésimo ($i = 1, 2, 3$ y 4) en tiempo extra.

I_i = Unidades a almacenar al final del mes i -ésimo ($i = 1, 2, 3$ y 4).

2. Función objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = 10Y_1 + 10Y_2 + 10Y_3 + 10Y_4 + 2I_1 + 2I_2 + 2I_3$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$X_1 + Y_1 = I_1 + 2.800$$

$$I_1 + X_2 + Y_2 = I_2 + 2.200$$

$$I_2 + X_3 + Y_3 = I_3 + 3.200$$

$$I_3 + X_4 + Y_4 = 2.500$$

$$X_i \leq 2.700 ; i = 1, 2, 3 \text{ y } 4$$

$$Y_i \leq 300 ; i = 1, 2, 3 \text{ y } 4$$

Restricciones debidas a que el inventario inicial más lo que se produce en tiempo normal mas lo que se produce en tiempo extra, debe ser igual a la demanda mas el inventario final

4. Condición de no negatividad:

$$X_i \geq 0 ; Y_i \geq 0 ; l_i \geq 0 ; i = 1, 2, 3 \text{ y } 4$$

El problema de los manteles

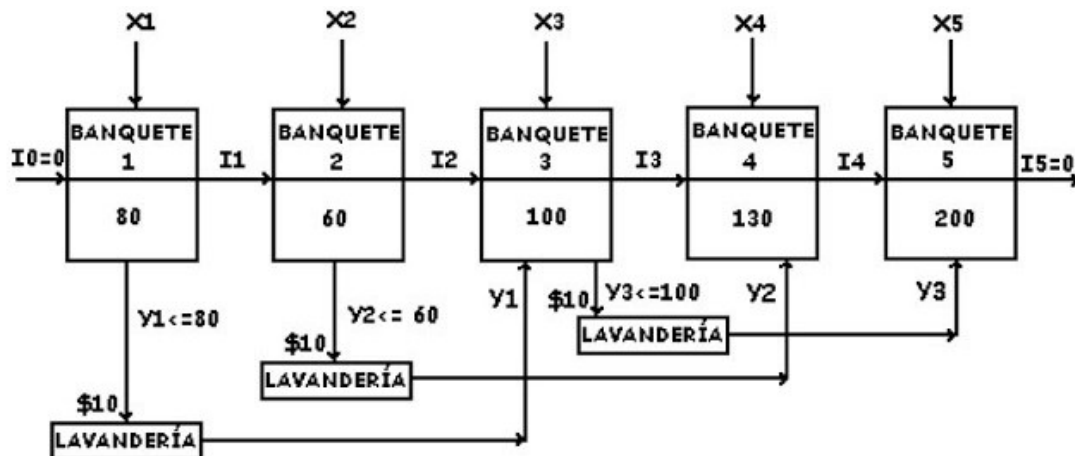
En un salón de banquetes se tienen programados banquetes durante los siguientes cinco días. Los requisitos de manteles por banquete son:

Banquete	1	2	3	4	5
Número de manteles	80	60	100	130	200

El problema del administrador es que se requieren manteles diferentes a los que se usan, por lo que tendrá que comprar ese tipo de manteles. El costo de cada mantel es de \$40 y el costo de mandarlo a la lavandería bajo servicio urgente para tenerlo listo a los dos días es de \$10 por mantel.

Cuál es el modelo que le permitirá al administrador cumplir con sus requisitos y además minimizar el costo total?

Formulación



1. Definición de las variables:

X_i = Número de manteles a comprar para el banquete i -ésimo ($i = 1, 2, 3, 4$ y 5).

Y_i = Número de manteles a mandar a lavar después del banquete i -ésimo ($i = 1, 2$ y 3).

I_i = Número de manteles limpios al final de cada banquete i -ésimo ($i = 1, 2, 3$ y 4).

2. Función objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = 40(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5) + 10(Y_1 + Y_2 + Y_3)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$\begin{array}{l|l} X_1 = 80 + I_1 & Y_3 + I_4 + X_5 = 200 \\ I_1 + X_2 = 60 + I_2 & Y_1 \leq 80 \\ Y_1 + I_2 + X_3 = 100 + I_3 & Y_2 \leq 60 \\ Y_2 + I_3 + X_4 = 130 + I_4 & Y_3 \leq 100 \end{array}$$

4. Condición de no negatividad:

$$X_i \geq 0 ; i = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$$

$$I_i \geq 0 ; i = 1, 2, 3 \text{ y } 4$$

$$Y_i \geq 0 ; i = 1, 2 \text{ y } 3$$

Protrac, Inc.

PROTRAC, Inc, produce dos líneas de equipo pesado. Una de estas líneas de productos (llamada equipo de excavación) se destina esencialmente a aplicaciones de construcción. La otra línea (llamada equipo para la silvicultura) está destinada a ala industria maderera. El miembro más grande de la línea de equipo de excavación (el E-9) y el miembro mayor de la línea de equipo para la silvicultura (el F-9) se producen en el mismo departamento y con el mismo equipo. Haciendo uso de las predicciones económicas para el próximo mes, el gerente de mercadotecnia de PROTRAC juzga que durante ese periodo será posible vender todos los E-9 y F-9 que la empresa pueda producir. La administración debe ahora recomendar una meta de producción para el próximo mes. Es decir, ¿cuántos E-9s y F-9s deben producirse? En la toma de decisión, los principales factores a considerar son los siguientes: PROTRAC tendrá una utilidad de \$5000 por cada E-9 que se venda y \$4000 por cada F-9. Cada producto pasa por operaciones mecánicas tanto en el departamento A como en el departamento B. Para la producción del próximo mes, estos dos departamentos tienen disponibles 150 y 160 horas, respectivamente. Cada E-9 consume 10 horas de operación mecánica en el departamento A y 20 horas en el departamento B, mientras que cada F-9 consume 15 horas en el departamento A y 10 horas en el departamento B. Estos datos se resumen en la tabla siguiente.

Departamento	Horas		
	E-9	F-9	Total disponible
A	10	15	150
B	20	10	160

Con el objeto de cumplir un compromiso con el sindicato, el total de horas de trabajo que se dedicarán a la verificación de los productos terminados del próximo mes no puede ser menos en 10% a una meta establecida de 150 horas. Esta verificación se realiza en un tercer departamento que no tiene relación con las actividades de los departamentos A y B. cada E-9 requiere de 30 horas de comprobación y cada F-9, 10. Puesto que el 10% de 150 es 15, el total de horas de trabajo destinadas a la verificación no puede ser menos de 135. Estos datos se concentran en la tabla siguiente.

	1 E-9	1 F-9	Requerimientos en total de horas
Horas para verificación	30	10	135

Con el fin de mantener su posición en el mercado, la alta gerencia ha decretado como política operativa que: deberá construirse cuando menos una F-9 por cada tres E-9 que sean fabricadas.

Uno de los principales distribuidores ha ordenado un total de cuando menos cinco E-9 y F-9 (en

cualquier combinación) para el próximo mes, por lo cual tendrá que producirse por lo menos esa cantidad.

Formulación

1. Definición de las variables:

X_i = Cantidad de maquinas tipo i-ésimo ($i = E; F$). que se deben fabricar el próximo mes.

2. Función objetivo:

Maximizar $Z = 5000X_E + 4000X_F$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$10X_E + 15X_F \leq 150$	Capacidad en el departamento A
$20X_E + 10X_F \leq 160$	Capacidad en el departamento B
$30X_E + 10X_F \geq 135$	Horas de trabajo empleadas ne la verificación
$X_E - 3X_F \leq 0$	Balance de la posición en el mercado
$X_E + X_F \geq 5$	Requisito de producción mínima

4. Condición de no negatividad:

$X_i \geq 0$; $i = E$ y F

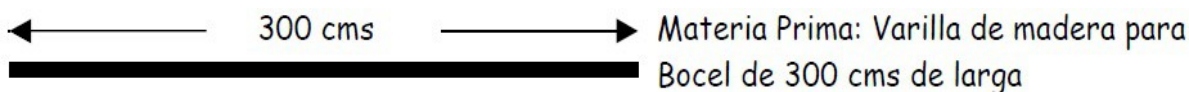
Optimización del corte de madera

En una marquetería se fabrican cuadros, cuyos marcos se obtienen de cortar varillas para bocel, cuya longitud original es de 300 cms. El Departamento de ventas tiene pedidos para el siguiente mes de 175 cuadros de 119 x 90 cms. El Jefe de producción ordena que se corten 350 bocelos de 119 cms. Y 350 bocelos de 90 cms. (Cada cuadro lleva 2 bocelos de cada dimensión).

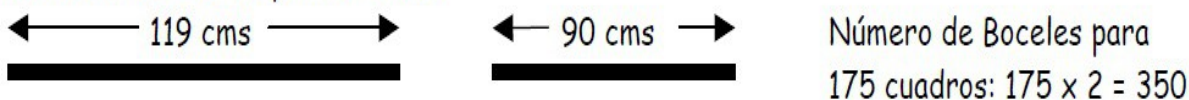
Con ésta manera de cortar la madera, la Fábrica necesita el capital para comprar 292 varillas para bocel de 300 cms. cada una y genera 14.450 cms. de desperdicio.

Formule un problema de programación lineal que minimice el desperdicio, la compra de materia prima y optimice la productividad.

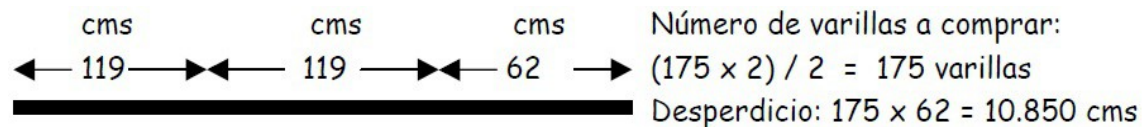
Formulación



Medidas necesarias para el marco



Método de corte actual y su valoración:



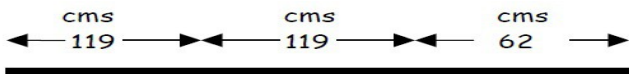

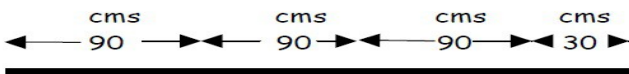
Total de varillas de 300 cms a comprar: $175 + 117 = 292$ varillas

Total de centímetros de desperdicio: $10.850 + 3600 = 14.450$ cms

1. Definición de las variables:

X_j = Número de varillas a cortar de la forma j-ésima ($j = 1, 2$ y 3)

Formas posibles de cortar la varilla:

Forma		Variable
1		X_1
2		X_2
3		X_3

2. Función objetivo:

Minimizar $Z = 62X_1 + X_2 + 30X_3$ (Minimizar el desperdicio)

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

Restricciones debidas a la necesidad de boteles de cada tamaño:

$$2X_1 + X_2 = 350$$

$$2X_2 + 3X_3 = 350$$

4. Condición de no negatividad:

$$X_j \geq 0; j = 1, 2 \text{ y } 3$$

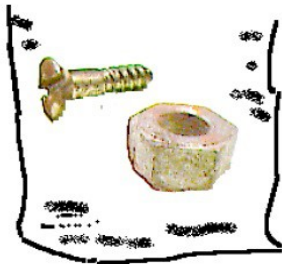
El problema de los paquetes de tuercas

Un distribuidor de ferretería planea vender paquetes de tuercas y tornillos mezclados. Cada paquete pesa por lo menos 2 libras. Tres tamaños de tuercas y tornillos componen el paquete y se compran en lotes de 200 libras. Los tamaños 1, 2 y 3 cuestan respectivamente \$20, \$8 y \$12, además:

- a) El peso combinado de los tamaños 1 y 3 debe ser al menos la mitad del peso total del paquete.
- b) El peso de los tamaños 1 y 2 no debe ser mayor que 1,6 libras.
- c) Cualquier tamaño de tornillo debe ser al menos el 10% del paquete total.

¿Cuál será la composición del paquete que ocasionará un costo mínimo?

Formulación



Compra lotes de
200 libras con:
Tamaño 1 a \$20
Tamaño 2 a \$ 8
Tamaño 3 a \$12

**Vende bolsas de al menos
2 Libras cada una**

1. Definición de las variables:

X_j = Peso en libras de las tuercas y tornillos del tamaño j-ésimo ($j=1,2$ y 3) en la bolsa

Observe que:

$20/200$ es lo que vale una libra de tornillos tipo 1

$8/200$ es lo que vale una libra de tornillos tipo 2

$12/200$ es lo que vale una libra de tornillos tipo 3

2. Función objetivo:

Minimizar $Z = (20/200) X_1 + (8/200) X_2 + (12/200) X_3$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$X_1 + X_3 \geq (X_1 + X_2 + X_3) / 2$$

$$X_1 + X_2 \leq 1,6$$

$$X_1 \geq 0,1 (X_1 + X_2 + X_3)$$

$$X_2 \geq 0,1 (X_1 + X_2 + X_3)$$

$$X_3 \geq 0,1 (X_1 + X_2 + X_3)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \geq 2$$

Los tamaños 1 y 3 al menos la mitad del peso

Los tamaños 1 y 2 no deben ser mayor de 1,6 lbs

El tamaño 1 debe ser al menos el 10% del total

El tamaño 2 debe ser al menos el 10% del total

El tamaño 3 debe ser al menos el 10% del total

El paquete debe ser al menos de 2 libras

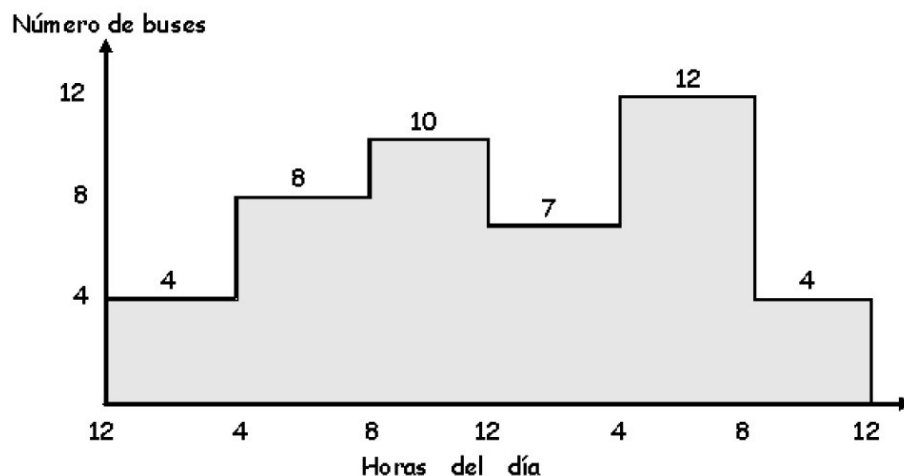
4. Condición de no negatividad:

$$X_j \geq 0; j = 1, 2 \text{ y } 3$$

Problema de distribución

Transporte y Tránsito del Tolima estudia la factibilidad de introducir un sistema de autobuses de transporte masivo que aliviará el problema del smog al reducir el tránsito en la ciudad. El estudio inicial busca determinar el mínimo número de autobuses que pueden suplir las necesidades de transporte en la ciudad. El estudio inicial busca determinar el número mínimo de autobuses que pueden suplir las necesidades de transporte. Después de recolectar la información necesaria, el ingeniero de la entidad advierte que el número mínimo de autobuses que se necesitan para cubrir la demanda fluctúa según la hora del día. Estudiando los datos más a fondo descubrió que el número requerido de autobuses se puede suponer constante en intervalos sucesivos de 4 horas cada uno. En la figura se resumen los hallazgos del ingeniero. Se decidió que para hacer el mantenimiento diario requerido, cada autobús podría operar solo 8 horas sucesivas al día.

Formulación



1. Definición de las variables:

X_j = Número de buses a signar en el turno j -ésimo ($j = 1, 2, 3, 4, 5$ y 6) de 8 horas cada uno.

$J = 1$ = Turno que empieza a las 12 a.m.

$J = 2$ = Turno que empieza a las 4 a.m.

$J = 3$ = Turno que empieza a las 8 a.m.

$J = 4$ = Turno que empieza a las 12 meridiano

$J = 5$ = Turno que empieza a las 4 p.m.

$J = 6$ = Turno que empieza a las 8 p.m.

De 12 a.m. a 8 a.m.

De 4 a.m. a 12 meridiano

De 8 a.m. a 4 p.m.

De 12 Meridiano a 8 p.m.

De 4 p.m. a 12 p.m.

De 8 p.m. a 4 a.m.

Horario de la demanda	Turnos de 8 horas, empezando a las 12 de la noche						Número de buses necesarios
	X ₁ 12 - 8	X ₂ 4 - 12	X ₃ 8 - 4	X ₄ 12 - 8	X ₅ 4 - 12	X ₆ 8 - 4	
12 - 4	✓					✓	4
4 - 8	✓	✓					8
8 - 12		✓	✓				10
12 - 4			✓	✓			7
4 - 8				✓	✓		12
8 - 12					✓	✓	4

2. Función objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$X_1 + X_6 \geq 4$	Restricciones debidas a la demanda de buses cada cuatro horas
$X_1 + X_2 \geq 8$	
$X_2 + X_3 \geq 10$	
$X_3 + X_4 \geq 7$	
$X_4 + X_5 \geq 12$	
$X_5 + X_6 \geq 4$	

4. Condición de no negatividad:

$$X_j \geq 0 ; j = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ y } 6$$

Sistema Operativo de Producción

La compañía Wetski Water Ski es la más grande productora de skis para agua, como Usted sospecha, existe una estimación de alta demanda, con un máximo en los meses de verano y un mínimo en los meses de invierno. Conociendo los costos y el pronóstico por trimestre; Formule un programa de programación lineal que minimice los costos y satisfaga la demanda. ¿Cuáles son los costos de ese plan?

Trimestre	Pronóstico de ventas (Unidades)
1	50.000
2	150.000
3	200.000
4	52.000

Costo de llevar inventario	\$3,00 Por par de skis por trimestre
Producción por empleado	1.000 par de skis por trimestre
Fuerza de trabajo regular	50 trabajadores
Capacidad en horas extras	50.000 pares de skis
Capacidad de subcontratar (Maquila)	40.000 pares de skis
Costo de producción regular	\$50,00 por par de skis
Costo de producción en horas extras	\$75,00 por par de skis
Costo de producción subcontratada	\$85,00 por par de skis

Formulación

Producción máxima por trimestre con la fuerza de trabajo regular:

$$1.000 (\text{Pares /Empleado}) * 50 (\text{Empleados}) = 50.000 \text{ skis}$$

1. Definición de las variables:

X_j = Pares de skis a fabricar con la fuerza de trabajo regular en el trimestre j-ésimo.

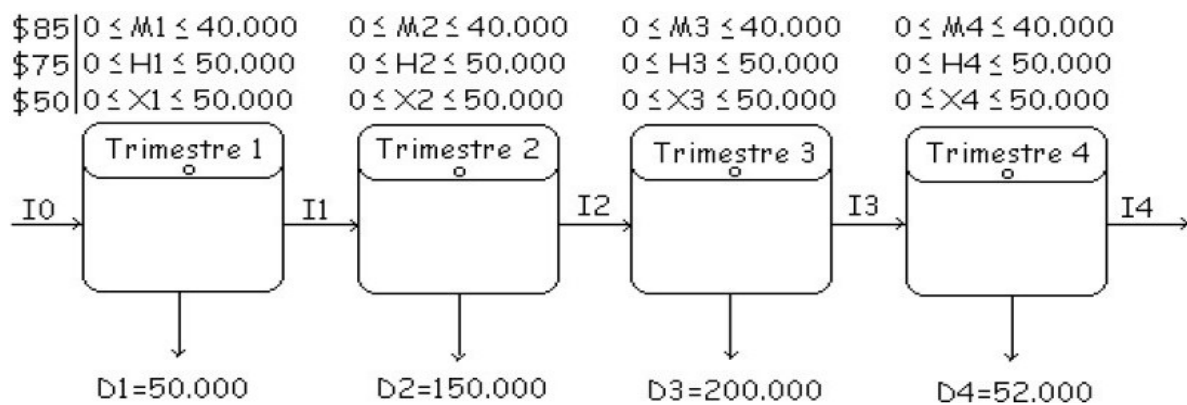
H_j = Pares de skis a fabricar en horas extras en el trimestre j-ésimo.

M_j = Pares de skis a fabricar con subcontratos en el trimestre j-ésimo

I_j = Unidades en inventario al final del trimestre j-ésimo

$J = 1, 2, 3, 4$

Es lógico pensar que $I_0 = 0$ y $I_4 = 0$, para minimizar los costos.



2. Función objetivo:

Minimizar $Z = 50(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) + 75(H_1 + H_2 + H_3 + H_4) + 85(M_1 + M_2 + M_3 + M_4) + \dots$
 $\dots + 3(I_1 + I_2 + I_3)$

Sujeto a las siguientes restricciones:

3. Restricciones:

$$\begin{aligned}
 X_1 + H_1 + M_1 &= 50.000 + I_1 \\
 I_1 + X_2 + H_2 + M_2 &= 150.000 + I_2 \\
 I_2 + X_3 + H_3 + M_3 &= 200.000 + I_3 \\
 I_3 + X_4 + H_4 + M_4 &= 52.000 \\
 X_J &\leq 50.000 \quad ; \quad J=1,2,3,4 \\
 H_J &\leq 50.000 \quad ; \quad J=1,2,3,4 \\
 M_J &\leq 40.000 \quad ; \quad J=1,2,3,4
 \end{aligned}$$

4. Condición de no negatividad:

$$\begin{aligned}
 X_J &\geq 0 \quad ; \quad J=1,2,3,4 \\
 H_J &\geq 0 \quad ; \quad J=1,2,3,4 \\
 M_J &\geq 0 \quad ; \quad J=1,2,3,4 \\
 I_J &\geq 0 \quad ; \quad J=1,2,3,4
 \end{aligned}$$